



15
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.Н. Филонов

**К ВОПРОСУ О ЛЕСТНИЦЕ
ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ
В НЕСОРАЗМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ**

ПРЕПРИНТ 89-18



НОВОСИБИРСК

К вопросу о лестнице
фазовых переходов
в несоразмерных структурах

А.Н. Филонов

Институт ядерной физики
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

В рамках модели двух взаимодействующих упругих цепочек найдена зависимость, имеющая лестничный вид, параметра порядка системы ρ (плотности дислокаций) от параметра несоразмерности δ , в которой определен характерный размер ступени и общий вид лестницы. Обсуждаются динамическое решение и экспериментальные проявления данной модели.

1. ВВЕДЕНИЕ

Эффекты несоразмерности в одномерных моделях обсуждались в огромном количестве работ. Значительное число их посвящено изучению модели одномерной цепочки атомов с периодом a , связанных упругими пружинами и взаимодействующих с периодическим полем с периодом b . Эта модель берет свое начало от работы Френкеля и Конторовой [1]. Она обобщена на случай $a \neq b$ и изучена в ряде последующих работ, в частности: в работах Франка и Ван дер Мерве [2], Теодороу и Райса [3], Покровского и Талапова [4], Обри [5], Грина [6], Бака [7] и т. д. Основное состояние модели впервые было найдено в 1949 г. Франком и Ван дер Мерве [2], с тех пор модель носит название FVdM-модель. История развития FVdM-теории [8] интересна, она многократно и независимо переоткрывалась в самых различных областях физики. В 1964 г. Дзялошинский вывел эту теорию при изучении переходов из ферромагнитной фазы в геликоидальную магнитную структуру [9]. В 1968 г. Де Жен предложил ее применительно к холестерическому жидкому кристаллу в магнитном поле [10]. В 1976 г. Мак Миллан решил FVdM-модель численно с высокой точностью при анализе IC-перехода из несоразмерной в соразмерную фазу в слоистых соединениях, таких как $TaSe_2$, [11]. В 1976 г. Бак и Эмери [12], в 1978 г. Булаевский и Хомский [13] решили модель Мак Миллана аналитически, возвратившись к FVdM-решению. Развитие модели шло по пути изучения стабильности FVdM-решения относительно включения других степеней свободы. Например, учет конечной упругости системы, создающей потенциал, был проведен в работах

Брюса и Каули [14], Бака и Тиммонена [15]. В [14], так же, как позднее для FVdM-модели в [16], учет однородного изменения периода потенциала привел к тому, что IC-переход стал переходом первого рода по параметру несоизмерности. В [15], так же, как для FVdM-модели в [17], была предпринята попытка учета также неоднородных деформаций системы потенциала, приведшая к возвращению FVdM-решения, только с перенормированной упругой константой, IC-переход вновь стал переходом второго рода по параметру несоизмерности. Проведенный в [16, 17] анализ влияния неоднородных смещений оказался в области несоизмерной фазы неполным, не была учтена асимметрия плотностей цепочек в области дислокации, которая приводит к появлению в FVdM-гамильтониане асимметричного по параметру несоизмерности члена, имеющего смысл поверхностной энергии, [18]. С учетом этого переход стал асимметричным, при одном знаке δ он первого рода, при другом — второго.

В большинстве из перечисленных работ потенциал выбирался в виде косинуса, при этом считалось, что учет только одной гармоники не влияет на общность модели. Проведенные в последнее время численные исследования для потенциала с двумя гармониками [19] показали, что это не так. В этой связи представляет интерес провести аналитическое исследование для произвольного вида потенциала.

2. ЭФФЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТониАН МОДЕЛИ ДВУХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЦЕПОЧЕК

Рассмотрим модель двух взаимодействующих цепочек с несоизмерными периодами, являющуюся наиболее простой системой, обладающей основными свойствами несоизмерной фазы. В [18] получена потенциальная энергия взаимодействия двух цепочек, с коэффициентами упругости λ , κ и периодами a , b , $a/b = 1 + \delta$, при условии $|\delta| \ll 1$, $V/\lambda \ll 1$

$$H_{\text{пот}} = \int_0^L \left[\frac{\tilde{\lambda}}{2} \left(\frac{d\Phi}{dx} - \delta \right)^2 + V(\Phi) + H_{\text{ас}} \right] dx, \quad (1)$$

$$H_{\text{ас}} \approx \frac{\tilde{\lambda}^2}{2\kappa} \delta \rho^2, \quad \tilde{\lambda} = \frac{\lambda\kappa}{\lambda + \kappa}.$$

Случай, когда $a/b = m/n + \delta_n$, $|\delta_n| \ll 1$, где m, n — целые числа, был рассмотрен в работах [3, 4], при $\kappa = \infty$ и потенциале межатомного взаимодействия $V(\Phi)$ равного $V_0 \cos \Phi$. Выбор столь вырожденного потенциала, когда $V''(\Phi) = -V(\Phi)$, привел к тому, что интервалы соразмерных областей получились очень узкими, $|\delta_n| < \delta_c^n$, где $\delta_c \sim \sqrt{V_0/\lambda}$. Те же вычисления [3, 4] в общем случае приводят с точностью $o(V/\lambda)$ к следующему результату:

$$H_{\text{пот}} = \int_0^{L/n} \left[\frac{\lambda}{2n} \left(\frac{d\Phi}{dx} - n\delta_n \right)^2 + V_n(\Phi) \right] dx,$$

$$V_n(\Phi) = \sum_{k=0}^{n-1} V\left(\Phi + \frac{kb}{n}\right). \quad (2)$$

Аналогичной потенциальной энергией описывается цепочка из L/n атомов, с упругостью λ/n , межатомным периодом $b/n + bn\delta_n$ в потенциале $V_n(\Phi)$, с периодом b/n . Для интервалов соразмерности в невырожденном случае имеет место:

$$-\frac{1}{\sqrt{n}} \delta_{n,c} < \delta_n < \frac{1}{\sqrt{n}} \delta_{n,c},$$

$$\delta_{n,c} = \frac{n}{b} \int_0^{b/n} \sqrt{\frac{2}{\lambda} [V_n(\Phi) - V_{n,\text{min}}]} d\Phi. \quad (3)$$

Оценим максимальное число N (знаменателя отношения m/n) из условия непересечения соразмерных областей $\delta_n - \delta_{n+1} < 1/n^2$. Предполагая, что $\delta_{n,c}$ слабо зависит от n , имеем $N \sim \delta_c^{-2/3}$. При пересечении областей реализуется соразмерное состояние с меньшим n . Если $\kappa \neq \infty$, то, с учетом результатов [18], имеем следующую последовательность фазовых переходов, рис. 1, где $\rho = [\Phi(L) - \Phi(0)]/L$ — плотность дислокаций. Область по параметру δ , занимаемая соразмерной фазой, больше области несоизмерной фазы, поэтому лестница, рис. 1, является полной, скорее даже завершенной, чем неполной, как это было получено в предыдущих работах. Вблизи каждого перехода первого рода имеется область значений δ , для которых квантовое состояние системы обусловлено тунелированием между двумя локальными минимумами с $\rho = m/n$ и $\rho = \rho_{n,c}$. Соответствующие им динамические реше-

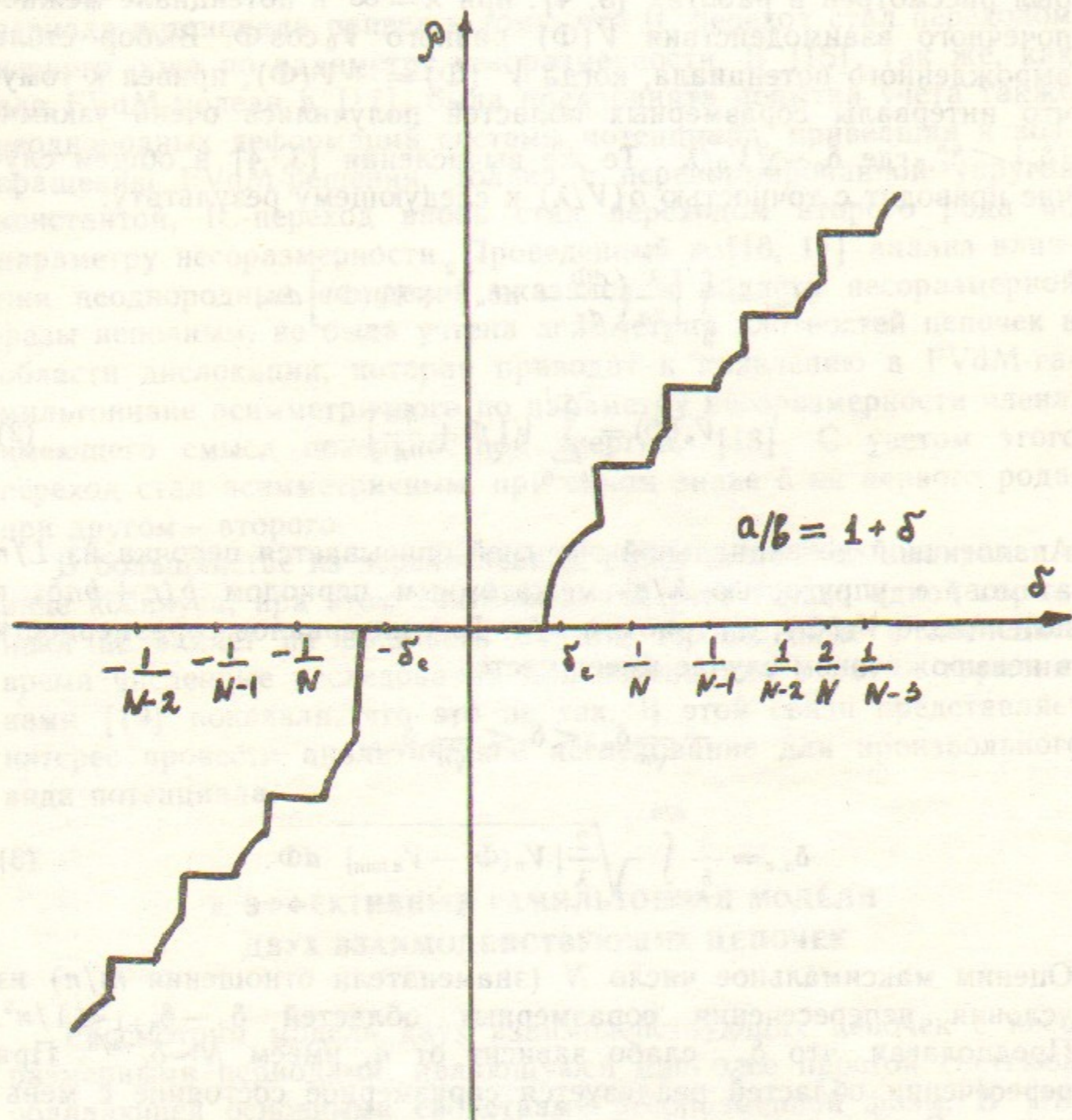


Рис. 1.

ния являются колебаниями с макроскопическими смещениями каждого атома цепочек друг относительно друга в противофазе, т. е. имеют вид «гармошки». Попытаемся оценить характерную частоту этих колебаний. В [18] было замечено, что решение на минимум (1) совпадает с решением модели [16], в которой одна из цепочек могла подвергаться только однородной деформации. Обратимся к этой упрощенной модели и запишем для нее эффективный лагранжиан:

$$\mathcal{L} = \int_0^L \left[\frac{\tilde{m}\dot{\Phi}_i^2}{2} + \frac{M\delta_i^2}{2} - \frac{\tilde{\lambda}}{2}(\Phi_x^2 - \delta)^2 - V(\Phi) - \frac{\kappa}{2\delta_0}(\delta_0 - \delta)^2 \right] dx, \quad (4)$$

$$\tilde{m} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Обратим внимание на кинетическую энергию однородной решетки $\frac{M\delta_i^2}{2}$. Масса M пропорциональна $m_2\delta_0 L^2$. Это следует из следующих соображений. При получении эффективной потенциальной энергии (1) была исключена масса, равная $m_2\rho L \sim m_2\delta_0 L$. Множитель L^2 возникает из квадрата скорости L -го атома. Уравнения движения имеют вид

$$\begin{cases} \tilde{m}\ddot{\Phi}_i + \tilde{\lambda}\ddot{\Phi}_x + V_\Phi(\Phi, b) = 0 \\ M\ddot{\delta}_i + \frac{\kappa}{\delta_0}\delta + \frac{1}{L} \int_0^L [V_\delta(\Phi, b) - \tilde{\lambda}\rho] dx = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Собственная частота второго, линейного по δ уравнения есть

$$\Omega = \sqrt{\frac{\kappa}{M\delta_0}} \sim \sqrt{\frac{\kappa}{m_2(L\delta_0)^2}} \approx \frac{\omega_2}{L\rho_c}, \quad (6)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{\kappa}{m_2}}$$

Так как мы ищем когерентное колебание двух цепочек, то эта частота является искомой для нашего решения.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несоразмерная фаза проявляется в самых разных физических системах и обусловлена различными механизмами и микроскопическими силами. Конечно, микроскопический гамильтониан, описывающий волны зарядовой плотности в металлах, будет сильно отличаться от спинового гамильтониана, описывающего геликоидальные магнитные структуры, но можно надеяться, что характерные черты у них совпадут, так как феноменологически они описываются одной FVdM-моделью. С экспериментальной точки зрения, для обнаружения последовательности переходов, подобной рис. 1, наиболее перспективными являются кристаллы со спиральной магнитной структурой и небольшой магнитной анизотропией. Предварительные исследования в CsCuCl_3 с геликоидальной магнитной структурой методом импульсного АФМР показали, что для высокочастотной моды имеет место ступенчатое поведение полевых и температурных зависимостей [20].

В заключение выражаю глубокую благодарность участникам семинара В.Г. Зелевинского за полезное обсуждение результатов работы и признательность В.Н. Васильеву за информацию об эксперименте.

ЛИТЕРАТУРА

1. Френкель Я.И., Конторова Т. ЖЭТФ, 1938, т.8, с.1340.
2. Frank F.C., Van der Merwe J.H. Proc. R. Soc., 1949, v.198, p.205.
3. Theodorou G., Rice T.M. Phys. Rev., 1978, v.B18, p.2840.
4. Покровский В.Л., Талапов А.Л. ЖЭТФ, 1978, с.1156.
5. Aubry S. Solitons and Condensed Matter Phys., ed. A.R. Bishop and Shreider.
6. Green J.M. J. Math. Phys., 1979, v.20, p.1183.
7. Bak P. Phys. Rev. Lett., 1979, v.46, p. 791.
8. Bak P. Rep. Prog. Phys., 1981, v.45, N 6, p.587.
9. Дзялошинский И.Е. ЖЭТФ, 1964, т.47, с.1420.
10. De Gennes P.G. J. Chem. Phys., 1968, v. 48, p.2257.
11. McMillan W.L. Phys. Rev., 1976, v.B14, p.1406.
12. Bak P, Emery V.J. Phys. Rev. Lett., 1976, v.36, p.978.
13. Булаевский Л.Н., Хомский Д.И. ЖЭТФ, 1978, т.74, с.1863.
14. Bruce A.D., Cowley R.A. J. Phys., C: Solid St. Phys., 1978, v.11, p.3609.
15. Bak P., Timmonen J. J. Phys., C: Solid St. Phys., 1978, v.11, p.4901.
16. Филонов А.Н. ФТТ, 1983, т.25, с.2524.
17. Люксютов И.Ф. ЖЭТФ, 1982, т.82, с.1267.
18. Филонов А.Н. ФТТ, 1988, т.30, с.28.
19. Green J.M. Phys. Rev. A: Gen. Phys., 1987, v.36, № 12, p.5858.
20. Петраковский Г.А., Васильев В.Н., Долина В.А. Тезисы симпозиума — спутника IX школы AMPERE, 1987.

А.Н. Филонов

К вопросу о лестнице
фазовых переходов
в несоразмерных структурах

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 16 февраля 1989 г.
Подписано в печать 20.02. 1989 г. МН 10058
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 0,7 печ.л., 0,6 уч.-изд.л.
Тираж 180 экз. Бесплатно. Заказ № 18

Набрано в автоматизированной системе на базе фото-
наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и
отпечатано на ротапринтере Института ядерной физики
СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.