ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР

препринт 10

А.А.Галеев

О неустойчивости конуса потерь в стеллараторе

НОВОСИБИРСК 1966

А Н Н О Т А Ц И Я

Исследуется устойчивость распределения частиц плазмы по скоростям в системах с „вращательным преобразованием" силовых линий магнитного поля. Распределения ионов и электронов по продольным скоростям $v_{\parallel}$ имеют в этом случае провал, ширина которого зависит от величины перпендикулярной скорости $v_{\perp}$ и положения в пространстве. Показано, что развитие неустойчивости приводит к быстрому заполнению такого "запретного конуса" и время жизни частиц в запретном конусе порядка времени выдрейфовывания их на стенку за счет тороидального дрейфа. Время жизни плазмы увеличивается по сравнению с последним в отношение тепловой скорости электронов к ширине провала в распределении. $\omega_{He}\tau = r R_{oc}^2 \theta / r_{He}^3$

Abstract.

It is investigated the stability of the velocity distribution of the particles in the stellarator. The particles with the definite velocity along magnetic field $V_f=(cR_{oc}/irH_o)d\varphi/dr$ (R_{oc}, r-are the major and the minor radii of the stellarator, i-is the rotational transform angle, $-d\varphi/dr$-the electric field across the tube) have a very small rotational velocity about the minor axis of the dischage tube and go to the walls due to the drift in the toroidal magnetic field. Due to this effect the distributions of the particles have a "loss-cone" near $v=V_f$. The life time of the particles in the stellarator due to the "loss-cone" instability is a production of the time of toroidal drift to the walls and the width of the "loss-cone" $\omega_{He}\tau = rR_{oc}^2\Theta/r_{He}^3$. ($\Theta=ir/R_{oc}$ -is the magnitude of the shear, r_{He}, ω_{He}-are the mean gyration radius and frequency of the electrons).

§ I. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТИЦ ПЛАЗМЫ В СТЕЛЛАРАТОРЕ

В связи с неустойчивостью "конуса потерь" в ловушках с магнитными пробками существует мнение, что последние не способны удерживать плотную и горячую плазму в условиях, необходимых для нормального протекания термоядерных реакций [I,2]. Поэтому представляется необходимым исследование аналогичных дефектов распределения частиц плазмы в тороидальных ловушках. Такое исследование до сих пор наталкивается на ряд значительных математических трудностей и не проведено еще в общем виде. Можно лишь привести простые физические соображения в пользу того, что системы с "вращательным преобразованием" силовых линий магнитного поля обладают такого рода дефектами [3]. Действительно, для эффективной компенсации тороидального дрейфа необходимо, чтобы время одного оборота частицы вокруг магнитной оси при её движении вдоль силовых линий

$$t_{tr} = \frac{2\pi r_0}{-\frac{c}{H}\frac{d\varphi_0}{dr} + i r_0 v_\parallel / 2\pi R_{oc}} \qquad (I)$$

Здесь: i – угол "вращательного преобразования", $v_\parallel$ – скорость частицы вдоль магнитного поля H_0, r_0 – малый радиус тора, R_{oc} – большой радиус тора, φ_0 – потенциал электрического поля; было больше, чем время выдрейфовывания частицы поперек плазменного столба за счет центробежного и диамагнитного дрейфов в искривленном магнитном поле

$$t_{out} = r_0^2/(\underline{V}_{Dj}\cdot \underline{r}_0) \quad , \qquad \underline{V}_{Dj} = \frac{[\underline{n}^0 \times \underline{h}]}{2\omega_{Hj} R_{oc}}(v_\perp^2 + 2v_\parallel^2) \qquad (2)$$

Здесь: $\underline{n}^0$, $\underline{h}$ – единичные вектора в направлениях главной нормали к силовой линии и её касательной соответственно; $v_\perp$ – модуль скорости вращения частицы вокруг силовой линии; $\omega_{Hj} = e_j H_0/m_j c$ циклотронная частота для частиц сорта $j=i,e$. Как следует из сравнения (I) и (2), компенсация дрейфа отсутствует в очень малом интервале продольных скоростей [3]:

$$|v_\parallel - V_f| \lesssim \delta v_j = \frac{\pi r_{Hj}}{\theta R_{oc}}(v_\perp^2 + 2V_f^2)/v_{Tj} \quad , \qquad V_f = \frac{c}{\theta H_0}\frac{d\varphi_0}{dr} \qquad (3)$$

Здесь $v_{Tj}^2 = \int v_\perp^2 f_{0j} d\underline{v}$, $r_{Hj} = v_{Tj}/\omega_{Hj}$ – ларморовский радиус частиц сорта j; $\theta = i r_0/2\pi R_{oc}$ – угол поворота силовых линий на границе малого сечения тора по сравнению с цен –

тральной силовой линией или величина "shear'a". Следует ожидать, что такие частицы не будут удерживаться в ловушке, а в распределении по скоростям образуется "конус потерь" сложной формы. Этот конус, видимо, не так сильно скажется на удержании частиц, если он образуется в области скоростей больших, чем тепловая скорость. Это случится при перепаде потенциала поперёк плазменного шнура большем, чем [3]

$$e\Delta\varphi_0 > T_j\, \theta r_c / r_{Hj} \qquad (4)$$

Если оценить левую часть неравенства из условия отсутствия микроскопического движения ионов в равновесии:

$$\frac{d}{dr} n_0 T_i = e n_0\, d\varphi_0/dr \qquad (5)$$

то его можно переписать в виде:

$$\theta < r_{Hj}/r_c$$

С другой стороны критерий стабилизации, например, "универсальной неустойчивости" требует большего shear'a [4]

$$\theta \geq \frac{1}{4}\left(r_{Hi}/r_c\right)^{2/3}$$

Поэтому при требуемом для устойчивости относительно "дрейфовых колебаний" shear'e равновесного радиального электрического поля (5) недостаточно для эффективного удержания ионов в ловушке. Уход же ионов из ловушки приводит к возникновению большого электрического поля, которое перемещает "конус потерь" в область скоростей больших тепловых ионных до тех пор, пока не будет достигнута квазинейтральность. Последнее будет иметь место, когда число ушедших ионов станет равным числу ушедших электронов

$$\frac{\delta v_i}{v_{Ti}} \exp\left\{-MV_f^2/2T_i\right\} \approx \frac{\delta v_e}{v_{Te}} \qquad (6)$$

Отсюда очевидно, что конус потерь имеется и в ионном и в электронном распределениях и лежит в интервале между ионной и электронной тепловыми скоростями.

Чтобы решить вопрос об удержании плазмы в стеллараторе, нам достаточно указать на турбулентный механизм диффузии электронов в "конус потерь". Последующий уход электронов из "конуса потерь" на стенки приведёт автоматически к уменьшению радиального электрического поля и дополнительной потере ионов из ловушки до восстановления квазинейтральности. Поэтому картина ухода частиц из ловушки будет носить характер амбиполярной диффузии.

§ 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ

Следует ожидать, что наиболее интенсивно будут раскачиваться колебания, находящиеся в резонансе с частицами из "конуса потерь"

$$\left|\frac{\omega - l\omega_{Hj}}{K_\parallel} - V_f\right| < \delta v_j \qquad (7)$$

В области таких скоростей распределение сильно анизотропно

$$\frac{v_{Tj}^2}{V_f\,\delta v_j} \sim v_{Tj}^2 f_{oj} \left(\frac{\partial f_{oj}}{v_\parallel \partial v_\parallel} - \frac{\partial f_{oj}}{v_\perp \partial v_\perp}\right)\Big|_{v_\parallel = V_f} \gg 1$$

так что в уравнениях для возмущенных величин следует удержать такого рода члены. В области вне конуса потерь распределение частиц близко к максвелловскому:

$$f_{oj} = \left[\frac{m_j}{2\pi T_j}\right]^{3/2} n_{oj}\left(r + \frac{V_\phi}{\omega_{Hj}}\right) e^{-\frac{m_j(v_\perp^2 + v_\parallel^2)}{2T_j} - \frac{m_j v_\parallel^2}{T_j R_{oc}} \underline{n^\circ r}} \cdot F_{oj}(v_\perp^2; v_\parallel) \qquad (8)$$

Здесь функция F_{oj} учитывает наличие "конуса потерь"; плотность плазмы n_{oj} предполагается в общем случае неоднородной по малому сечению плазмы, а температура T_j считается постоянной; координатная система в общем случае связана с геометрией магнитного поля, выбранного в виде

$$\underline{H} = H_0\left(1 - \beta r + \underline{n^\circ r}/R_{oc} - \frac{r\phi}{\gamma R_{oc}} \cos\frac{2\zeta}{L_R}\right)\underline{e_z} + H_0 r \frac{d\theta}{dr}\underline{e_\phi} \qquad (9)$$

$$\zeta = z + r^2\phi \frac{d\theta}{dr}, \qquad 0 < \gamma < 1$$

Магнитное поле в общем случае предполагается гофрированным с периодом πL_R и слабовращающимся по малому азимуту ϕ +). Кроме того считается, что давление плазмы по малому радиусу – r урав-

+) Запись (9) соответствует приближению плоского слоя плазмы, что справедливо для рассматриваемых здесь коротковолновых колебаний новешивается давлением магнитного поля:

$$-\beta \frac{dn}{dr} = \frac{n}{H}\frac{dH}{dr} \quad , \quad \beta \equiv \frac{4\pi (T_i + T_e)}{H^2} \ll 1 \qquad \text{(I0)}$$

Интегрируя уравнение Больцмана по невозмущенным траекториям частиц:

$$\begin{aligned} r(t')-r &= -\frac{v_\perp}{\omega_{Hj}}\left[\sin(\theta_j-\omega_{Hj}t)-\sin\theta_j\right] + \frac{n^\circ_\phi (t'-t)}{2\omega_{Hj} R_{oc}}(v_\perp^2+2v_\parallel^2) \\ r\phi(t')-r\phi &= \frac{v_\perp}{\omega_{Hj}}\left[\cos(\theta_j-\omega_{Hj}t)-\cos\theta_j\right] - \frac{n^\circ_r (t'-t)}{2\omega_{Hj} R_{oc}}(v_\perp^2+2v_\parallel^2) \\ &\quad - \frac{L_R (v_\perp^2+2v_\parallel^2)}{4\omega_{Hj}\gamma R_{oc} v_\parallel}\left[\sin\frac{2\zeta(t')}{L_R} - \sin\frac{2\zeta}{L_R}\right] \\ \zeta(t')-\zeta &\cong z(t')-z = v_\parallel(t'-t) \end{aligned} \qquad \text{(II)}$$

получаем поправку к функции распределения частиц в системе координат, где невозмущенное электрическое поле равно нулю:

$$\delta f_j = \frac{e_j}{m_j}\left[\left\{\frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp} - \sum_{l,s=-\infty}^{+\infty} \frac{\omega\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp} + K_\phi v_n^j + K_\parallel v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel \partial v_\parallel} - \frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp}\right)}{\omega - l\omega_{Hj} - \left(K_\parallel + \frac{2s}{L_R}\right)v_\parallel - \underline{k}\cdot\underline{V}_{Dj} - \beta\frac{K_\phi v_\perp^2}{2\omega_{Hj}}\frac{d\ln n}{dr} + i0} f_{oj} \times\right.\right.$$

$$\times J_l\left(\frac{K_\perp v_\perp}{\omega_{Hj}}\right) J_s\left(\frac{K_\phi L_R (v_\perp^2+2v_\parallel^2)}{4\omega_{Hj}\gamma R_{oc} v_\parallel}\right)\exp\left[il\left(\theta_j+\frac{\pi}{2}-\psi_k\right) - i\frac{2s v_\parallel (t-t_v)}{L_R}\right] + \qquad \text{(I2)}$$

$$\left.\left. + i\frac{[\underline{k}\times\underline{v}]\underline{h}}{\omega_{Hj}} + i\frac{K_\phi (v_\perp^2+2v_\parallel^2)L_R}{4\omega_{Hj}\gamma R_{oc} v_\parallel}\sin\frac{2v_\parallel (t-t_v)}{L_R}\right]\left(\delta\varphi - \frac{v_\parallel}{c}\delta A_\zeta\right) + \frac{1}{c}\delta A_\zeta \frac{\partial f_{oj}}{\partial v_\parallel}\right]$$

Здесь: $\underline{k} = \{K_r, K_\phi, K_\parallel\}$; $K_\perp^2 = K_r^2 + K_\phi^2$, $\operatorname{tg}\psi_k = -K_r/K_\phi$;

$$K_\parallel = K_z + K_\phi \int \frac{d\theta}{dr}dr \quad , \quad K_\phi = q/r \quad , \quad q = 0, 1, 2, \ldots$$

$J_l(x)$ – функция Бесселя порядка l , $v_n^j = \frac{cT_j}{e_j H_0 n}\frac{dn}{dr}$; $v_\parallel t_v$ –

начальное положение частицы со скоростью $v_\parallel$ на силовой линии.

Хотя в дальнейшем мы рассмотрим лишь потенциальные колебания, в (I2) для общности мы удержали наряду с потенциалом возмущенного электрического поля $\delta\varphi$ также и единственную в приближении $\beta \ll 1$ компоненту векторного потенциала δA_ζ. Возмущения выбраны в обычном виде:

$$\delta\varphi = \delta\bar\varphi\, e^{-i\omega t + iq\phi + i\int K_r dr + iK_z z} \qquad \text{(I3)}$$

§ 3. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ЭЛЕКТРОННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Интересующая нас турбулентная диффузия электронов в "конус потерь" может производить благодаря рассеянию электронов в "конус потерь" на колебаниях, развивающихся в результате какой-либо неустойчивости. Поэтому сейчас мы и обратимся к исследованию электронного распределения с "конусом потерь" на устойчивость в приближении однородной плазмы. Кроме того опустим сначала эффекты shear'а и гофрировки магнитного поля. Для колебаний с частотами вблизи гармоник электронной циклотронной частоты (7) вкладом ионов в диэлектрическую проницаемость плазмы можно пренебречь. Кроме того, мы пренебрежем членами, существующими в максвелловской плазме,

$$(1 + T_e/T_i)\, K_\parallel r_{He} / l\,\Gamma_l(\alpha_e^2) \leq 1 \qquad \text{(I4)}$$

Здесь $\Gamma_l(\alpha_e^2) = e^{-\alpha_e^2} I_l(\alpha_e^2)$, I_l – функция Бесселя порядка l от мнимого аргумента, $\alpha_e = \underline{k}\cdot r_{He}$ – безразмерный волновой вектор. Тогда из (I2) получаем дисперсионное уравнение для колебаний:

$$v_{Te}^2 \int \frac{J_l^2(K_\perp v_\perp/\omega_{He})\, K_\parallel v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel \partial v_\parallel} - \frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp}\right) f_{oe}\, d\underline{v}}{\omega - l\omega_{He} - K_\parallel v_\parallel - \underline{k}\cdot\underline{V}_{De} - \beta\frac{K_\phi v_\perp^2}{2\omega_{He}}\frac{d\ln n}{dr} + i0} - \qquad \text{(I5)}$$

$$- i\pi v_{Te}^2 \int J_l^2(K_\perp v_\perp/\omega_{He})\left[\omega\frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp} + K_\parallel v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel \partial v_\parallel} - \frac{\partial}{v_\perp \partial v_\perp}\right)\right] f_{oe}\,\delta\left(\omega - l\omega_{He} - K_\parallel v_\parallel - \beta\frac{K_\phi v_\perp^2 \nabla n}{2\omega_{He} n} - \underline{k}\underline{V}_{De}\right)d\underline{v}$$

Спектр развивающихся частот колебаний легче всего определить вблизи границы неустойчивости $\nu \equiv \operatorname{Im}\omega \simeq 0$. Фазовая скорость таких "нейтральных" колебаний определяется из условия равенства нулю действительной части уравнения (I5) и очевидно лежит вблизи "конуса потерь", а граничное волновое число $K_{\parallel c}$ задаётся уравнением:

$$\int J_\ell^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{He}}\right)\frac{\omega}{|k_\parallel|}\frac{\partial f_{0e}}{v_\perp \partial v_\perp}\Big|_{v_\parallel = V_f} v_\perp dv_\perp \approx \qquad (I4')$$

$$\approx \int J_\ell^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{He}}\right) k_\parallel v_\parallel \left(\frac{\partial f_{0e}}{v_\parallel \partial v_\parallel} - \frac{\partial f_{0e}}{v_\perp \partial v_\perp}\right)\delta\left(\omega - k_\parallel v_\parallel - \ell\omega_{He} - \underline{k \cdot V_{De}} - \frac{k_\phi v_\perp^2}{2\omega_{He}}\frac{d\ln n}{dr}\right)$$

Для рассматриваемого нами случая большого "shear'а" $\theta \sim 1$ граничное $K_{\parallel c}$ по порядку величины равно:

$$K_{\parallel c} \approx \sqrt{\frac{\theta k_r}{R_{oc}}}\left(1+\frac{\beta K_\phi R_{oc}}{K_r r_0}\right) >> \frac{1}{\theta R_{oc}} \qquad (I6)$$

Условие (I4) при этом накладывает ограничение на длины волн раскачиваемых колебаний, которое для первой гармоники $\omega \approx \omega_{He}$ можно записать в виде

$$\sqrt[3]{\frac{R_{oc}}{\theta r_{He}}} \gtrsim K_r r_{He} \gtrsim \sqrt[3]{\frac{r_{He}\theta'}{R_{oc}}}, \quad K_\phi \lesssim K_r r_0/\beta R_{oc} \qquad (I7)$$

"Shear" оказывает стабилизирующее влияние на неустойчивость также и путем нарушения резонанса колебаний с частицами в разных точках пространства при условии [2]:

$$K_\phi \theta' \Lambda \gamma^{-1} \partial\omega/\partial K_r \geq K_{\parallel c}$$

С учётом (I6) это можно переписать в виде:

$$\theta_c \geq \frac{K_r r^2}{\Lambda^2 R}\cdot\frac{K_r^2}{K_\phi^2}$$

Отсюда видно, что даже вблизи границы неустойчивости невозможно стабилизировать колебания, вытянутые вдоль"магнитной поверхности" ($\lambda_r \ll \lambda_r$). Заметим также, что для возмущений с $\lambda_r \sim \lambda_r$ длина волны вдоль поля $\lambda_\parallel$ по мере роста shear'а уменьшается, вплоть до величины $\lambda_\parallel \sim r_{He}(1+T_e/T_i)/\ell\Gamma_\ell(\alpha_e^2)$ без нарушения условия $\gamma < \Delta\omega$ по причине дополнительной диссипации. Критерий стабилизации shear'ом таких возмущений просто не выполним

для длин волн порядка ларморовского радиуса электрона:

$$\theta \geq \frac{r}{\Lambda r_{He}}\ell\Gamma_\ell(\alpha_e^2) \qquad (I8)$$

Стабилизирующее влияние на неустойчивость оказывает также гофрировка магнитного поля. Условия стабилизации можно записать в виде:

$$K_\phi r_{He} v_{Te} L_R / r V_f \gamma R_{oc} > S = 1,2,\ldots > K_\parallel L_R \qquad (I9)$$

Левое неравенство не удается выполнить даже при очень сильной амплитуде гофрирующего поля $\gamma R_{oc} \sim L_R$ вплоть до азимутальной длины волны порядка ларморовского радиуса электронов. Поэтому гофрировка также не стабилизирует неустойчивость.

Таким образом наличие конуса потерь при сколь угодно большом shear'е и гофрировка приводит к развитию электростатических колебаний вблизи гармоник циклотронной частоты электронов,находящихся в резонансе с электронами из конуса потерь $\omega - \ell\omega_{He} = K_\parallel$
Инкремент неустойчивости по порядку величины есть

$$\ell\omega_{He}\frac{\delta v_e}{v_{Te}}\Gamma_\ell(\alpha_e^2) \gtrsim \gamma_{max} \approx K_\parallel \delta v_e \gtrsim \ell\omega_{He}\frac{\delta v_e}{v_{Te}}\sqrt{\frac{r_{He}^2\theta K_r}{R_{oc}}} \qquad (20)$$

где максимальный инкремент достигается на возмущениях с длиной волны порядка ларморовского радиуса электронов $\lambda_\perp \sim \lambda_\parallel \sim r_{He}$

§ 4. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ИОННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Обсудим теперь вкратце раскачку электростатических колебаний с частотами вблизи гармоник ионной циклотронной частоты $\omega - \ell\omega_{Hi} \approx K_\parallel V_f$. Она обязана резонансному взаимодействию колебаний с ионами в области "конуса потерь". Прежде всего рассмотрим раскачку колебаний, слабо затухающих в максвелловской плазме. Для длин волн $\lambda_\parallel$ в интервале

$$K_r r_{Hi}\theta\left[1+\frac{K_\phi\beta R_{oc}}{K_r r_0}\right] \lesssim K_\parallel r_{Hi} \lesssim \frac{\ell\delta v_i}{V_f}\frac{r_{Hi}V_f^2}{r_{He}v_{Ti}^2} \qquad (2I)$$

Основной вклад в диэлектрическую проницаемость дают максвелловские участки распределения ионов. Кроме того, в силу левого неравенства (2I) мы можем полностью пренебречь тороидальным дрейфом в дисперсионном уравнении и оно примет вид:

$$1+\frac{T_i}{T_e}-\frac{\omega\Gamma_l(d_i^2)}{\omega-l\omega_{Hi}}+v_{Ti}^2\int\frac{J_l^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{Hi}}\right)v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel\partial v_\parallel}-\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}\right)f_{oi}}{(\omega-l\omega_{Hi})/k_\parallel-v_\parallel}\,d\underset{\sim}{v}-$$

$$-i\pi v_{Ti}^2\int J_l^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{Hi}}\right)\left[\omega\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}+k_\parallel v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel\partial v_\parallel}-\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}\right)\right]f_{oi}\,\delta(\omega-k_\parallel v_\parallel)\simeq 0 \qquad (22)$$

В силу (22) продольная и поперечная длина волн связаны соотношением:

$$\left(1+T_i/T_e\right)k_\parallel V_f=l\omega_{Hi}\,\Gamma_l\left(k_\perp^2 r_{Hi}^2\right) \qquad (23)$$

Используя эту связь можно переписать неравенство (21) в виде ограничения на shear , наиболее слабого при l =I :

$$\theta\leqslant\left[\frac{r_{Hi}^2\,V_f^2}{r_{He}R_\alpha\,v_{Ti}^2(1+T_i/T_e)}\right]^{2/3} \qquad (24)$$

Порядок величины инкремента неустойчивости находим из сравнения мнимых частей последних двух членов в уравнении (22):

$$\gamma\sim k_\parallel\delta v_i\lesssim l\omega_{Hi}\frac{\delta v_i^2}{v_{Ti}^2}\frac{r_{Hi}V_f^2}{r_{He}v_{Ti}^2} \qquad (25)$$

При нарушении неравенства (24) могут развиваться лишь колебания типа описанных в предыдущем параграфе. Уравнения для них совпадают с (I4) с точностью до замены индексов $e\to i$. Однако, при их рассмотрении следует учесть, что диамегнитный и тороидальный дрейф приводят к интенсивному затуханию колебаний на ионах со скоростями порядка тепловых, в то время как раскачка осуществляется относительно малой долей ионов. Поэтому в критериях стабилизации shear'ом и гофрировкой магнитного поля кроме замены индексов $e\to i$ следует также уменьшить радиус кривизны в отношении ларморовских радиусов электронов и ионов $R_{oc}\to R_{oc}\frac{r_{He}v_{Ti}^2}{r_{Hi}V_f^2}$

Вследствие этого стабилизация этих колебаний становится ещё более невозможной.

§ 5. АНОМАЛЬНЫЙ УХОД ПЛАЗМЫ ИЗ ЛОВУШКИ

Как мы уже отмечали выше ионы не могут уходить из ловушки быстрее, чем электроны. Поэтому мы рассмотрим только процессы

аномальной диффузии электронов, приводящей к заполнению конуса потерь. Грубо оценку характерного времени диффузии τ_D мы получим из сравнения квазилинейного члена в кинетическом уравнении с линейным[5]:

$$f_{oe}/\tau_D\sim\frac{e^2}{m^2}\sum_{\underline{k},\underline{k}',l}\left[\omega\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}+k_\parallel' v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel\partial v_\parallel}-\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}\right)\right]\times \qquad (26)$$

$$\times\frac{\varphi_{\underline{k}}\varphi_{\underline{k}'}^*J_l^2\left(\frac{k_\perp v_\perp}{\omega_{He}}\right)}{\omega-l\omega_{He}-k_\parallel v_\parallel+i\nu_{\underline{k}}}\left[\omega\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}+k_\parallel v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel\partial v_\parallel}-\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}\right)\right]$$

Амплитуду флюктуаций потенциала электрического поля мы в свою очередь получим из сравнения нелинейного и линейного членов в "дисперсионном уравнении"[5]:

$$\varepsilon^{(1)}(\omega,\underline{k})\varphi_{\underline{k}}+\sum_{\underline{k}'+\underline{k}''=\underline{k}}\varepsilon^{(2)}_{\underline{k}',\underline{k}''}(\omega',\omega'')\varphi_{\underline{k}'}\varphi_{\underline{k}''}=0 \qquad (27)$$

$$k^2\lambda_{De}^2\varepsilon^{(2)}_{\underline{k}',\underline{k}''}(\omega',\omega'')\equiv\frac{e}{T_e}\int\Big[\Big[\Big\{i[\underline{k}'\times\underline{k}'']\underline{h}\,r_{He}^2+s^{-2}\left(\alpha''\frac{\partial}{\partial\alpha''}p-\alpha'\frac{\partial}{\partial\alpha'}l\right)\Big\}+$$

$$+(\omega'-p\omega_{He}-k_\parallel' v_\parallel)\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}-\left[\omega'\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}+k_\parallel' v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel\partial v_\parallel}-\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}\right)\right]\Big]\Big]\times$$

$$\times\left\{1-\frac{\omega''\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}+k_\parallel' v_\parallel\left(\frac{\partial}{v_\parallel\partial v_\parallel}-\frac{\partial}{v_\perp\partial v_\perp}\right)}{\omega'-l\omega_{He}-k_\parallel v_\parallel+i0}\right\}\frac{J_l(\alpha''s)J_p(\alpha's)J_{l+p}(\alpha s)}{\omega'+\omega''-(k_\parallel'+k_\parallel')v_\parallel-(l+p)\omega_{He}+i0}\cdot$$

$$e^{il(\psi_{\underline{k}}-\psi_{\underline{k}''})+ip(\psi_{\underline{k}}-\psi_{\underline{k}'})}\,f_{oe}(v_\perp,v_\parallel)\,d\underline{v}$$

$$\lambda_{De}\simeq v_{Te}/\omega_{pe}\ ,\quad \omega_{pe}^2=\frac{4\pi ne^2}{m}\ ,\quad s=v_\perp/v_{Te}$$

Ограничиваясь наиболее сильно нарастающими длинноволновыми колебаниями $\alpha^2<1$ вблизи электронных циклотронных гармоник, отсюда получаем:

$$\sum_{k} e\varphi_k \sim m\delta v_e^2 \qquad (28)$$

Подставляя эту оценку в (26), находим, что диффузия частиц в основном обязана колебаниям с длиной волны порядка ларморовского радиуса электронов и характерное время диффузии по порядку величины равно

$$\tau_D \sim \nu_s^{-1} \approx \omega_{He}^{-1} \theta R_{oc} / r_{He}$$

Сравнивая это время со временем выдрейфовывания из запретного конуса τ_{out} (2), приходим к выводу, что довольно быстро происходит релаксация распределения под действием колебаний к более устойчивому и темп поступления частиц в конус потерь сравнивается при этом с темпом ухода из него за счет тороидального дрейфа. Поэтому время жизни частиц в ловушке пропорционально времени τ_{out} и обратнопропорционально объёму запрещённого конуса:

$$\tau = \omega_{He}^{-1} r R_{oc}^2 \theta / r_{He}^3 \qquad (31)$$

§ 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом наличие вращательного преобразования достаточной величины $(\theta \gtrsim r_{He}/r)$ всегда должно приводить к развитию неустойчивости и аномально быстрой потере частиц из стелларатора. Этот вывод справедлив и в гофрированном магнитном поле, поскольку вращение частиц даже в сильногофрированном поле не быстрее вращения из-за равновесного электрического поля порядка $e\varphi \sim T_i$. Однако, как следует из (31), даже в условиях, необходимых для протекания термоядерного синтеза:

$$T_i = 60\,\text{kev}\ ;\ H = 4\cdot 10^4\,\text{э}\ ;\ r_0 \sim 10^2 r_{Hi}\ ;\ \theta \sim 0{,}1\ ;$$

$$T_e \lesssim T_i\ ,\ n_0 \sim 10^{13}\,\text{см}^{-3}$$

при достаточно малом отношении $r/R_{oc} \lesssim 3\cdot 10^{-3}$ время жизни плазмы в ловушке больше, чем время DT -реакции.

Автор благодарен Р.З.Сагдееву за ряд ценных советов и интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

[1] M.N.Rosenbluth, R.F.Post "Phys. of Fluids" 3,547(1965).

[2] А.А.Галеев, Доклад CN -21/214 на конференции по физике плазмы и исследованиям в области термоядерного синтеза, Калэм, 6-10 сентября, 1965 г.

[3] A.S.Bishop, C.G.Smith "A microscopic treatment of classical containment in the stellarator "Annual report of Plasma Physics Laboratory MATT-Q-22, Princeton, N.J., April 1965.

[4] А.А.Галеев, ЖЭТФ 44, 1920 (1963).

[5] А.А.Галеев, В.И.Карпман, Р.З.Сагдеев "Ядерный синтез" 5, 20, (1965)

Ответственный за выпуск А.М.Фридман

Тираж 200 экз. Бесплатно.
Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР
январь 1966 г.