

80
И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 77 - 80

Н.А.Винокуров, В.Н.Корчуганов, Г.Н.Кулипанов,
В.Н.Литвиненко, Е.А.Переведенцев, А.Н.Скринский

СИНХРОБЕТАТРОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ
ПРИ НУЛЕВОМ ХРОМАТИЗМЕ

Новосибирск

1977

SYNCHROBETATRON RESONANCES AT ZERO VALUE OF CHROMATICITY

N.A.Vinokurov, V.N.Korchuganov, G.N.Kulipanov,
V.N.Litvinenko, E.A.Perevedentsev, A.N.Skrinsky

Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk

The behavior of the beam in storage rings and accelerators is significantly influenced by synchrobetatron resonances. They are generally considered to be caused by the non-compensated chromaticity (i.e. by the momentum dependence of the betatron frequency). In this approach the synchrobetatron resonances vanish if the chromaticity goes to zero.

However, it has been shown that in the presence of transverse (i.e. normal to the equilibrium orbit) electric or magnetic fields oscillating with the integer multiple of the revolution frequency ($\omega = q \cdot \omega_0$) synchrobetatron resonances $\nu_{x,2} + h\nu_s = m$ do arise at zero chromaticity. The resonance strength is proportional to $J_n(2\pi \frac{l}{\lambda})$, where J_n is n-th order Bessel function, l is the bunch length, λ is the wavelength of the HF field. Thus, the latter resonances are severe in the high energy storage rings (SPEAR II, DORIS, VEPP-4, PEP), wherein ν_s is large enough (~ 0.1) and $l/\lambda \sim 1$.

The results obtained give an explanation of the chromaticity-independent synchrobetatron sidebands of the integer resonances, observed in SPEAR II with the orbit distortion in the RF cavities taken into account.

The simple method for compensation of such resonances has suggested.

The estimates have been made for tolerable orbit distortions in the RF cavities of VEPP-4.

СИНХРОБЕТАТРОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ ПРИ НУЛЕВОМ
ХРОМАТИЗМЕ

Н.А.Винокуров, В.Н.Корчуганов, Г.Н.Кулипанов,
В.Н.Литвищенко, Е.А.Переведенцев,
А.Н.Скринский

Институт ядерной физики СО АН СССР, г.Новосибирск

На многих ускорителях и накопителях экспериментально наблюдались синхробетатронные резонансы, которые оказывали существенное влияние на поведение пучка, его размеры и время жизни (см. например /1,2,3,4/). Основной причиной, вызывающей появление синхробетатронных резонансов (СБР), является зависимость частот бетатронных колебаний от энергии, т.е. наличие хроматизма. Однако, хроматизм может быть скомпенсирован, например, с помощью секступольных коррекций. Поэтому в данной работе мы сосредоточим внимание на других причинах, приводящих к появлению СБР.

Наиболее подробно будет рассмотрен случай, когда на равновесной орбите имеются поперечные электрические или магнитные поля, зависящие от времени, как это бывает, например, при искажении равновесной орбиты в ускоряющих резонаторах. Тогда, как будет показано выше, сила СБР $\nu_{x,z} + n\nu_s = m$ пропорциональна $J_n(2\pi l/\lambda)$, где J_n - функция Бесселя n -го порядка. l - амплитуда продольных колебаний частицы, λ - длина волны ВЧ-поля. Поэтому эти резонансы существенны для электронных накопителей на высокие энергии, таких, как SPEAR II, DORIS, ВЭШ-4, PEP, PETRA, где ν_s достаточно велико ($\sim 0,1$), а $l/\lambda \sim 0,5$. В связи с этим в работе приводятся оценки для предельно-допустимых искажений орбиты в накопителе ВЭШ-4.

Полученные результаты позволяют объяснить синхробетатронные резонансы при нулевом хроматизме, наблюдавшиеся на SPEAR II.

Предложен простой способ подавления таких резонансов.
I. Обычно при рассмотрении синхробетатронных резонансов

учитывается только хроматизм (т.е. зависимость частот бетатронных колебаний от энергии частицы) ^{/5/}. При наличии хроматизма бетатронные колебания оказываются частотно-модулированными синхротронной частотой из-за того, что частица в накопителе совершает энергетические колебания. Частотная модуляция приводит к появлению в спектре бетатронных колебаний боковых полос с частотами $\nu = \nu_{x,z} + n\nu_s$. Амплитуда n -ой боковой полосы (a , следовательно, и сила СБР $\nu_{x,z} + n\nu_s = m$) пропорциональна $J_n(\xi_{x,z})$, где $\xi_{x,z} = 2\pi \frac{\Delta \nu_{x,z}}{\nu_s}$; $\Delta \nu_{x,z} = \frac{\partial \nu_{x,z}}{\partial E} \xi$ - амплитуда частотной модуляции, ξ - амплитуда энергетических колебаний.

Необходимо отметить, что при наличии хроматизма боковые синхробетатронные полосы появляются около всех "машинных" резонансов $k_x \nu_x + k_z \nu_z = m$, так как модулируются частоты бетатронных колебаний. Силы боковых синхробетатронных полос в этом приближении определяются хроматизмом и обращаются в нуль при его компенсации.

На SPEAR II, тем не менее, наблюдались ^{/4,6,9/} СБР $\nu_{x,z} - n\nu_s = 5$, сила которых не зависит от хроматизма в больших пределах ($E \frac{\partial \nu}{\partial E} = 0+10$), но сильно зависит от искажений равновесной орбиты. В связи с этим встал вопрос об изучении СБР при нулевом хроматизме.

2. Рассмотрим движение частицы в накопителе в присутствии поперечных (т.е. перпендикулярных к равновесной орбите) полей, меняющихся с частотой $\omega = \nu_p \omega_0$, где ω_0 - частота обращения равновесной частицы. Период обращения частицы T зависит от ее энергии и поэтому, так же, как и энергия, совершает колебания с синхротронной частотой около равновесного значения T_0 . Сила, действующая на частицу, оказывается фазово-модулированной с частотой синхротронных колебаний. Фазовая модуляция приводит к появлению в спектре силы боковых полос с частотами $\nu = \nu_p + n\nu_s$, а, следовательно, и к появлению синхробетатронных резонансов.

Отметим, что в окрестности от случая СБР при $\frac{\partial \nu_{x,z}}{\partial E} \neq 0$ когда синхротронные колебания обогащают спектр бетатронных колебаний, в нашем случае обогащается спектр вынуждающей силы.

Запишем уравнение бетатронных колебаний частицы с учетом радиационного трения:

$$\frac{d^2 Z}{ds^2} + 2u_z(s) \frac{dZ}{ds} + [g_z(s) + u'_z(s)] Z = f_z(s) e^{i\omega t}, \quad (1)$$

где $g_z(s)$ - жесткость, $u_z(s) = \frac{1}{2E_0} \frac{dE_{\text{раг}}}{ds}$ - радиационное трение,

$$f_z(s) = \frac{e}{E_0} [E_z(s) - H_x(s)] \quad (2)$$

где E_z , H_x - соответствующие компоненты поля, E_0 - равновесная энергия, e - заряд частицы. Здесь и далее рассматривается ультрарелятивистский случай $\gamma_0 = E_0/mc^2 \gg 1$.

Принимая во внимание синхротронные колебания частицы:

$$\varphi \equiv \omega_0 t = \theta + \varphi_0 \sin \nu_s \theta \quad (3)$$

где $\theta \equiv \frac{s}{R}$, φ_0 - амплитуда фазовых колебаний частицы, получаем:

$$\omega t = \nu_p \theta + x \sin \nu_s \theta; \quad x \equiv \nu_p \varphi_0 \quad (4)$$

т.е., фазовую модуляцию силы.

Рассмотрим случай резонанса $\pm \nu_z + \nu_p + n\nu_s + k = \frac{\Delta}{2\pi}$, ($\Delta \ll 1$), где Δ - расстройка. Отбрасывая нерезонансные члены и применяя метод вариации произвольных постоянных (a_z, φ_z), получаем выражение для установившейся амплитуды колебаний:

$$A_z(s) = W_z(s) \frac{|C_k|}{(\gamma_z^2 + \Delta^2)^{1/2}} J_n(x) \quad (5)$$

$$C_k = \int_0^{2\pi R} f_z(s) W_z(s) \exp[i(\mp \chi_z(s) - k \frac{s}{R})] ds \quad (6)$$

где $W_z = \sqrt{\beta_z}$ - модуль и χ_z - фаза функции Флоке ^{/8/}, γ_z - декремент за оборот.

Удобно выразить через радиационные потери за оборот:

$$\gamma_z = \frac{e U_0 \cos \varphi_s}{2 E_0} \quad (7)$$

Здесь U_0 - ускоряющее напряжение, φ_s - равновесная фаза. В случае сосредоточенной на азимуте S_0 силы получаем

из (5):

$$A_z(s) = W_z(s)W_z(s_0) \frac{(\bar{E}_z - \bar{H}_x)d}{U_0 \cos \varphi_s} \cdot \frac{J_n(x)}{(1+\delta^2)^{1/2}} \quad (8)$$

где d - эффективная длина области, в которой сосредоточены поля.

Во всех электронных накопителях имеются ускоряющие структуры, создающие быстро-переменные продольные электрические поля. Если равновесная орбита проходит через ускоряющую структуру под углом к ее оси, то появляется поперечная составляющая электрического поля, которая приводит к появлению СБР $\nu_{x,z} + n\nu_s = m$, так как в этом случае $\nu_p = q$, q - кратность ускоряющего поля. При этом:

$$\bar{E}_z = \frac{U_0}{d} \sin \alpha_z,$$

где α_z - проекция угла между осью резонатора и равновесной орбитой на плоскость вертикальных бетатронных колебаний.

Принимая во внимание связь $\varphi_0 = l/R$, где l - амплитуда продольных колебаний частицы, и $q/R = 2\pi/\lambda$, где λ - длина волны ускоряющего поля, получаем из (8):

$$A_z(s) = W_z(s)W_z(s_0) \frac{J_n(2\pi l/R)}{(1+\delta^2)^{1/2}} \cdot \frac{\sin \alpha_z}{\cos \varphi_s} \quad (9)$$

Синхробетатронные резонансы $\nu_x + n\nu_s = m$ рассматриваются аналогично, выражение для амплитуды радиальных колебаний отличается от (9) заменой γ_z на $\gamma_x = G_x \frac{\Delta E_0}{2E_0}$, где G_x - безразмерный декремент затухания ($G_x + G_z = 3$):

$$A_x(s) = W_x(s)W_x(s_0) \frac{J_n(2\pi l/R)}{G_x (1+\delta^2)^{1/2}} \cdot \frac{\sin \alpha_x}{\cos \varphi_s} \quad (10)$$

В проведенном выше рассмотрении не учитывалось наличие высших гармоник в спектре синхротронных колебаний, которые появляются вследствие их нелинейности. В этом случае (3) примет вид:

$$\varphi = \theta + \varphi_0 \sin \nu_s \theta + \sum_{k=2}^{\infty} \varphi_k \sin k \nu_s \theta. \quad (II)$$

Тогда учет нелинейности синхротронных колебаний (при этом считалось, что $J_n(x) = \frac{1}{n!} \left(\frac{x}{2}\right)^n$, т.к. $x \leq 0,5$) приведет

к появлению в выражениях (9), (10) численного множителя b_n . Приведем значения b_n для нескольких первых боковых полос в случае $\cos \varphi_s \ll 1$:

$ n $	1	2	3	4	5	6
b_n	1	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{3}{2}$	$2 \frac{11}{32}$	$4 \frac{7}{32}$

3. Как показано в работе /7/, наличие дисперсионной функции η или ее производной η' в ускоряющей структуре может приводить к появлению СБР. Поскольку причиной возбуждения СБР, как в этом так и в рассмотренном выше случае, является скачкообразное изменение траектории частицы относительно мгновенной равновесной орбиты, выражения (9), (10) обобщаются на случай $\eta, \eta' \neq 0$ в резонаторе заменой

$$\sin \alpha_{x,z} \rightarrow \left[\left(\sin \alpha_{x,z} - \eta'_{x,z} + \frac{\beta'_{x,z}}{2\beta_{x,z}} \eta_{x,z} \right)^2 + \frac{\eta_{x,z}^2}{\beta_{x,z}^2} \right]^{1/2} \quad (II)$$

Отметим, что в случае "идеальной" геометрии $\eta_z, \eta'_z \equiv 0$ и СБР $\nu_z + n\nu_s = m$ могут возбуждаться только вследствие искажений равновесной орбиты в резонаторе ($\alpha_z \neq 0$).

4. В накопителе ВЭПП-4 наличие дисперсионной функции η_x и ее производной η'_x приведет к существенному увеличению горизонтального размера пучка на СБР $\nu_x - n\nu_s = 10$. Так, например, при $n = 4$ горизонтальный размер пучка возрастает в 2-3 раза. Наличие вертикального угла $\alpha_z \sim 10^{-2}$ между осью резонатора и равновесной орбитой приведет к увеличению вертикального размера на СБР $\nu_z - 4\nu_s = 10$ во столько же раз.

Однако, СБР при нулевом хроматизме могут быть скомпенсированы. Как следует из (5) и (II) для этого достаточно иметь по одному высокочастотному корректору на каждую поперечную степень свободы (X и Z).

Простейшим корректором может служить пластина, помещенная в вакуумную камеру накопителя и создающая поперечные электрические и магнитные поля. Для компенсации СБР на пластину следует подать высокочастотное напряжение с частотой, кратной частоте обращения, и соответствующим образом подобранными

амплитудой и фазой.

Авторы признательны Г.М.Тумайкину за обсуждение изложенных в работе вопросов.

Л и т е р а т у р а

1. Г.Н.Кулипанов, С.Г.Попов, Г.М.Тумайкин. Труды Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц (Москва, октябрь, 1968 г.) стр. 374, М. "Наука", 1970 г.
2. Г.Н.Кулипанов, С.И.Мишнев, С.Г.Попов, Г.М.Тумайкин, там же, стр. 386.
3. M.M.C.Crowley-Milling, I.I.Rabinovitz, IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-18, No.3, 1052, (1971).
4. SPEAR Storage Ring Group, "SPEAR 11 Performance", IEEE Trans. NUCL. Sci., NS-22, No.3, 1366 (1975).
5. Д.Ф.Орлов, ЖЭТФ, 32, 130 (1957).
6. A.W.Chao, E.Keil, A.S.King, M.J.Lee, P.L.Morton, J.M.Paterson, SPEAR-187, Aug. 1975.
7. A.Piwinsky, W.A.Wrulich, DESY 76/07, Febr. 1976.
8. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев. Теория циклических ускорителей, М. "Физматгиз" (1962).
9. SPEAR Group, "Synchrotron Resonances", Proc. 1977 Particle Acc. Conf., Chicago, March, 1977.

Работа поступила - 26 мая 1977 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати 29.УШ-1977 г. МН 02976
Усл. 0,5 печ.л., 0,4 учетно-изд.л.
Тираж 250 экз. Бесплатно
Заказ № 80.

Отпечатано на ротапинтере ИЯФ СО АН СССР