

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ» (НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)

Факультет **ФИЗИЧЕСКИЙ**
Кафедра **ФИЗИКИ ПЛАЗМЫ**

Направление подготовки **03.03.02 ФИЗИКА**
Образовательная программа: **БАКАЛАВРИАТ**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

Байструков Михаил Андреевич
(Фамилия, Имя, Отчество автора)

Тема работы Влияние неконтролируемой самомодуляции головы пучка на сформировавшиеся
микросгустки в эксперименте AWAKE

«К защите допущена»
Заведующий кафедрой

ученая степень, звание

должность, место работы

...../.....

(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

«.....».....20...г.

Научный руководитель
Лотов Константин Владимирович

ученая степень, звание

д. ф.-м. н., профессор

должность, место работы

г. н. с. ИЯФ СО РАН

...../.....

(фамилия И., О.) / (подпись, МП)

«.....».....20...г.

Дата защиты: «.....».....20...г.

Содержание

1	Введение	3
2	Теоретическая часть	4
2.1	Самомодуляция	4
2.2	Параметры пучка	5
2.3	Поле осесимметричного пучка	6
2.4	Ленгмюровский шум	8
2.5	Коэффициент корреляции	9
3	Численное моделирование	12
3.1	Коэффициент корреляции	12
3.2	Постановка моделирования	14
3.3	Результаты моделирования	16
3.4	Обсуждение результатов	19
4	Заключение	20
5	Список литературы	21

1 Введение

Сейчас практически превышен предел по размерам для классических конструкций ускорителей. Чтобы достичь больших энергий, необходимо использовать новые методы ускорения. Одним из возможных решений является плазменное кильватерное ускорение. Сейчас в ЦЕРН проводится эксперимент AWAKE, в рамках которого осваивается способ ускорения электронов в кильватерной волне, порождённой разбившимся на микросгустки – самомодулировавшимся – протонным пучком. На данном этапе эксперименты проводятся в одной плазменной секции длиной 10 метров [1, 2]. В будущем планируется строительство ещё одной секции и эксперименты уже с двумя секциями, так называемый «Run2» [3]. В настоящее время идёт обсуждение возможных конструкций и решений для Run2. Одним из таких решений является предионизация второй секции встречным лазерным импульсом [4]. При таком подходе существует заметная проблема. Дело в том, что для обеспечения стабильной самомодуляции протонного пучка было решено располагать ионизирующий лазерный импульс примерно на его середине. В этом случае пучок в плазме начинается с резкого профиля, что создаёт достаточно сильную кильватерную волну из которой и развивается самомодуляция. При этом передняя часть пучка продолжает лететь через нейтральный газ и не разбивается на микросгустки. Однако в случае предионизации второй секции эта часть пучка может тоже самомодулироваться и таким образом создать усиливающуюся кильватерную волну, что может значительно ухудшить ускорение электронов в эксперименте, а также привести к разрушению структуры задней, разбившейся на микросгустки части пучка.

В этой работе мы определим, как самомодулирующаяся передняя часть протонного пучка влияет на заднюю в схеме со второй предионизованной секцией, а также оценим возможности использования такой схемы. Эта задача решалась при помощи численного моделирования программой lcode [5].

Используем следующий метод решения. В эксперименте проще всего изменять положение лазерного импульса относительно пучка. Существует экспериментальный факт, что контролируемая самомодуляция происходит при сдвиге лазерного импульса вперёд относительно центра пучка $\Delta\xi < 1,8\sigma_z$, где σ_z – это среднеквадратичная длина пучка. Опираясь на этот

факт, теоретически оценим уровень шума в пучке. Далее проверим, согласуется ли данная оценка с численным моделированием. Важно знать уровень шума, поскольку самомодуляция передней части развивается как раз из него. Если его сильно занижить, можно заметно недооценить влияние передней части пучка на заднюю. Зная уровень шума, проведём моделирование эксперимента со второй предфокусированной секцией и без неё. Сравнив результаты, выясним влияние передней части протонного пучка на заднюю.

2 Теоретическая часть

2.1 Самомодуляция

Самомодуляция пучка – это процесс, в результате которого из длинного пучка образуется последовательность микросгустков, расположенных на расстоянии кильватерной длины волны. Рассмотрим осесимметричный случай. Электрическое поле волны имеет как продольную компоненту, так и радиальную. Радиальная компонента изменяет поперечный импульс частиц в пучке, что приводит к формированию периодической структуры. Частицы, оказавшиеся в фокусирующей фазе, собираются на оси, а частицы, оказавшиеся в дефокусирующей, разлетаются. Поля образовавшихся микросгустков складываются, усиливая кильватерную волну.

Для начала процесса самомодуляции необходимо первичное периодическое поле, из которого и будет развиваться возмущение. Для гладкого пучка таким полем может выступать, к примеру, ленгмюровский шум. Это шум кильватерных полей, возникающий в плазме из-за дискретности заряда частиц пучка. Первичное поле, из которого развивается возмущение также называют затравкой. Поскольку затравка, создаваемая шумом, является случайной, итог самомодуляции в этом случае также непредсказуем. Это называется неконтролируемой самомодуляцией. Если же необходимо, чтобы конфигурация микросгустков была постоянна от эксперимента к эксперименту, потребуется источник стабильной затравки. В качестве такого источника можно использовать, к примеру, короткий электронный сгусток, мощный лазерный импульс или резкий фронт пучка. Важно, чтобы поля, создаваемые такой затравкой, значительно превышали шумовое поле пучка. В таком случае конфигурация микросгустков будет постоянной. Это называется

Таблица 1: Обезразмеривающие множители для используемых величин

величина	множитель	значение
длина	k_p^{-1}	0,376 мм
время	ω_p^{-1}	1,25 пс
скорость	c	$3 \cdot 10^8$ м/с
ток	mc^3/e	17 кА
поле	$m\omega_p/e$	1,36 ГВ/м
потенциал	mc^2/e	0,511 МВ
импульс	mc	0,511 МэВ/с

Таблица 2: Параметры протонного пучка

величина	обозначение	безразмерное значение	размерное значение
радиус	σ_r	0,535	201 мкм
длина	σ_z	160	6 см
угловой разброс	α_0	$3,13 \cdot 10^{-5}$	$3,13 \cdot 10^{-5}$
продольный импульс	p_z	$7,83 \cdot 10^5$	400 ГэВ/с
разброс продольного импульса	σ_{pz}	274	140 МэВ/с
максимальный ток пучка	J_0	$5,62 \cdot 10^{-3}$	95,8 А
число протонов в пучке	N_0	$3 \cdot 10^{11}$	$3 \cdot 10^{11}$

контролируемой самомодулирующей.

В однородной плазме контролируемая самомодуляция не даёт максимально возможное поле, поскольку в этом случае образующаяся последовательность микросгустков относительно быстро гибнет из-за дефокусирующего поля. Поэтому в эксперименте AWAKE будет использоваться скачок плотности [6] - небольшое повышение плотности плазмы, происходящее за короткий участок секции. При правильно подобранных параметрах скачок плотности решает проблему быстрой гибели микросгустков.

2.2 Параметры пучка

В данной задаче удобно использовать безразмерные величины (таблица 1). Для этого введём обозначения: c – скорость света, ω_p – плазменная ча-

стота, k_p – плазменное волновое число, задаваемое соотношением $k_p = \omega_p/c$, m – масса электрона, e – абсолютный заряд электрона. Рабочая плотность плазмы $n_e = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$.

Введём цилиндрическую систему координат. Продольную ось z направим по скорости распространения пучка. Эта ось совпадает с осью симметрии пучка. Введём также $\xi = z - ct$, где t – время. Координату ξ отсчитываем от центра протонного пучка. Тогда функции распределения продольного и поперечного импульса задаются следующими уравнениями:

$$f_{\parallel}(p_{bz}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{pz}} \exp\left(-\frac{(p_{bz} - p_z)^2}{2\sigma_{pz}^2}\right), \quad (1)$$

$$f_{\perp}(p_{br}, p_{b\varphi}) = \frac{1}{2\pi\alpha_0^2\sigma_{pz}^2} \exp\left(-\frac{p_{br}^2 + p_{b\varphi}^2}{2\alpha_0^2\sigma_{pz}^2}\right), \quad (2)$$

где r - поперечная координата, φ - угловая координата, а \mathbf{p}_b - импульс частицы. Функция плотности пучка $\sigma(\mathbf{r})$ факторизуется, $\sigma(\mathbf{r}) = \rho_b f(r)g(\xi)$. Здесь $\rho_b = J_0/(2\pi)$, а функции $f(r)$ и $g(\xi)$ задают форму пучка:

$$g(\xi) = \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma_z^2}\right), \quad (3)$$

$$f(r) = \frac{1}{\sigma_r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}\right). \quad (4)$$

Численные значения параметров пучка приведены в таблице 2.

2.3 Поле осесимметричного пучка

Рассчитаем теоретически поля кильватерной волны для осесимметричного случая. Если функция плотности пучка $\sigma(\mathbf{r})$ факторизуется, можно ввести кильватерный потенциал [7]:

$$A_{1z} - \varphi_1 = 4\pi\rho_b G(\xi)F(r), \quad (5)$$

где

$$G(\xi) = \int_{\xi}^{+\infty} dx g(x) \sin(x - \xi), \quad (6)$$

$$F(r) = \int_0^r x dx f(x) I_0(x) K_0(r) + \int_r^\infty x dx f(x) I_0(r) K_0(x), \quad (7)$$

I_0 – функция Инфельда, K_0 – функция Макдональда.

Зная кильватерный потенциал, рассчитаем продольную и поперечную силу Лоренца, действующую на единичный заряд, движущийся параллельно оси системы со скоростью света, соответственно [7]:

$$W_{\parallel} = 4\pi\rho_b\partial_{\xi}G(\xi)F(r), \quad (8)$$

$$W_{\perp} = 4\pi\rho_bG(\xi)\partial_rF(r). \quad (9)$$

При выводе данных формул пренебрегаем отличием скорости частиц пучка от скорости света.

Процесс самомодуляции, главным образом, зависит от поперечных сил, однако, как видно из формул (8) и (9), амплитуды продольных и поперечных сил зависят друг от друга. Также из формул (6) и (7) видно, что амплитуда зависит от формы пучка.

В эксперименте АWAKE одним из варьируемых параметров является положение ионизирующего лазерного импульса с координатой $\Delta\xi$. В большинстве экспериментов это положение выбрано вблизи середины протонного пучка для обеспечения наибольшего затравочного поля. При смещении лазерного импульса вперёд относительно центра протонного пучка затравочное поле уменьшается, и при $\Delta\xi > 1,8\sigma_z$ самомодуляция переходит в неконтролируемый режим.

Рассчитаем продольное поле затравки на оси для используемого пучка. Продольная форма пучка с учётом обрезки его лазерным импульсом, сдвинутым вперёд на $\Delta\xi$,

$$g(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_z^2}\right)\theta(\Delta\xi - x), \quad (10)$$

где $\theta(y)$ – это функция Хевисайда.

Вычислим приближённо интеграл (6). Для этого проинтегрируем его по частям и пренебрежём слагаемыми первого и более высоких порядков по

малому параметру σ_z^{-1} :

$$\begin{aligned}
 G(\xi) &= \int_{\xi}^{\Delta\xi} dx g(x) \sin(x - \xi) = \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma_z^2}\right) - \\
 &- \cos(\Delta\xi - \xi) \exp\left(-\frac{\Delta\xi^2}{2\sigma_z^2}\right) - \frac{1}{\sigma_z^2} \int_{\xi}^{\Delta\xi} x dx \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_z^2}\right) \cos(x - \xi) \approx \\
 &\approx \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma_z^2}\right) - \cos(\Delta\xi - \xi) \exp\left(-\frac{\Delta\xi^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (11)
 \end{aligned}$$

За поле затравки отвечает периодическая часть формулы (11). Дифференцирование не изменяет амплитуды периодической составляющей $G(\xi)$, поэтому амплитуда продольного поля затравки на оси

$$E_a(\Delta\xi) = 2J_0 F(0) \exp\left(-\frac{\Delta\xi^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (12)$$

Подставим в формулу (12) параметры пучка и получим численное выражение для продольного поля затравки на оси:

$$E_a(\Delta\xi) = 9,77 \cdot 10^{-3} \exp\left(-\frac{\Delta\xi^2}{2\sigma_z^2}\right). \quad (13)$$

2.4 Ленгмюровский шум

Ленгмюровский шум – это кильватерные волны дробового шума, возникающего из-за дискретности частиц пучка. Он может оказывать заметное влияние на численное моделирование.

Среднеквадратичное отклонение продольного электрического поля, создаваемого шумом [8],

$$E_{z,rms}(\xi) = \frac{1}{\eta\sigma_r} \sqrt{2N(\xi)b_0(\sigma_r)}, \quad (14)$$

где $N(\xi)$ – число протонов, создающих кильватерную волну расположенных перед точкой наблюдения, $b_0(\sigma_r)$ задаётся следующим равенством:

$$b_0(\sigma_r) = \int_0^{+\infty} x K_0^2(x) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_r^2}\right) dx, \quad (15)$$

а коэффициент η , возникающий при переходе к безразмерным единицам измерения, задаётся следующим образом:

$$\eta = \frac{mc^2}{k_p e^2} \approx 133 \cdot 10^9. \quad (16)$$

Амплитуда продольного электрического поля, создаваемого шумом [8],

$$E_{az}(\xi) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} E_{z,rms}(\xi). \quad (17)$$

Число протонов, создающих кильватерную волну:

$$N(\xi) = \frac{N_0}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} \int_{\xi}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_z^2}\right) dx = \frac{N_0}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}\sigma_z}\right). \quad (18)$$

откуда

$$E_{z,rms}(\xi) = \frac{1}{\eta\sigma_r} \sqrt{N_0 b_0(\sigma_r) \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}\sigma_z}\right)}. \quad (19)$$

Если, сохраняя ток и форму пучка, увеличивать заряд одной частицы пучка, то амплитуда шума будет расти пропорционально корню из заряда частицы, поскольку полное число частиц в этом случае будет обратно пропорционально заряду частицы.

2.5 Коэффициент корреляции

При моделировании не целесообразно просчитывать движение каждой частицы реального пучка, поэтому в численных кодах, как правило, используют макрочастицы. Они имеют заряд заметно больший, чем у реальных частиц. Обозначим заряд макрочастицы как Q . Проведём теоретическую оценку для заряда макрочастицы, при котором уровень шума равен амплитуде поля затравки. Для начала заметим, что, при обрезании пучка лазерным импульсом, уменьшается число частиц, создающих кильватерную волну. Учтем это, отняв число частиц, находящихся перед лазерным импульсом в формуле (18):

$$N_t(\xi) = N(\xi) - N(\Delta\xi) = \frac{N_0}{2} \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{\Delta\xi}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \right). \quad (20)$$

В безразмерных единицах будем измерять заряд макрочастицы в зарядах протона. Теперь, учитывая поправку на количество частиц (20) и заряд макрочастицы, запишем формулу для среднеквадратичного отклонения поля:

$$E_{z,t}(\xi) = \frac{1}{\eta\sigma_r} \sqrt{QN_0 b_0(\sigma_r) \left(\operatorname{erfc}\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{\Delta\xi}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \right)}. \quad (21)$$

Затравка должна побеждать шум везде, в том числе и в конце пучка, где шум

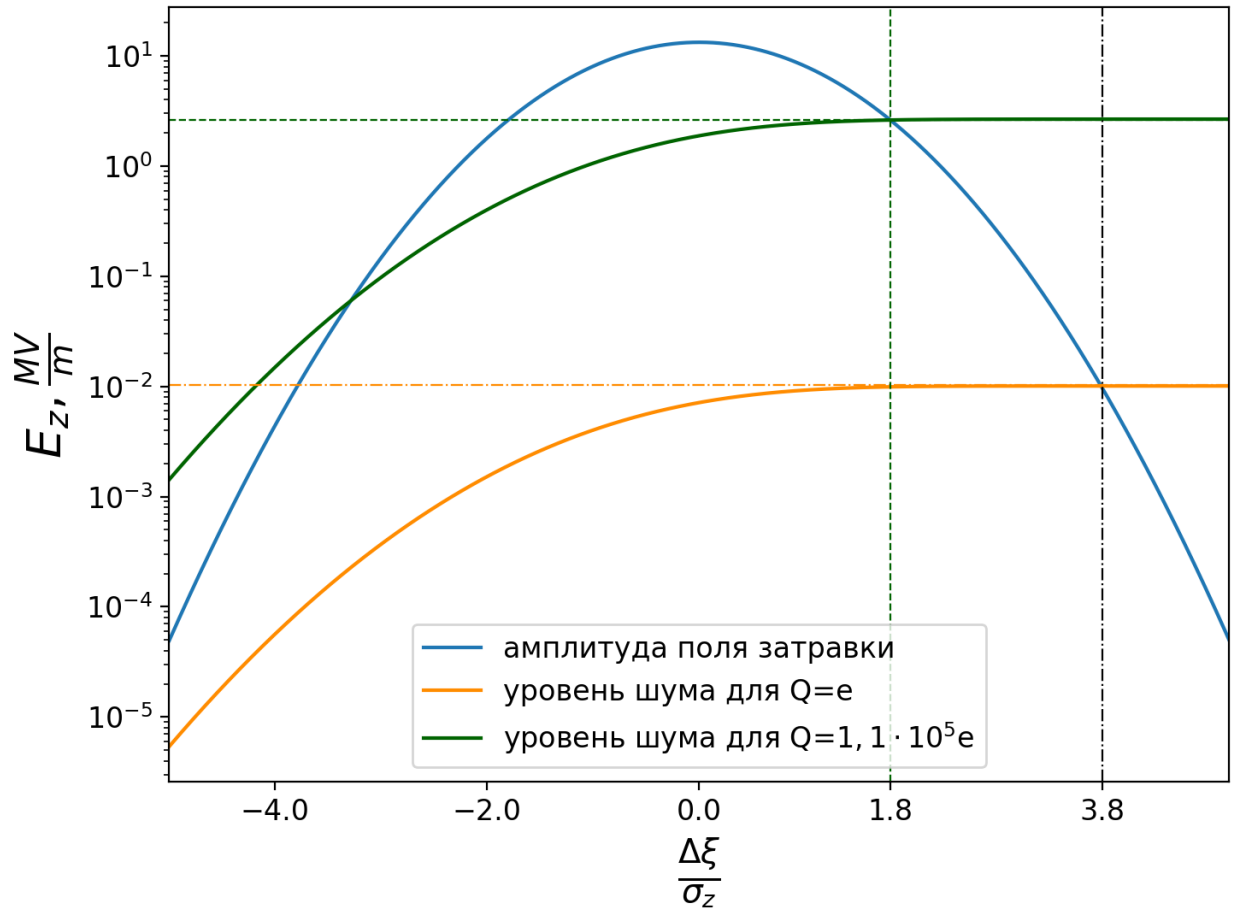


Рисунок 1: Сравнение амплитуды поля затравки и уровня шума для двух зарядов макрочастиц Q . Координата $\Delta\xi$ соответствует сдвигу лазерного импульса.

максимальный. Приравняем амплитуду затравки (12) к среднеквадратичному отклонению поля (21), возникающему из-за шума, подставив в формулы параметры пучка, $\Delta\xi = 1,8\sigma_z$ и устремив ξ к минус бесконечности, чтобы рассматривать максимальный шум. Получим оценку заряда макрочастицы $Q_0 \approx 1, 1 \cdot 10^5$ (рис. 1). Следовательно, в пучке существует какой-то источник достаточно большого шума, который, вероятно, связан со структурой

протонного пучка. Природа этого шума не известна. В численном моделировании данный шум можно имитировать дробовым, выбрав заряд макрочастиц, равный Q_0 . При этом не лишним будет убедиться, что при моделировании таким способом контролируемая и неконтролируемая самомодуляции, действительно, будут сменяться при сдвиге лазерного импульса $\Delta\xi = 1,8\sigma_z$. Для этого необходимо ввести какой-то способ оценки стабильности фазы.

Введём коэффициент корреляции двух вариантов моделирования C_0 следующим образом:

$$C_0 = \frac{\sum (E_0 E_1)}{\sqrt{(\sum E_0^2) (\sum E_1^2)}}. \quad (22)$$

Здесь E_0 и E_1 – это массивы со значениями продольных электрических полей на оси, соответствующих массиву координат ξ , взятых с малым постоянным шагом $d\xi = 0,01$. Суммирование ведётся по интервалу от $\xi_{min} = \Delta\xi - 3,6\sigma_z$ до $\xi_{max} = \Delta\xi + 2,1\sigma_z$. То есть, C_0 – это нормированное скалярное произведение двух продольных полей на оси, соответствующих разным вариантам моделирования. Если $E_0 = E_1$, то $C_0 = 1$. Следовательно, для абсолютно повторяющихся полей введённый коэффициент всегда равен единице. Рассмотрим случай, когда $E_0 = A_0 \cos(\xi)$, $E_1 = A_1 \cos(\xi + \varphi)$. При этом интервал по ξ , на котором производится суммирование $\xi_{max} - \xi_{min} = 1,5\sigma_z \approx 240 \gg 2\pi$. В формуле (22) заменим суммирование интегрированием. Это слабо изменит результат, поскольку шаг $d\xi \ll 2\pi$. Тогда получим $C_0 = \cos(\varphi)$. Положим, что φ распределена нормально с математическим ожиданием 0 и дисперсией σ_φ^2 . Такое предположение корректно только для $\sigma_\varphi \ll \pi$. Тогда усреднённый по бесконечной выборке коэффициент выглядит следующим образом:

$$\langle C_0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varphi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(x) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_\varphi^2}\right) dx = \exp\left(-\frac{\sigma_\varphi^2}{2}\right). \quad (23)$$

Следовательно, если E_0 – это поле, полученное при моделировании с малым уровнем шума, а E_1 – с большим, то ситуация сходна с описанной выше, и при усреднении по конечной выборке равенство (23) будет приближённо выполняться, поскольку поля, полученные в моделировании, не критично отличаются от косинуса.

3 Численное моделирование

3.1 Коэффициент корреляции

Проверим при помощи моделирования предположение о влиянии дробового шума на стабильность фазы в процессе самомодуляции. Получим зависимость усреднённого коэффициента корреляции от заряда макрочастицы для исследуемого сдвига лазерного импульса $\Delta\xi = 1,8\sigma_z$. Если предположение верно, то усреднённый коэффициент корреляции должен монотонно уменьшаться с увеличением заряда макрочастицы. При сдвиге лазерного импульса вперёд линия на графике зависимости $\langle C_0 \rangle(Q)$ должна опускаться вниз, а при сдвиге назад – подниматься вверх. Чтобы убедиться в этом, получим также соответствующие зависимости для сдвигов лазерного импульса $\Delta\xi = 2,0\sigma_z$ и $\Delta\xi = 1,6\sigma_z$. Оценку заряда макрочастицы, при котором контролируемая самомодуляция переходит в неконтролируемую для сдвига лазерного импульса $\Delta\xi = 1,8\sigma_z$, найдём как пересечение графика зависимости $\langle C_0 \rangle(Q)$ для $\Delta\xi = 1,8\sigma_z$ с горизонтальной прямой, задающей заранее выбранный уровень переходного значения $\langle C_0 \rangle_c$.

Выберем стандартное отклонение фазы в 7,5% от периода в качестве граничного. Рассмотрим влияние такого отклонения в линейной волне (рис. 2). Область в которой электроны могут стабильно ускоряться составляет четверть периода, поскольку продольные и поперечные поля сдвинуты по фазе на $\pi/2$. Положим в плазму инжектируют прямоугольный пучок электронов. Если фаза стабильна, то захватывается 100%. Если происходит сдвиг фазы в ту или иную сторону на σ_φ , то доля захвата составляет $(1 - 7.5\%/25\%) = 70\%$. При этом в половине случаев максимальное поле, в котором ускоряются электроны, падает на 11%. Выбранное стандартное отклонение приемлемо в качестве граничного. Подставим в формулу (23) $\sigma_\varphi = 0,075 \cdot 2\pi = 0,15\pi$:

$$\langle C_0 \rangle_c = \exp\left(-\frac{(0,15\pi)^2}{2}\right) \approx 0,895 \approx 0,9. \quad (24)$$

Получим данные для построения графика усреднённых коэффициентов корреляции. Для этого сначала вычислим контрольные данные – продольные электрические поля на оси для каждого сдвига лазерного импульса ($\Delta\xi = 1,8\sigma_z$; $\Delta\xi = 2,0\sigma_z$; $\Delta\xi = 1,6\sigma_z$) при $Q \ll Q_0$. Далее, для каждого

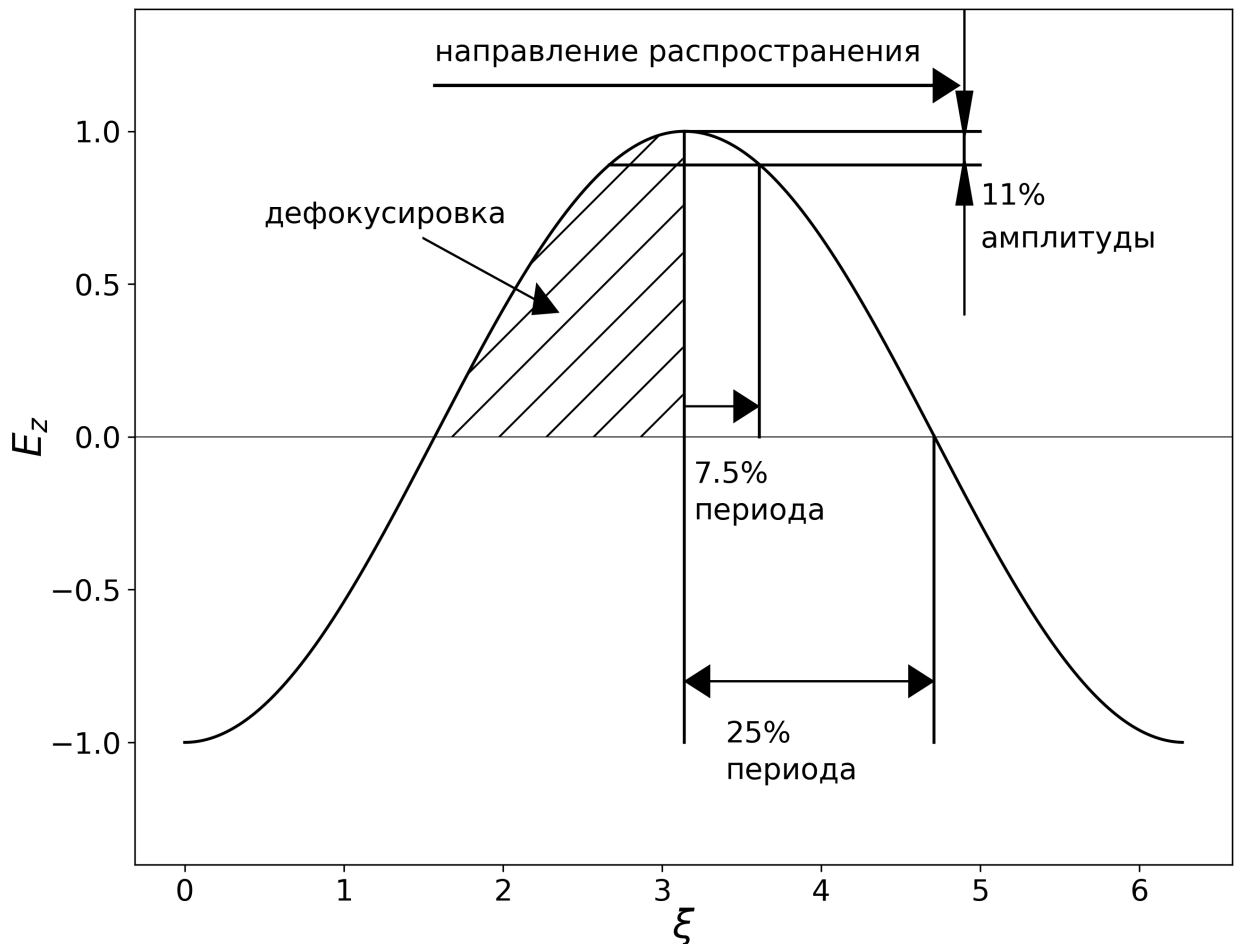


Рисунок 2: Зависимость продольного поля от фазы для синусоидальной кильватерной волны.

сдвига лазерного импульса проведём серии моделирований с разным зарядом макрочастиц, изменяя инициализацию датчика случайных чисел. Число моделирований в серии не меньше десяти. По полученным данным для каждой серии вычислим средний коэффициент корреляции и статистическую ошибку. По этим данным построим график.

График усреднённых коэффициентов корреляции (рис. 3) ведёт себя ожидаемо. При увеличении заряда макрочастицы коэффициент $\langle C_0 \rangle$ уменьшается. Чем дальше вперёд сдвигается лазерный импульс, тем ниже лежит линия усреднённых коэффициентов корреляции. Сделанной ранее оценке переходного режима (24) соответствуют макрочастицы с зарядом $Q \approx 2 \cdot 10^5$ (рис. 3). Учитывая использованные допущения, такой результат в целом согласуется с теоретической оценкой Q_0 , поэтому в дальнейшем будем использовать результат теоретической оценки.

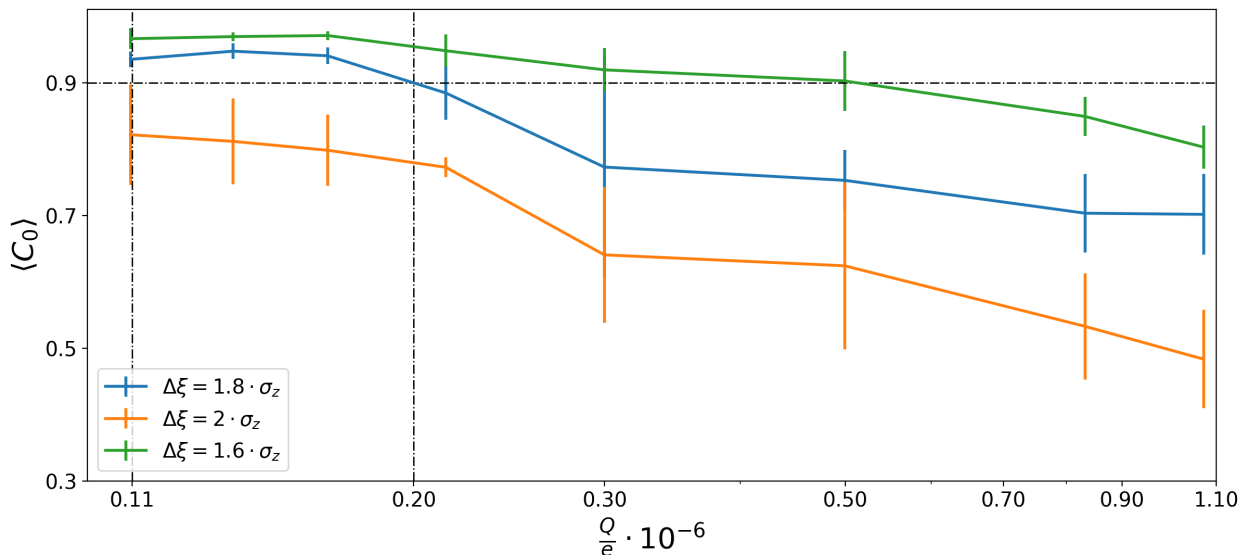


Рисунок 3: Зависимость усреднённого коэффициента корреляции, полученного из моделирования, от заряда макрочастицы.

3.2 Постановка моделирования

Для моделирования движения пучка в плазме используем программу Icode [5]. Это двумерный квазистатический код с возможностью моделирования в цилиндрической геометрии.

Для начала введём два названия, которые должны упростить процесс описания. Назовём заднюю часть протонного пучка, находящуюся за лазерным импульсом, хвостом, а переднюю часть, расположенную перед лазерным импульсом – головой. Определим влияния головы протонного пучка на хвост в схеме со второй предионизованной секцией.

Используем следующую схему решения (рис. 4): сначала моделируем движение хвоста протонного пучка в плазме на протяжении 10 метров с низким уровнем шума при сдвиге лазерного импульса $\Delta\xi = 1,8\sigma_z$. За этот промежуток задняя часть пучка самомодулируется. Назовём получившуюся последовательность микросгустков промежуточным пучком. К промежуточному пучку добавляем голову протонного пучка, пересчитанную на положение после движения в вакуумной промежуточной секции в течение 10 метров. Макрочастицы головы имеют заряд Q_0 , что соответствует выбранному ранее уровню шума (Рис. 4а). Движение полного пучка в плазме моделируется ещё на протяжении 30 метров (так называемый «вариант с головой»). Рис. 4б). При этом моделирование полного пучка проводится многократно с раз-

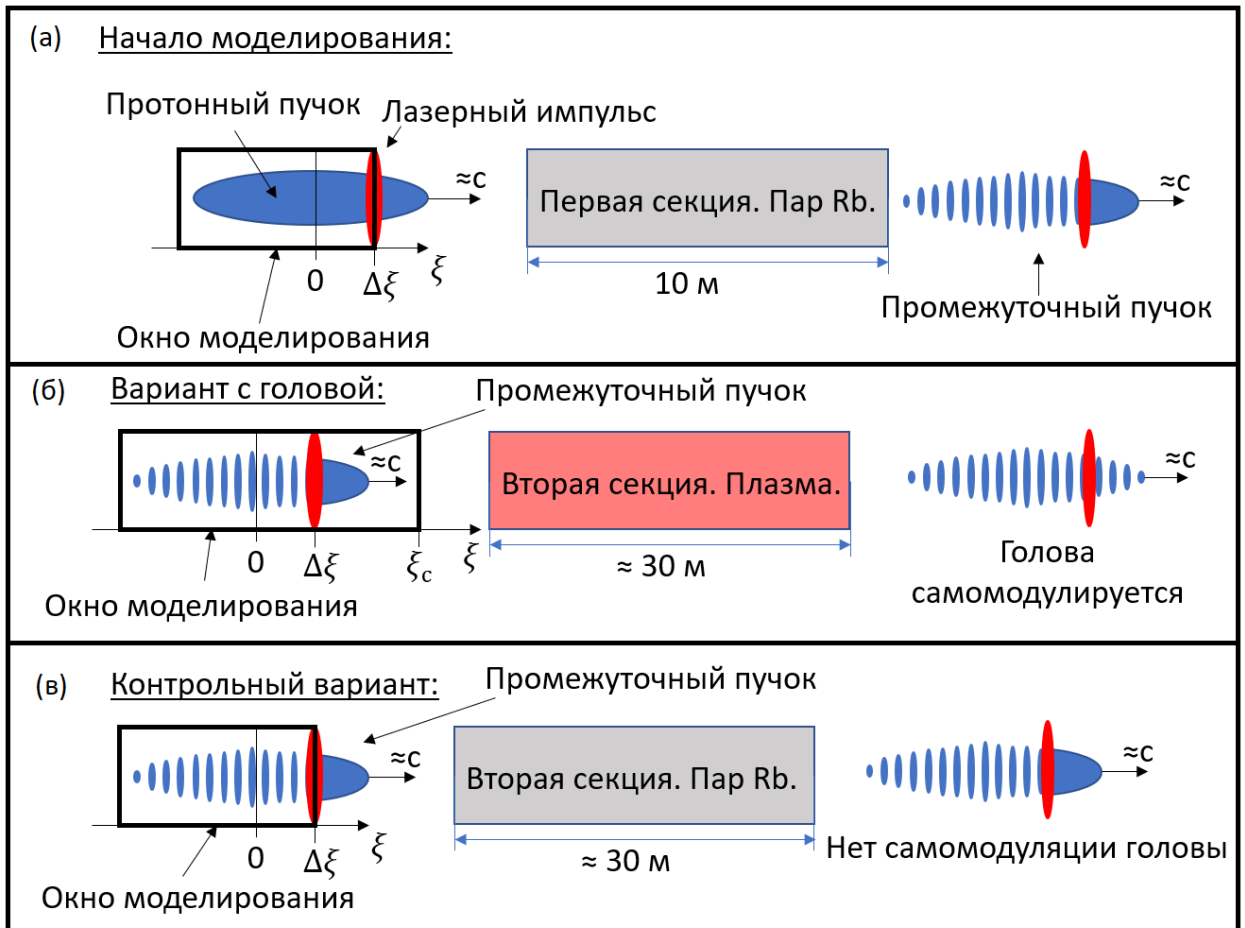


Рисунок 4: Схема моделирования.

ной инициализацией датчика случайных чисел. В процессе моделирования полного пучка в файлы записывается максимальная амплитуда продольного электрического поля на оси для каждого шага по времени, а также положение всех локальных максимумов и минимумов кильватерного потенциала на оси для каждого шага по времени. Также моделируется движение промежуточного пучка в плазме на протяжении 30 метров с выводом тех же данных, что и для полного пучка. Тем самым находятся данные контрольного варианта (рис. 4в), соответствующие схеме без предионизованной плазменной секции.

Убедимся также в корректности моделирования полного протонного пучка. Окно моделирования начинается с положения $\xi_c = 898,44$ (рис. 4б). Амплитуду продольного поля, возникающую при вынужденной обрезке пучка окном моделирования, посчитаем, подставив в формулу (13) $\Delta\xi = \xi_c$. Получим

$$E_a(\xi_c) = 1,3 \cdot 10^{-9}. \quad (25)$$

Эту амплитуду следует сравнить с характерным уровнем шума, создаваемого головой пучка в момент её вхождения в плазму, поскольку затравкой для самомодуляции головы служит как раз шум. Для этого немного преобразуем формулу (21), убрав из-под корня слагаемое, связанное с сечением пучка лазерным импульсом, заменив Q на Q_0 , и подставив вместо ξ положение лазерного импульса $\Delta\xi$, а вместо σ_r — новый радиус σ_{r1} :

$$E_{z,h} = \frac{1}{\eta\sigma_{r1}} \sqrt{Q_0 N_0 b_0(\sigma_{r1}) \operatorname{erfc}\left(\frac{\Delta\xi}{\sqrt{2}\sigma_z}\right)}. \quad (26)$$

Новый радиус σ_{r1} отличается от старого за счёт того, что пучок имеет не нулевой угловой разброс α_0 (таблица 2). Голова протонного пучка в реальном эксперименте, конечно же, будет лететь через пары рубидия, однако для рабочей плотности влияние газа не приведёт к каким-либо существенным отличиям по сравнению с распространением головы протонного пучка в вакууме. Зависимость радиуса σ_{rf} от пройденного пучком расстояния s при свободном распространении имеет следующий вид:

$$\sigma_{rf}(s) = \sqrt{\sigma_r^2 + \alpha_0^2 s^2}. \quad (27)$$

Расчитаем радиус пучка через 10 метров σ_{r1} :

$$\sigma_{r1} = \sigma_{rf}(26600) = 0,988. \quad (28)$$

Воспользуемся формулами (26) и (27), чтобы посчитать уровень шума, создаваемого головой. Получим

$$E_{z,h} \approx 0,232 \cdot 10^{-3}. \quad (29)$$

Значение (29) приблизительно на пять порядков больше значения (25). Значит, длина окна моделирования для варианта с головой (рис. 4б) была выбрана правильно, и голова протонного пучка действительно самомодулируется под действием ленгмюровского шума.

3.3 Результаты моделирования

В результате описанных в предыдущем пункте моделирований был получен большой массив данных. Наиболее наглядно их можно представить

в виде графиков и цветowych карт. Первый параметр, важный для данной работы, – это амплитуда продольных электрических полей, поскольку главной задачей эксперимента AWAKE является отработка технологии ускорения электронов в кильватерной волне с протонным драйвером. Значимым фактором является отличие вариантов с головой протонного пучка от контрольного варианта. Варианты с головой отличаются друг от друга инициацией датчика случайных чисел, который используется при создании передней части пучка. Таким образом, в разных вариантах отличается начальная затравка для самомодуляции головы.

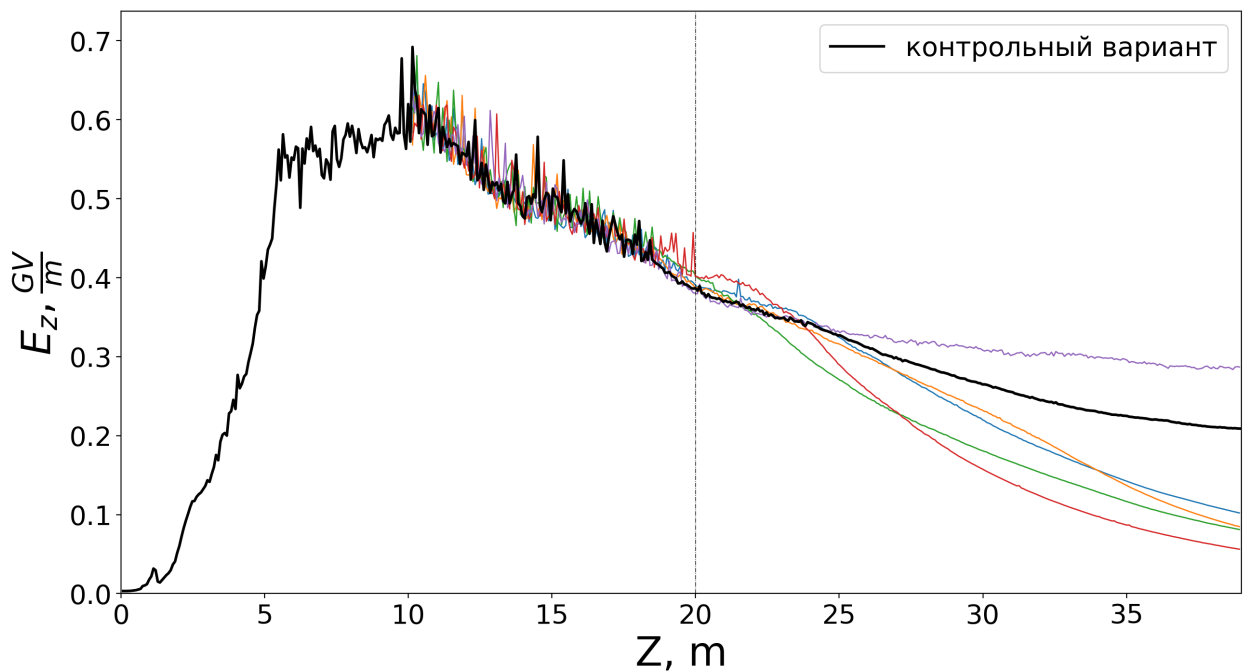


Рисунок 5: Зависимость максимальной амплитуды продольного поля на оси от пройденного пучком расстояния для контрольного варианта и вариантов с головой. Первые 10 метров – самомодуляция хвоста, остальные – распространение во второй секции.

График максимальной амплитуды продольных электрических полей представлен на рисунке 5. По полученным данным можно сделать вывод, что повторяемость зависимости максимальной амплитуды поля от времени может выполняться на протяжении 20 метров от начала первой секции, после чего поля для разных вариантов начинают расходиться, и к 35 метрам уже имеют значительный разброс.

Второй параметр, важный для данной работы – это стабильность фазы кильватерной волны. По положениям локальных максимумов рассчитыва-

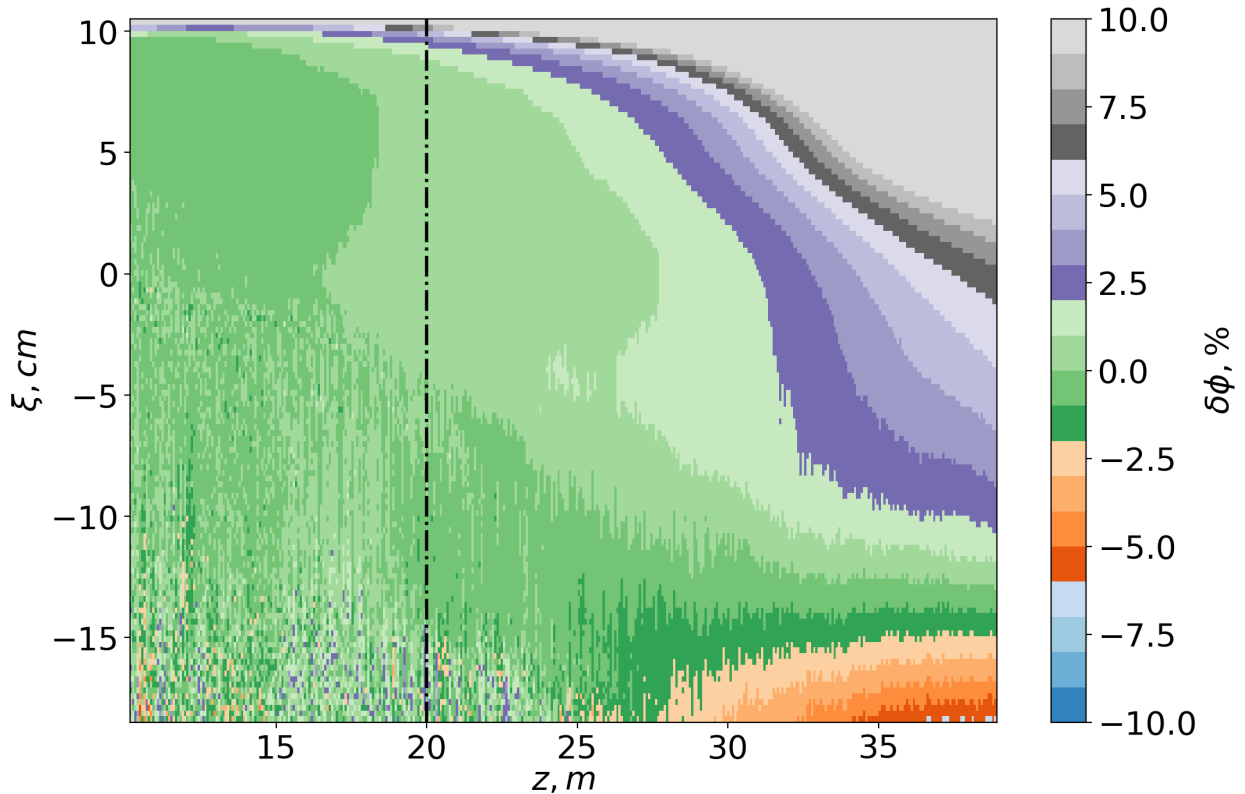


Рисунок 6: Картина отклонения по фазе между лучшим и контрольным вариантами.

ем фазу волны на оси для каждого варианта. После чего от фазы вариантов с головой отнимаем фазу контрольного варианта. По полученным данным строим фазовые картины (рис. 6 и рис. 7), на которых цветом изображена зависимость отклонения фазы (в процентах от периода кильватерной волны) от координаты вдоль пучка ξ и пройденного пучком расстояния z . Координата z отсчитывается от начала первой секции. В данной работе приведены лишь лучшая (рис. 6) и худшая (рис. 7) фазовые картины для упрощения восприятия.

Порог допустимого отклонения по фазе определяется в зависимости от желаемых параметров ускоренного электронного пучка. Здесь требования к стабильности фазы выше чем в случае самомодуляции хвоста протонного пучка. Для получения малого разброса энергии в ускоренном электронном пучке, он должен быть очень коротким. Примем условно, что отклонение в пределах 2% от периода приемлемо. Тогда изменение амплитуды в линейной волне можно оценить как $(1 - \cos(2\pi \cdot 0.02)) \approx 0.01 = 1\%$. Отклонение в пределах 6% от периода примем допустимым. Оно соответствует измене-

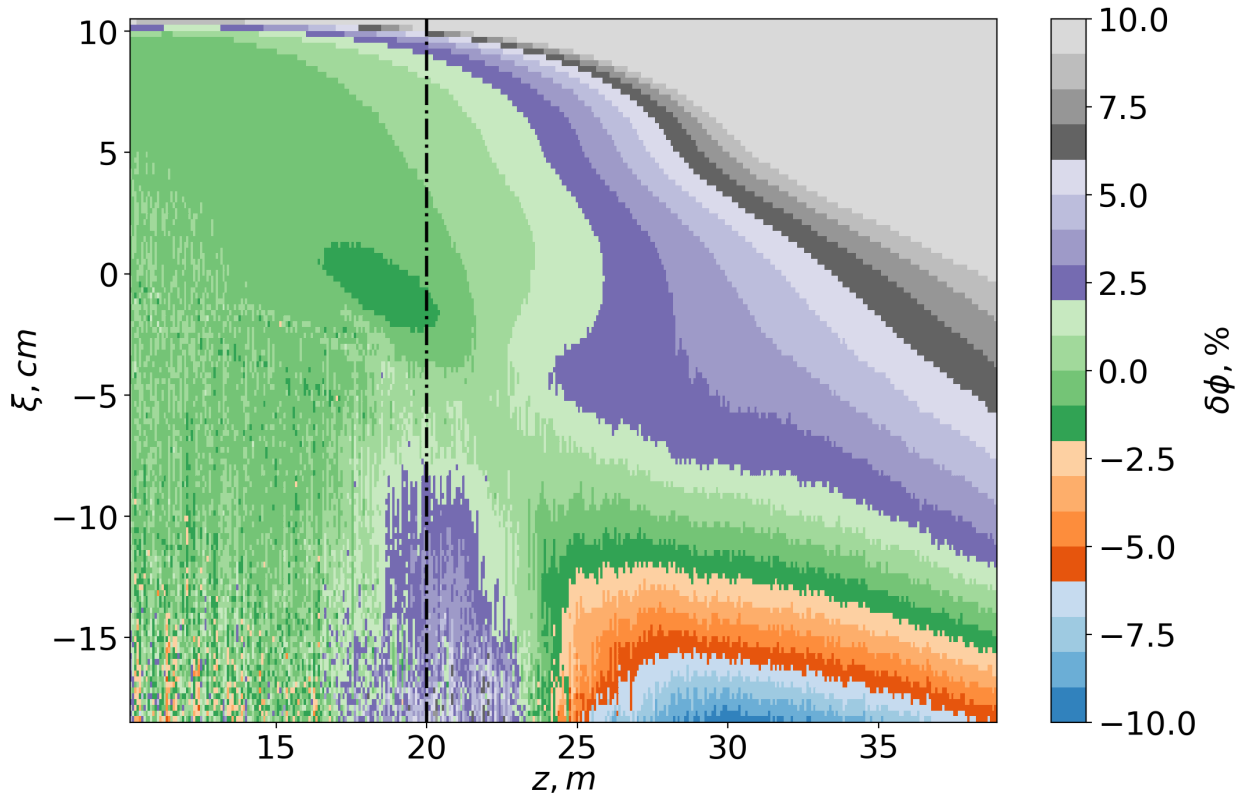


Рисунок 7: Картина отклонения по фазе между худшим и контрольным вариантами.

нию амплитуды в синусоидальной волне на 7%. А отклонение больше 6% от периода уже критично. Тогда, по лучшей (рис. 6) и худшей (рис. 7) фазовым картинам можно сделать вывод, что фаза волны ведёт себя приемлемо в значительной области по координате ξ на протяжении 20 метров от начала первой секции. В худшем случае (рис. 7) критичное отклонение по фазе начинается с $z \approx 25$ м и $\xi \approx -16$ см. В обоих случаях с $z \approx 30$ м начинается разрушение кильватерной волны, идущее от головы протонного пучка (серая область в правом верхнем углу). Строго говоря, в некоторых вариантах фаза смещается в другую сторону, и разрушение волны происходит не с увеличением фазы, а наоборот, с уменьшением.

3.4 Обсуждение результатов

По полученным данным, можно сделать вывод, что для рабочей плотности плазмы применимо использование второй предионизованной секции длиной не более 10 метров. При большей длине могут возникнуть сложности из-за случайного влияния головы протонного пучка, эволюционирующей

в плазме, на амплитуду и фазу кильватерной волны. Однако утверждать с полной уверенностью, что в эксперименте будет наблюдаться подобное негативное влияние со стороны головы, нельзя. В данной работе в качестве источника затравки для головы использовался ленгмюровский шум. Природа же реального шума не известна. Это означает, что самомодуляция головы в реальном эксперименте может происходить по-другому. Для получения более точных результатов о применимости схемы со второй преионизованной секцией необходимы экспериментальные данные по природе и уровню шума в реальном пучке.

4 Заключение

Был исследован вопрос влияния передней части протонного пучка, эволюционирующей во второй преионизованной секции, на заднюю часть протонного пучка. Для этого, опираясь на экспериментальный факт, был теоретически оценен, а также проверен численным моделированием, уровень ленгмюровского шума, приводящий к неконтролируемой самомодуляции задней части протонного пучка при сдвиге лазерного импульса на $\Delta\xi = 1,8\sigma_z$. В дальнейшем реальный шум передней части протонного пучка имитировался ленгмюровским шумом с найденным ранее уровнем. Была сделана серия моделирований самомодуляции передней части протонного пучка во второй преионизованной секции. Задняя разбивающаяся на микросгустки часть пучка считалась вместе с передней самомодулирующейся частью протонного пучка. Получены зависимости максимальных амплитуд продольного поля на оси от расстояния, пройденного пучком. Получены отклонения фазы вариантов с головой протонного пучка от варианта без головы, и худший с лучшим результаты представлены в виде фазовых картин (рис. 6 и рис. 7). Из всех этих данных можно сделать вывод, что для сдвига лазерного импульса $\Delta\xi = 1,8\sigma_z$ применима схема со второй преионизованной секцией при условии, что её длина не превышает 10 метров. В данной работе в качестве источника шума использовался ленгмюровский шум. Однако природа реального шума не известна. Для проведения более точных исследований необходимы экспериментальные данные о природе и уровне шума в реальном пучке.

5 Список литературы

1. Path to AWAKE: Evolution of the concept / A. Caldwell [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2016. — Т. 829. — С. 3—16. — (2nd European Advanced Accelerator Concepts Workshop - EAAC 2015).
2. Acceleration of electrons in the plasma wakefield of a proton bunch / E. Adli [и др.] // Nature. — 2018. — Т. 561, № 7723. — С. 363—367.
3. AWAKE, The Advanced Proton Driven Plasma Wakefield Acceleration Experiment at CERN / E. Gschwendtner [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2016. — Т. 829. — С. 76—82.
4. *Olsen V. K. B., Adli E., Muggli P.* Emittance preservation of an electron beam in a loaded quasilinear plasma wakefield // Physical Review Accelerators and Beams. — 2018. — Т. 21, № 1. — С. 011301.
5. LCODE. — URL: <https://lcode.info>.
6. *Lotov K. V.* Controlled self-modulation of high energy beams in a plasma // Physics of Plasmas. — 2011. — Т. 18, № 2. — С. 024501.
7. *Chen P.* A POSSIBLE FINAL FOCUSING MECHANISM FOR LINEAR COLLIDERS // Particle Accelerators. — 1987. — С. 12.
8. Natural noise and external wakefield seeding in a proton-driven plasma accelerator / K. Lotov [и др.] // Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams. — 2013. — Т. 16.