

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
НАУКИ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г. И. БУДКЕРА  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК ФАНО

*На правах рукописи*

КАМИНСКИЙ Вячеслав Викторович

**Комптоновская калибровка системы регистрации рассеянных  
электронов детектора КЕДР**

01.04.20 — физика пучков заряженных частиц и ускорительная техника

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор РАН

Мучной Николай Юрьевич

НОВОСИБИРСК — 2017

# Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>1 Вводная часть</b> . . . . .	<b>8</b>
1.1 Двухфотонные процессы . . . . .	8
1.2 Обратное комптоновское рассеяние . . . . .	10
1.3 Однократное тормозное излучение . . . . .	14
1.4 Коллайдер ВЭПП-4М . . . . .	17
1.5 Детектор КЕДР . . . . .	19
<b>2 Система регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР</b> . . .	<b>21</b>
2.1 Магнитная структура . . . . .	23
2.2 Координатные детекторы . . . . .	24
2.3 ВГО калориметры . . . . .	26
2.4 Оптическая аналогия магнитного спектрометра . . . . .	28
2.4.1 Нефокусирующий спектрометр . . . . .	28
2.4.2 Фокусирующий спектрометр . . . . .	29
2.5 Движение электронов в фокусирующем магнитном спектрометре .	31
2.6 Калибровка энергетической шкалы . . . . .	34
2.7 Энергетическое разрешение . . . . .	40
2.7.1 Разрешение по энергии рассеянного электрона . . . . .	40
2.7.2 Энергетическое разрешение по рассеянному фотону . . . . .	42
2.7.3 Разрешение по инвариантной массе двухфотонной системы	44
2.7.4 Измерение энергетического разрешения . . . . .	44
<b>3 Моделирование системы регистрации рассеянных электронов</b> <b>детектора КЕДР</b> . . . . .	<b>47</b>
3.1 Поиск решений . . . . .	47

3.2	Метод расчёта . . . . .	55
3.2.1	Структура и функции программы расчёта траекторий . . . . .	56
3.3	Магнитные элементы . . . . .	57
3.3.1	Пустой промежуток . . . . .	57
3.3.2	Квадруполь . . . . .	58
3.3.3	Секступоль . . . . .	59
3.3.4	Соленоид . . . . .	60
3.3.5	Корректор орбиты . . . . .	61
3.3.6	Поворотный магнит . . . . .	62
3.4	Расчёт возмущённой орбиты в месте встречи . . . . .	66
3.4.1	Расчёт со структурными функциями . . . . .	68
3.4.2	Расчёт с транспортными матрицами . . . . .	73
3.5	Генераторы частиц . . . . .	75
3.5.1	Равновесный пучок . . . . .	75
3.5.2	Комптоновское рассеяние . . . . .	78
3.5.3	Однократное тормозное излучение . . . . .	79
3.5.4	Двухфотонные процессы . . . . .	81
3.6	Моделирование годоскопа на дрейфовых трубочках . . . . .	82
3.7	Отладка модели . . . . .	83
3.8	Результаты . . . . .	89
3.8.1	Положение комптоновского края . . . . .	89
3.8.2	Определение энергетической шкалы . . . . .	89
3.8.3	Энергетическое разрешение . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Установка для комптоновской калибровки системы регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР . . . . .</b>	<b>94</b>
4.1	История . . . . .	94
4.2	Лазеры . . . . .	97
4.3	Оптическая система . . . . .	101
4.3.1	Электронное плечо . . . . .	101
4.3.2	Позитронное плечо . . . . .	104
4.4	Управление . . . . .	106
4.4.1	Запуск лазеров . . . . .	106

4.4.2	Измерение скорости счёта комптоновских электронов/позитронов . . . . .	108
4.4.3	Управление подвижными оптическими элементами . . . . .	109
4.5	Программное обеспечение и автоматизация . . . . .	109
4.5.1	Программа monitor . . . . .	110
4.5.2	Программа RSSEOptics . . . . .	111
<b>Заключение . . . . .</b>		<b>115</b>
<b>Литература . . . . .</b>		<b>117</b>
<b>А Структура экспериментального промежутка ВЭПП–4М . . . . .</b>		<b>123</b>

# Введение

В ИЯФ СО РАН с 2003 года проводятся эксперименты на электрон-позитронном коллайдере ВЭПП-4М с детектором КЕДР. Коллайдер работает в диапазоне энергий от 2 до 11 ГэВ в системе центра масс. Программа экспериментов включает в себя измерение полного сечения аннигиляции  $e^+e^-$  в адроны, исследование параметров и распадов  $\Psi$  и  $\Upsilon$  мезонов, а также процессов рождения адронов в двухфотонных столкновениях. Для изучения двухфотонных процессов на детекторе КЕДР была создана система регистрации рассеянных электронов (РЭ), представляющая собой двухплечевой магнитный спектрометр и являющаяся частью магнитной структуры коллайдера ВЭПП-4М. Наличие этой системы позволяет изучать двухфотонные столкновения с регистрацией рассеянных электрона и позитрона. Система обеспечивает триггер для отбора двухфотонных событий и измеряет инвариантную массу адронов, рожденных в  $\gamma\gamma$  столкновениях.

Характерное разрешение магнитного спектрометра по инвариантной массе системы адронов составляет около 10 МэВ. Таким образом, необходимо провести абсолютную калибровку энергетической шкалы спектрометра со сравнимой или лучшей точностью. Для решения этой задачи была разработана процедура калибровки системы регистрации рассеянных электронов, основанная на обратном комптоновском рассеянии лазерного излучения на электронном и позитронном пучках коллайдера ВЭПП-4М.

**Целями диссертационной работы являются:**

1. Создание лазерно-оптической системы для комптоновской калибровки спектрометра рассеянных электронов детектора КЕДР;
2. Автоматизация управления лазерно-оптической системой и процедуры калибровки в целом;

3. Разработка алгоритма определения калибровочных коэффициентов на промежутки времени между калибровками.

**Научная новизна** диссертации заключается в том, что впервые на коллайдере ВЭПП-4М получено рассеяние лазерного излучения как на на электронном, так и на позитронном пучках. Создана автоматизированная установка для комптоновской калибровки системы регистрации РЭ. Создана модель магнитного спектрометра, позволяющая с необходимой точностью рассчитывать движение рассеянных электронов/позитронов с большим разбросом энергий. Предложен метод расчёта орбиты равновесного пучка на произвольном азимуте с учетом известной магнитной структуры и измерений датчиков положения пучка (пикапов).

**Научная и практическая значимость** диссертации заключается в том, что результаты работы уже используются в экспериментах на коллайдерах ВЭПП-4М, ВЭПП-2000, ВЕРС-II и на накопителе ВЭПП-3. Также они могут быть применены в экспериментах на будущих коллайдерах: супер  $c$ - $\tau$  фабрике в ИЯФ СО РАН, FCC-ee в CERN, CEPС в Китае.

**Автор внёс определяющий вклад** в создание установки для комптоновской калибровки системы регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР, в автоматизацию управления лазерно-оптической системы установки, в разработку процедуры калибровки энергетической шкалы магнитного спектрометра.

**Основные результаты диссертации** докладывались на семинарах в ИЯФ СО РАН, на российских и международных конференциях. Они опубликованы в работах в журналах, рекомендованных ВАК: [1–7]. Всего имеется 19 работ (включая препринты) по тематике обратного комптоновского рассеяния, из них 9 в изданиях, рекомендованных ВАК.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и приложения. Работа изложена на 125 страницах (с приложением), содержит 46 рисунков и 5 таблиц. Список литературы включает в себя 61 наименование.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Создана установка для комптоновской калибровки системы регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР.

2. Разработаны система управления и программное обеспечение для автоматизации комптоновской калибровки системы регистрации РЭ.
3. Проведена прецизионная калибровка энергетической шкалы системы регистрации РЭ с помощью обратного комптоновского рассеяния.
4. Разработана методика определения калибровочных коэффициентов в промежутках между калибровками, основанная на моделировании магнитной структуры ВЭПП-4М с использованием измерений токов и полей магнитных элементов и данных с датчиков положения пучка.

## Глава 1

# Вводная часть

### 1.1 Двухфотонные процессы

Двухфотонный процесс (ДФП) — рассеяние электрона и позитрона друг на друге, в результате которого они испускают по виртуальному фотону, которые образуют новое С-чётное адронное или лептонное состояние (рисунок 1.1):  $e^-e^+ \rightarrow \gamma^*\gamma^*e^-e^+ \rightarrow Xe^-e^+$ . Так как пропагаторы в этой диаграмме Фейнмана фотонные ( $4\pi/q^2$ ), сечение быстро падает с ростом поперечных импульсов фотонов  $q_{1,2}$ . То есть, большинство виртуальных фотонов имеет малые поперечные импульсы, следовательно, большинство электронов и позитронов рассеивается на малые углы. Так как фотоны обычно «квазиреальные» (разность квадратов энергии и импульса мала), то можно рассчитать параметры ДФП с хорошей точностью методом эквивалентных фотонов [8, стр. 489]. Идея метода состоит в том, что электромагнитное поле релятивистских электронов и позитронов можно представить в виде потока фотонов, а дальнейшее взаимодействие рас-

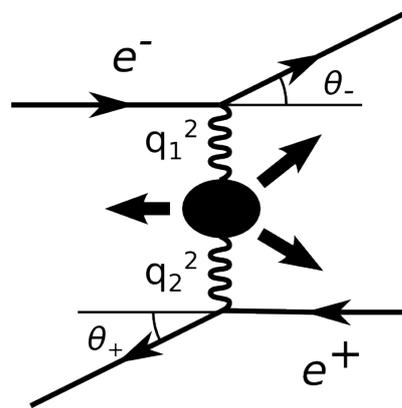


Рисунок 1.1: Кинематика двухфотонных процессов

смаивать как взаимодействие фотонов с другими частицами.

Введём следующие обозначения (рисунок 1.1):

- $E_-, E_+$  — энергии рассеянных частиц, электрона и позитрона,  $p_-, p_+, p'_-, p'_+$  — 4-импульсы частиц до и после рассеяния.
- $q_1, q_2$  — импульсы виртуальных фотонов,  $\omega_1, \omega_2$  — их энергии;
- $\theta_-, \theta_+$  — углы рассеянного электрона (РЭ)<sup>1</sup> по отношению к оси пучка;
- $\varphi$  — азимутальный угол плоскости рассеяния;
- $E_0$  — начальная энергия электрона и позитрона. Пока мы считаем их энергии одинаковыми и равными энергии циркулирующего в коллайдере пучка.

Параметры  $\gamma\gamma$ -системы можно выразить через параметры рассеянного электрона (без малых слагаемых порядка квадрата энергии покоя электрона):

$$\omega_1 = E_0 - E_-, \quad \omega_2 = E_0 - E_+, \quad (1.1)$$

$$q_1^2 = (p_1 - p'_1)^2 = -2E_-E_0(1 - \cos \theta_-), \quad (1.2)$$

$$q_2^2 = (p_2 - p'_2)^2 = -2E_+E_0(1 - \cos \theta_+). \quad (1.3)$$

Инвариантная масса  $\gamma\gamma$ -системы:

$$W_{\gamma\gamma}^2 = (q_1^2 + q_2^2)^2 = 4\omega_1\omega_2 - 2E_-E_+(1 - \cos \theta_- \cos \theta_+ - \sin \theta_- \sin \theta_+), \quad (1.4)$$

что при малых  $|q_1^2|, |q_2^2|$  (что реализуется при малых углах РЭ, в данной работе речь идёт об углах меньше 20 мрад) преобразуется в

$$W_{\gamma\gamma}^2 = 4\omega_1\omega_2 = 4(E_0 - E_-)(E_0 - E_+). \quad (1.5)$$

Расчёт по методу эквивалентных фотонов даёт следующее дифференциальное сечение фотонов ДФП по энергиям и углам:

$$d^2\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \left( 1 - \frac{\omega}{E_0} + \frac{\omega^2}{2E_0^2} \right) \frac{d\theta_\gamma}{\theta_\gamma^2 + m^2/E_0^2}, \quad (1.6)$$

где  $m$  — энергия покоя электрона. Здесь и далее используется система единиц, где  $c = 1$ , если  $c$  не присутствует явно.

<sup>1</sup>Здесь и далее мы будем называть, если не оговорено особо, рассеянный в результате любого процесса (двух-фотонного процесса, обратного Комптон-эффекта или тормозного излучения) электрон или позитрон «рассеянным электроном», РЭ.

Отсюда можно заключить, что энергетический спектр виртуальных фотонов падает примерно как  $1/\omega$ , но при больших энергиях падение медленнее, а углы излучения фотонов имеют распределение с характерной шириной порядка  $m/E_0$ .

Из законов сохранения углы вылета электрона (зенитный угол  $\theta$  и азимутальный угол  $\varphi$ ) однозначно определяется характеристиками излученного фотона:

$$\theta = \theta_\gamma \frac{\omega}{E}, \quad \varphi = -\varphi_\gamma. \quad (1.7)$$

На большинстве детекторов свойства рождённого двухфотонного состояния  $X$  определяют только по продуктам его распада. В этом случае основным признаком ДФП считается малый поперечный импульс системы. Это подход без мечения («no-tag»). В то же время рассеянные электроны и позитроны летят преимущественно под малыми углами к начальному пучку, в пределах апертуры вакуумной камеры коллайдера. Если регистрировать рассеянные электроны и позитроны и использовать их в качестве триггера, то эффективность отбора ДФП многократно повышается. Можно измерять энергии рассеянных электронов и позитронов, и тогда энергию двухфотонного состояния можно определять независимо от центральной части детектора. Это так называемое двойное мечение («double-tag»). Одиарное мечение («single-tag»), то есть, регистрация только одной частицы из пары, даёт дополнительную информацию для реконструкции двухфотонного события.

## 1.2 Обратное комптоновское рассеяние

Эффект Комптона, в самом общем определении, — неупругое (некогерентное) рассеяние фотона на заряженной частице. Исчерпывающую информацию по эффекту Комптона можно найти в [9–11]. В данной работе нас интересует случай рассеяния фотона инфракрасного, видимого или ультрафиолетового диапазона (энергия фотона — доли и единицы электрон-вольт) на встречном ультрарелятивистском электроны или позитроне. Этот случай называется обратным комптоновским рассеянием (ОКР). Приведём основные формулы и закономерности.

Пусть фотон с энергией  $\omega_0$  сталкивается с электроном/позитроном с энергией  $E_0$  ( $\omega_0 \ll m \ll E_0$ ) под углом  $\alpha \approx \pi$  (рисунок 1.2). Фотоны рассеиваются

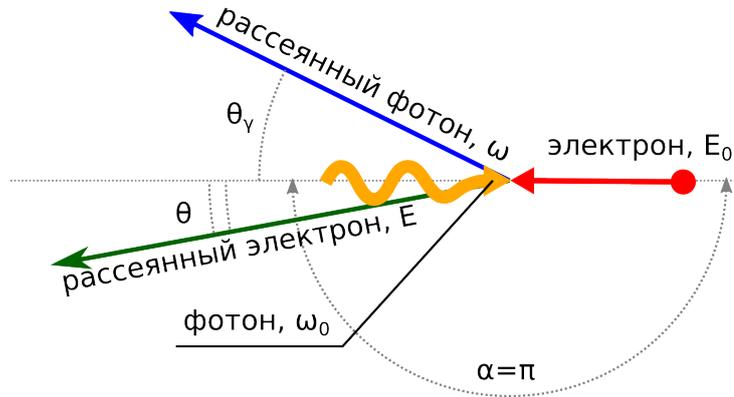


Рисунок 1.2: Кинематика обратного комптоновского рассеяния

в узком конусе вдоль направления движения начального электрона, причём при угле рассеяния фотона  $\theta_\gamma = 0$  энергия фотона достигает максимального значения:

$$\omega_{\max} = \frac{E_0 \lambda}{1 + \lambda} \stackrel{\lambda \ll 1}{\approx} 4\gamma^2 \omega_0, \quad (1.8)$$

$$\lambda = \frac{4E_0 \omega_0 \sin^2 \alpha/2}{m^2}, \quad (1.9)$$

где  $\gamma = E_0/m$  — Лоренц-фактор начального электрона. Можно показать, что при малом отклонении угла  $\alpha$  от  $\pi$  максимальная энергия изменяется пропорционально квадрату этой разницы. Важное следствие: в данной работе при реализации обратного комптоновского рассеяния угол  $|\alpha - \pi|$  между электронным пучком и пучком монохроматических фотонов не превышает 3 мрад, следовательно, максимальная энергия рассеянного фотона отличается от её значения при нулевом угле не более чем на  $10^{-5}$ . С практической точки зрения собственная ширина края энергетического спектра пренебрежимо мала: существенно меньше ширины, обусловленной другими факторами, не относящимися к кинематике процесса.

Энергия рассеянного фотона зависит от его угла рассеяния следующим образом:

$$\omega(\theta_\gamma) \simeq \frac{\omega_{\max}}{1 + \left(\frac{\theta_\gamma}{\theta_c}\right)^2}, \quad (1.10)$$

$$\theta_c = \frac{m}{E_0} \sqrt{1 + \frac{4E_0\omega_0}{m^2}} \approx \frac{1}{\gamma}. \quad (1.11)$$

Обратная зависимость (изображена на рисунке 1.3):

$$\theta_\gamma = \theta_c \sqrt{\frac{\omega_{\max}}{\omega} - 1}. \quad (1.12)$$

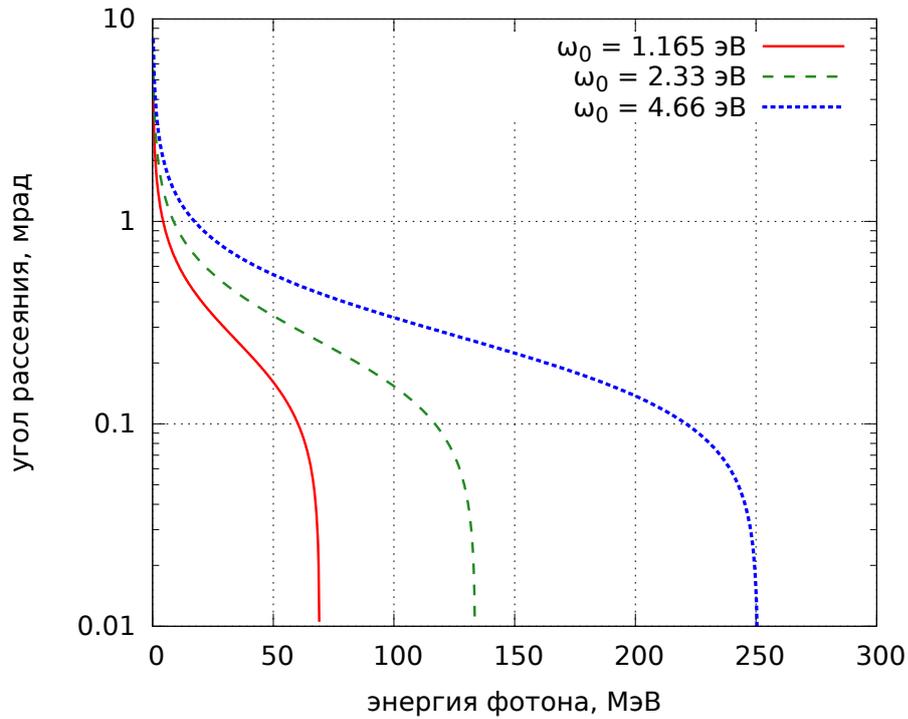


Рисунок 1.3: Зависимость угла рассеяния фотона от его энергии при комптоновском рассеянии на электроне с энергией 2 ГэВ при разных энергиях начального фотона

Из законов сохранения энергия и углы вылета электрона отдачи однозначно определяются параметрами рассеянного фотона (с точностью до  $\omega_0 \ll \omega$ ):

$$E = E_0 - \omega, \quad \theta = \theta_\gamma \frac{\omega}{E}, \quad \varphi = -\varphi_\gamma. \quad (1.13)$$

То есть, чтобы получить формулы для рассеянных электронов, можно в формулах для фотонов произвести соответствующую замену переменных. В частности, выпишем формулу минимальной энергии рассеянного электрона:

$$E_{\min} = E_0 - \omega_{\max} = \frac{E_0}{1 + \lambda}. \quad (1.14)$$

Зависимость угла рассеяния электрона от его энергии изображена на рисунке 1.4. Заметим, что существует конечный максимальный угол рассеяния электронов, при котором энергия электрона равна  $0.5(E_0 + E_{\min})$ . Этот угол определяется только энергией начального фотона:

$$\theta_{\max} = \frac{2\omega_0}{m}. \quad (1.15)$$

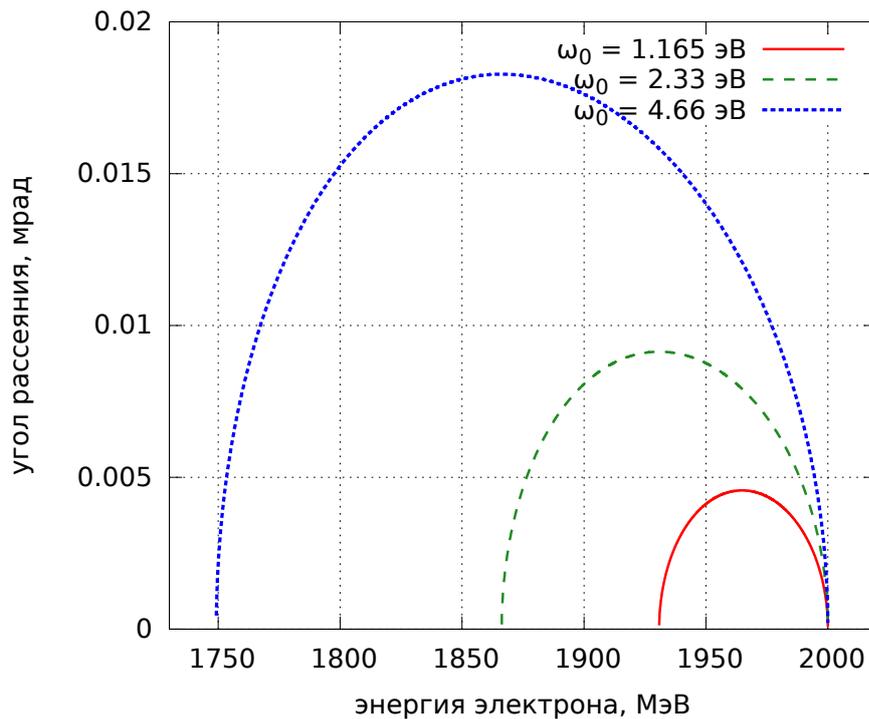


Рисунок 1.4: Зависимость угла рассеяния электрона от его энергии при комптоновском рассеянии на электроне с энергией 2 ГэВ при разных энергиях начального фотона

Энергетический спектр рассеянных фотонов при рассеянии неполяризованных частиц, сечение Клейна-Нишины (рисунок 1.5, а):

$$\frac{d\sigma_c}{d\omega} = f(\lambda, y) = \frac{2\pi r_e^2}{E_0 \lambda} \left[ \frac{1}{1-y} + 1 - y - \frac{4y}{\lambda(1-y)} + \frac{4y^2}{\lambda^2(1-y)^2} \right], \quad (1.16)$$

где  $y = \omega/E_0$ ,  $r_e = 2.818 \cdot 10^{-15}$  м — классический радиус электрона. Энергетический спектр рассеянных электронов  $\partial\sigma_c/\partial\omega$  получается подстановкой  $\omega \rightarrow E_0 - E$  в (1.16), то есть,  $f(\lambda, 1 - E/E_0)$  (рисунок 1.5, б). Дифференциальное угловое сечение рассеяния фотонов:

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega}(\theta_\gamma) = \frac{\omega_{\max}}{E_0 \pi} \frac{f(\lambda, y(\theta_\gamma))}{\theta_c^2 (1 + (\theta_\gamma/\theta_c)^2)^2}, \quad \text{где } y(\theta_\gamma) = \frac{\omega_{\max}}{E_0 (1 + (\theta_\gamma/\theta_c)^2)}. \quad (1.17)$$

### 1.3 Однократное тормозное излучение

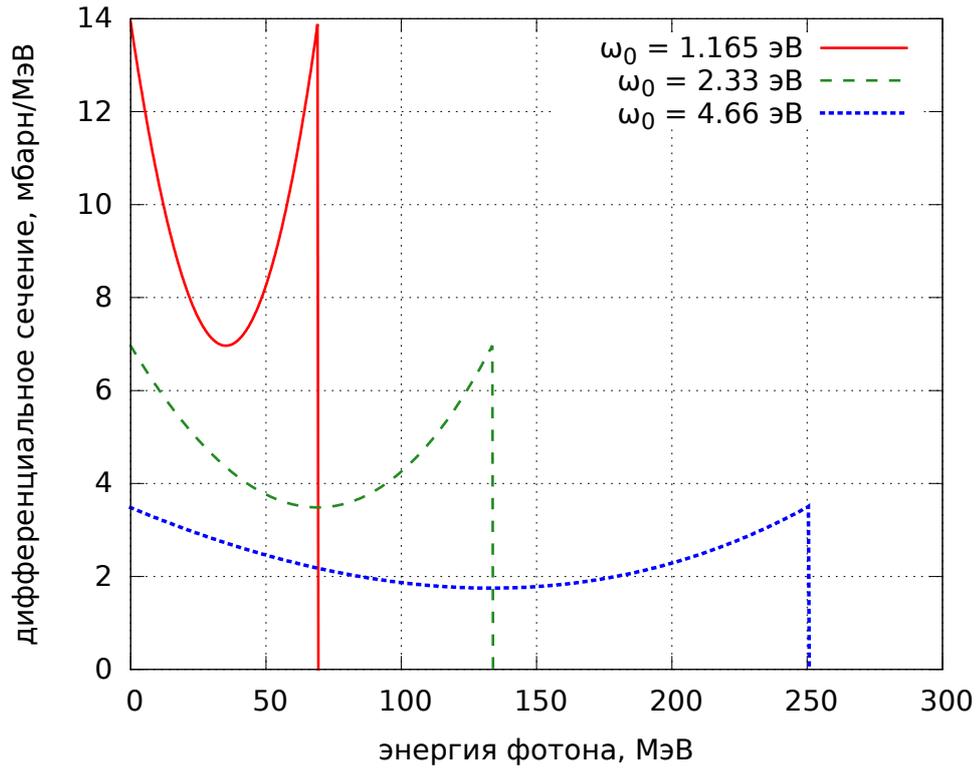
Однократное тормозное излучение (ОТИ) — рассеяние заряженной частицы в поле другой частицы, при котором излучается один фотон (в отличие от двойного тормозного излучения). Нас интересует случай рассеяния ультрарелятивистского электрона или позитрона на встречном позитроне/электроне или ядре/электроне атома остаточного газа в вакуумной камере ускорителя.

Дифференциальное сечение ОТИ в первом приближении описывается следующим выражением, которое можно получить методом эквивалентных фотонов (обозначения как в предыдущих разделах):

$$d^2\sigma_b = \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\omega}{\omega} \frac{d\theta_\gamma^2}{(\theta_\gamma^2 + 1/\gamma^2)^2}. \quad (1.18)$$

Таким образом, энергетический спектр фотонов падает примерно как  $1/\omega$ , а спектр углов представляет собой пик с характерной шириной  $1/\gamma$  и довольно медленно падает с увеличением углов (распределение Коши), но не так медленно, как в ДФП. В настоящей работе точности выражения (1.18) достаточно для моделирования ОТИ. Более точное выражение зависит от частицы, на которой происходит рассеяние: встречный ультрарелятивистский электрон/позитрон,

а)



б)

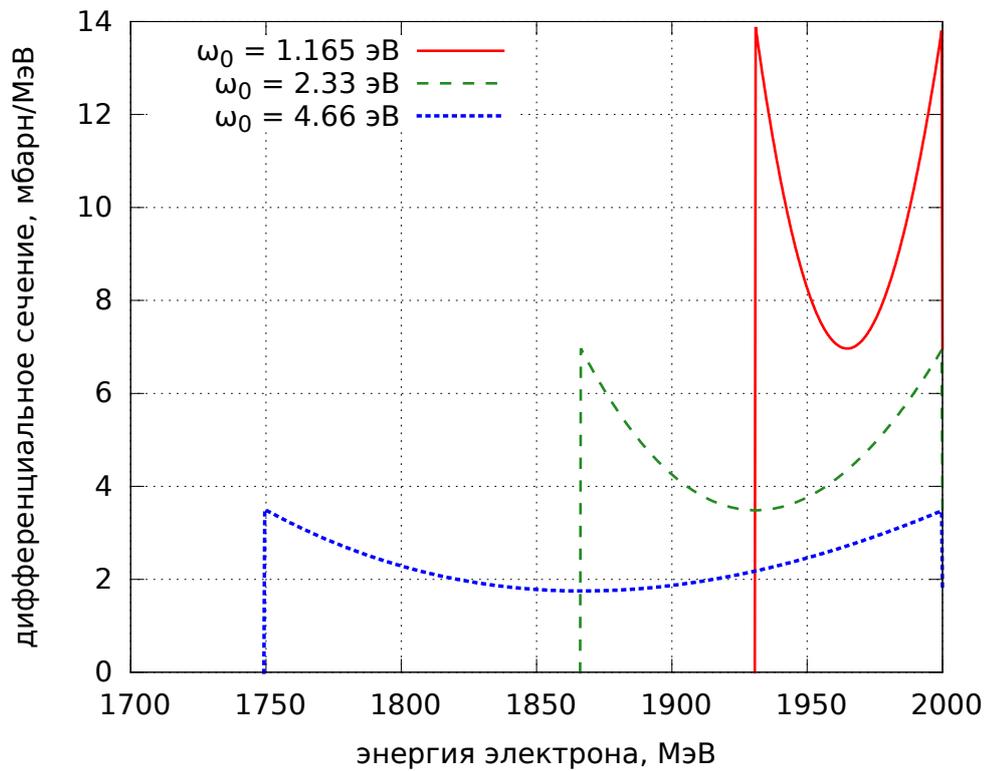


Рисунок 1.5: Энергетические спектры рассеянных фотонов (а) и электронов (б) при рассеянии фотона с энергиями  $\omega_0 = 1.165$  эВ, 2.33 эВ, 4.66 эВ на электроне с энергией  $E_0 = 2$  ГэВ.

ядро или электрон атома. Для взаимодействия ультррелятивистских электронов с позитронами более точный энергетический спектр можно взять из [12] (рисунок 1.6):

$$\frac{\partial \sigma_b}{\partial \omega} = 4\alpha r_e^2 \frac{1}{y} \left( \frac{4}{3}(1-y) + y^2 \right) \left( \ln \frac{4E_0^2(1-y)}{ym^2} - \frac{1}{2} \right), \quad (1.19)$$

где  $y = \omega/E_0$ ,  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры. Таким образом, ширина края спектра очень маленькая, что позволяет считать, что край практически бесконечно узкий (как и при рассмотрении ОКР). При рассеянии на ядре атома меняется низкоэнергетическая часть спектра, а ширина края тоже бесконечно мала.

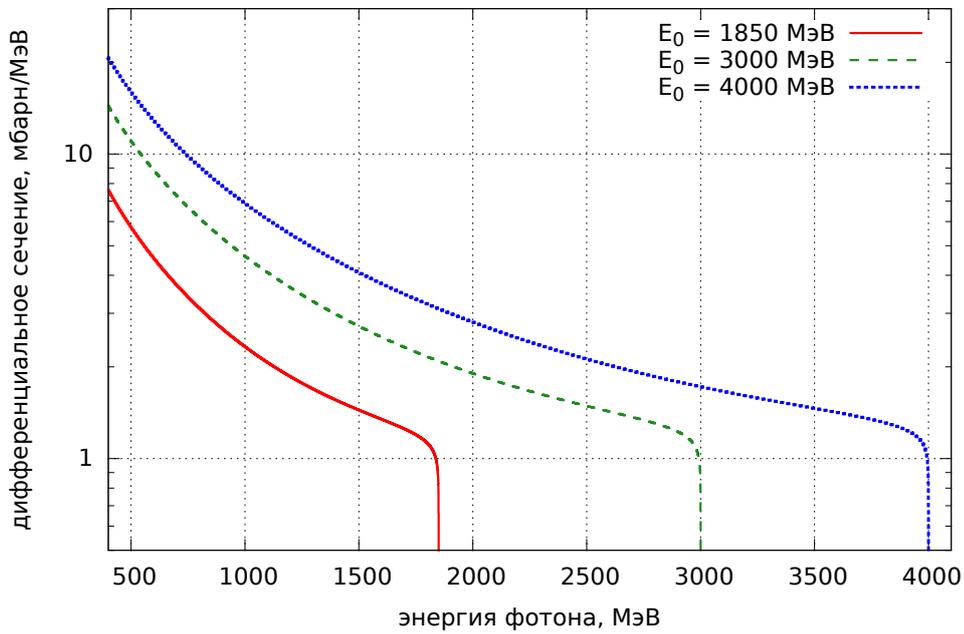


Рисунок 1.6: Дифференциальное сечение (энергетический спектр) обратного тормозного излучения при разных энергиях пучка.

При малых углах рассеяния соблюдается соотношения (с точностью до импульса отдачи встречного позитрона/электрона или ядра атома) между параметрами РЭ и фотонов:

$$E = E_0 - \omega, \quad \theta = \theta_\gamma \frac{\omega}{E}, \quad \varphi = -\varphi_\gamma. \quad (1.20)$$

Обозначения такие же, как в предыдущих разделах.

## 1.4 Коллайдер ВЭПП-4М

Ускорительно-накопительный комплекс ВЭПП-4 [13, 14] — установка для проведения экспериментов со встречными электрон-позитронными пучками в диапазоне энергий 1.0–5.5 ГэВ в пучке. ВЭПП-4 по состоянию на середину 2016 года (схема комплекса изображена на рисунке 1.7) состоит из линейного ускорителя с энергией пучка до 50 МэВ, с электрон-позитронным конвертером, бустерного синхротрона Б-4 (350 МэВ), накопительного кольца ВЭПП-3 с энергией пучка от 350 МэВ до 2 ГэВ и коллайдера ВЭПП-4М с универсальным магнитным детектором КЕДР. С конца 2016 года линейный ускоритель и бустерный синхротрон отключены, и электронные/позитронные пучки поставляются в накопитель ВЭПП-3 инжекционным комплексом ВЭПП-5.

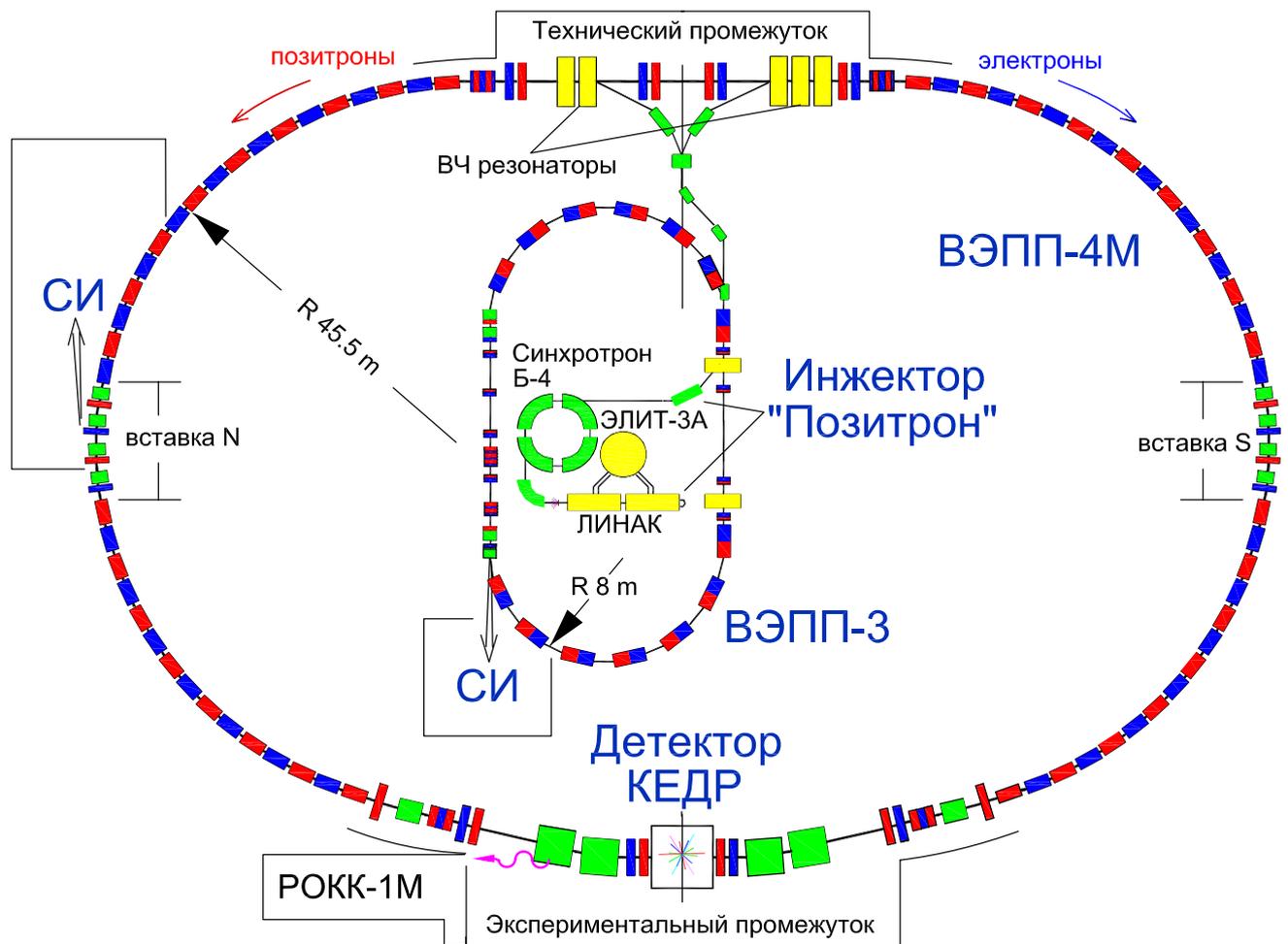


Рисунок 1.7: Ускорительно-накопительный комплекс ВЭПП-4 по состоянию на середину 2016 года. Источник: [13]

Основные параметры коллайдера ВЭПП-4М представлены в таблице 1.1.

Таблица 1.1: Параметры ВЭПП-4М (По материалам [13, 14])

Периметр, м	366.075			
Частота обращения, кГц	818.924			
Бетатронные частоты	$Q_x = 8.54, Q_y = 7.57$			
Структурные функции в месте встречи, см	$\beta_x = 75, \beta_y = 5, \psi_x = 80$			
Коэффициент связи $x - y$ -бетатронных колебаний	до 0.1			
Расчётные параметры пучка				
Энергия пучка, ГэВ	1.5	1.8	4.0	5.5
Горизонтальный эмиттанс, нм·рад	17	25	121	230
Энергетический разброс, %	0.025	0.029	0.066	0.090
Потери энергии за оборот, кэВ	14	29	713	2550
Длина сгустка, см	5			

Коллайдер ВЭПП-4М состоит из двух полуколец, технического и экспериментального промежутков. Полукольца, северное (N) и южное (S), представляют собой структуру FBDB. Элемент периодичности выполнен в виде двух FB- и DB-магнитов с элементами дипольной, квадрупольной, секступольной и skew-квадрупольной коррекции. В середине полуколец есть вставки, в которых располагаются элементы электростатического вертикального разведения электронного и позитронного пучков. В N-вставке расположен также вигглер и каналы вывода синхротронного излучения на станции пользователей. В техническом промежутке производится инжекция, там расположены ВЧ-резонаторы и элементы электростатического разведения пучков. В центре экспериментального промежутка находится универсальный детектор КЕДР. Структура экспериментального промежутка спроектирована так, чтобы обеспечить предельно малый размер пучков в месте встречи (финальный фокус) и реализовать двухплечевой фокусирующий магнитный спектрометр для электронов/позитронов, потерявших энергию в месте встречи — систему регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР.

В ускорителе ВЭПП-3 накапливаются и ускоряются 1–2 сгустка электронов или позитронов, движущихся в одном направлении. Инжекция в коллайдер ВЭПП-4 осуществляется в течение примерно 5 минут от начала накопления до выпуска из ВЭПП-3 для электронов и около 20 минут для позитронов. Если сгусток в заданной сепаратрисе ВЭПП-4М уже есть, то он замещается, в ВЭПП-4М может циркулировать два  $e^-$  и два  $e^+$  сгустков в режиме столкновений.

Светимость ВЭПП-4М довольно скромная,  $(10^{30}-2 \cdot 10^{31}) \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ . Особенностью коллайдера является возможность прецизионного измерения энергии пучка двумя методами: резонансной деполяризацией с тушековским поляриметром [15, 16] (точность до  $10^{-6}$  при энергии пучка до 2 ГэВ) и по краю спектра рассеянных обратно комптоновских фотонов [1, 16] (точность до  $10^{-5}$  при энергии пучка до 2 ГэВ). В настоящее время разрабатывается установка «Лазерный поляриметр» [17], измеряющая степень поляризации пучка с помощью угловой асимметрии комптоновского рассеяния. С помощью неё можно будет измерять энергию пучка ВЭПП-4М методом резонансной деполяризации (точность до  $10^{-6}$  при энергиях от 2 ГэВ). Благодаря высокой точности определения энергии пучка коллайдера ВЭПП-4М на детекторе КЕДР измерены массы десятка элементарных частиц семейства чармониев и D-мезонов с рекордной точностью в своё время. Точность измерения масс некоторых из них до сих пор не превзойдены, например,  $J/\psi$  и  $\psi(2S)$  [18]. Высокая точность измерения пучка также необходима для реализации программы двухфотонной физики с помощью системы регистрации РЭ и является необходимым условием её прецизионной калибровки.

## 1.5 Детектор КЕДР

Универсальный детектор КЕДР с продольным магнитным полем [19, 20] предназначен для изучения частиц, содержащих  $c$ - и  $b$ -кварки, и двухфотонных процессов в диапазоне энергий (с. ц. м.) от 2 до 11 ГэВ. Детектор КЕДР (схема изображена на рисунке 1.8) состоит из следующих систем: вершинный детектор, дрейфовая камера, черенковские счётчики, времяпролётная система, электромагнитный калориметр, мюонная система. Вершинный детектор на основе лавсановых пропорциональных трубочек и многопроволочная дрейфовая камера служат для регистрации заряженных частиц, определения места их возникновения и их идентификации по кривизне треков и ионизационным потерям. Слои аэрогелевых пороговых черенковских счётчиков идентифицируют адроны, в частности, разделяют  $\pi$  и  $K$ -мезоны. Времяпролётная система на основе сцинтилляционных счётчиков служит для идентификации заряженных частиц по времени пролёта и ионизационным потерям и работает в качестве первичного триггера. Для

измерения энергий фотонов, электронов и позитронов функционирует торцевой электромагнитный калориметр на основе кристаллов CsI и цилиндрический электромагнитный калориметр на жидком криптоне. Все эти системы находятся внутри сверхпроводящей катушки с магнитным ярмом с полем 0.6 Тл. В магнитном ярме расположены стримерные трубки мюонной системы.

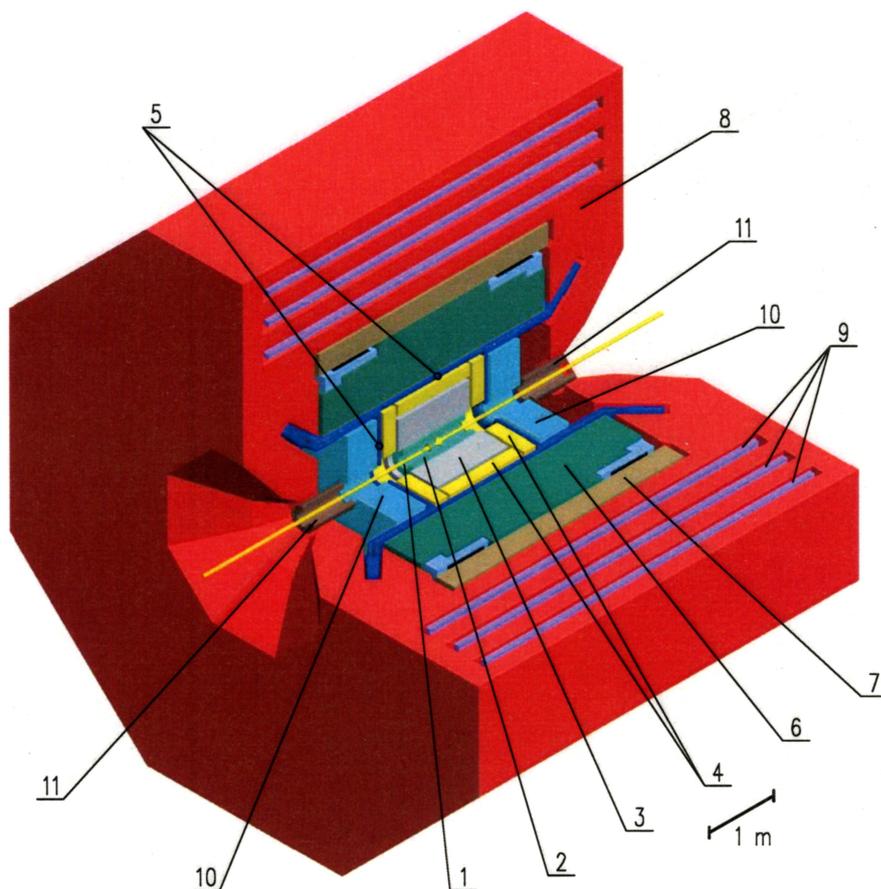


Рисунок 1.8: Детектор КЕДР. 1 – вакуумная труба ускорителя, 2 - вершинный детектор, 3 – дрейфовая камера, 4 – аэрогелевые пороговые счетчики, 5 – времяпролетные счетчики, 6 – цилиндрический жидкокритоновый калориметр, 7 – сверхпроводящая катушка, 8 – ярмо, 9 – мюонные камеры, 10 – торцевой CsI калориметр, 11 – компенсирующая катушка.

Отличительной чертой и преимуществом детектора КЕДР является наличие системы регистрации рассеянных электронов [21–23]. В сочетании с высоким энергетическим разрешением и точным измерением энергии пучка коллайдера, такая система позволяет проводить прецизионные измерения масс двухфотонных резонансов, несмотря на то, что светимость ВЭПП-4М на порядки уступает светимостям более современных коллайдеров аналогичного диапазона энергий (БЕРС-II, (Super)КЕК-В).

## Глава 2

# Система регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР

Система регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР представляет собой двухплечевой фокусирующий магнитный спектрометр, состоящий из элементов экспериментального промежутка ВЭПП-4М и четырёх пар координатных детекторов (рисунок 2.1). Схема движения электронов показана на рисунке 2.2. В точке встречи пучков ВЭПП-4М происходит рассеяние электронов и позитронов в результате процессов ДФП, ОТИ и ОКР. Электроны, покинув место встречи, проходят через магнитные линзы NEL1 и NEL2 и отклоняются дипольными магнитами NEM1 и NEM2. Электроны, потерявшие энергию при рассеянии оказываются вне орбиты пучка, где регистрируются одним из координатных детекторов. Электроны имеют разброс горизонтальных координат и углов, обусловленный конечным эмиттансом электронного пучка. Фокусное расстояние системы линз пропорционально, а угол поворота в диполе — обратно пропорционален энергии электронов. Таким образом, точки фокуса для электронов с энергией меньше энергии равновесного пучка находятся с внутренней стороны орбиты пучка, образуя линию фокусировки в плоскости поворота диполя. Координатные детекторы спектрометра располагаются на этой линии для обеспечения наилучшего энергетического разрешения.

Основные параметры системы регистрации РЭ представлены в Таблице 2.1. В системе регистрации измеряются энергии рассеянных электронов/позитронов с энергиями от 0.39 до 0.98 энергии пучка, вылетающих из места столкновений пучков с углами менее  $1^\circ$  (ограничены апертурой вакуумной камеры). Эффективность регистрации одной рассеянной частицы до 70%, обеих частиц — до 30%. Для сравнения, обычно универсальный детектор элементарных частиц, в силу конструкции его торцевой части, позволяет регистрировать рассеянные частицы с углами не менее  $10^\circ$ . Так как электроны и позитроны в ДФП

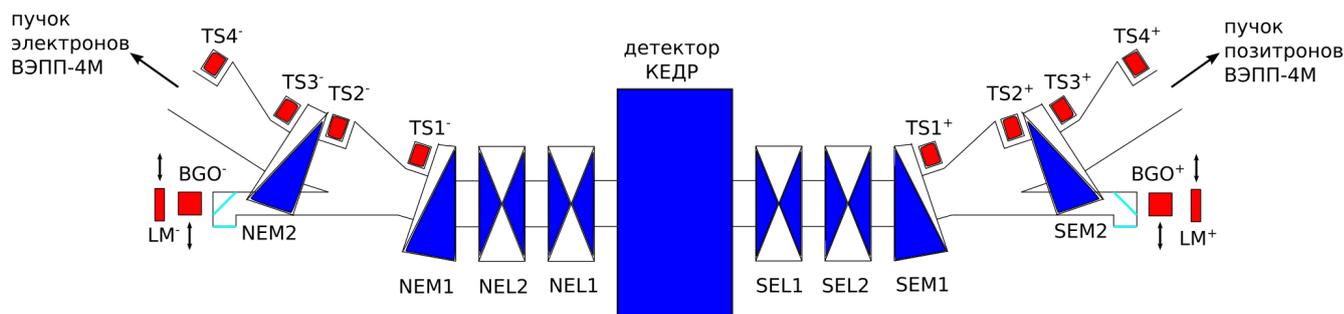


Рисунок 2.1: Схема системы регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР. NEL1, NEL2, SEL1, SEL2 — квадрупольные линзы, NEM1, NEM2, SEM1, SEM2 — поворотные магниты, TS — координатные детекторы, BGO — калориметры на основе кристалла BGO, LM — мониторы светимости.

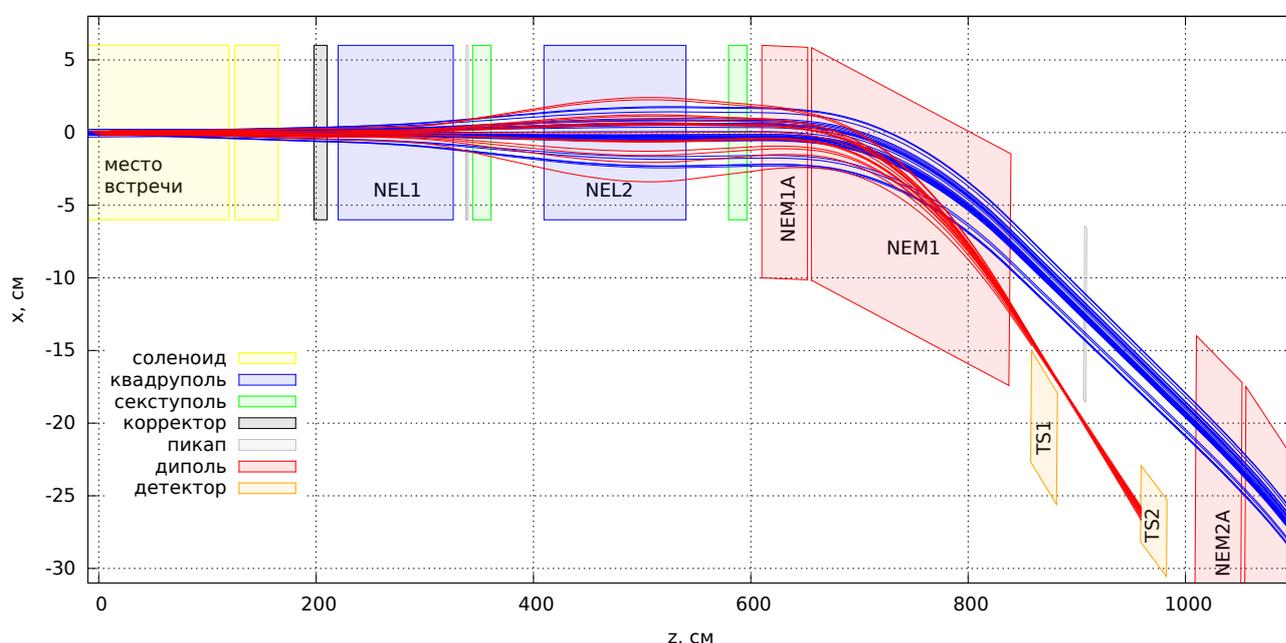


Рисунок 2.2: Траектории движения электронов в плоскости орбиты  $x, z$  ВЭПП-4М. Синие линии соответствуют электронам с энергией  $E_0$ , красные — электронам с энергией  $E = 0.62E_0$ .

рассеиваются преимущественно вдоль пучка (см. уравнение (1.6)), эффективность при этом не превышает нескольких процентов. Таким образом, сама возможность регистрировать рассеянные под малыми углами частицы существенно повышает эффективность отбора двухфотонных событий, и систему регистрации можно использовать в качестве триггера. Основное преимущество системы регистрации заключается в том, что она определяет энергии рассеянных частиц с точностью не хуже процента от энергии пучка. Таким образом, она позволяет определить инвариантную массу  $\gamma\gamma$ -системы независимо от центральной части детектора с высокой точностью.

Таблица 2.1: Основные параметры системы регистрации РЭ (по материалам [19,20])

	Диапазон энергий, %	Энергия фокусировки, %	Разрешение для 90% РЭ, %	Разрешение для 90% $\gamma\gamma$ , %
TS1	39...59	59	0.996	1.29
TS2	60...72	66	0.245	0.64
TS3	73...85	79	0.141	0.67
TS4	87...98	89	0.114	0.81
Диапазон энергий			45%...98% энергии пучка	
Эффективность регистрации			до 30% (электрон и позитрон) до 70% (одна частица)	
Разрешение по энергии РЭ			<0.1% энергии пучка	
Разрешение по массе $\gamma\gamma$ -системы			5...20 МэВ	

## 2.1 Магнитная структура

Подробное описание структуры экспериментального промежутка ВЭПП-4М и расчётные структурные функции приведены в Приложении А. Экспериментальный промежуток ВЭПП-4М состоит из двух симметричных частей — «северной» (N) и «южной» (S). На прямолинейном участке две пары квадрупольных линз — SEL2, SEL1 и NEL1, NEL2 (по направлению движения электронов) — фокусируют пучки, чтобы обеспечить минимальные бета-функции в месте встречи и фокусировку для РЭ. Для компенсации интеграла продольного поля соленоида детектора КЕДР по обе стороны от него расположены соленоиды с полем противоположного направления («антисоленоиды»). Поворотные магниты экспериментального промежутка SEM1, NEM1 состоят из двух частей — коротких со слабым полем, и длинных с сильным полем (соотношение полей 2/5). Короткие части обращены в сторону КЕДР в целях уменьшения фона, чтобы в КЕДР проникало только мягкое синхротронное излучение. Поворотные магниты SEM2, NEM2 им идентичны; питание осуществляется парами SEM1–SEM2 и NEM1–NEM2. Кроме того, имеются секступольные линзы для локальной компенсации хроматизма, совмещённый skew-квадруполь-октуполь (8 полюсов и 2 независимо управляемых группы обмоток) для регулирования связи степеней свободы и управления нелинейностями пучка. Экспериментальный промежуток в пределах системы регистрации РЭ оснащён двухкоординатными корректорами орбиты SEX0Z1

и NEX0Z1, представляющих собой вертикальную и горизонтальную обмотки в одном ярме, и горизонтальными корректорами SEX2, SEX1, NEX1, NEX2 в виде дополнительных обмоток в диполях SEM2, SEM1, NEM1, NEM2, соответственно.

Координатные детекторы системы регистрации РЭ выполнены в виде восьми блоков, четыре из них расположены между первыми и вторыми диполями: TS1<sup>±</sup>, TS2<sup>±</sup>, четыре после вторых (по направлению в полукольца): TS3<sup>±</sup>, TS4<sup>±</sup>.

## 2.2 Координатные детекторы

Каждый координатный детектор системы регистрации рассеянных электронов представляет собой годоскоп на дрейфовых трубках (рисунок 2.3). Блок содержит шесть двойных слоёв трубочек в направлении движения частиц, трубки в двойном слое расположены в шахматном порядке. Детекторы TS1<sup>±</sup>, TS2<sup>±</sup>, TS3<sup>±</sup> имеют ширину около 9 см с 24-мя трубками в двойном слое, TS4<sup>±</sup> имеет удвоенный размер и 48 трубок в двойном слое. Расстояние между двойными слоями — 48 мм, шаг расположения трубок, вдоль и поперёк — 8 мм. Вертикальный размер трубок — 20 см — с большим запасом перекрывает область высотой около 1 см, где движутся рассеянные частицы. Таким образом, один рассеянный электрон может быть зарегистрирован в 6–12 трубках, и выбранная конструкция позволяет с достаточной надёжностью реконструировать одинарные, двойные и тройные треки.

Трубки годоскопа изготовлены из нержавеющей стали толщиной 90 мкм, диаметром 6 мм. Стенки такой толщины, с одной стороны, не пропускают мягкое излучение, и, с другой стороны, не приводят к существенному рассеянию энергичных частиц (0.5% радиационной длины). Анодные проволочки диаметром 28 мкм изготовлены из вольфрама и позолочены. Вклад механической точности изготовления в координатное разрешение детекторов оценивается в 50 мкм. В трубках используется газовая смесь 90% CF<sub>4</sub> + 10% *i*C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>, выбранная из соображений высокой радиационной стойкости.

Электроника дрейфовых трубок выполнена в виде стандартных механически защищённых модулей, каждый из которых обрабатывает сигналы 12 трубок. Сигналы, соответствующие моменту прихода облака электронов ионизации к

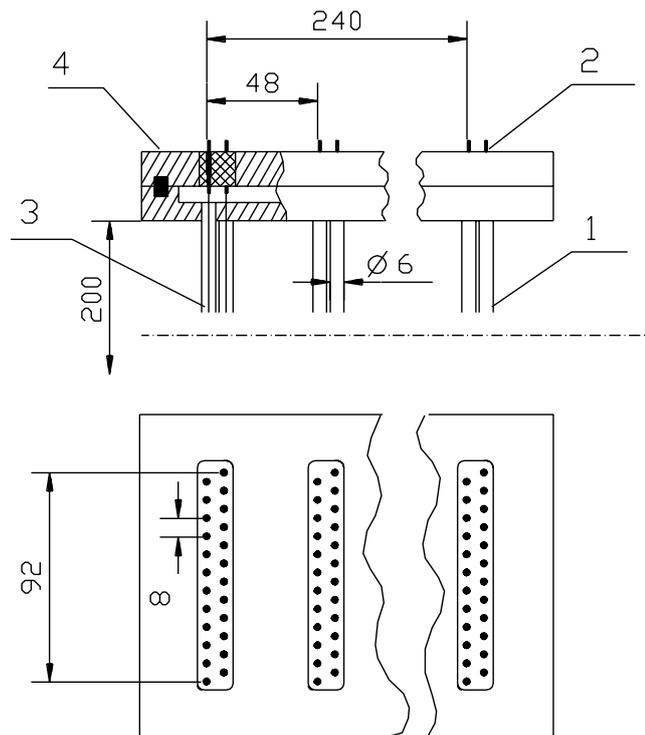


Рисунок 2.3: Схема годоскопа на дрейфовых трубках. 1 — дрейфовая трубка, 2 — анодный пин, 3 — анодная проволочка, 4 — фланец. (Источник: [19,20])

аноду поступают в блоки измерения времени, Т-платы. Это схема «с общим стопом»: счёт времени начинается с прихода заднего фронта индивидуального импульса с трубки и продолжается до прихода общего для всех каналов системы регистрации РЭ импульса «стоп». Измерение времени дрейфа происходит путём счёта импульсов тактового генератора с разрешением 2 нс (при максимальной длительности сигнала 30 нс). Кроме того, с помощью специальной схемы время измеряется с дискретностью 0.2 нс. Погрешность измерения времени с учётом всех компонентов электронного тракта составляет примерно 0.8 нс, что соответствует вкладу в координатное разрешение примерно 0.12 мм, при ожидаемом полном разрешении 0.35–0.45 мм.

Для выработки триггера системы регистрации используются тонкие сцинтилляционные счётчик, установленные спереди годоскопа в  $TS4^{\pm}$ , сзади годоскопа в остальных детекторах.

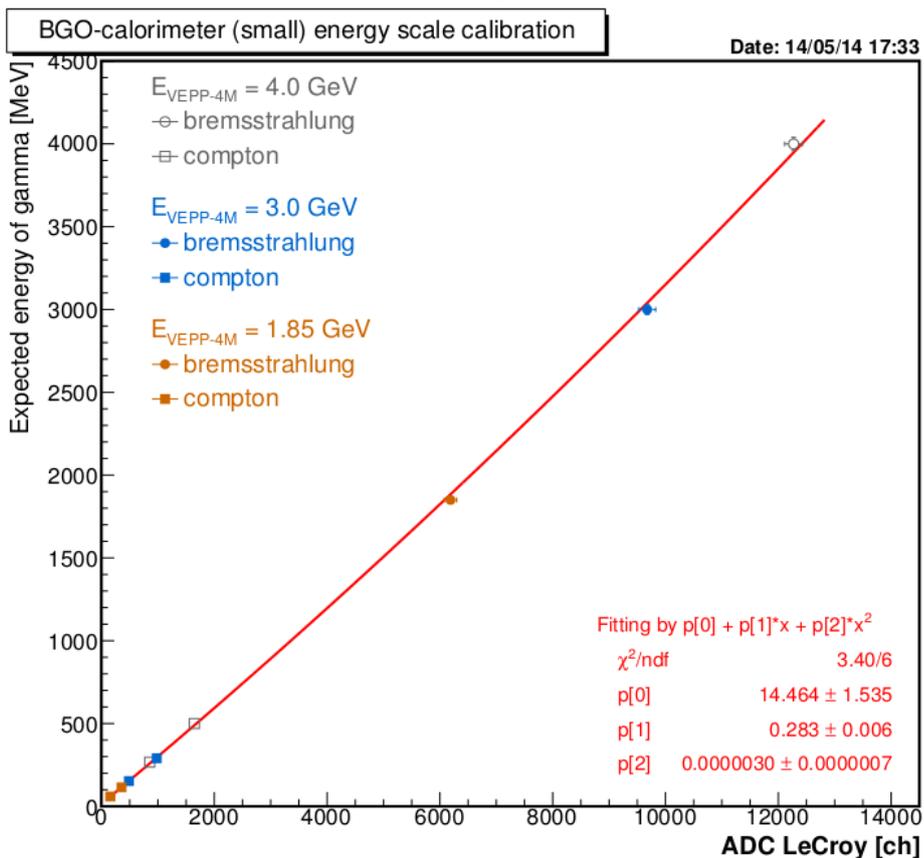
Для улучшения координатного разрешения перед каждым годоскопом на дрейфовых трубках были установлены координатные детекторы на основе трёхкаскадных газовых электронных умножителей (ГЭУ, GEM) [23–25], позволяющих кроме горизонтальной координаты измерять и вертикальную. При совмест-

ной обработке треков с ГЭУ и годоскопа полное координатное разрешение оценивается в 100 мкм.

## 2.3 BGO калориметры

На концах экспериментального промежутка ВЭПП-4М, на оси КЕДР установлены сцинтилляционные калориметры полного поглощения (отмечены как BGO<sup>±</sup> на рисунке 2.1). Они выполнены из цилиндрических кристаллов германата висмута ( $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ , BGO) объёмом около 2 л. BGO калориметры измеряют энергию фотонов, вылетевших из места встречи и предназначены для калибровки системы регистрации методом мечения РЭ по энергии фотона (раздел 2.6). Калориметры установлены на специальных подвижных платформах, обеспечивающих попеременную работу калориметров и мониторов светимости на основе сцинтилляционных сэндвичей (отмечены как LM<sup>±</sup> на рисунке 2.1). Они обладают разрешением от 1.3% до 4% в диапазоне энергий фотонов от 50 МэВ до 4 ГэВ. Разрешение и нелинейность калориметров были измерены в 2014 году с помощью АЦП с хорошей линейностью (рисунок 2.4). На рисунке 2.5 изображены спектры фотонов ОТИ и ОКР и, для сравнения, спектр комптоновских фотонов, восстановленной по энергии РЭ.

a)



б)

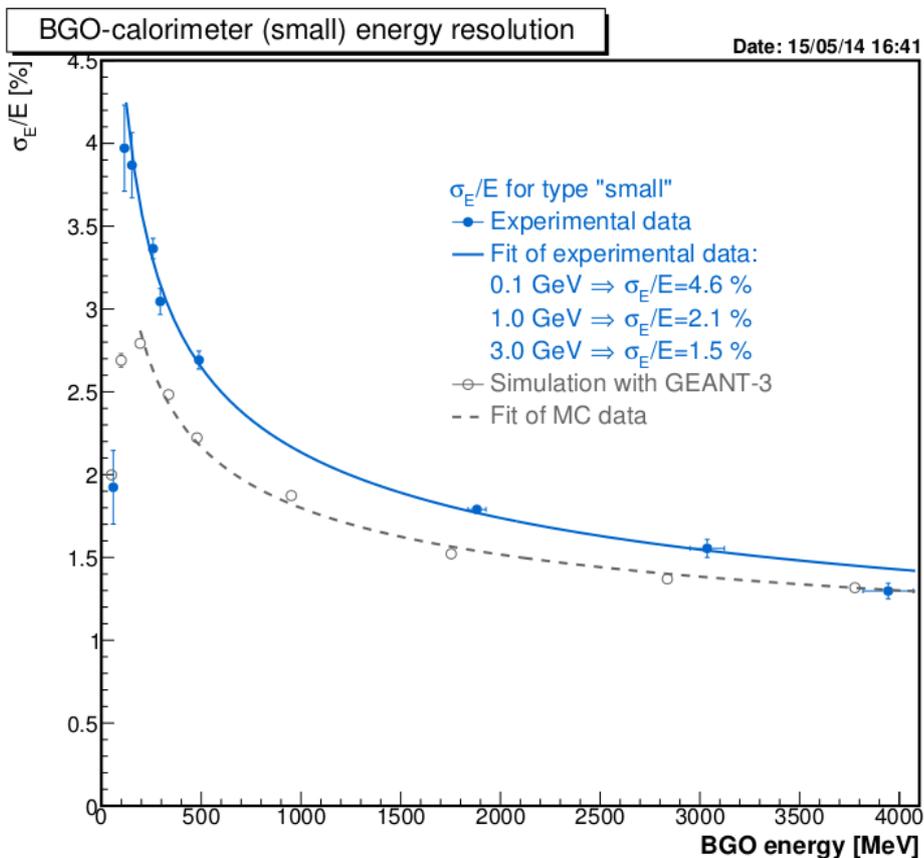


Рисунок 2.4: Параметры BGO калориметра, полученные с помощью АЦП с хорошей линейностью: шкала (а) и энергетическое разрешение (б). В качестве реперных точек использованы края спектров ОКР и ОТИ при разных энергиях пучка. Источник: [26].

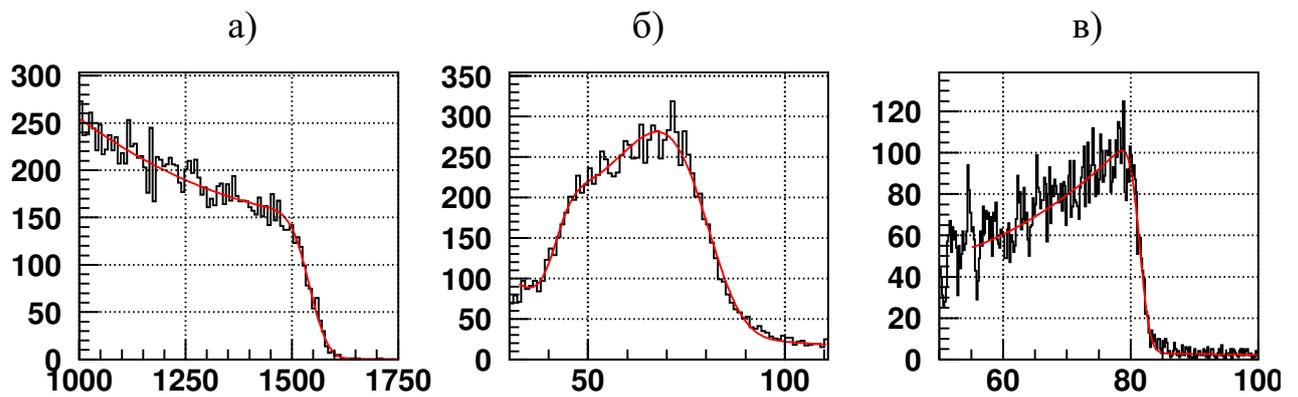


Рисунок 2.5: Энергетические спектры:

- а) -  $\gamma$ -квантов ОТИ на встречном сгустке, измеренный BGO калориметром,
  - б) -  $\gamma$ -квантов от комптоновского рассеяния лазерного излучения на встречном сгустке, измеренный BGO калориметром,
  - в) -  $\gamma$ -квантов от комптоновского рассеяния лазерного излучения на встречном сгустке, измеренный по энергии рассеянных электронов.
- Энергия пучка 1550 МэВ, энергия лазерного фотона 2.33 эВ

## 2.4 Оптическая аналогия магнитного спектрометра

Основные характеристики системы регистрации РЭ можно вывести из модели более простого магнитного фокусирующего спектрометра. Но прежде чем перейти к свойствам магнитного фокусирующего спектрометра, сначала качественно рассмотрим его работу с помощью оптической аналогии. Магнитные квадрупольные линзы аналогичны оптическим линзам (за исключением сильного астигматизма). Поворотный магнит аналогичен оптической дисперсионной призме с аномальной дисперсией (частицы низких энергий отклоняются сильнее частиц высоких энергий).

### 2.4.1 Нефокусирующий спектрометр

Простейший оптический спектрометр состоит из одной дисперсионной призмы и детектора поперечной координаты и угла луча (рисунок 2.6). Лучи, исходящие под разными углами (угловой разброс начального пучка ненулевой), падают на детектор с разными поперечными координатами: рисунок 2.6, а. В

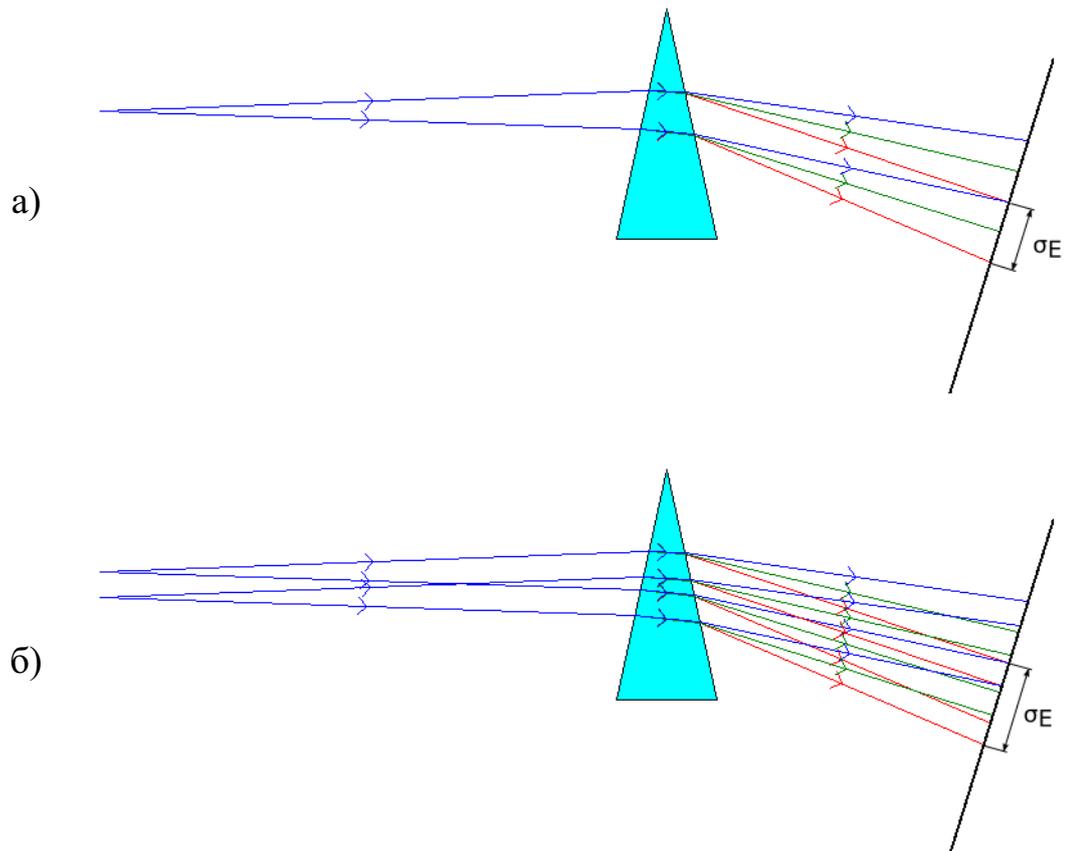


Рисунок 2.6: Схема оптического нефокусирующего спектрометра.

- а) – регистрация пучка с начальным угловым разбросом,  
 б) – с угловым и координатным разбросом.

$\sigma_E$  – энергетическое разрешение спектрометра при измерении только координаты

таком случае, чтобы получить хорошее энергетическое разрешение, необходимо с хорошей точностью измерять как поперечную координату, так и угол рассеянной частицы. В случае разных начальных координат (координатный разброс начального пучка ненулевой), ситуация ещё больше усложняется, и разрешение ухудшается: рисунок 2.6, б.

## 2.4.2 Фокусирующий спектрометр

С добавлением линзы простейший спектрометр становится фокусирующим: рисунок 2.7. Существуют точки, в которых траектории частиц одной энергии, исходящих под разными углами, сходятся. Кривая, на которой находятся эти точки, называется линией фокусировки: рисунок 2.7, а. Если расположить детек-

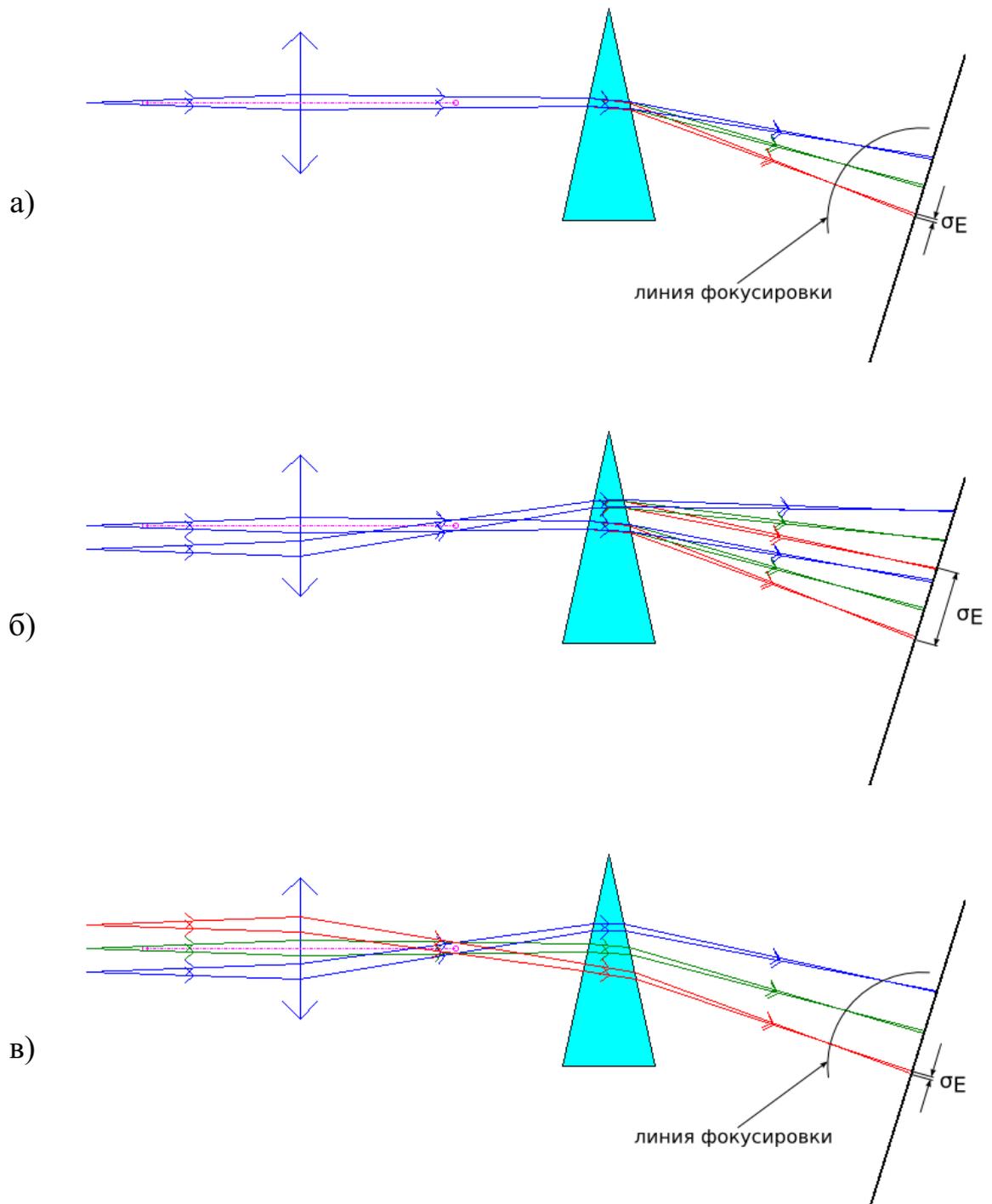


Рисунок 2.7: Схема оптического фокусирующего спектрометра.

а) – регистрация пучка с начальным угловым разбросом,

б) – с угловым и координатным разбросом,

в) – с угловым, координатным, энергетическим разбросом и корреляцией начальной координаты и угла (с ненулевой дисперсионной функцией).

$\sigma_E$  — энергетическое разрешение спектрометра при измерении только координаты

тор на линии фокусировки, то можно не измерять углы рассеянных частиц (или измерять с пониженной точностью), что существенно упрощает конструкцию детектора при сохранении хорошего энергетического разрешения. Даже если детектор, измеряющий только поперечную координату, находится вблизи линии фокусировки, то разрешение спектрометра всё равно будет существенно лучше, чем у аналогичного нефокусирующего спектрометра. Частицы одной энергии из начального пучка с ненулевым координатным разбросом регистрируются при разных координатах (рисунок 2.7, б), что ухудшает энергетическое разрешение. Особенностью коллайдера ВЭПП-4М является ненулевая дисперсионная функция  $\psi_x$  в месте встречи: зависимость поперечной горизонтальной координаты частицы в пучке от её энергии. В стандартной конфигурации коллайдера «дисперсионный» размер пучка в месте встречи почти равен его «бетатронному» размеру. Таким образом, положительные отклонения координаты соответствуют энергии выше равновесной, отрицательные — ниже, и это обстоятельство приводит к частичной компенсации отклонения начальной координаты: частицы одной энергии снова регистрируются при одной координате, как проиллюстрировано на рисунке 2.7, в. Ниже будет подробнее показано, где и как такая компенсация работает.

Шесть координатных детекторов системы регистрации РЭ расположены так, что линия фокусировки проходит через их центры:  $TS2^\pm$ ,  $TS3^\pm$ ,  $TS4^\pm$ . Через детектор  $TS1^\pm$  линия фокусировки проходит по краю. Таким образом, следует ожидать сложной формы компоненты энергетического разрешения, обусловленной магнитной системой: минимальное в центрах координатных блоков и возрастающее к краям. Подробнее этот вопрос будет рассмотрен ниже.

## **2.5 Движение электронов в фокусирующем магнитном спектрометре**

Теперь приведём уравнения движения электрона через простейший фокусирующий магнитный спектрометр, встроенный в магнитную структуру ускорителя (рисунок 2.8) в линейном приближении. Здесь мы считаем, что линза и дипольный магнит бесконечно тонкие, а угол поворота дипольного магнита мал.

Сначала рассмотрим горизонтальное движение, то есть, в плоскости поворота дипольного магнита. Уравнения движения через тонкую линзу можно взять из любого учебника по геометрической оптике, или, например, из формулы (3.26). Уравнения движения через тонкий диполь нетрудно вывести из простых геометрических соображений, или взять формулу тонкого корректора (3.35). Обозначим (рисунок 2.8):

- $L_1$  — расстояние от источника частиц до линзы,
- $L_2$  — расстояние от линзы до диполя,
- $L_3$  — расстояние от диполя до детектора,
- $f$  — фокусное расстояние линзы (для энергии равновесного пучка ускорителя),
- $\alpha$  — угол поворота частиц с равновесной энергией в диполе,
- $\varkappa = E/E_b$  — отношение энергии частицы к равновесной энергии пучка ускорителя.
- $x$  и  $x'$  — горизонтальные координата и угол частицы,
- $x_0$  и  $x'_0$  — начальные горизонтальные координата и угол частицы.

Заметим, что для частицы с относительной энергией  $\varkappa$  фокусное расстояние равно  $\varkappa f$ , а угол поворота в диполе равен  $\alpha/\varkappa$ .

На входе линзы частица прошла через пустой промежуток:

$$x'_1 = x'_0, \quad (2.1)$$

$$x_1 = x_0 + x'_0 L_1. \quad (2.2)$$

На входе дипольного магнита частица прошла ещё линзу и пустой промежуток:

$$x'_2 = x'_1 - \frac{x_1}{\varkappa f} = x'_0 - \frac{x_0 + x'_0 L_1}{\varkappa f}, \quad (2.3)$$

$$x_2 = x_1 + x'_2 L_2 = x_0 + x'_0 L_1 + \left( x'_0 - \frac{x_0 + x'_0 L_1}{\varkappa f} \right) L_2. \quad (2.4)$$

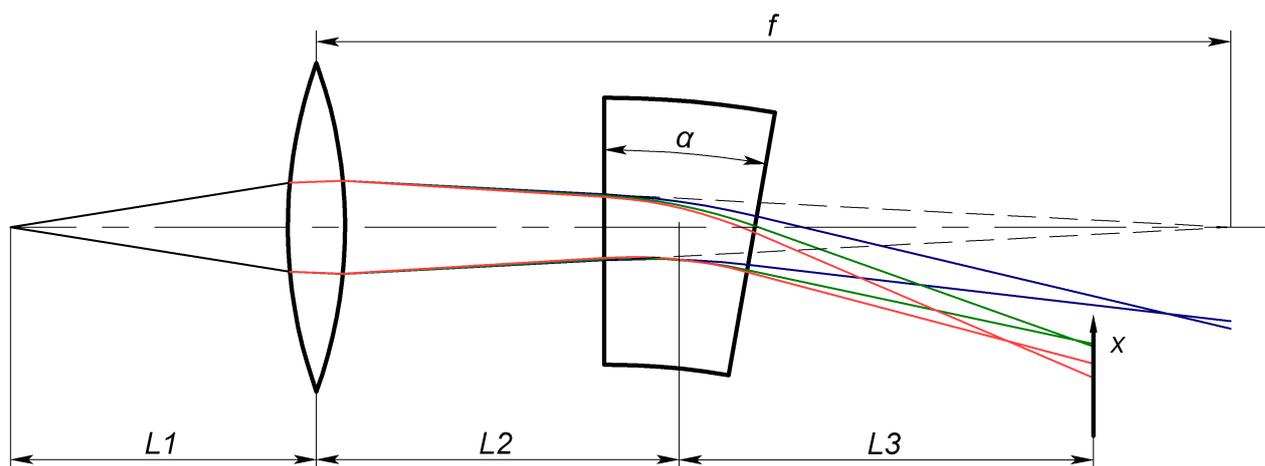


Рисунок 2.8: Схема простейшего фокусирующего магнитного спектрометра. Синими линиями обозначены частицы равновесного пучка, зелёным и красным — рассеянные частицы с меньшей энергией. Параметры фокусного расстояния  $f$  и угла поворота  $\alpha$  указаны для энергии равновесного пучка

Наконец, на детекторе:

$$x'_3 = x'_2 - \frac{\alpha}{\varkappa} = x'_0 - \frac{x_0 + x'_0 L_1}{\varkappa f} - \frac{\alpha}{\varkappa}, \quad (2.5)$$

$$x_3 = x_2 + x'_3 L_3 = x_0 + x'_0 L_1 + \left( x'_0 - \frac{x_0 + x'_0 L_1}{\varkappa f} \right) L_2 + \left( x'_0 - \frac{x_0 + x'_0 L_1}{\varkappa f} - \frac{\alpha}{\varkappa} \right) L_3. \quad (2.6)$$

Перепишем выражение для  $x$  в общем виде, сгруппировав слагаемые при начальных координате, угле и относительной энергии:

$$x = \frac{a}{\varkappa} + b + x_0 c_2 \left( 1 - \frac{c_1}{\varkappa} \right) + x'_0 d_2 \left( 1 - \frac{d_1}{\varkappa} \right), \quad (2.7)$$

причём в приближении тонких элементов  $b = 0$  и  $c_2 = 1$ . В реальном магнитном спектрометре элементы имеют ненулевую толщину и нелинейности. При анализе матриц «толстых» элементов из главы 3 понятно, что если учесть толщину элементов, то  $c_2$  становится отличным от единицы, и остальные коэффициенты также будут отличаться от таковых в «тонком» случае. Но в дальнейшем анализе мы ограничимся приближением тонких элементов. Несмотря на простоту, данная модель позволяет объяснить основные свойства фокусирующего магнитного спектрометра, и, в частности, системы регистрации РЭ.

Нетрудно понять, что при добавлении дополнительных дипольных магнитов формулы движения всё равно сводятся к виду (2.7). Проанализировав матрицы skew-квадруполя (3.28) и соленоида (3.33), (3.34), можно заключить, что формулы движения должны учитывать вертикальные координату  $y_0$  и угол  $y'_0$  в источнике частиц. Формулы движения можно записать следующим образом:

$$x = \frac{a}{\varkappa} + b + x_0 c_2 \left(1 - \frac{c_1}{\varkappa}\right) + x'_0 d_2 \left(1 - \frac{d_1}{\varkappa}\right) + y_0 f_2 \left(1 - \frac{f_1}{\varkappa}\right) + y'_0 g_2 \left(1 - \frac{g_1}{\varkappa}\right). \quad (2.8)$$

Учёт секступолей (раздел 3.3.3) привёл бы к дополнительным слагаемым вида  $x_0^2 h_{112}(1 - h_{111}/\varkappa)$ ,  $x_0 x'_0 h_{122}(1 - h_{121}/\varkappa)$ ,  $x_0'^2 h_{222}(1 - h_{221}/\varkappa)$ ,  $y_0^2 h_{332}(1 - h_{331}/\varkappa)$ , и т.д. В данном анализе пренебрежём ими, так как секступольная коррекция в ВЭПП-4М относительно мала, но отметим, что они первой и нулевой степени относительно  $1/\varkappa$ .

Далее, сгруппировав в (2.8) слагаемые при  $1/\varkappa$ , получим очень важный для данной работы вывод: *в линейном случае при любых конфигурациях магнитной системы горизонтальная координата  $x$  частицы в детекторе зависит от энергии частицы следующим образом:*

$$x = \frac{A}{\varkappa} + B. \quad (2.9)$$

Этот вывод подтверждается проделанным в данной работе моделированием и моделированием других авторов [6].

Уравнения движения по вертикальной координате  $y$  в линейном приближении выглядят аналогично, но  $a = 0$  и  $b = 0$ .

## 2.6 Калибровка энергетической шкалы

В предыдущем разделе показано, что координата частицы в фокусирующем магнитном спектрометре в общем случае удовлетворяет соотношению (2.9). Следовательно, измеряя  $x$  в детекторе спектрометра, можно определить энергию

частицы следующим образом:

$$\kappa = \frac{A}{x - B}. \quad (2.10)$$

При этом необходимо определить коэффициенты  $A$  и  $B$ . Для определения абсолютной энергии  $E$  частицы необходимо ещё знать  $E_0$ . Таким образом, задача калибровки энергетической шкалы спектрометра сводится к нахождению коэффициентов  $A$  и  $B$ . В случае системы регистрации РЭ детектора КЕДР эти коэффициенты индивидуальны для каждого детектора  $TS1^\pm$ ,  $TS2^\pm$ ,  $TS3^\pm$  и  $TS4^\pm$ , то есть, нужно восемь пар калибровочных коэффициентов.

Разрешение системы регистрации по энергии РЭ не хуже процента от энергии пучка, а в точках фокусировки не хуже 0.1%. Такое разрешение является недостижимым для других типов детекторов в диапазоне энергий сотни–тысячи МэВ, например, разрешение калориметров не лучше 1–2%. Следовательно, с таким инструментом можно достичь, теоретически, точности измерения энергии в 2-10 раз лучше разрешения (оценка для монохроматических частиц), то есть, лучше 0.1%. Следовательно, калибровочные коэффициенты должны определяться с аналогичной точностью.

Как видно из (2.8), коэффициенты  $A$  и  $B$  зависят от начальных координат и углов частицы и всей магнитной структуры спектрометра, которые при работе ускорителя не постоянны по многим причинам. Таким образом, малейшее изменение магнитной структуры приводит к тому, что энергетическая шкала спектрометра изменяется. Возникает задача определять калибровочные коэффициенты не только с высокой точностью, но и регулярно.

Рассмотренные выше уравнения движения электронов через тонкие магнитные элементы спектрометра являются лишь приближением, тем не менее, позволяющим найти основные закономерности. Система регистрации сложнее, в ней больше элементов, и уравнения движения частиц были бы более громоздкими. Соответствие энергии координате можно получить при помощи Монте-Карло моделирования магнитной системы, что будет проделано в главе 3. Осложняет ситуацию тот факт, что для получения точности восстановления абсолютной энергии порядка 0.1% нужна, по крайней мере, такая же точность, с которой известны абсолютные значения геометрических и магнитных

параметров. Параметры экспериментального промежутка ВЭПП-4М известны с точностью гораздо ниже этого значения. Таким образом, задача сопоставления координате энергии не решается с помощью только моделирования.

Можно провести калибровку спектрометра с помощью источника рассеянных электронов с известной энергией — физического процесса с особенностями в спектре рассеянных частиц: пиками или краями. Узкие адронные резонансы в двухфотонных процессах дают пики в спектре восстановленной по рассеянным электронам инвариантной массы двухфотонной системы. Но в области энергий ВЭПП-4М нет резонансов с хорошо измеренной энергией, тем более, что их поиск, энергия и ширина являются предметом исследования двухфотонных процессов на детекторе КЕДР. Электроны обратного комптоновского рассеяния и однократного тормозного излучения имеют узкие края в энергетических спектрах. Край спектра ОТИ находится на энергии пучка и поэтому не пригоден для калибровки координатных детекторов системы регистрации РЭ. Край энергетического спектра ОКР расположен, в зависимости от выбора энергии пучка и энергии начальных фотонов, в достаточно широком диапазоне энергий РЭ. Таким образом, по-видимому, ОКР является единственным подходящим процессом для абсолютной энергетической калибровки системы регистрации РЭ.

Так как для калибровки спектрометра требуется определить два коэффициента,  $A$  и  $B$ , а энергия пучка измеряется независимо, достаточно рассеивать на пучках электронов и позитронов излучение только двух длин волн. Выбор энергии начальных фотонов определяется доступностью соответствующих источников достаточно мощного монохроматического излучения. Очевидно, это лазеры ближнего инфракрасного, видимого и ультрафиолетового диапазона (раздел 4.2). В данной работе используется излучение длин волн 1064 нм, 1053 нм (на электронном и позитронном плече, соответственно) и 527 нм (на обоих плечах) и планируется использовать 263 нм (на позитронном плече). Рассчитанные по формуле (1.14) минимальные энергии комптоновских электронов с этими длинами волн при разных энергиях пучка показаны на рисунке 2.9.

Таким образом, рассеяние лазерного излучения с длинами волн 1064 нм (1053 нм) и 527 нм на электронном и позитронном пучках позволяют провести абсолютную калибровку энергетической шкалы детекторов  $TS4^\pm$  во всём диапазоне энергий ВЭПП-4М. Причём в диапазоне энергий от 1.5 ГэВ до 4 ГэВ оба

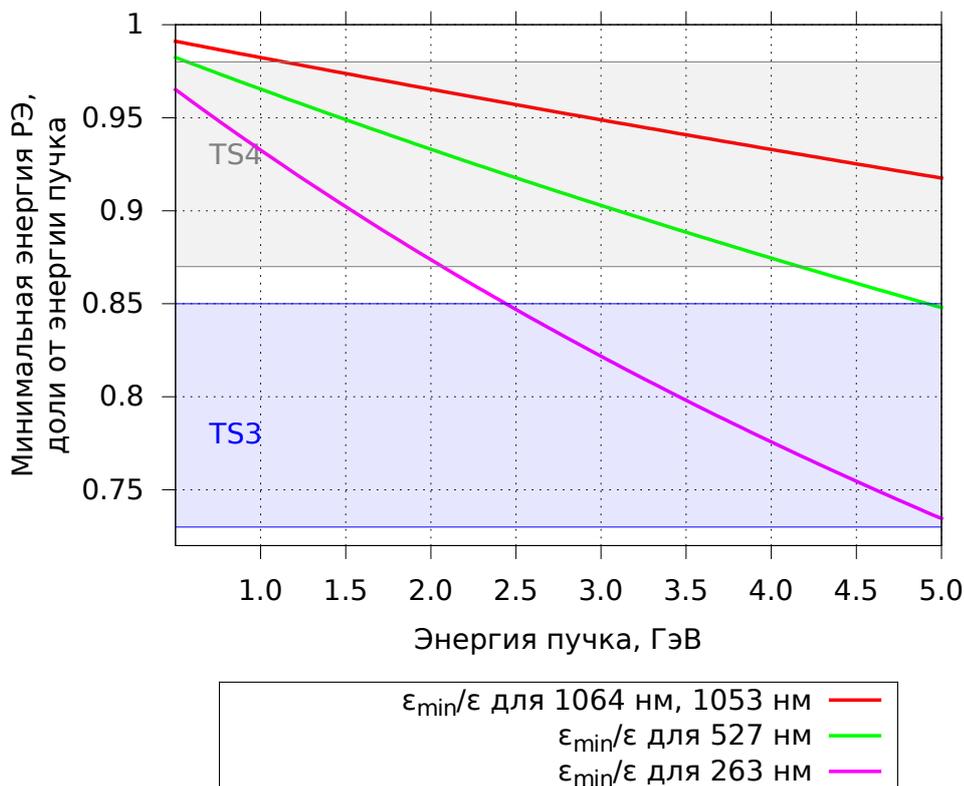


Рисунок 2.9: Возможности комптоновской калибровки системы регистрации РЭ: минимальные энергии комптоновских электронов (1.14) при рассеянии лазерного излучения разных длин волн на пучке электронов/позитронов с разными энергиями. Энергия выражена в безразмерных единицах  $\kappa = E_{\min}/E_b$ . Закрашенные области — энергетические апертуры блоков TS3 и TS4.

калибровочных коэффициента для  $TS4^{\pm}$  можно определить одновременно при одной энергии пучка. Использование длины волны 263 нм в диапазоне энергий пучка от 2.5 ГэВ до 5 ГэВ позволило бы провести калибровку детектора  $TS3^+$ .

Остаётся провести калибровку остальных координатных детекторов. По-видимому, единственным вариантом оказывается мечение. Его принцип заключается в том, что сумма энергий рассеянного электрона и фотона при ОТИ равна энергии пучка (1.20). При столкновениях встречных пучков в процессе ОТИ образуются пары электрон–фотон (позитрон–фотон). Если измерять энергию фотона, то энергия электрона становится известной. Энергии фотонов измеряются с помощью ВГО калориметров, установленных по обе стороны экспериментального промежутка ВЭПП-4М (раздел 2.3). Калибровка ВГО калориметров проводится с помощью максимальных энергий фотонов ОТИ и ОКР в качестве реперных энергий (рисунки 2.10, 2.5). Так как калориметр не различает число фотонов в пределах времени обработки одного события, требуется

обеспечить малую частоту событий. На рисунке 2.10 показаны максимальные энергии фотонов ОКР и ОТИ в зависимости от энергии пучка.

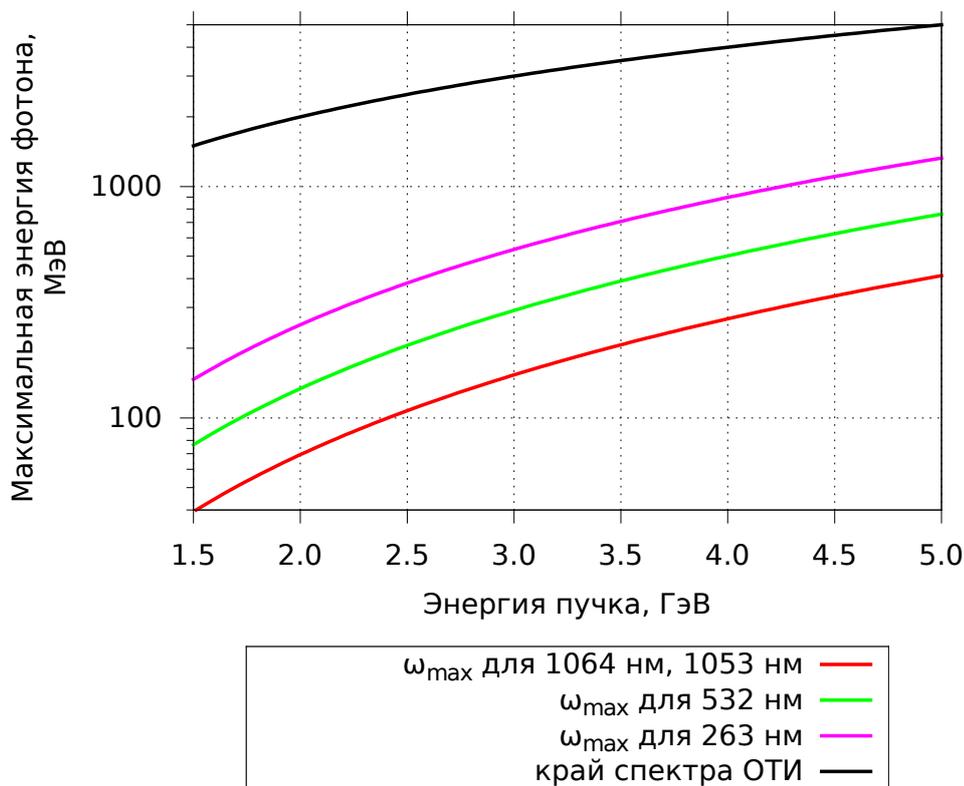


Рисунок 2.10: Возможности калибровки BGO-калориметров системы регистрации РЭ: максимальные энергии комптоновских фотонов (1.9) при рассеянии лазерного излучения разных длин волн и максимальная энергия фотонов ОТИ.

Процедура калибровки энергетической шкалы системы регистрации РЭ выглядит следующим образом.

1. ВЭПП-4М работает в режиме встречных пучков, рождая фотоны, электроны и позитроны из места встречи в процессе ОТИ. В это же время на пучках электронов и позитронов ВЭПП-4М поочерёдно рассеивается лазерное излучение двух длин волн.
2. Детекторы TS регистрируют рассеянные электроны и позитроны. Энергии фотонов ОКР и ОТИ измеряются двумя BGO калориметрами. Во время калибровки калориметры перекрывают пучок фотонов из места встречи на пути к мониторам светимости, поэтому эксперименты по физике частиц на встречных пучках в таком режиме коллайдера невозможны. На набор спектров требуется 1–2 часа.

3. Координатам  $x$  краёв спектров комптоновских электронов соответствуют минимальные энергии (1.9). Калибровка детекторов  $TS4^{\pm}$  проводится при измерении этих координат и использовании соответствующих энергий в качестве реперных точек.
4. При измерении энергий краёв спектров комптоновских и тормозных фотонов проводится калибровка ВГО калориметров.
5. С помощью одновременно зарегистрированных пар электрон-фотон (позитрон-фотон) однократного тормозного излучения проводится калибровка детекторов  $TS1^{\pm}$ ,  $TS2^{\pm}$  и  $TS3^{\pm}$ , используя тот факт, что  $E = E_0 - \omega$ .
6. Если процедура повторена при разных энергиях пучка, то, измеряя ширину краёв спектров комптоновских и тормозных электронов/фотонов, можно измерить энергетическое разрешение  $TS4^{\pm}$  и калориметров и измерить нелинейность калориметров.

Строго говоря, данная процедура позволяет потом с максимальной точностью измерять энергию РЭ от ДФП только в тот период времени, когда условия идентичны тем, что были при калибровке. Изменения в магнитной системе изменяет коэффициенты калибровки  $A$  и  $B$ . Такие параметры как скорость счёта, высокое напряжение ФЭУ, дрейфы нуля усилителей, температура приборов, влияют на энергетическую шкалу калориметров. Предполагается, что в рутинном режиме работы калибровка ВГО-калориметров и детекторов  $TS1^{\pm}$ ,  $TS2^{\pm}$ ,  $TS3^{\pm}$  будет проводиться примерно раз в месяц. Такая калибровка занимает довольно много времени и требует специальный режим ВЭПП-4М с малой светимостью. Калибровка  $TS4^{\pm}$  по ОКР будет проводиться либо непрерывно, либо несколько раз в неделю и обязательно при смене энергии пучка. Здесь и далее калибровку системы регистрации с помощью ОКР и ОТИ — как результат, калибровочные коэффициенты, так и процесс его получения — мы будем называть «экспериментальной калибровкой».

Калибровочные коэффициенты нужны на протяжении всего времени эксперимента. ОКР позволяет измерить разрешение системы регистрации в малом числе точек, но необходимо знать его во всём диапазоне энергий. Все эти за-

дачи решаются с помощью моделирования системы регистрации с опорой на экспериментальные данные. Эта методика описана в главе 3.

## 2.7 Энергетическое разрешение

В самом общем смысле, энергетическое разрешение — это ширина отклика системы в ответ на монохроматическое воздействие. Применительно к системе регистрации РЭ мы будем называть:

- **Разрешением по энергии рассеянного электрона** ширину спектра восстановленной энергии монохроматических РЭ.
- **Разрешением по энергии рассеянного фотона** ширину спектра восстановленной энергии монохроматических реальных или виртуальных фотонов.
- **Разрешение по инвариантной массе  $\gamma\gamma$ -системы.** Ширина спектра восстановленной по рассеянным электронам энергии бесконечно узкого двухфотонного резонанса. Это важнейшая характеристика для двухфотонной физики.

Также речь будет идти об абсолютном разрешении — в единицах энергии для  $\gamma\gamma$ -системы или относительном — в долях энергии пучка для РЭ и фотонов или в долях инвариантной массы для  $\gamma\gamma$ -системы. Необходимо отметить, что разрешение зависит от типа процесса. Экспериментальное определение разрешения — отдельная тема, которая будет раскрыта после выявления связей между этими определениями/способами.

### 2.7.1 Разрешение по энергии рассеянного электрона

Энергия РЭ (в долях энергии пучка  $\varkappa = E/E_b$ ) не измеряется непосредственно, а рассчитывается по формуле (2.10). Энергетическое разрешение можно рассчитать аналогично погрешности расчёта энергии по этой формуле. В реальном магнитном спектрометре всегда существуют неопределённости<sup>1</sup>: начальные

<sup>1</sup>Здесь мы не рассматриваем систематические ошибки, например, погрешности коэффициентов  $A$  и  $B$ .

координаты (координатный разброс частиц начального пучка от бетатронных колебаний и дисперсии), углы (бетатронные колебания и угловые свойства ДФП, ОТИ, ОКР), энергия частиц начального пучка, неопределённость координаты в детекторе в результате многократного рассеяния и процедуры восстановления трека и т.п. Эти неопределённости приводят к тому, что монохроматические РЭ приходят на детектор с разными координатами  $x$ , то есть, возникает неопределённость  $x$ . Проварьируя  $x$ , получаем энергетическое разрешение по рассеянному электрону:

$$\sigma(\varkappa) = \frac{A}{(x - B)^2} \sigma(x) = \frac{\varkappa^2}{A} \sigma(x). \quad (2.11)$$

Далее, применяя формулу распространения ошибок, из уравнения (2.8) можно извлечь форму энергетического разрешения фокусирующего спектрометра. Неопределённость координаты  $x$ :

$$\sigma(x) = \sigma(x_0) c_2 \left(1 - \frac{c_1}{\varkappa}\right) \oplus \sigma(x'_0) d_2 \left(1 - \frac{d_1}{\varkappa}\right) \oplus \dots \oplus \sigma_x, \quad (2.12)$$

где  $\sigma(x_0)$ ,  $\sigma(x'_0)$  — координатный и угловой разброс РЭ в месте их образования,  $\sigma_x$  — собственное координатное разрешение детектора, а знак « $\oplus$ » обозначает квадратный корень из суммы квадратов, например,  $C \oplus D = \sqrt{C^2 + D^2}$ .

При  $\varkappa = d_1$  исчезает влияние угла вылета частицы, достигается фокусировка по начальному углу. Выпишем из (2.6)  $d_1$  и  $d_2$ :

$$d_2 = L_1 + L_2 + L_3; \quad d_1 = \frac{L_1(L_2 + L_3)}{f(L_1 + L_2 + L_3)}. \quad (2.13)$$

Для достижения фокусировки при энергии  $\varkappa_\phi < 1$  нужно, чтобы коэффициент  $d_1$  был ей равен, это накладывает следующее условие на фокусное расстояние линзы:

$$f > \frac{L_1(L_2 + L_3)}{L_1 + L_2 + L_3}. \quad (2.14)$$

То есть, фокусное расстояние должно быть больше половины среднего гармонического расстояний  $L_1$  и  $L_2 + L_3$ .

Если  $\varkappa = c_1$ , то исчезает влияние координаты вылета частицы, достигается фокусировка по координате. Условие  $\varkappa_\phi < 1$  диктует ограничение на фокусное

расстояние:

$$f > L_2 + L_3. \quad (2.15)$$

Это условие отличается от условия на фокусировку по углу (2.14), тем больше, чем  $L_1$  меньше  $L_2 + L_3$ . Таким образом, условия фокусировки по углу и координате противоречат друг другу. Поскольку для функционирования коллайдера необходим малый размер пучков в месте встречи, в разрешении системы регистрации по энергии РЭ доминирует угловой разброс, и она была спроектирована так, чтобы реализовалась фокусировка по углу.

Рассмотрим также угловые свойств процессов, в которых образуются РЭ. В случае ОКР максимальный угол РЭ рассчитывается по формуле (1.15), и составляет примерно  $10^{-5}$  при рассеянии видимого лазерного излучения. Это намного меньше величины  $m/E_0$  и углового разброса пучка ВЭПП-4М. В отличие от ОКР, в процессах ОТИ и ДФП нет однозначной зависимости между углом рассеяния электрона и его энергией. Характерные углы рассеяния фотона здесь порядка  $m/E_0$ , при этом большинство фотонов имеют малую энергию (спектр  $1/\omega$ ). Вследствие соотношения (1.20), большинство рассеянных электронов имеют характерный угол рассеяния меньше  $m/E_0$ . Таким образом, угловая компонента разрешения спектрометра определяется преимущественно угловыми свойствами начального пучка. Проведённое в данной работе моделирование подтверждает это.

### 2.7.2 Энергетическое разрешение по рассеянному фотону

В реальном пучке электронов всегда присутствует разброс энергий. Он непосредственно влияет на разрешение по фотону. Очевидно, восстановленная энергия фотона равна

$$\omega = E_0 - E = E_0 - E_b\chi, \quad (2.16)$$

где  $E_0$  — энергия начального электрона,  $E$  — энергия рассеянного электрона,  $E_b$  — равновесная энергия пучка (средняя энергия частиц в равновесном пучке). Теперь применим к разрешению по энергии рассеянного фотона  $\sigma(\omega)$  тот же подход, что и к разрешению по рассеянному электрону:

$$\sigma(\omega) = \delta E \oplus E_b\sigma(\chi), \quad (2.17)$$

где  $\delta E$  — энергетический разброс пучка, а  $\sigma(\varkappa)$  рассчитывается по формуле (2.11).

Энергетический разброс пучка также влияет на разрешение по фотону вследствие ненулевой дисперсии в месте встречи. Вернёмся к зависимости координаты от энергии и начальных условий (2.8). При ненулевой дисперсии  $x_0$  состоит из двух компонент (кроме постоянной равновесной орбиты): случайной координаты  $x_\beta$  за счёт бетатронных колебаний и координатой, зависящей от расстройки начальной энергии и дисперсионной функции  $\psi_x$ :

$$x_0 = x_\beta + \psi_x \frac{E_0 - E_b}{E_b}. \quad (2.18)$$

Далее, координата РЭ:

$$x = \dots + x_\beta c_2 \left(1 - \frac{c_1}{\varkappa}\right) + \frac{E_0 - E_b}{E_b} \psi_x c_2 \left(1 - \frac{c_1}{\varkappa}\right) + \dots \quad (2.19)$$

Переходим к энергии фотона:

$$\omega = E_0 - E_b \varkappa = E_b + (E_0 - E_b) - \frac{AE_b}{x - B}, \quad (2.20)$$

где вместо  $x$  надо подставить (2.19). Вычисляем разрешение по рассеянному фотону:

$$\begin{aligned} \sigma(\omega) = \delta E \left[ 1 - \frac{\varkappa^2 \psi_x c_2}{A} \left(1 - \frac{c_1}{\varkappa}\right) \right] \oplus \sigma(x_\beta) \frac{\varkappa^2 c_2 E_b}{A} \left(1 - \frac{c_1}{\varkappa}\right) \oplus \\ \oplus \sigma(x'_0) \frac{\varkappa^2 d_2 E_b}{A} \left(1 - \frac{d_1}{\varkappa}\right) \oplus \dots \end{aligned} \quad (2.21)$$

где  $\sigma(x'_0)$  определяется в основном угловым разбросом электронов/позитронов в начальном пучке, как показано в предыдущем разделе.

Таким образом, в разрешении спектрометра по энергии рассеянного фотона совместное действие энергетического разброса и дисперсии уменьшает компоненту, связанную с энергетическим разбросом в пучке, а координатный разброс уменьшается на «дисперсионный» размер пучка. На разрешение по энергии рассеянного электрона разброс энергий в пучке и дисперсия не влияют по определению.

### 2.7.3 Разрешение по инвариантной массе двухфотонной системы

Инвариантная масса  $\gamma\gamma$ -системы определяется по формуле (1.5), она складывается из энергий двух коррелирующих частиц, которые регистрируются в разных частях спектрометра. Поэтому разрешение спектрометра по массе двухфотонной системы представляет собой некоторую усреднённую характеристику спектрометра с учётом корреляций электрона и позитрона в ДФП. Аналитический расчёт разрешения системы регистрации РЭ с её восемью детекторами становится громоздким и поэтому не приводится. Впрочем, задача расчёта  $\gamma\gamma$ -разрешения решается численным моделированием в разделе 3.8.3.

### 2.7.4 Измерение энергетического разрешения

Теперь рассмотрим измерение энергетического разрешения. Так как нет монохроматических источников РЭ и нет детекторов фотонов с лучшим, чем у системы регистрации РЭ разрешением в данном диапазоне энергий, единственным доступным способом измерения разрешения становится измерение ширины края спектра комптоновских электронов. Край спектра электронов формируется электронами, которые при ОКР потеряли максимум энергии и рассеялись на нулевой угол (формулы (1.12), (1.7), рисунок 1.4). В разрешение, измеренное по краю спектра ОКР входят следующие компоненты:

- угловой разброс, равный угловому (бетатронному) разбросу равновесного пучка;
- координатный разброс, равный координатному бетатронному разбросу пучка;
- двойной энергетический разброс начального пучка (из-за квадратичной зависимости  $E_{\min}$  от  $E_0$ );
- дисперсия в месте встречи приводит к тому, что вклад энергетического разброса пучка ослабляется согласно выражению (2.21).

Таким образом, измеренная ширина комптоновского края должна быть похожа на разрешение по энергии рассеянного фотона, но не тождественна ни ему, ни разрешению по энергии РЭ.

Очевидно, что ширина края спектра комптоновских фотонов определяется только энергетическим разбросом в пучке электронов/позитронов. Она намного меньше характерного разрешения калориметров, что позволяет использовать ОКР для измерения их энергетического разрешения.

Предложенный способ позволяет определить энергетическое разрешение магнитного спектрометра при данной структуре только в нескольких точках. Например, две длины волны лазерного излучения позволят измерить разрешение системы регистрации РЭ в двух точках при одной энергии пучка (рисунок 2.9). С теми же лазерами можно измерить ещё две точки при другой энергии. Но это будет уже другая конфигурация спектрометра, так как орбиты, бетатронные функции, частоты и т.д. редко повторяются при разных энергиях. По-видимому, единственным выходом оказывается моделирование. Результаты моделирования разрешения есть в работах [6, 19, 20] и изображены на рисунке 2.11. Такое моделирование проделано в настоящей работе в разделе 3.8.3.

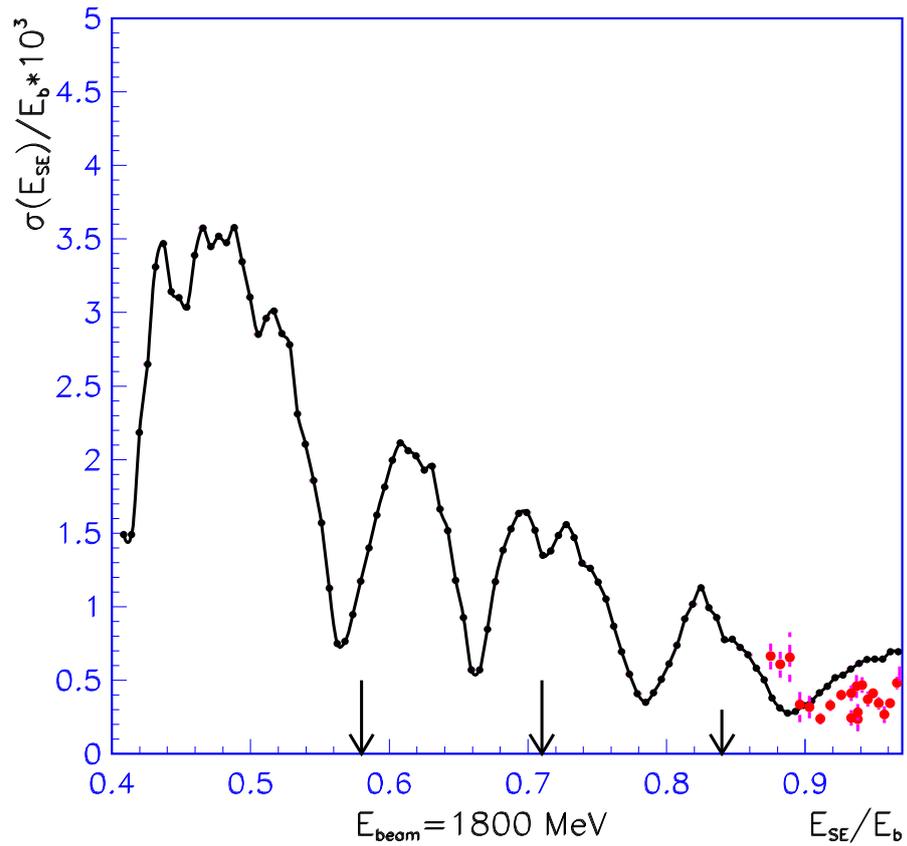


Рисунок 2.11: Разрешение по энергии рассеянного электрона системы регистрации РЭ детектора КЕДР. По обеим осям безразмерная энергия  $\mathcal{E}$ . Линия с точками — расчёт, одиночные точки — измерение по краю спектра комптоновских электронов при разных энергиях пучка. Стрелками отмечены границы энергетических апертур детекторов. Источник: [19]

## Глава 3

# Моделирование системы регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР

Моделирование системы регистрации РЭ заключается в следующем:

1. Методом Монте-Карло генерируются рассеянные электроны, позитроны и фотоны в соответствии с теоретическими сечениями ОТИ, ОКР и двухфотонных процессов;
2. Рассчитывается движение рассеянных электронов и позитронов (трекинг) в магнитной структуре спектрометра. Поля и градиенты в магнитных элементах определяются на основе измерений питающих токов;
3. Определяются координаты рассеянных электронов в детекторах TS;
4. По полученным данным проводится процедура калибровка системы регистрации, аналогичная экспериментальной калибровке;
5. Производится коррекция расчётных калибровочных коэффициентов  $A$  и  $B$  по результатам ближайших экспериментальных калибровок.

Кроме того, моделирование позволяет рассчитать энергетическое разрешение спектрометра.

### 3.1 Поиск решений

Чтобы достичь высокой точности калибровки, основным требованием при моделировании системы регистрации РЭ становится высокая точность расчёта

траекторий частиц. Поэтому следует тщательно проанализировать допущения, принятые в методах расчёта траекторий заряженных частиц в ускорителях. Так, электроны и позитроны, детектируемые в системе регистрации РЭ, обладают 60%-ным разбросом энергий относительно энергии равновесного пучка, в то время как большинство программ расчёта траекторий разработаны для равновесных пучков с энергетическим разбросом не более процента.

Наиболее распространённые и не требовательные к вычислительным ресурсам методы расчёта траекторий частиц (трекинга) в ускорителях — матрицы перехода (транспортные матрицы) в параксиальном приближении и методы, основанные на решении уравнений Гамильтона, а часто и комбинации этих методов. Приведём сначала простые соображения приводящие к понятиям «параксиальное приближение» и «матричные вычисления».

В статическом магнитном поле  $\vec{B}$  в декартовой системе координат уравнения движения частицы с полной энергией  $E$  и зарядом  $q$  выглядят следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{E}{c^2} \dot{x} \right) = q(\dot{y}B_z - \dot{z}B_y), \quad (3.1)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{E}{c^2} \dot{y} \right) = q(\dot{z}B_x - \dot{x}B_z), \quad (3.2)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{E}{c^2} \dot{z} \right) = q(\dot{x}B_y - \dot{y}B_x). \quad (3.3)$$

Частицы движутся вдоль оси  $z$ . Можно перейти к  $z$  как к независимой переменной, используя следующие соотношения:

$$v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = \dot{z}^2(1 + x'^2 + y'^2), \quad \frac{d}{dt} = \dot{z} \frac{d}{dz} = \frac{v}{\sqrt{1 + x'^2 + y'^2}} \frac{d}{dz}, \quad (3.4)$$

где точками вверху обозначены производные по времени, а штрихами — производные по координате  $z$ , то есть, тангенсы углов вектора скорости относительно оси  $z$ . Тогда, учитывая, что  $\vec{p} = E\vec{v}/c^2$  — импульс частицы, получаем точные релятивистские уравнения движения частицы в произвольном статическом маг-

НИТНОМ ПОЛЕ:

$$x'' = \frac{q}{p} \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} [y' B_z - (1 + x'^2) B_y + x' y' B_x], \quad (3.5)$$

$$y'' = -\frac{q}{p} \sqrt{1 + x'^2 + y'^2} [x' B_z - (1 + y'^2) B_x + x' y' B_y]. \quad (3.6)$$

Частицы в пучке движутся с малыми углами:

$$x'^2 \ll 1, \quad y'^2 \ll 1, \quad \dot{z}^2 \approx v^2. \quad (3.7)$$

Это допущение известно как «параксиальное приближение», с успехом применяемое, например, в геометрической оптике. В качестве конкретного примера возьмём идеальное поле квадрупольной линзы с градиентом поля  $G = \partial B_y / \partial x = \partial B_x / \partial y$ :

$$B_x = Gy, \quad B_y = Gx, \quad B_z = 0. \quad (3.8)$$

Тогда уравнения движения частицы оказываются линейными, а степени свободы не связанными:

$$x'' + \chi(z)x = 0, \quad (3.9)$$

$$y'' - \chi(z)y = 0; \quad (3.10)$$

где

$$\chi(z) = k^2(z) = \frac{q}{pc} G = \frac{1}{BR} G. \quad (3.11)$$

Здесь произведена замена магнитной жёсткости  $pc/q$  на параметры ведущего поля ускорителя, радиус поворота частицы  $R$  в поле  $B$ :  $BR = pc/q$ , а конечное выражение приведено для частицы с зарядом  $e$ .

Решениями уравнений (3.9), (3.10) для постоянного  $k = \sqrt{\chi}$  являются выражения

$$x(z) = x_0 \cos kz + x'_0 \frac{\sin kz}{k}, \quad (3.12)$$

$$x'(z) = -x_0 k \sin kz + x'_0 \cos kz, \quad (3.13)$$

$$y(z) = y_0 \operatorname{ch} kz + y'_0 \frac{\operatorname{sh} kz}{k}, \quad (3.14)$$

$$y'(z) = y_0 k \operatorname{sh} kz + y'_0 \operatorname{ch} kz. \quad (3.15)$$

Если градиент  $G$  отрицательный, тригонометрические функции меняются на соответствующие гиперболические, или, аналогичный результат можно получить, поменяв  $x, x'$  на  $y, y'$  и наоборот.

Таким образом, в квадрупольной линзе координаты и углы в произвольной точке  $z$  линейно зависят от координат и углов в другой точке  $z_0$ . Удобно записать это в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} x(z) \\ x'(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k(z - z_0) & \frac{1}{k} \sin k(z - z_0) \\ -k \sin k(z - z_0) & \cos k(z - z_0) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(z_0) \\ x'(z_0) \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

и

$$\begin{pmatrix} y(z) \\ y'(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} k(z - z_0) & \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(z - z_0) \\ k \operatorname{sh} k(z - z_0) & \operatorname{ch} k(z - z_0) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y(z_0) \\ y'(z_0) \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

или

$$\begin{pmatrix} x(z) \\ x'(z) \\ y(z) \\ y'(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos kL & \frac{1}{k} \sin kL & 0 & 0 \\ -k \sin kL & \cos kL & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \operatorname{ch} kL & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kL \\ 0 & 0 & k \operatorname{sh} kL & \operatorname{ch} kL \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x(z_0) \\ x'(z_0) \\ y(z_0) \\ y'(z_0) \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

где  $L = z - z_0$ .

Квадратные матрицы в этих выражениях называются транспортными, переходными матрицами или матрицами перехода. Удобно представить участок ускорителя с линзами как последовательность участков с постоянным по  $z$  градиентом поперечного поля и участков без поля (уравнения движения которых

легко получаются при стремлении  $k$  к нулю). Также к матричной форме можно привести уравнения движений в участках с однородным поперечным (поворотный магнит, корректор орбиты) или продольным (соленоид) полем. Координаты и углы частиц при прохождении через линейную ускорительную структуру равны линейной комбинации координат и углов в начале этой структуры. Пусть, например, частица, имеющая в начале координаты и углы  $x(z_0)$ ,  $x'(z_0)$ ,  $y(z_0)$ ,  $y'(z_0)$ , проходит от азимута  $z_0$  до  $z$  через элементы с длинами  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ , транспортные матрицы которых  $\mathbf{R}_1$ ,  $\mathbf{R}_2$ ,  $\mathbf{R}_3$ ,  $\mathbf{R}_4$ , соответственно, тогда

$$\begin{pmatrix} x(z) \\ x'(z) \\ y(z) \\ y'(z) \end{pmatrix} = \mathbf{R}_4(L_4) \cdot \mathbf{R}_3(L_3) \cdot \mathbf{R}_2(L_2) \cdot \mathbf{R}_1(L_1) \cdot \begin{pmatrix} x(z_0) \\ x'(z_0) \\ y(z_0) \\ y'(z_0) \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Этот метод расчёта является самым простым, быстрым и распространённым методом трекинга частиц в ускорителе (и орбиты, как траектории «центральной» частицы). В общем случае горизонтальная и вертикальная степени свободы связаны, и транспортные матрицы не распадаются на матрицы  $2 \times 2$  по  $x$  и  $y$ . Уравнения движения частицы в полях с бóльшим числом вариаций по азимуту, например, в поле секступоля (3 плоскости симметрии), также можно свести к матричной форме, но появляются линейные комбинации вида  $xx'$ ,  $xy$ ,  $xy'$ , и т. д. и тогда используются матрицы второго порядка<sup>1</sup>. Для октупольной конфигурации поля (4 плоскости симметрии), используются матрицы третьего порядка, и т. д. Матричный подход, при введении расстройки по времени  $t$  (или аналогичной расстройки по продольной координате  $l$ ) как дополнительной переменной, можно распространить на времязависимые поля, например, для моделирования ускоряющих резонаторов или полей, индуцированных пучком.

Уравнения (3.9), (3.10) не подразумевают каких-либо предположений о величине энергии частицы относительно энергии равновесного пучка. Единствен-

---

<sup>1</sup>Здесь и далее используется терминология, используемая в литературе ускорительной тематики (преимущественно, англоязычной). Матрица  $4 \times 4$  (или  $6 \times 6$ ), содержащая коэффициенты преобразования для  $x$ ,  $x'$ , ..., называется матрицей первого порядка, матрицы, содержащие коэффициенты преобразования для  $xx'$ ,  $xy$ ,  $xy'$ , ..., называется матрицами второго порядка, и аналогично для более высоких порядков.

ная энергозависимая величина — квадрупольный коэффициент  $k$ :

$$k^2 = \frac{e}{pc} \frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{e}{p_b c} \frac{p_b}{p} \frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{E_b}{E} \frac{1}{BR} \frac{\partial B_y}{\partial x} = \frac{k_b^2}{\varkappa} = \frac{k_b^2}{1 + \delta}, \quad (3.20)$$

$$k(\delta) = \frac{k_b}{\sqrt{\varkappa}} = \frac{k_b}{\sqrt{1 + \delta}}; \quad (3.21)$$

где  $\delta = (E - E_b)/E_b$ ,  $\varkappa = E/E_b$ , индексом « $b$ » («beam») обозначены величины, имеющие отношение к средней энергии равновесного пучка. Таким образом, подставив в матрицу (3.18)  $k/\sqrt{1 + \delta}$  вместо  $k$ , получим точную (в рамках параксиального приближения) транспортную матрицу квадруполя для частицы с любой энергией относительно равновесного пучка. Но так теряется одно из преимуществ матричного метода — скорость расчёта, так как матрица перехода становится индивидуальной для каждой энергии, для каждой частицы. Вместо этого практически всё программное обеспечение для матричного расчёта пучков использует разложение по расстройке энергии  $\delta$ , и, соответственно, матрицы  $6 \times 6$  (для параметров частицы  $x$ ,  $x'$ ,  $y$ ,  $y'$ ,  $l$  или  $t$ , и  $\delta$ ). Легко получить его из (3.18), например, в первом порядке разложения Тейлора по  $\delta$  в малой окрестности нуля для  $x$ :

$$\begin{aligned} x(z) &= x(z_0) \cos k(\delta)L + x'(z_0) \frac{\sin k(\delta)L}{k(\delta)} \stackrel{\delta \ll 1}{\approx} \\ &\approx x(z_0) \cos k_b L + x(z_0) \delta \frac{k_b L \sin k_b L}{2} + x'(z_0) \frac{\sin k_b L}{k_b} + \\ &\quad + x'(z_0) \delta \left( \frac{\sin k_b L}{2k_b} - \frac{L \cos k_b L}{2} \right). \end{aligned} \quad (3.22)$$

Слагаемые при  $x(z_0)$  и  $x'(z_0)$  нам уже знакомы, это элементы транспортной матрицы первого порядка для равновесной энергии, а слагаемые при  $x(z_1)\delta$  и  $x'(z_1)\delta$  — элементы транспортной матрицы во втором порядке. Действительно, выражение (3.22) совпадает со списком элементов матриц первого и второго порядков квадруполя из отчёта [42] на странице 114. Насколько точные результаты даёт такое разложение? Для оценки точности приведём разложение самого квадрупольного коэффициента по степеням  $\delta$ :

$$k(\delta) \approx k_b + \frac{k_b}{2} \delta - \frac{3k_b}{8} \delta^2 + \frac{15k_b}{48} \delta^3 - \dots \quad (3.23)$$

На рисунке 3.1 изображена ошибка этого разложения относительно точного значения  $\frac{k-k(\delta)}{k(\delta)}$ , а также уровни точности  $10^{-3}$ . Видно, что ошибка не превышает  $10^{-3}$  в весьма узком диапазоне расстройки энергии: до 0.05 для первого порядка разложения, до 0.15 для второго порядка, 0.25 для третьего. Таким образом, чтобы достичь точности  $10^{-3}$  для всего диапазона энергий РЭ  $\delta = 0.02 \dots 0.6$ , в матричных расчётах с разложением квадрупольного коэффициента по расстройке энергии не хватит даже четвёртого порядка матриц.

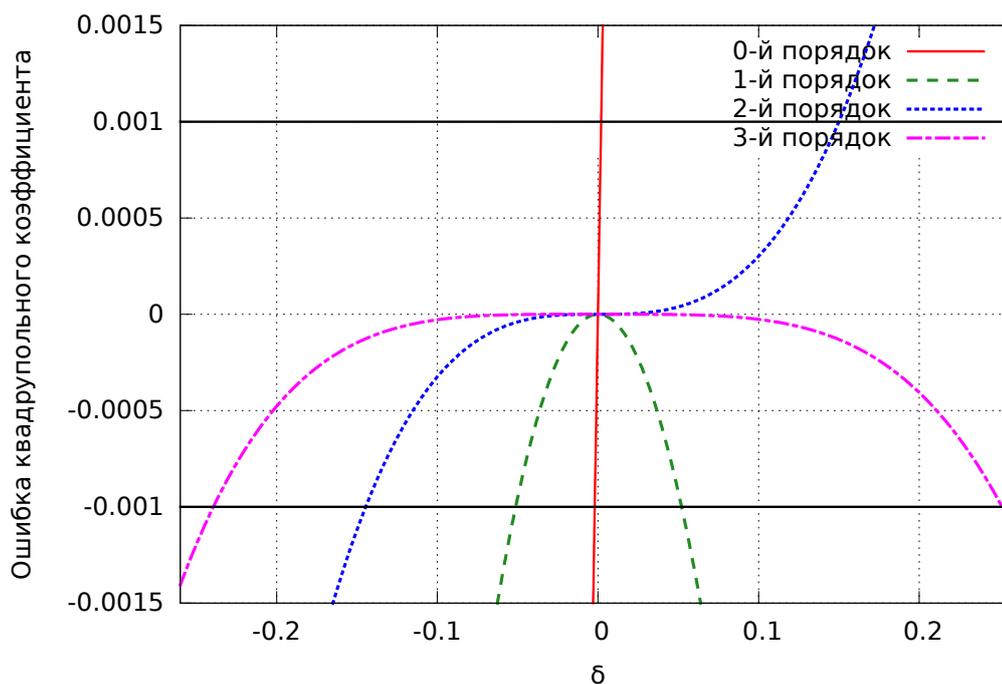


Рисунок 3.1: Ошибка разложения квадрупольного коэффициента относительно точного значения  $\frac{k-k(\delta)}{k(\delta)}$ . Чёрные горизонтальные линии обозначают уровень точности  $10^{-3}$ .

Таким образом, энергия частиц, сильно отличающаяся от равновесной энергии, от 40% до 98% энергии пучка, является серьёзной проблемой при моделировании системы регистрации РЭ. Широкий диапазон энергий приводит к тому, что частицы в поворотных магнитах движутся широким веером, при этом магниты системы регистрации РЭ довольно длинные и имеют наклонные грани, а магнитное поле в них не равно ведущему полю кольца. То есть, в модели поворотного магнита должно быть два угловых параметра — угол поворота пучка, на которую рассчитана конструкция магнита с наклонными гранями, и угол поворота пучка в реальном поле магнита. Расчёт поворотных магнитов должен проводиться в прямолинейной системе координат, связанной с детектором КЕДР,

так как координатные детекторы неподвижны и их положения заданы в этой системе координат.

Существует множество доступного свободного программного обеспечения для трекинга частиц в ускорителях. MAD (Methodical Accelerator Design: MAD 8, MAD 9, MAD-X) [43] — одна из самых известных программ такого рода. Скриптовый язык описания структуры ускорителей MAD фактически, стал стандартом. Данная программа сильна вычислениями структурных функций и задачами оптимизации оптики ускорителя. В современной версии программы, MAD-X, реализовано 2 способа трекинга частиц — вычисления с «тонкими» линзами (матричные вычисления) и PTC (Polymorphic tracking code) — интегрирование уравнений Гамильтона, подходящее для «толстых» линз. В PTC [44] более точно описываются поворотные магниты (секторные, прямоугольные, трапецеидальные) и ошибки расположения элементов. Тем не менее, в модели поворотных магнитов всегда пересчитывается криволинейная система координат, то есть, угол поворота частицы в поле считается равным углу поворота по конструкции. Некоторые методы трекинга по построению содержат энергию частицы в виде малой поправки, в описании других нет явной информации. Но при моделировании квадрупольно-дипольно-сепараторной системы выяснилось, что результат аналогичен матричным вычислениям во втором порядке (см. выражение 3.22), а, значит, неравновесная энергия здесь учитывается как малая поправка, а диполь с наклонными гранями. В настоящей работе в целях отладки результаты моделирования для энергии около равновесной сравнивались с результатами, полученными в MAD-X. Существуют также аналоги MAD и PTC, например, BETA [45] и Bmad [46], также учитывающие неравновесную энергию частицы в виде малой поправки и вычисляющие поворотные магниты в криволинейной системе координат.

Рассматривались также SAMM (Simple Accelerator Modelling in Matlab) [47], Elegant (ELEctron Generation ANd Tracking) [48] и Synergia [49]. Но все они учитывают неравновесную энергию в виде малой поправки в гамильтониане или используют матрицы до третьего порядка а трекинг в поворотных магнитов проводится в криволинейной системе координат, когда угол поворота системы координат в диполе зависит от орбиты.

По-видимому, среди известных и доступных программ для трекинга частиц в ускорителе нет алгоритмов, позволяющих корректно оперировать энергиями

частиц, сильно отличающимися от равновесной энергии пучка. Поэтому было решено создать собственную программу для трекинга РЭ в системе регистрации.

## 3.2 Метод расчёта

В нашей задаче «классический» трекинг в матрицах  $6 \times 6$  неприменим. Симплектические методы расчёта (всегда удовлетворяющие теореме Лиувилля) не дают преимущества в точности (не нужен многооборотный трекинг), и они сложнее в реализации. Как показано ранее, в нашем случае нельзя применять разложение по степеням расстройки энергии  $\delta$  и, соответственно, матрицы высоких порядков с таким разложением. Переменные расстройки времени или расстройки продольной координаты не нужны, так как нет времязависимых элементов. Выбрано следующее решение: для осесимметричных элементов (пустой промежуток, квадруполь, секступоль, соленоид, корректор орбиты) трекинг ведётся с помощью матриц  $4 \times 4$  для переменных  $x, x', y, y'$  с энергозависимыми элементами матрицы, а для поворотных магнитов траектория вычисляется аналитически. Необходимость аналитического расчёта траектории в поворотном магните обусловлена целью максимально точно рассчитать движение частиц в магните с наклонными гранями. С другой стороны, траектории в равномерном поле имеют простую форму — дуги окружности.

Выбор системы координат диктуется строением исследуемого участка ВЭПП-4М: прямолинейная система координат с центром в детекторе КЕДР (рисунок 2.2). По вертикали нет поворотов проектной орбиты, через все элементы проходит горизонтальная плоскость. По горизонтали до первого поворотного магнита расположены только прямолинейные элементы (пустые промежутки, соленоиды, квадруполь, секступоль, корректоры орбиты), что позволяет рассчитывать их в параксиальном приближении без поворота координат. А после первого поворотного магнита — только поворотные магниты и пустые промежутки. Координата  $x$  — поперечная горизонтальная, направлена от оси КЕДР в сторону периферии ВЭПП-4М,  $y$  — поперечная вертикальная, направлена от оси КЕДР вверх,  $z$  — продольная горизонтальная, направлена от центра КЕДР в сторону направления движения электронов.

### 3.2.1 Структура и функции программы расчёта траекторий

Хронологически экспериментальные данные детектора КЕДР делятся на «заходы» (runs): промежутки времени длительностью от 20 минут до 4 часов. При моделировании считается, что параметры ускорителя и детектора стабильны в течение одного захода, а различные измерения усредняются в течение этого времени. Очевидно, что калибровочные коэффициенты должны определяться индивидуально для каждого захода. Алгоритм моделирования системы регистрации рассеянных электронов для каждого захода выглядит следующим образом:

1. Обрабатываются экспериментальные данные системы регистрации РЭ. Если было ОКР, то находятся положения краёв спектров комптоновских электронов и позитронов. При наличии краёв спектров и хорошо известной энергии пучка проводится калибровка  $TS4^{\pm}$ . Если было достаточно событий ОТИ в ВГО-калориметрах и координатных детекторах, проводится калибровка всех координатных детекторов;
2. Из базы данных КЕДР считываются измеренные токи, поля магнитных элементов и измерения датчиков положения пучка экспериментального промежутка ВЭПП-4М. Из них рассчитываются градиенты, поля, углы поворота и другие параметры магнитных элементов (раздел 3.7);
3. Рассчитывается орбита равновесного пучка в месте встречи (раздел 3.4);
4. Для калибровки координатных детекторов генерируются частицы ОТИ. Если были экспериментальные комптоновские спектры, то генерируются частицы ОКР при рассеянии соответствующих длинах волн лазерного излучения (раздел 3.5);
5. Проводится трекинг рассеянных частиц через магнитные элементы системы регистрации РЭ (раздел 3.3);
6. Определяются координаты рассеянных электронов в детекторах TS (раздел 3.6);
7. Для смоделированных частиц проводятся те же процедуры калибровки, что и для экспериментальных данных.

Когда обработано некоторое количество заходов, для контроля точности расчётные калибровки сравниваются с экспериментальными. Расчётные калибровки корректируются по экспериментальным калибровкам, конечные калибровки заносятся в базу данных КЕДР (раздел 3.8.2).

Программа расчёта `ts_sim` написана на языке программирования Python [50] с использованием пакета ROOT [51] (использовались структуры данных, фиттирование и визуализация данных), математических пакетов `numpy` [52] (операции с матрицами) и `scipy` [53] (решение систем линейных уравнений), и других вспомогательных пакетов. Программа состоит из нескольких модулей. В главном модуле `ts_sim` описан основной цикл по заходам. Модуль `structure` содержит описание структуры экспериментального промежутка ВЭПП-4М, где с помощью `dbquery` из базы данных КЕДР (PostgreSQL) считываются токи и поля магнитных элементов и рассчитываются их характеристики для каждого захода. Модуль `generators` предназначен для генерации рассеянных частиц равновесного пучка, ОКР, ОТИ и ДФП. В модуле `elements` определены матрицы и другие методы трекинга частиц через магнитные элементы. Модуль `accelerator` производит трекинг частиц через магнитные элементы. Модуль `analyze` обрабатывает экспериментальные и смоделированные события: находит положения комптоновских краёв и калибрует детекторы, а также сохраняет результаты.

### 3.3 Магнитные элементы

В данном разделе будут рассмотрены методы расчёта прохождения пучка через различные магнитные элементы.

#### 3.3.1 Пустой промежуток

Матрица перехода пустого промежутка длиной  $L$  самая простая:

$$\mathbf{R}_0 = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

Очевидно, что матрица перехода любого другого элемента при стремлении его силы (величины однородного магнитного поля, градиента поля, и т. д.) к нулю должна переходить в матрицу пустого промежутка. Это обстоятельство удобно применять для отладки программы моделирования.

Точное выражение для преобразования горизонтальной координаты при прохождении частицы через пустой промежуток в районе поворотных магнитов системы регистрации РЭ

$$x(z) = x(z_0) + L \sin x'(z_0). \quad (3.25)$$

При углах меньше чем 10 мрад потеря точности при использовании параксиального приближения меньше чем  $3 \cdot 10^{-5}$ , а при максимальных углах в районе детектора TS4, потеря точности достигает  $10^{-2}$  или порядка 1 см.

### 3.3.2 Квадруполь

Матрица перехода «толстого» квадрупольа длиной  $L$  с градиентом поля  $G = \frac{\partial B_y}{\partial x}$  [56]:

$$\mathbf{R}_{\text{квад}} = \begin{pmatrix} C_x & \frac{S_x}{|k|} & 0 & 0 \\ -\sigma|k|S_x & C_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_y & \frac{S_y}{|k|} \\ 0 & 0 & \sigma|k|S_y & C_y \end{pmatrix}, \quad (3.26)$$

$$\begin{cases} C_x = \cos(|k|L), \\ S_x = \sin(|k|L), \\ C_y = \text{ch}(|k|L), \\ S_y = \text{sh}(|k|L), \\ \sigma = +1; \end{cases} \quad \text{при } k^2 > 0; \quad \begin{cases} C_x = \text{ch}(|k|L), \\ S_x = \text{sh}(|k|L), \\ C_y = \cos(|k|L), \\ S_y = \sin(|k|L), \\ \sigma = -1; \end{cases} \quad \text{при } k^2 < 0,$$

где  $k^2 = \frac{1}{\mathcal{H}} \frac{G}{BR}$  — квадрупольный коэффициент, где  $BR$  [Тл · см] =  $0.333564 \times E_b$  [МэВ] — магнитная жёсткость ведущего поля для частицы с равновесной энергией; градиент поля выражен в Тл/см. Зависимость от энергии неравновесной частицы заключена только в квадрупольном коэффициенте. Фокусные рас-

стояния «толстой» квадрупольной линзы выражаются через элементы матрицы:  $F_x = -1/R_{21} = \sigma/(kS_x)$ ,  $F_y = R_{43} = -\sigma/(kS_y)$ .

При повороте квадруполь на  $45^\circ$  его свойства сильно меняются: появляется связь горизонтального и вертикального движения. Такой квадруполь называется «skew-квадрупольем» («скью-квадруполь»). Его матрицу перехода можно получить из матрицы обычного квадрупольа и матрицы вращения пучка на угол  $\alpha$ :  $\mathbf{R}_{\text{skew}} = \mathbf{R}_{\text{вр}}(-\alpha)\mathbf{R}_{\text{квад}}\mathbf{R}_{\text{вр}}(\alpha)$ , где матрица поворота

$$\mathbf{R}_{\text{вр}}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha & 0 \\ 0 & \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

Перемножив матрицы, получаем для  $\alpha = 45^\circ$

$$\mathbf{R}_{\text{skew}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} C_x + C_y & \frac{S_x + S_y}{|k|} & C_y - C_x & \frac{S_y - S_x}{|k|} \\ -\sigma|k|(S_x - S_y) & C_x + C_y & \sigma|k|(S_y + S_x) & C_y - C_x \\ C_y - C_x & \frac{S_y - S_x}{|k|} & C_x + C_y & \frac{S_x + S_y}{|k|} \\ \sigma|k|(S_y + S_x) & C_y - C_x & -\sigma|k|(S_x - S_y) & C_x + C_y \end{pmatrix}. \quad (3.28)$$

Обозначения такие же, как в (3.26).

### 3.3.3 Секступоль

В первом порядке матрица перехода секступоля длиной  $L$  и второй производной поля  $\frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}$  эквивалентна матрице пустого промежутка. Нетривиальные

коэффициенты появляются во втором порядке [42].

$$x = x_0 + L x'_0 - \frac{1}{2} k_s^2 L^2 x_0^2 - \frac{1}{3} k_s^2 L^3 x_0 x'_0 - \frac{1}{12} k_s^2 L^4 x_0'^2 + \frac{1}{2} k_s^2 L^2 y_0^2 + \frac{1}{3} k_s^2 L^3 y_0 y'_0 + \frac{1}{12} k_s^2 L^4 y_0'^2, \quad (3.29)$$

$$x' = x'_0 - k_s^2 L x_0^2 - k_s^2 L^2 x_0 x'_0 - \frac{1}{3} k_s^2 L^3 x_0'^2 + k_s^2 L y_0^2 + k_s^2 L^2 y_0 y'_0 + \frac{1}{3} k_s^2 L^3 y_0'^2, \quad (3.30)$$

$$y = y_0 + L y'_0 + k_s^2 L^2 x_0 y_0 + \frac{1}{3} k_s^2 L^3 x_0 y'_0 + \frac{1}{3} k_s^2 L^3 x'_0 y_0 + \frac{1}{6} k_s^2 L^4 x'_0 y'_0, \quad (3.31)$$

$$y' = y'_0 + 2k_s^2 L x_0 y_0 + k_s^2 L^2 x_0 y'_0 + k_s^2 L^2 x'_0 y_0 + \frac{2}{3} k_s^2 L^3 x'_0 y'_0; \quad (3.32)$$

где  $k_s^2 = \frac{1}{\varkappa BR} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}$  – секступольный коэффициент, зависящий от энергии неравновесной частицы.

### 3.3.4 Соленоид

Соленоид можно представить как 3 участка с разными полями — однородное продольное поле внутри соленоида и краевые неоднородные поля на входе и выходе. Имеет смысл рассматривать их отдельно, так как в модели системы регистрации частицы могут рождаться как внутри соленоида, так и проходить через весь соленоид. Движение в продольном поле описывается матрицей [56]

$$\mathbf{R}_{\text{сол. прод}} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{S}{k} & 0 & \frac{C-1}{k} \\ 0 & C & 0 & -S \\ 0 & \frac{1-C}{k} & 1 & \frac{S}{K} \\ 0 & S & 0 & C \end{pmatrix}, \quad (3.33)$$

$$C = \cos kL,$$

$$S = \sin kL;$$

где  $k = \frac{1}{\varkappa BR} \frac{B_z}{BR}$  и  $B_z$  — магнитное поле соленоида. Движение частицы в продольном поле представляет собой вращение вокруг силовых линий.

Длины полюсов соленоидов детектора КЕДР, как минимум, на порядок меньше длин соленоидов, поэтому можно считать полюса «тонкими». Движение

в краевом поле при «тонких» полюсах описывается матрицей [56]

$$\mathbf{R}_{\text{сол.край}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{\sigma k}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sigma k}{2} & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.34)$$

$\sigma = -1$ , если частица входит в соленоид,

$\sigma = +1$ , если частица выходит из соленоида.

Смысл коэффициента  $k$  тот же. Таким образом, край соленоида действует как skew-квадруполь (3.28) с фокусным расстоянием  $2/k$  в приближении  $L \rightarrow 0$ .

### 3.3.5 Корректор орбиты

В экспериментальном промежутке ВЭПП-4М установлены 2 корректора орбиты по вертикали и горизонтали в виде отдельных магнитов. Корректор отклоняет пучок на небольшие углы, не более 5 мрад, его длина около 12 см. Составим транспортную матрицу корректора из простых геометрических соображений, как показано на рисунке 3.2.

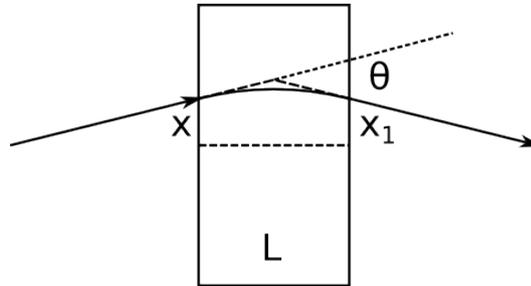


Рисунок 3.2: К выводу матрицы перехода корректора орбиты

Пусть длина корректора равна  $L$ , в нём есть вертикальное однородное магнитное поле  $B_y$ , и он отклоняет пучок равновесной энергии на угол  $\theta \approx LB_y/(BR)$ . Входная и выходная плоскости корректора параллельны, и поворота выходной опорной плоскости относительно входной не требуется. Это сразу даёт линейную зависимость выходной координаты от входной координаты с коэффициентом 1. Очевидно, что к входному углу просто прибавляется  $\theta$ . Так как угол  $\theta$  мал, при  $x = 0$ ,  $x' = 0$  можно считать, что  $\text{tg } \theta \approx x_1/(L/2)$ . За счёт поворота в поле к входной координате добавляется величина  $(L/2) \text{tg } \theta \approx L\theta/2$ ,

и ещё за счёт ненулевого входного угла добавляется  $Lx'$ , как в пустом промежутке. Для вертикальной координаты аналогично. Для частицы с неравновесной энергией угол уменьшается в  $\varkappa$  раз. Итак, преобразование координат при прохождении частицы через магнитный корректор длиной  $L$ , отклоняющий пучок равновесной энергии по горизонтали на угол  $\theta_x$  и по вертикали на угол  $\theta_y$ :

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ y \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \\ y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{L\theta_x}{2\varkappa} \\ \frac{\theta_x}{\varkappa} \\ \frac{L\theta_y}{2\varkappa} \\ \frac{\theta_y}{\varkappa} \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

Легко убедиться, что при нулевых полях эти матрицы переходят в матрицы пустого промежутка.

### 3.3.6 Поворотный магнит

Поворотные магниты системы регистрации РЭ запитаны отдельными токами, имеют поле и его интеграл, отличные от ведущего поля ВЭПП-4М. Таким образом, углы поворота в них не постоянны. Рассеянные электроны отклоняются сильнее, чем равновесные частицы, могут проходить бóльший интеграл поля и с бóльшими углами. Обычный матричный метод, по крайней мере, в горизонтальном направлении, здесь оказывается непригодным. С другой стороны, траектория движения частицы в однородном магнитном поле имеет простую форму в горизонтальной плоскости — дугу окружности. Решено рассчитывать горизонтальное движение частиц в поворотном магните аналитически.

Поворотный магнит воздействует на вертикальное движение двумя факторами: отличием его формы от сектора круга и полями рассеяния на гранях. На рисунке 3.3 изображён магнит с гранями, не перпендикулярными идеальной орбите. Действие наклонной грани с полями рассеяния аналогично действию

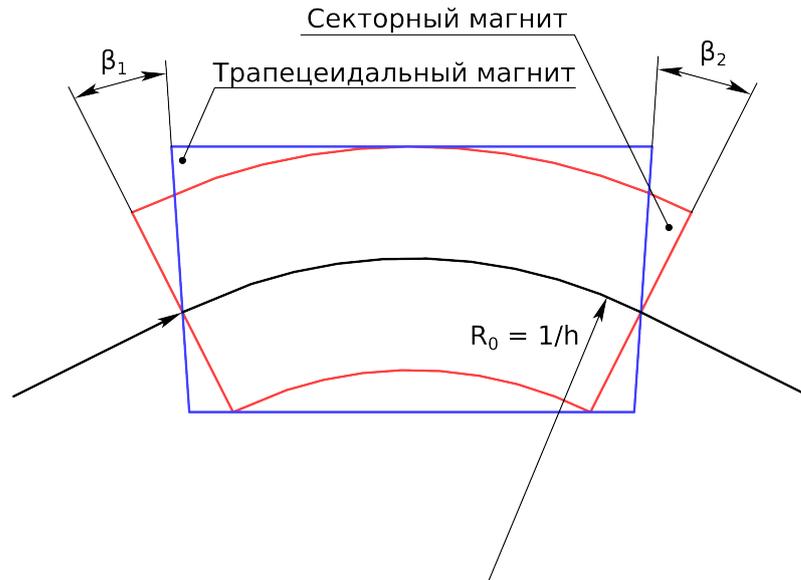


Рисунок 3.3: Секторный и трапецеидальный поворотные магниты. Углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  положительные.

«тонкого» квадруполь («pole-face rotation matrix») [56]:

$$\mathbf{R}(\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ h \operatorname{tg} \beta & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -h \operatorname{tg}(\beta - \psi) & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.36)$$

$$\psi = k(hg) \frac{1 + \sin^2 \beta}{\cos \beta};$$

где  $\beta$  — угол поворота грани относительно перпендикуляра к орбите пучка в точке входа/выхода;  $h = 1/R$  — кривизна траектории частицы в поле магнита,  $R = 0.5L\kappa/\sin(\alpha/2) \approx L\kappa/\alpha$ ;  $g$  — величина зазора между полюсами магнита.  $\psi$  характеризует краевое неоднородное поле магнита. Согласно [56], величина  $k$  составляет 0.5–1, величина  $(1 + \sin^2 \beta)/\cos \beta$  примерно равна 1,  $hg < 0.01$ , что соблюдается для магнитов экспериментального промежутка ВЭПП-4М:  $hg < 0.005$ . Таким образом,  $\psi$  в большинстве случаев можно считать нулевым, то есть, эффектами краевого неоднородного поля можно пренебречь. Основная часть поворотного магнита с однородным полем в отношении вертикального движения эквивалентна пустому промежутку.

Рассмотрим движение в плоскости поворота. Расчёт траектории в плоскости поворота сводится к поиску пересечений граней магнита с окружностью с

радиусом, зависящим от магнитного поля и энергии частицы. Эта дуга должна плавно соединяться со входной и выходной траекториями.

На предыдущем шаге моделирования частица приходит к началу магнита с продольной координатой  $z_0$ . Если это не проектная орбита, то частица окажется не на входной грани магнита, а в точке 1 на рисунке 3.4. Легко пересчитать её на входную грань, в точку 2 на рисунке 3.4, как движение в пустом промежутке. Решив совместно уравнения грани и прямого участка траектории

$$\begin{cases} x = -\frac{z - \langle z_1 \rangle}{\text{tg}(\langle x'_1 \rangle - \beta_1)} + \langle x_1 \rangle, \\ x = (z - \langle z_1 \rangle) \text{tg} x'_1 + x_1; \end{cases} \quad (3.37)$$

получаем координату пересечения траектории и грани магнита:

$$x_2 = \frac{\langle x_1 \rangle - x_1}{\text{ctg}(\langle x'_1 \rangle - \beta_1) \text{ctg} x'_1 + 1} + x_1. \quad (3.38)$$

Здесь  $\langle x_1 \rangle$ ,  $\langle z_1 \rangle$  и  $\langle x'_1 \rangle$  — горизонтальная, продольная координаты и угол проектной траектории на входе в магнит в глобальной системе координат, а угловые скобки « $\langle \rangle$ » обозначают величины, относящиеся к проектной траектории. Также в этом разделе, если особо не оговорено, номера в нижних индексах при координатах и углах соответствуют номерам точек на траектории неравновесной частицы, изображённой на рисунке 3.4.

Уравнение траектории частицы в однородном магнитном поле  $B_y$  выглядит следующим образом:

$$(x - X_0)^2 + (z - Z_0)^2 = R^2, \quad (3.39)$$

где  $R = E_b \kappa / c B_y$ .

Эта траектория начинается на входной грани магнита и кончается на выходной.  $X_0$  и  $Z_0$  определяются координатами и углами частицы на входной грани:

$$X_0 = x_2 - R \cos x'_2, \quad Z_0 = R \sin x'_2 + z_2. \quad (3.40)$$

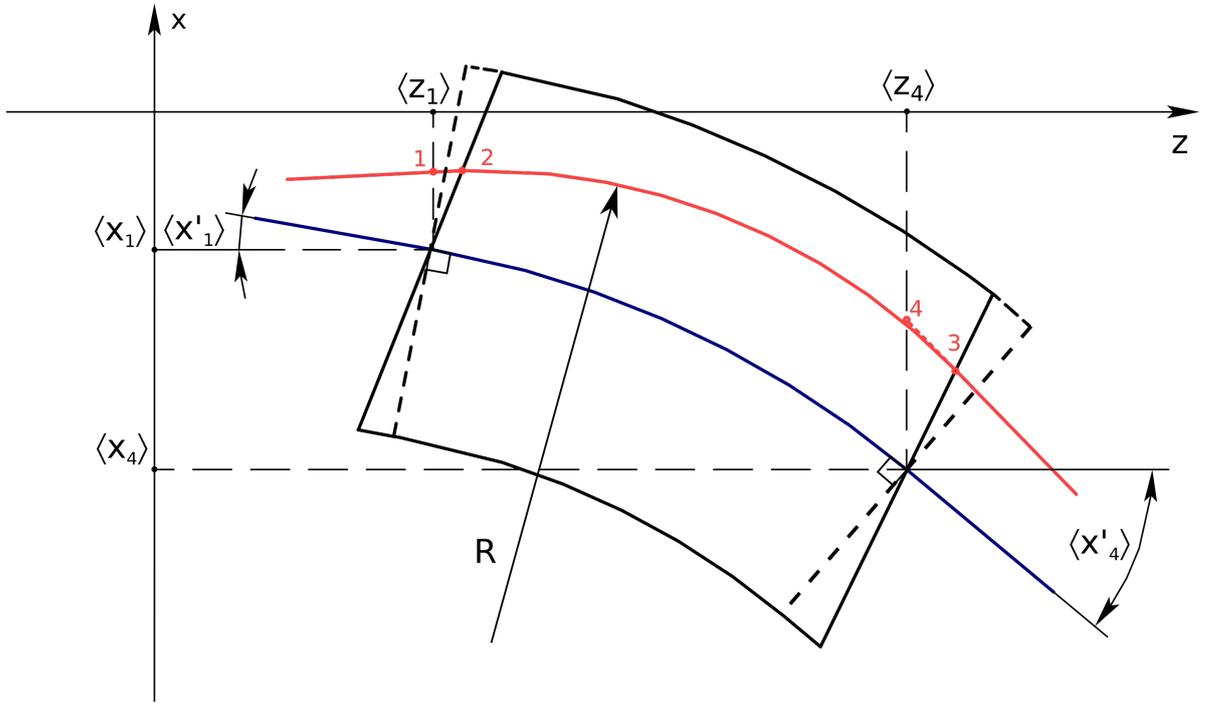


Рисунок 3.4: Схема поворотного магнита и горизонтального движения частицы в нём. Синяя линия обозначает проектную орбиту, красная линия – траекторию произвольной частицы. Красными точками с цифрами обозначены этапы расчёта траектории. Углы преувеличены для наглядности.

Уравнение выходной грани задано углом поворота проектной орбиты и углом наклона выходной грани относительно секторного магнита (рисунок 3.3):

$$x = -\frac{z - \langle z_3 \rangle}{\operatorname{tg}(\langle x'_3 \rangle + \beta_2)} + \langle x_3 \rangle, \quad (3.41)$$

$$\text{где } \langle x_3 \rangle = \langle x_1 \rangle + L \sin(\langle x'_1 \rangle - \alpha/2), \quad \langle x'_3 \rangle = \langle z_1 \rangle - \alpha, \\ \langle z_3 \rangle = \langle z_1 \rangle + L \cos(\langle x'_1 \rangle - \alpha/2).$$

Требуется найти точку пересечения окружности (3.39) и прямой (3.41), решить совместно эти уравнения. После подстановки второго уравнения в первое, группировки коэффициентов перед степенями  $z$  получаем квадратное уравнение  $az^2 + bz + c = 0$  со следующими коэффициентами:

$$a = \frac{1}{\sin^2(\langle x'_3 \rangle + \beta_2)}, \quad (3.42)$$

$$b = -2 \left( \frac{X_0 - \langle x_3 \rangle - \langle z_3 \rangle \operatorname{ctg}(\langle x'_3 \rangle + \beta_2)}{\operatorname{tg}(\langle x'_3 \rangle + \beta_2)} + Z_0 \right), \quad (3.43)$$

$$c = (\langle x_3 \rangle + \langle z_3 \rangle \operatorname{ctg}(\langle x'_3 \rangle + \beta_2) - X_0)^2 + Z_0^2 - R^2. \quad (3.44)$$

Решаем квадратное уравнение, получаем координаты точки выхода частицы из магнита:

$$z_3 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (3.45)$$

$$x_3 = -\frac{z_3 - \langle z_3 \rangle}{\text{tg}(\langle x'_3 \rangle + \beta_2)} + \langle x_3 \rangle. \quad (3.46)$$

Знак в выражении для  $z_3$  соответствует знаку коэффициента перед  $z$  в уравнении выходной грани (3.41).

После этого можно найти угол поворота частицы в поле, используя длину хорды:

$$\theta = 2 \arcsin \frac{\sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (z_3 - z_2)^2}}{2R}. \quad (3.47)$$

Таким образом, горизонтальный угол РЭ уменьшается на  $\theta$ :

$$x'_3 = x'_1 - \theta. \quad (3.48)$$

Частица оказывается на выходной грани секторного магнита. Остаётся только пересчитать координату в точку  $\langle z_4 \rangle$  для дальнейшего расчёта:

$$x_4 = x_3 + (\langle z_3 \rangle - z_3) \text{tg} x'_3. \quad (3.49)$$

Движение по  $y$  рассчитывается как движение через тонкий квадруполь, пустой промежуток и тонкий квадруполь:

$$y_4 = y_1 + (y'_1 - y_1 h \text{tg} \beta_1) L, \quad (3.50)$$

$$y'_4 = y'_1 - y_1 h \text{tg} \beta_1 - y_4 h \text{tg} \beta_2. \quad (3.51)$$

### 3.4 Расчёт возмущённой орбиты в месте встречи

Из анализа движения частиц в магнитном фокусирующем спектрометре в главе 2 следует, что энергетическая шкала спектрометра зависит от начальной координаты и угла вылета рассеянной частицы. Таким образом, знание орбиты

пучка в промежутке длиной около 2 м вблизи детектора КЕДР принципиально важно для калибровки системы регистрации РЭ.

В идеальном случае равновесная орбита пучка циклического ускорителя представляет собой плоскую кривую в горизонтальной плоскости, состоящую из дуг окружностей (в поворотных магнитах) и отрезков (в остальных элементах). В реальности вследствие неизбежных погрешностей установки магнитных элементов и конфигурации магнитных полей, орбита более или менее искривляется как по вертикали, так и по горизонтали относительно идеальной орбиты. Для того, чтобы создать замкнутую стабильную орбиту, применяются магнитные корректоры.

На ВЭПП-4М есть 114 корректоров, как в виде отдельных элементов, так и в виде дополнительных обмоток в основных элементах. Орбита ВЭПП-4М измеряется с помощью 54 датчиков положения пучка (пикапов). В экспериментальном промежутке есть два двухкоординатных корректора в виде самостоятельных элементов, SEX0Z1 и NEX0Z1, и два пикапа, SEP0 и NEP0, причём между пикапами располагаются корректоры, две квадрупольные линзы, три соленоида и там находится место встречи. Далее будет показано, что можно вычислить орбиту в месте встречи и в двухметровом промежутке около него, используя только измерения пары пикапов, токи или поля корректоров и других элементов между пикапами.

Предположим, что в циклическом ускорителе имеется несколько участков с дополнительными полями, приводящими к искажению орбиты относительно идеальной. Это могут быть как погрешности конфигурации магнитных полей, так и магнитные корректоры. Возмущённую орбиту можно рассчитать двумя способами: из структурных функций участка ускорителя и из матриц перехода. Первый способ хорош для иллюстрации того, как образуется возмущённая орбита, и может быть полезен при возможности измерения бета-функции. Вторым способом учитывается связь степеней свободы и не требует расчёта структурных функций. В данном моделировании системы регистрации РЭ используется второй способ.

### 3.4.1 Расчёт со структурными функциями

Очевидно, что, в приближении линейной магнитной оптики ускорителя, равновесная орбита равна суперпозиции орбит, вызванных каждым возмущением (неидеальностью поля или корректором орбиты) в отдельности. Отсюда следует важное частное заключение: показания пикапов SEP0 и NEP0 определяются всеми корректорами и локальными возмущениями магнитного поля кольца ВЭПП-4М. Здесь и далее расчёты ведутся в параксиальном приближении.

Сначала поставим задачу нахождения равновесной орбиты (при равновесной энергии) от одного локального возмущения магнитного поля [57, 58]. Предположим, что оно точечное, расположено на азимуте  $z = z_0$  и приводит к изменению горизонтального угла на  $\Delta x'$ . Приближение точечного воздействия вполне оправдано: длина отдельного магнитного корректора мала по сравнению с остальными магнитными элементами, например, около 12 см для SEX0Z1 и NEX0Z1. В точке возмущения при прохождении частицы координата не изменяется. Возмущённую орбиту  $x_B(z)$  можно определить как всегда замкнутую траекторию частицы, то есть,

$$x_B(z) = x_B(z + \Pi) \quad \text{при любом } z, \quad (3.52)$$

$$\text{в частности, } x_B(z_0) = x_B(z_0 + \Pi), \quad (3.53)$$

где  $\Pi$  — периметр ускорителя. Условие изменения угла в точке  $z = z_0$  записывается следующим образом:

$$x'_B(z_0 + \Pi) = x'_B(z_0) + \Delta x'. \quad (3.54)$$

Схема движения такой частицы условно изображена на рисунке 3.5. Частица с замкнутой траекторией теперь проходит не по осям магнитных элементов, а значит, совершает бетатронные колебания:

$$x_B(z) = a\sqrt{\beta(z)} \cos[\phi(z) - b] \quad (3.55)$$

и

$$\begin{aligned}
x'_B(z) &= -\frac{a\alpha(z)}{\sqrt{\beta(z)}} \cos[\phi(z) - b] - \frac{a}{\sqrt{\beta(z)}} \sin[\phi(z) - b] = \\
&= -\frac{\alpha(z)}{\beta(z)} x - \frac{a}{\sqrt{\beta(z)}} \sin[\phi(z) - b],
\end{aligned} \tag{3.56}$$

где  $\beta(z)$ ,  $\phi(z) = \int_{z_0}^z \frac{1}{\beta(\sigma)} d\sigma$  — амплитудная и фазовая функции горизонтальных бетатронных колебаний, соответственно,  $\alpha(z) = -\frac{1}{2} \frac{d\beta(z)}{dz}$ ;  $a$ ,  $b$  — константы, зависящие от начальных условий для данной частицы. Из уравнения (3.55) при помощи (3.53) несложно найти константу  $b = \pi Q_x = \frac{1}{2} \int_{z_0}^{z_0+\Pi} \phi(z) dz$ , где  $Q_x$  — горизонтальная бетатронная частота, а при подстановке (3.56) в (3.54) вычисляется константа  $a = \frac{\Delta x' \sqrt{\beta(z_0)}}{2 \sin(\pi Q_x)}$ . Итак, уравнение возмущённой орбиты записывается следующим образом:

$$x_B(z) = \frac{\Delta x' \sqrt{\beta(z)\beta(z_0)}}{2 \sin(\pi Q_x)} \cos[\phi(z) - \pi Q_x] \tag{3.57}$$

и

$$x'_B(z) = -\frac{\Delta x' \sqrt{\beta(z_0)}}{2\sqrt{\beta(z)} \sin(\pi Q_x)} (\alpha(z) \cos[\phi(z) - \pi Q_x] + \sin[\phi(z) - \pi Q_x]). \tag{3.58}$$

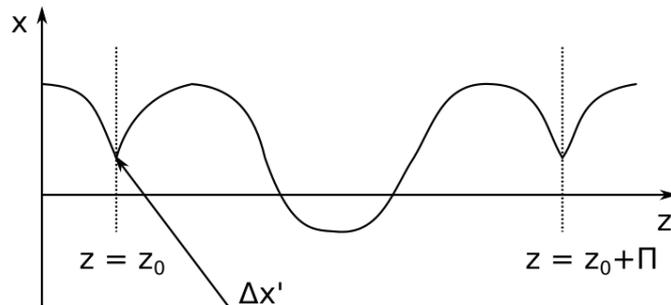


Рисунок 3.5: Схема, иллюстрирующая возникновение возмущённой орбиты при точечном возмущении магнитного поля.

Следует обратить внимание, что здесь фаза бетатронных колебаний  $\phi(z)$  отсчитывается от точки  $z = z_0$  строго в сторону увеличения, так как в точке  $z_0$  происходит скачок угла. То есть, если  $z$  находится «позже»  $z_0$ , то интеграл

$\phi(z) = \oint_{z_0}^z \frac{1}{\beta(\sigma)} d\sigma = \int_{z_0}^z \frac{1}{\beta(\sigma)} d\sigma$  положительный, если  $z$  находится «раньше»  $z_0$ , то интеграл  $\phi(z) = \oint_{z_0}^z \frac{1}{\beta(\sigma)} d\sigma = 2\pi Q_x - \int_z^{z_0} \frac{1}{\beta(\sigma)} d\sigma$  также должен быть положительным, это важно помнить при вычислениях. Пример возмущённой орбиты при точечном воздействии корректора приведён на рисунке 3.7.

Теперь предположим, что во всём кольце ВЭПП-4М, кроме экспериментального промежутка (SEX0Z1 и NEX0Z1), действуют корректоры, и координата в точке  $z_1$  (пикап SEP0) равна  $x_1$  и в точке  $z_2$  (NEP0) равна  $x_2$ . Существует единственная траектория с такими координатами в точках  $z_1$  и  $z_2$ , соответственно, её можно определить, используя матрицы перехода через параметры Твисса:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \end{pmatrix} &= \mathbf{R}_{12} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} (\cos \phi_{12} + \alpha_1 \sin \phi_{12}) & \sqrt{\beta_2 \beta_1} \sin \phi_{12} \\ -\frac{1 + \alpha_2 \alpha_1}{\sqrt{\beta_2 \beta_1}} \sin \phi_{12} + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\sqrt{\beta_2 \beta_1}} \cos \phi_{12} & \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}} (\cos \phi_{12} - \alpha_2 \sin \phi_{12}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.59)$$

где индексами 1 и 2 обозначены структурные функции в точках  $z_1$  и  $z_2$ , соответственно, а  $\phi_{12}$  — набег бетатронной фазы из одной точки в другую. В первом уравнении только одна неизвестная,  $x'_1$ , которую легко найти:

$$x'_1 = \frac{x_2 - R_{11}x_1}{R_{12}}. \quad (3.60)$$

Таким образом, теперь известна возмущённая орбита между пикапами SEP0 и NEP0 без неидеальностей поля и корректирующих полей между ними. Пример траекторий частиц при действии корректоров вне экспериментального промежутка приведён на рисунке 3.6.

Следующий шаг — включение в возмущённую орбиту действия корректоров между датчиками положения пучка. Каждый из них даёт вклад в измерения пикапов  $\Delta x_1 = x_{\text{в(SEX0Z1)}}(z_1) + x_{\text{в(NEX0Z1)}}(z_1)$ ,  $\Delta x_2 = x_{\text{в(SEX0Z1)}}(z_2) + x_{\text{в(NEX0Z1)}}(z_2)$ , которые рассчитываются согласно уравнению (3.57). Пример таких траекторий изображён на рисунке 3.7.

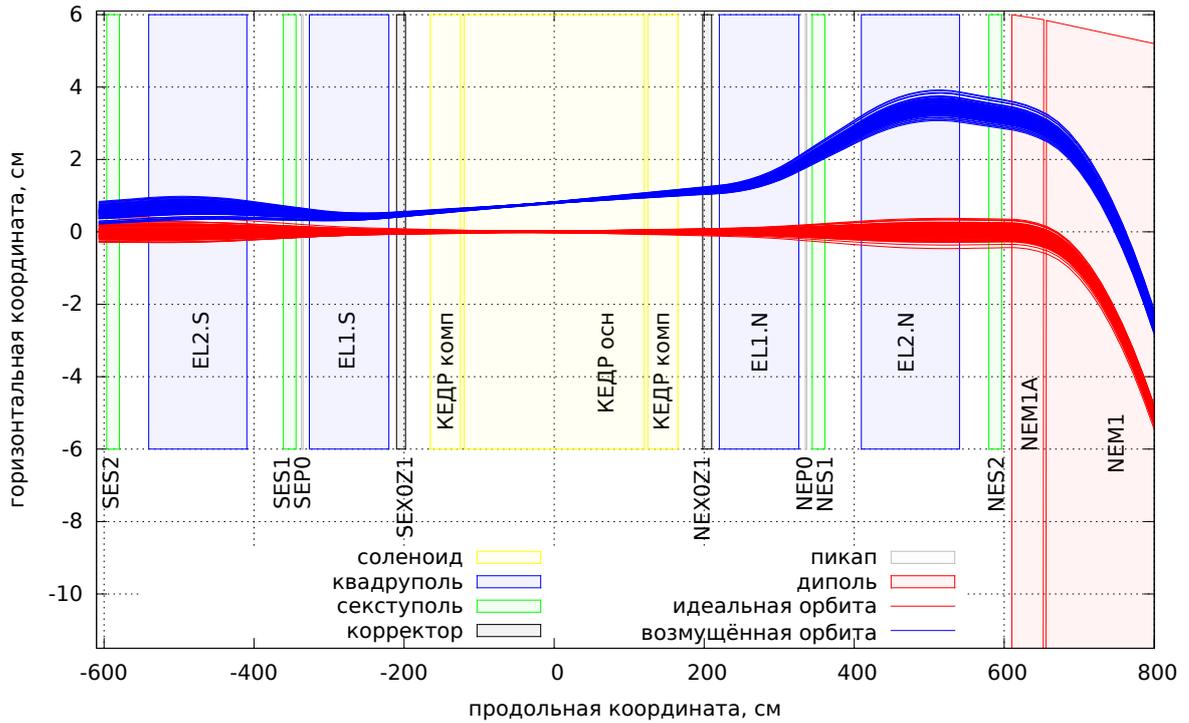


Рисунок 3.6: Траектории частиц равновесного пучка при действии корректоров вне экспериментального промежутка, проходящие через пикапы SEP0 и NEP0 со средними координатами  $x_1 = 0.5$  см и  $x_2 = 2$  см, соответственно.

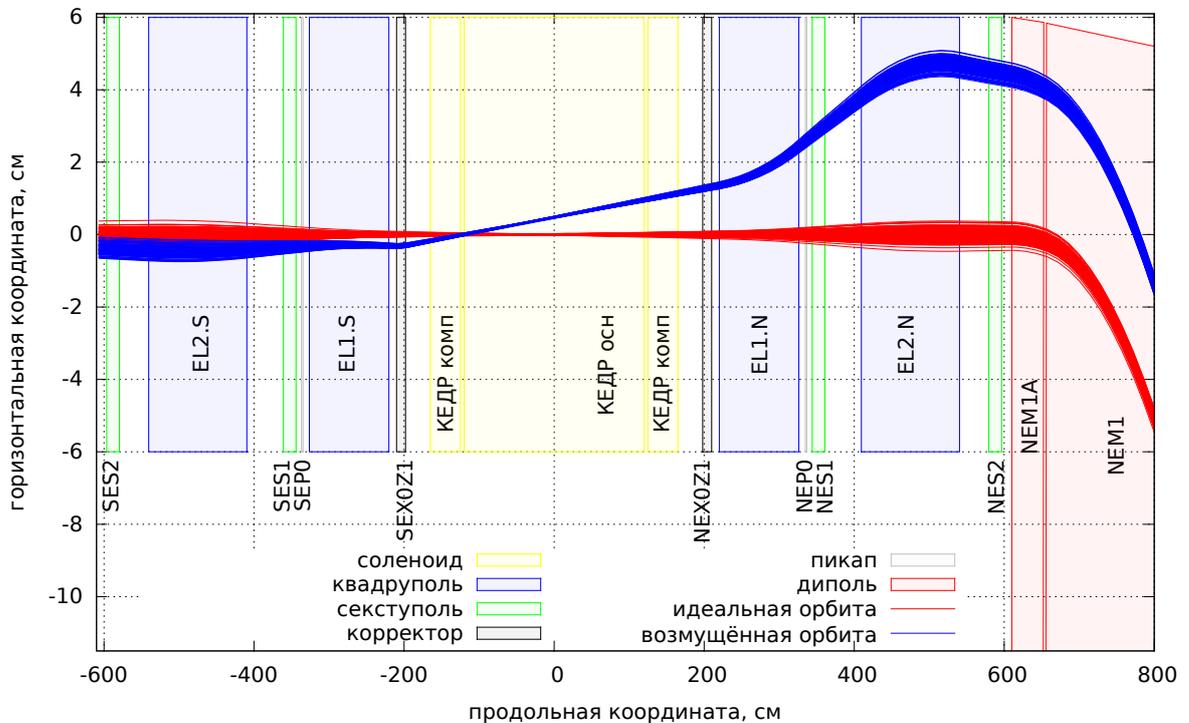


Рисунок 3.7: Траектории частиц равновесного пучка при действии корректора SEX0Z1, отклоняющего пучок на  $\Delta x' = 5$  мрад.

Вычитая из измерений пикапов  $\Delta x_1$  и  $\Delta x_2$ , находим орбиту, которая была бы при выключенных корректорах SEX0Z1 и NEX0Z1. Затем добавляем действие корректоров. Таким образом, искомая орбита в точке  $z$  при включенных корректорах в кольце и в экспериментальном промежутке, вычисленная с помощью измерений двух пикапов записывается следующим образом:

$$\begin{pmatrix} x_B(z) \\ x'_B(z) \end{pmatrix} = \mathbf{R}_{\text{SEPO} \rightarrow z} \begin{pmatrix} x_1 - \Delta x_1 \\ x'_1 - \Delta x'_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{B(\text{SEX0Z1})}(z) \\ x'_{B(\text{SEX0Z1})}(z) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_{B(\text{NEX0Z1})}(z) \\ x'_{B(\text{NEX0Z1})}(z) \end{pmatrix}. \quad (3.61)$$

Пример траекторий частиц при действии корректоров внутри и вне экспериментального промежутка приведён на рисунке 3.8. Аналогичные рассуждения можно привести и для вертикального направления.

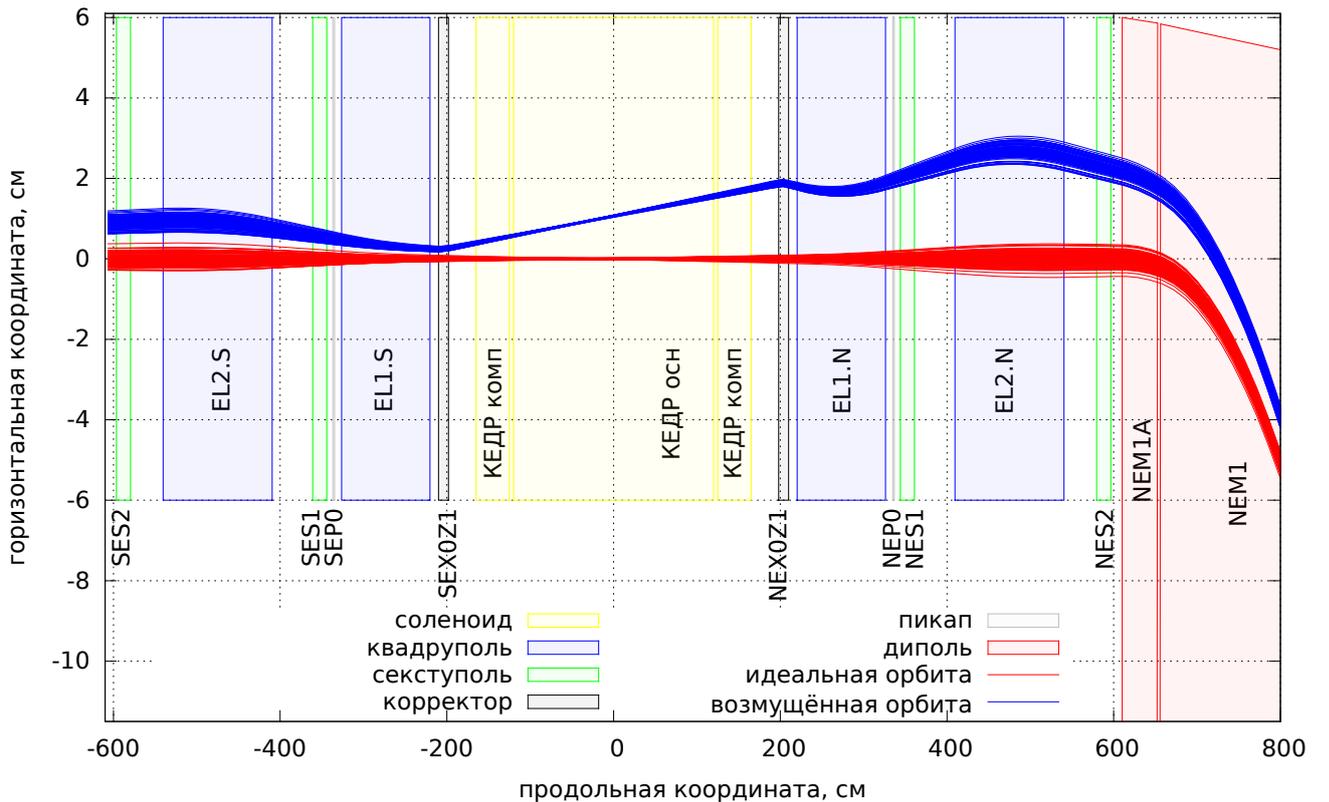


Рисунок 3.8: Траектории частиц равновесного пучка при действии корректоров внутри и вне экспериментального промежутка, проходящая через пикапы SEPO и NEPO с координатми  $x_1 = 0.5$  см и  $x_2 = 2$  см. Корректор SEX0Z1 отклоняет пучок на  $\Delta x' = 5$  мрад, NEX0Z1 отклоняет пучок на  $\Delta x' = -10$  мрад.

В общем случае соленоиды и некоторые другие элементы перемешивают степени свободы в возмущённой орбите. Но на ВЭПП-4М применяются только относительно слабые skew-квадрупольи и секступольи для компенсации нелинейностей, соленоиды КЕДР также относительно слабые, и интеграл продольного поля в них равен нулю. Таким образом, расчёт орбиты со структурными функциями можно считать хорошим приближением для ВЭПП-4М, но в нашем случае удобнее работать с транспортными матрицами.

### 3.4.2 Расчёт с транспортными матрицами

Пусть имеется некоторый участок ускорителя, содержащий, например, два корректора орбиты, представленный следующим образом, по направлению движения частиц:

$$\mathbf{R}_1 \rightarrow (\mathbf{R}_{C1}, \vec{X}_{C1}) \rightarrow \mathbf{R}_2 \rightarrow (\mathbf{R}_{C2}, \vec{X}_{C2}) \rightarrow \mathbf{R}_3, \quad (3.62)$$

где  $\mathbf{R}$  — транспортные матрицы участков без корректоров,  $(\mathbf{R}_C, \vec{X}_C)$  — матрицы перехода и «вектора коррекции» корректоров орбиты (как в разделе 3.3.5). Таким образом, координаты и углы  $\vec{X}(z_1)$  (вектор-столбец) в некоторой точке  $z_1$  выражаются через координаты и углы  $\vec{X}(z_0)$  в точке  $z_0$  с учётом корректоров орбиты следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{X}(z_1) &= \mathbf{R}_3[\mathbf{R}_{C2}\mathbf{R}_2(\mathbf{R}_{C1}[R_1\vec{X}(z_0)] + \vec{X}_{C1}) + \vec{X}_{C2}] = \\ &= \mathbf{R}_3\mathbf{R}_{C2}\mathbf{R}_2\mathbf{R}_{C1}\mathbf{R}_1\vec{X}(z_0) + \mathbf{R}_3\mathbf{R}_{C2}\mathbf{R}_2\vec{X}_{C1} + \mathbf{R}_3\vec{X}_{C2}. \end{aligned} \quad (3.63)$$

Обобщая на случай  $n$  корректоров,

$$\begin{aligned} \vec{X}(z_1) &= \mathbf{R}_{n+1} \left( \prod_{i=n}^1 \mathbf{R}_{Ci} \mathbf{R}_i \right) \vec{X}(z_0) + \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_{n+1} \left( \prod_{j=n}^{i+1} \mathbf{R}_{Cj} \mathbf{R}_j \right) \vec{X}_{Ci} = \\ &= \mathbf{R}\vec{X}(z_0) + \vec{X}_C, \end{aligned} \quad (3.64)$$

где в правой части формулы  $\mathbf{R}$  — транспортная матрица промежутка при выключенных корректорах орбиты, а вектор  $\vec{X}_C$  характеризует действие корректоров орбиты согласно их магнитному полю и положению в промежутке.

Поставим задачу нахождения орбиты пучка по двум датчиками положения пучка. Пикапы измеряют только координату, но не угол. Пусть пикапы находятся на концах структуры (3.62), в точках  $z_0, z_1$ . Предполагается, что  $\mathbf{R}$  и  $\vec{X}_C$  известны, а  $x(z_0), y(z_0), x(z_1), y(z_1)$  измеряются пикапами. Остаются неизвестными 4 величины  $x'(z_0), y'(z_0), x'(z_1), y'(z_1)$ , а поскольку уравнений тоже 4, эти углы можно вычислить решая следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{pmatrix} R_{12} & R_{14} & 0 & 0 \\ R_{22} & R_{24} & -1 & 0 \\ R_{32} & R_{34} & 0 & 0 \\ R_{42} & R_{44} & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'(z_0) \\ y'(z_0) \\ x'(z_1) \\ y'(z_1) \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} R_{11} & R_{13} & -1 & 0 \\ R_{21} & R_{23} & 0 & 0 \\ R_{31} & R_{33} & 0 & -1 \\ R_{41} & R_{43} & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} x(z_0) \\ y(z_0) \\ x(z_1) \\ y(z_1) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_C \\ x'_C \\ y_C \\ y'_C \end{pmatrix}. \quad (3.65)$$

Таким образом, при известной структуре и углах поворота корректоров можно найти все начальные условия на концах промежутка. Тогда не составляет сложности найти координаты и углы в любой точке между пикапами, а также в некотором промежутке вне их, используя транспортные матрицы.

Обратимся снова к уравнению (3.64). Оно может иллюстрировать влияние ошибок магнитных элементов и пикапов. Их можно представить в виде корректоров с постоянной силой. Если квадруполь или соленоид установлен со сдвигом  $\{\delta x, \delta y\}$  и наклоном  $\{\delta x', \delta y'\}$  (вектор-столбец  $\vec{X}_\delta$ ), то координаты частицы сначала преобразуются в систему координат несмещённого элемента, проводится трекинг как в несмещённом элементе, а затем координаты и углы преобразуются обратно:

$$\vec{X}(z_1) = \mathbf{R}(\vec{X}(z_0) + \vec{X}_\delta) - \vec{X}_\delta = \mathbf{R}\vec{X}(z_0) + (\mathbf{R} - \mathbf{1})\vec{X}_\delta. \quad (3.66)$$

Для относительно слабых или коротких магнитных элементов диагональные элементы матриц близки к единице (и при вычитании единичной матрицы становятся малыми), а недиагональные, как правило, меньше диагональных. Таким образом, влияние ошибок установки относительно слабых или коротких элементов

на орбиту пучка мало. Отметим, что при изменяющейся «силе» элемента искажение орбиты, вызванное ошибкой установки элемента, также изменяется. Это является одним из источников погрешности созданной в данной работе модели.

Если шкала датчика положения пучка смещена относительно проектной орбиты на  $X_\delta = \{\delta x, 0, \delta y, 0\}$ , то расчётная орбита будет содержать ошибку:

$$\vec{X}(z_1) = \mathbf{R}(\vec{X}(z_0) + \vec{X}_\delta) = \mathbf{R}\vec{X}(z_0) + \mathbf{R}\vec{X}_\delta. \quad (3.67)$$

Таким образом, ошибки сдвига пикапов распространяются с коэффициентами, равными соответствующим диагональным элементам транспортной матрицы, которые для относительно слабых или коротких элементов коэффициенты примерно равны единице. При изменении сил элементов меняется и внесённая пикапом ошибка.

## 3.5 Генераторы частиц

В данном разделе будут рассмотрены методы генерации параметров случайной рассеянной частицы.

### 3.5.1 Равновесный пучок

Равновесный пучок генерируется исходя из расчётных или измеренных параметров пучка и магнитной структуры ВЭПП-4М, которые можно найти в [13, 14, 54], некоторые из них приведены в Таблице 1.1. Структурные функции  $\beta_x(z)$ ,  $\beta_y(z)$ ,  $\alpha_x(z)$ ,  $\alpha_y(z)$  и  $\psi_x(z)$  вычислены в программе MAD-X, исходя из «структуры, принятой стандартной» (Приложение А), и интерполируются кубическим сплайном, или кусочно-линейной функцией для  $\alpha$ -функции.

Частицы равновесного пучка моделируются в предположении, что оптика ускорителя линейна или слабо-нелинейна и связь степеней свободы  $x - y$  пренебрежимо мала, следовательно, в фазовой плоскости  $x - x'$  и  $y - y'$  они распределены по гауссовой функции внутри эллипса, в соответствии с рисунком 3.9. Алгоритм выглядит следующим образом.

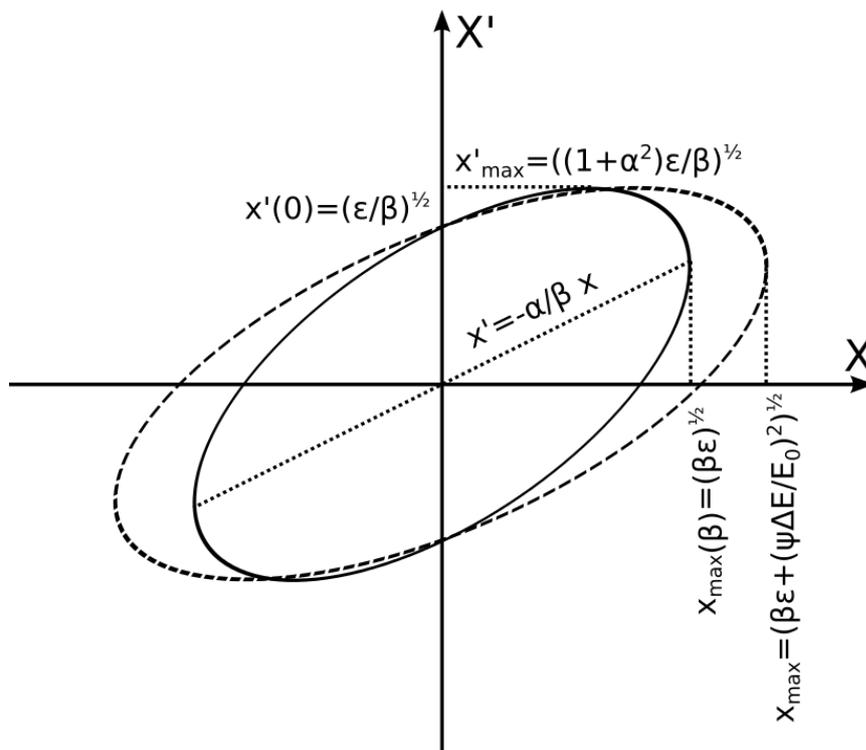


Рисунок 3.9: Распределение частиц равновесного пучка в фазовой плоскости  $x - x'$ . Сплошная линия — граница пучка по уровню  $1/e$  в результате только бетатронных колебаний, штриховая линия — граница пучка с учётом дисперсии.

- Генерируется случайная продольная координата  $z$  вблизи центра детектора КЕДР. Форма и параметры функции распределения выбираются в соответствии с типом моделируемого процесса. Для ОТИ и ДФП — гауссова функция со среднеквадратичным отклонением, равным четверти длины пучка (из-за фактора Мёллера [55]), так как электроны в этих процессах рассеиваются из области пересечения электронного и позитронного пучков. Для комптоновского рассеяния разыгрывается равномерное распределение временного профиля лазерного пучка с полной длиной 1.2 м (длина пучка  $e^-/e^+$  мала по сравнению с длиной лазерного импульса). Нестабильность времени прихода лазерного импульса относительно времени пролёта пучка (в основном, это обусловлено лазером, см. Таблицы 4.2, 4.3) моделируется нормально распределённой добавкой с  $\sigma = 0.6$  м.
- Разыгрывается случайная энергия электрона или позитрона в соответствии с энергетическим разбросом при данной энергии пучка  $\sigma_E(E_b)$  (Таблица 1.1). Между расчётными точками разброс интерполируется функцией вида  $aE_b + b$ . Функция распределения частиц по энергии выглядит следу-

ющим образом:

$$f(E_0) \sim \exp\left(-\frac{(E_0 - E_b)^2}{2\sigma_E^2(E_b)}\right). \quad (3.68)$$

- Разыгрывается случайная координата  $x$  в соответствии с эмиттансом  $\epsilon_x$  и расчётной горизонтальной  $\beta$ -функцией в точке  $z$ . Между расчётными точками эмиттанс интерполируется функцией вида  $aE_b^2 + bE_b$ . В результате только бетатронных колебаний распределение частиц гауссово:

$$f(x) \sim \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_{x\beta}^2}\right) = \exp\left(-\frac{x^2}{2\epsilon_x\beta_x(z)}\right). \quad (3.69)$$

Аналогично разыгрывается случайная координата  $y$ . В стандартном режиме работы ВЭПП-4М вертикальный эмиттанс в 10–20 раз меньше горизонтального, то есть,  $\epsilon_y = (0.05\text{--}0.10)\epsilon_x$ . Функция распределения следующая:

$$f(y) \sim \exp\left(-\frac{y^2}{2\epsilon_y\beta_y(z)}\right). \quad (3.70)$$

- По сгенерированным  $x$  и  $y$  генерируются горизонтальные и вертикальные углы  $x'$ ,  $y'$  со следующими распределениями:

$$f(x') \sim \exp\left(-\frac{\left[x' + x\frac{\alpha_x(z)}{\beta_x(z)}\right]^2}{2\frac{\epsilon_x}{\beta_x(z)}}\right), \quad (3.71)$$

$$f(y') \sim \exp\left(-\frac{\left[y' + y\frac{\alpha_y(z)}{\beta_y(z)}\right]^2}{2\frac{\epsilon_y}{\beta_y(z)}}\right). \quad (3.72)$$

- К горизонтальной координате добавляется сдвиг, обусловленный действием горизонтальной дисперсии:  $\frac{E_0 - E_b}{E_b}\psi_x(z)$ . Вертикальная дисперсия не учитывается, так как она пренебрежимо мала по сравнению с горизонтальной.

- Наконец, учитывается равновесная орбита (метод её расчёта описан в разделе 3.4):

$$x \rightarrow x + x_{\text{в}}(z), \quad y \rightarrow y + y_{\text{в}}(z), \quad (3.73)$$

$$x' \rightarrow x' + x'_{\text{в}}(z), \quad y' \rightarrow y' + y'_{\text{в}}(z). \quad (3.74)$$

### 3.5.2 Комптоновское рассеяние

Комптоновское рассеяние моделируется следующим образом.

- Моделируется частица равновесного пучка, как показано выше. У неё известны энергия  $E_0$ , координаты  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и углы  $x'$ ,  $y'$ . Лазерный фотон движется навстречу равновесному пучку с углом меньше 3 мрад, и как показано в разделе 1.2, это практически не влияет на энергию рассеянного фотона. Координаты  $x$ ,  $y$  и  $z$  для рассеянного электрона и фотона равны соответствующим координатам предшествующей частицы равновесного пучка.
- Генерируется энергия рассеянного фотона  $\omega$  в диапазоне от минимальной энергии  $\omega \approx 0.02E_b$ , обусловленной энергетической апертурой TS4, до энергии комптоновского края (1.9). Комптоновские фотоны распределены по энергии согласно сечению Клейна-Нишины (1.16). Распределение генерируется методом Неймана. Энергия комптоновского электрона вычисляется элементарно:

$$E = E_0 - \omega. \quad (3.75)$$

- Вычисляется полярный угол рассеяния фотона:

$$\theta_{\gamma} = \frac{m}{E} \sqrt{(1 + \lambda) \left( \frac{\omega_{\text{max}}}{\omega} - 1 \right)}, \quad (3.76)$$

где обозначения такие же, как в разделе 1.2. Азимутальный угол  $\varphi$  генерируется как равномерно распределённое случайное число из промежутка  $[0, 2\pi)$ . Проекция на оси  $x$  и  $y$ :

$$\theta_{\gamma x} = \arcsin(\cos \varphi \sin \theta_{\gamma}), \quad \theta_{\gamma y} = \arcsin(\sin \varphi \sin \theta_{\gamma}). \quad (3.77)$$

- Вычисляются проекции углов рассеяния электрона:

$$x'_c = -\theta_{\gamma x} \frac{\omega}{E}, \quad y'_c = -\theta_{\gamma y} \frac{\omega}{E}. \quad (3.78)$$

Отношение энергий и знак «-» следуют из законов сохранения энергии и импульса.

- Эти углы и проекции рассчитаны в неподвижной системе отсчёта, ориентированной по направлению движения первоначального электрона/позитрона. Углы частиц элементарно пересчитываются в неподвижную лабораторную систему отсчёта, связанную с прямолинейным промежутком ускорителя:

$$x' \rightarrow x'_c + x', \quad y' \rightarrow y'_c + y', \quad (3.79)$$

$$\theta_{\gamma x} \rightarrow \theta_{\gamma x} + x', \quad \theta_{\gamma y} \rightarrow \theta_{\gamma y} + y'. \quad (3.80)$$

Так как происходит преобразование из одной неподвижной системы отсчёта (относительно ускорителя) в другую, релятивистских поправок не требуется.

### 3.5.3 Однократное тормозное излучение

Энергия фотона ОТИ имеет распределение  $dW \sim d\omega/\omega$ . Тогда в диапазоне  $[\omega_1, \omega_2)$  её можно сгенерировать так:

$$\frac{\int_{\omega_1}^{\omega} \frac{d\xi}{\xi}}{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\xi}{\xi}} = r, \quad \omega = \omega_1 \left( \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^r, \quad (3.81)$$

где  $r$  — равномерно распределённая случайная величина в диапазоне  $[0, 1)$ , а пределы интегрирования,  $\omega_1 \approx 0.02E_b$  и  $\omega_2 \approx 0.6E_b$ , выбираются в соответствии с энергетической апертурой системы регистрации РЭ. Такой способ генерирования случайной величины с монотонной функцией распределения называют «методом интегрирования».

В соответствии с (1.18), угол рассеяния фотона  $\theta_\gamma$  генерируется таким образом:

$$\frac{\int_0^{\theta_\gamma^2} \frac{d\xi}{(\xi+1/\gamma^2)^2}}{\int_0^{\theta_{\gamma\max}^2} \frac{d\xi}{(\xi+1/\gamma^2)^2}} = r, \quad \theta_\gamma^2 = \frac{1}{\gamma^2} \left( \frac{\theta_{\gamma\max}^2 \gamma^2 + 1}{\theta_{\gamma\max}^2 \gamma^2 (1-r) + 1} - 1 \right), \quad (3.82)$$

где предел интегрирования,  $\theta_{\gamma\max} \approx 0.05$ , выбирается так, чтобы не генерировались большие углы, при которых частицы заведомо теряются на стенках вакуумной камеры.

Алгоритм моделирования события тормозного излучения выглядит следующим образом.

- Моделируется частица равновесного пучка с энергией  $E_0$ , координатами  $x, y, z$  и углами  $x', y'$ . Координаты рассеянных частиц (электронов, позитронов, фотонов) равны  $x, y, z$ .
- Генерируются энергия и полярный угол рассеяния фотона согласно (3.81) и (3.82). Генерируется случайный азимутальный угол из диапазона  $[0, 2\pi)$ , проекции угла рассеяния на оси  $x, y$  вычисляются так же, как для комптоновского рассеяния:

$$\theta_{\gamma x} = \arcsin(\cos \varphi \sin \theta_\gamma), \quad \theta_{\gamma y} = \arcsin(\sin \varphi \sin \theta_\gamma). \quad (3.83)$$

- Вычисляются энергия и угол рассеяния электрона:

$$E = E_0 - \omega, \quad x'_{br} = -\theta_{\gamma x} \frac{\omega}{E}, \quad y'_{br} = -\theta_{\gamma y} \frac{\omega}{E}. \quad (3.84)$$

- Углы частиц пересчитываются в лабораторную систему отсчёта с учётом углов исходной частицы равновесного пучка:

$$x' \rightarrow x'_{br} + x', \quad y' \rightarrow y'_{br} + y', \quad (3.85)$$

$$\theta_{\gamma x} \rightarrow \theta_{\gamma x} + x', \quad \theta_{\gamma y} \rightarrow \theta_{\gamma y} + y'. \quad (3.86)$$

### 3.5.4 Двухфотонные процессы

В моделировании ДФП необходимо учитывать корреляции параметров четырёх рассеянных частиц: электрона, позитрона и двух виртуальных фотонов. Генерируется электрон равновесного пучка с координатами  $x, y, z$ , углами  $x'_-, y'_-$ , энергией  $E_{0-}$ . Позитрон имеет те же координаты, но другие, независимые углы  $x'_+, y'_+$ . Равновесная орбита для электронов и позитронов в месте встречи одинакова. Энергия позитрона равновесного пучка должна учитывать корреляцию координаты и энергии вследствие дисперсии, она распределена по следующему закону:

$$f(E_{0+}) \sim \exp \left( \frac{\left( E_{0+} - E_b + \frac{x}{\psi(z)} \right)^2}{2 \frac{\epsilon_x \beta(z) E_b^2}{\psi^2}} \right). \quad (3.87)$$

Квадрат угла рассеяния виртуального фотона ДФП генерируется согласно (1.6) методом интегрирования:

$$\frac{\int_0^{\theta_\gamma^2} \frac{d\xi}{\xi+1/\gamma^2}}{\int_0^{\pi^2} \frac{d\xi}{\xi+1/\gamma^2}} = r, \quad \theta_\gamma^2 = \frac{1}{\gamma^2} [(\pi^2 \gamma^2 + 1)^r - 1], \quad (3.88)$$

где  $r$  — равномерно распределённое случайное число от нуля до единицы.

Для простоты энергия первого рассеянного фотона моделируется распределением  $d\omega/\omega$ :

$$\frac{\int_{\omega_{\min}}^{\omega} \frac{d\xi}{\xi}}{\int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} \frac{d\xi}{\xi}} = r, \quad \omega = \omega_{\min} \left( \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} \right)^r. \quad (3.89)$$

Второй фотон имеет энергию

$$\omega_2 = W^2/4\omega_1, \quad (3.90)$$

$\omega_1$  — энергия первого фотона,  $W$  — заданная масса двухфотонной системы. Таким образом энергия второго фотона распределена так же, как и первого. Пределы интегрирования (3.89) задаются естественным образом:

$$\omega_{\min} = W^2/4E_0, \quad \omega_{\max} = E_0. \quad (3.91)$$

Алгоритм моделирования двухфотонного процесса выглядит следующим образом:

- Генерируются параметры пары электрон-позитрон. Известны координаты и энергии.
- Генерируется энергия (3.89) и угол (3.88) фотона, испущенного электроном. В формулах для  $\omega_{\max}$  вместо  $E_0$  подставляется  $E_{0-}$ .
- По формуле (3.90) вычисляется энергия фотона, испущенного позитроном. Независимо генерируется его угол.
- По формулам, аналогичным (3.83), (3.84) и (3.86) вычисляются углы электронов и позитронов.

### 3.6 Моделирование годоскопа на дрейфовых трубочках

Было проведено упрощённое моделирование годоскопа на дрейфовых трубочках. Моделировалось взаимодействие рассеянных электронов (энергия — единицы ГэВ) с плотными материалами, из которых состоит координатный детектор: сталь (включая стенку вакуумной камеры), каптон, пластик; воздух не учитывался. Для каждого трека аналитически вычислялись точки пересечения с трубочками и другими материалами детектора. На каждом пересечении трека с поверхностью плотного материала моделировалось многократное рассеяние электронов и позитронов: частица рассеивалась на угол, распределённый нормально со среднеквадратичным отклонением [59]

$$\theta = \frac{13.6[\text{МэВ}]}{E} \sqrt{t/t_0} (1 + 0.038 \ln(t/t_0)), \quad (3.92)$$

где  $t$  — толщина материала,  $t_0$  — его радиационная длина. Если трек проходил внутри трубочки, то вычислялась его средняя точка — центр облака ионизации непосредственно после его образования — эта точка считалась координатой зарегистрированного трека в трубочке. Далее по всем таким точкам проводилась

прямая, так, чтобы минимизировать суммарное отклонение точек от неё, подобно алгоритму реконструкции. Полное моделирование годоскопа на дрейфовых трубочках довольно затруднительно, так как в реальном годоскопе есть неработающие трубочки, особенности электроники и алгоритма реконструкции треков.

Из результатов моделирования следует, что, несмотря на сложную неоднородную структуру годоскопа, его отклик имеет гауссову, симметричную форму. На рисунке 3.10 изображена разница между координатой, восстановленной в годоскопе и координатой на входе детектора TS4<sup>-</sup>. Среднеквадратичное отклонение этой разницы, то есть, собственное координатное разрешение, для всех блоков составляет примерно 100 мкм.

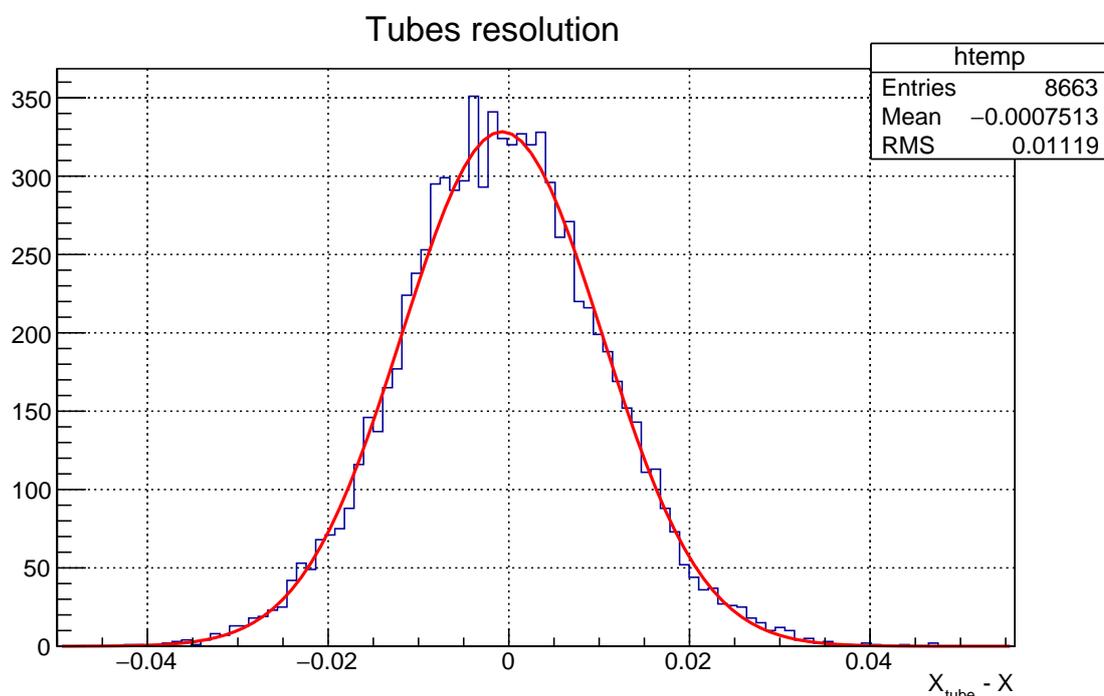


Рисунок 3.10: Моделирование отклика годоскопа на дрейфовых трубочках (TS4<sup>-</sup>): гистограмма разницы между восстановленной и истинной координатой.

Так как этот отклик простой, а более точной модели годоскопа нет, в данном расчёте вместо подробного моделирования годоскопа координата варьируется по гауссовой функции на характерную величину 100 мкм.

### 3.7 Отладка модели

Во время эксперимента на ВЭПП-4М измеряются токи магнитных элементов и записываются в базы данных ВЭПП-4М и КЕДР. Форматы записей разные

для разных элементов (например, в десятках или единицах миллиампер для основных элементов и корректирующих обмоток) и могут меняться. Была проведена работа по расчёту магнитных параметров элементов — полей, градиентов, углов поворота, и т.д. — из измеренных питающих токов элементов. Коэффициенты пересчёта токов в магнитные параметры рассчитывались с помощью теоремы о циркуляции магнитного поля  $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$  при допущении, что полюса магнитов сделаны из материала с очень большой магнитной проницаемостью. Параметры магнитов вычисляются следующим образом:

- Горизонтальный или вертикальный углы поворота корректоров SEX0, NEX0, SEZ1, NEZ1:

$$\theta = \frac{\mu_0 L N I}{W B_b R_b}, \quad (3.93)$$

где  $L$  — длина магнита,  $N$  — число витков обмотки,  $I$  — ток,  $W$  — зазор между полюсами магнита (см. Приложение А),  $B_b R_b [\text{Тл} \cdot \text{см}] = 0.333 E_b [\text{МэВ}]$  — магнитная жёсткость для частиц равновесной энергии. Токи этих корректоров не превышают 25 А.

- Поля обмоток горизонтальной коррекции орбиты (SEX2, SEX1, NEX1, NEX2) в поворотных магнитах магнитах:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{W}, \quad (3.94)$$

где  $W$  — зазор между полюсами. Эти поля добавлялись к полям коротких частей поворотных магнитов.

- Квадрупольный коэффициент линз SEL2, SEL1, NEL1, NEL2:

$$k^2 = \frac{2\mu_0(N_1 I_1 + N_2 I_2)}{W^2 B_b R_b}, \quad (3.95)$$

где  $N_1 I_1$  — ампер-витки основной обмотки квадруполья,  $N_2 I_2$  — ампер-витки коррекции градиента (SEG2, SEG1, NEG1, NEG2),  $W$  — внутренний радиус полюсов квадруполья. Токи основных обмоток не более 2.5 кА, токи коррекции не более 8 А.

- Квадрупольный коэффициент skew-квадруполей SEQ@, NEQ@:

$$k^2 = \frac{2\mu_0 NI}{W^2 B_b R_b}, \quad (3.96)$$

где  $NI$  — ампер-витки skew-квадруполя (одна катушка),  $W$  — внутренний радиус полюсов. Токи обмоток не более 25 А.

- Секступольный коэффициент линз SES2, SES1, NES1, NES2:

$$k^2 = \frac{6\mu_0 NI}{W^3 B_b R_b}, \quad (3.97)$$

где  $NI$  — ампер-витки,  $W$  — внутренний радиус полюсов секступоля. Токи обмоток не более 25 А.

Для поворотных магнитов используются измеренные методом ЯМР поля. Датчики поля находятся в NEM1 и SEM1, а магниты запитаны от двух источников парами NEM1, NEM2 и SEM1, SEM2. Поля в коротких и длинных частях рассчитываются по соотношению витков основной обмотки (8/20), а поля корректирующих катушек пересчитываются из их токов (см. выше). Поле соленоида КЕДР измеряется датчиками Холла. Поля компенсирующих катушек рассчитываются из их токов через измеренный коэффициент.

После отладки процедуры трекинга модель системы регистрации РЭ настраивалась путём сравнения расчётного положения равновесного пучка с измеренным в пяти точках: место встречи и пикапы SEP3, SEP1, NEP1, NEP3. Средняя величина разницы расчётных и измеренных значений может быть ненулевой, так как абсолютное положение «нуля» пикапов не определено с требуемой точностью. Принципиальное значение имеет стандартное отклонение этой разницы, которое можно трактовать как ошибку расчёта. Отладка модели производилась так, чтобы минимизировать стандартный разброс этой разницы. Использовалось также то обстоятельство, что если параметр некоторого магнита учтён правильно, то он не коррелирует с разницей.

После подстановки найденных магнитных параметров в проектную структуру ВЭПП-4М наблюдалось значительное отличие результатов расчёта от измерений, что говорит о несоответствии проектной структуры реальной, например, о неучтённых ошибках в выставке элементов, калибровке пикапов, геометриче-

ских параметрах, неточных формулах пересчёта токов в магнитные параметры из-за конечной магнитной проницаемости, насыщения ферромагнетиков и т.д. Поэтому необходимо было корректировать эти магнитные параметры для наилучшего соответствия экспериментальным данным. Перед коэффициентами пересчёта токов в магнитные параметры вводились дополнительные множители, чтобы скорректировать ошибку расчёта.

Сначала рассчитывались координаты области встречи пучков методом, описанным в разделе 3.4, что позволило отладить параметры элементов между пикапами SEP0 и NEP0 (три соленоида, две квадрупольные линзы и два корректора орбиты). Положение пучка в месте встречи измерялось по вершинам многоадронных событий вершинным детектором КЕДР с точностью около 100 мкм. Выяснилось, например, что одинаковые горизонтальные корректоры в разных плечах спектрометра при однонаправленном действии имеют разные знаки измеренных токов, а некоторые корректирующие множители оказались непостоянными во времени, что связано с изменением формата записи в базе данных. Результаты для некоторого диапазона заходов приведены на рисунке 3.11. Ошибка расчёта места встречи составила 100 мкм для горизонтального движения (рисунок 3.11, внизу слева), что можно считать хорошим результатом: координатное разрешение детекторов системы регистрации РЭ и составляет примерно 100 мкм. Для вертикального движения ошибка составила 180 мкм (рисунок 3.11, внизу справа), причина столь большого значения которой пока не найдена. Впрочем, при данной точности модели это должно слабо влиять на измерение энергии РЭ.

Далее аналогично были отлажены модели остальных линзы и поворотных магнитов путём сравнения расчётных координат равновесного пучка с измеренными пикапами NEP1, SEP1 (после линзы и первого поворотного магнита), NEP3, SEP3 (после второго поворотного магнита). Точность измерений орбиты пикапами оценивается в 50–100 мкм. Некоторые результаты приведены на рисунке 3.12. Как видно из рисунка 3.12, снизу, ошибка расчёта по горизонтали для первого пикапа составила 130 мкм, для второго 260 мкм (для пикапов на позитронном плече аналогично), что можно считать удовлетворительным результатом. По вертикали — существенно хуже, 1.6 мм. Так как подсистемы регистрации  $TS4^\pm$ ,  $TS3^\pm$  находится рядом с пикапами NEP3, SEP3 и  $TS2^\pm$ ,  $TS1^\pm$  находится рядом с NEP3, SEP3, соответственно, то точность расчёта траекторий

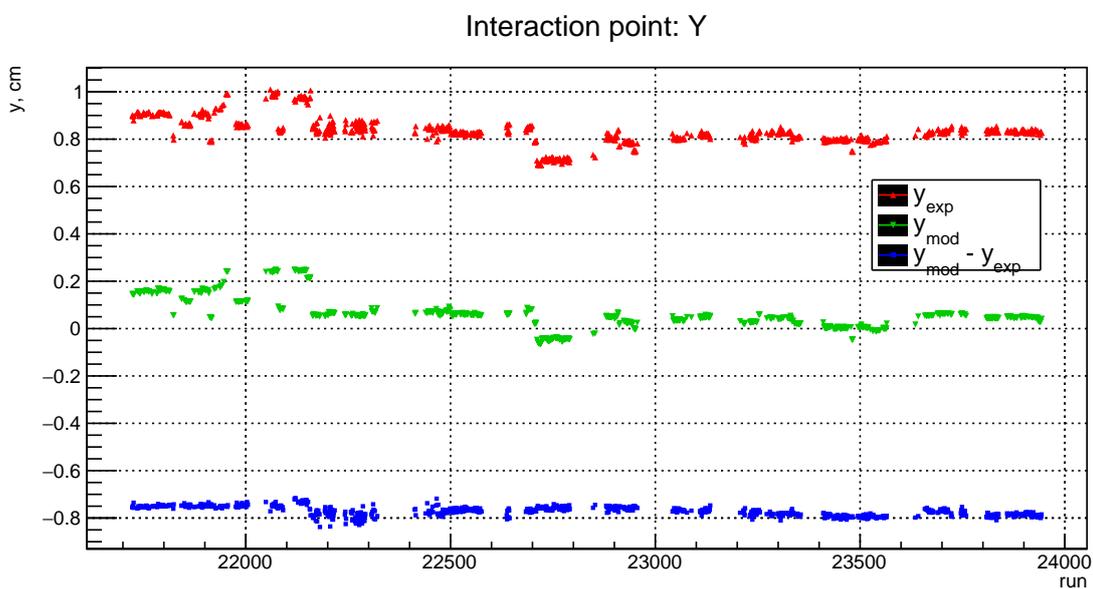
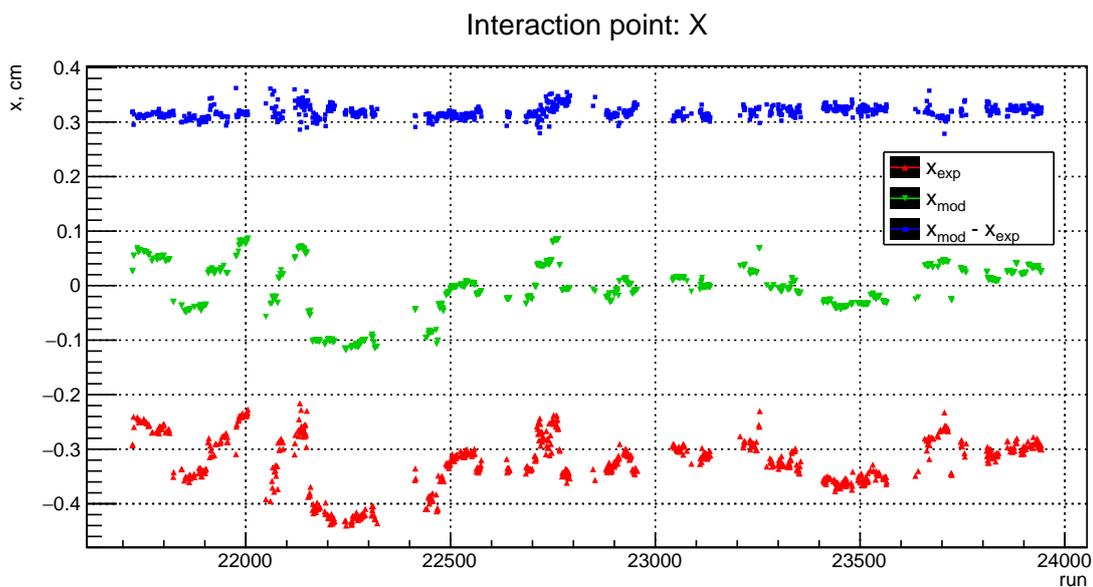


Рисунок 3.11: Поперечное положение пучка в месте встречи, эксперимент, расчёт и их разница: сверху — горизонтальное, в середине — вертикальное. Внизу — гистограммы отличия модели от эксперимента: слева — по горизонтали, справа — по вертикали.

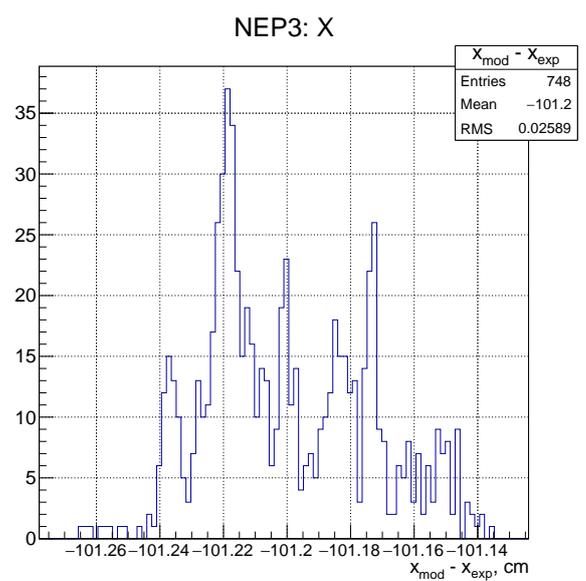
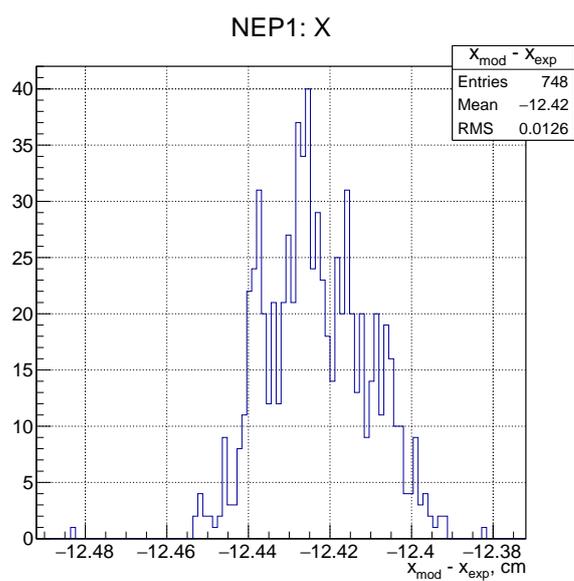
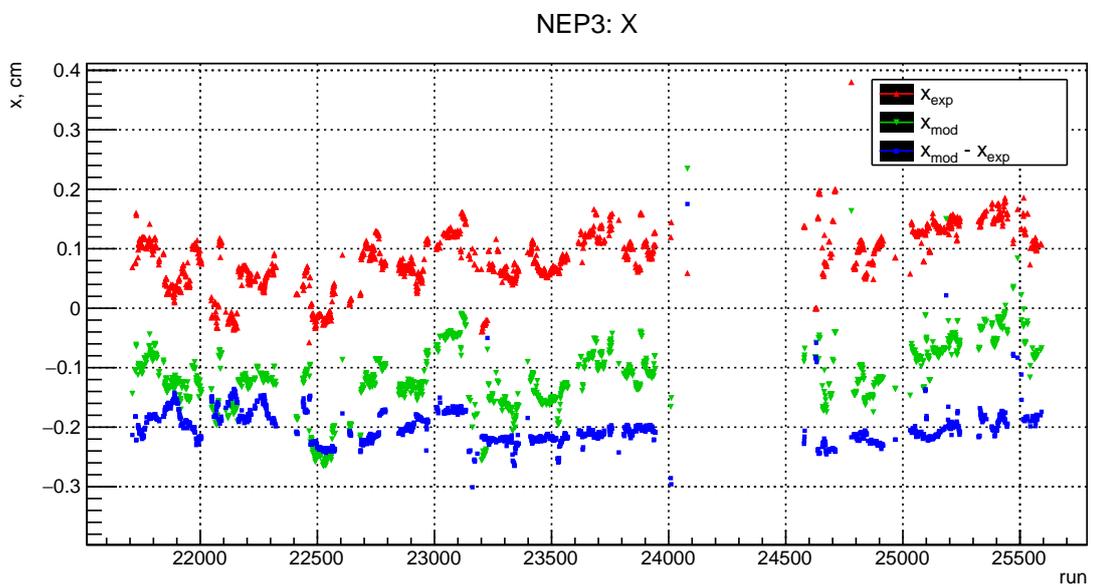
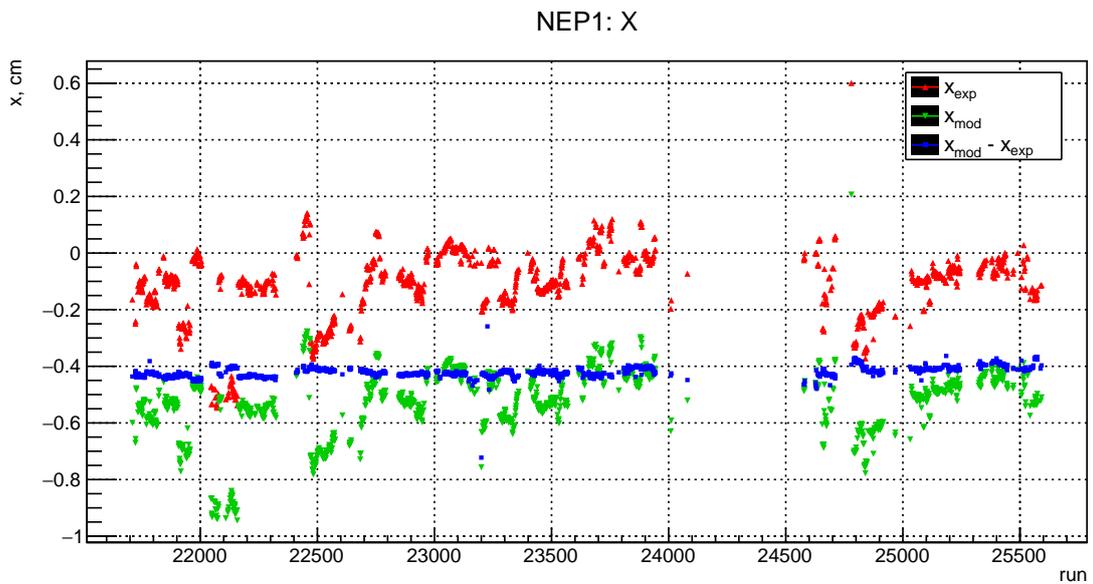


Рисунок 3.12: Горизонтальное положение пучка в пикапах NEP1 (сверху) и NEP3 (в середине). Внизу: гистограммы отличия модели от эксперимента.

рассеянных частиц должна быть примерно равной соответствующей точности расчёта равновесной орбиты.

## 3.8 Результаты

### 3.8.1 Положение комптоновского края

Был проведён расчёт поперечной горизонтальной координаты комптоновского края спектра РЭ для некоторого диапазона заходов КЕДР. Результаты расчёта вместе с экспериментальными значениями для тех же заходов показаны на рисунке 3.13. Видно, что расчётные значения повторяют за экспериментальными скачок, вызванный изменением энергии пучка (с 1550 МэВ до 1880 МэВ). Расчётные значения дрейфуют синхронно с экспериментальными при изменениях магнитной структуры. Получена точность расчёта (стандартно отклонение разницы экспериментальных и расчётных значений) около 260 мкм, что соответствует ожиданиям, если исходить из точности расчёта поперечного положения пучка в пикапе NEP3.

### 3.8.2 Определение энергетической шкалы

Результаты моделирования отличаются от экспериментальных данных на постоянную величину. Таким образом, моделирование показывает *относительные* изменения энергетической шкалы системы регистрации РЭ. Для абсолютных значений калибровочных коэффициентов в TS4<sup>±</sup> результаты моделирования корректируются следующим образом.

- Выбираются два соседних захода, записанных при одном режиме ускорителя или один заход с экспериментальными комптоновскими краями электронов/позитронов от обеих гармоник лазера.
- По двум комптоновским краям определяются оба экспериментальных коэффициента,  $A_{\text{exp}}$  и  $B_{\text{exp}}$ .
- С помощью моделирования ОТИ в первом заходе (его номер  $t_0$ ) определяются коэффициенты  $A_{\text{mod}}$  и  $B_{\text{mod}}$ .

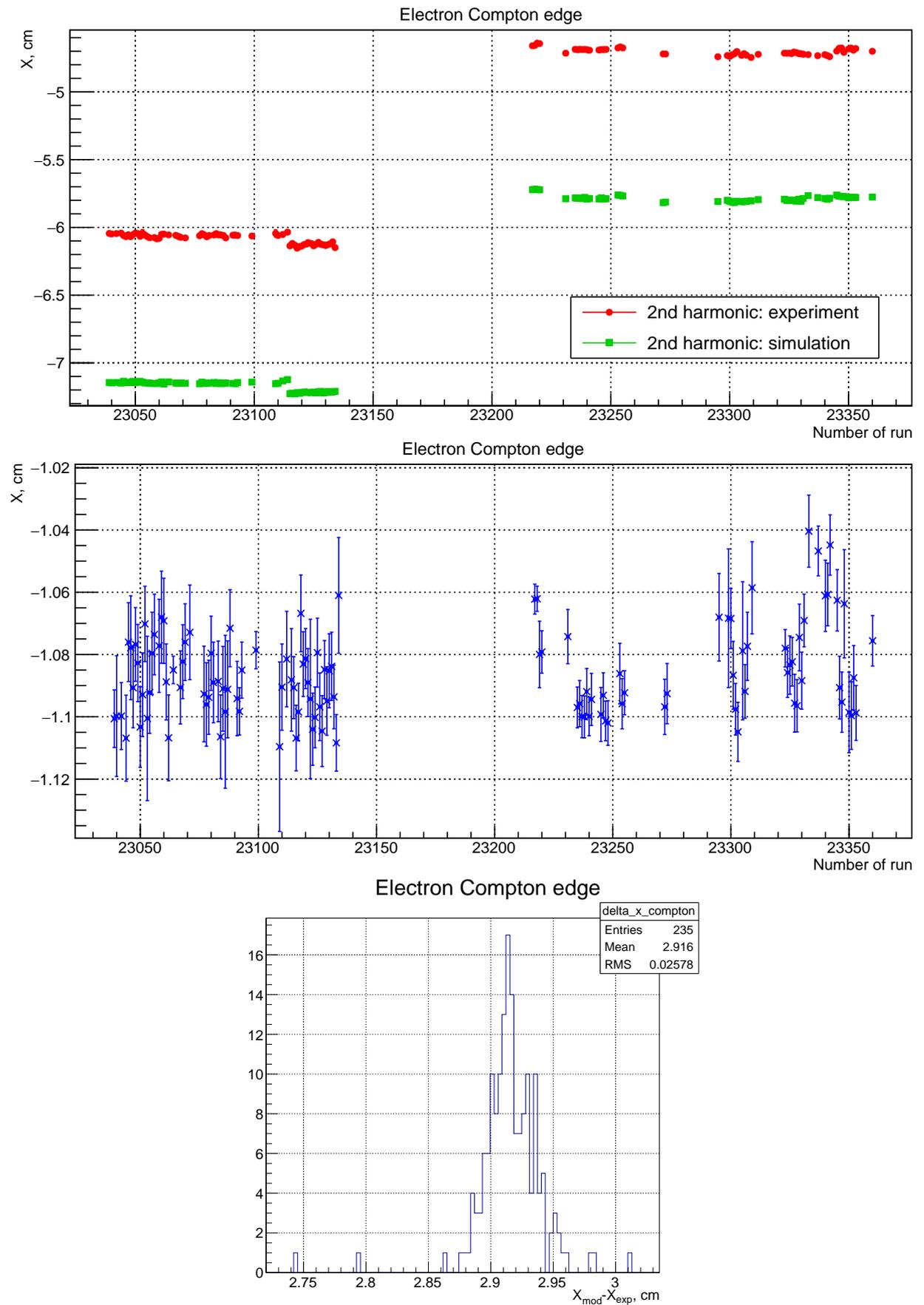


Рисунок 3.13: Положение комптоновского края спектра РЭ. Экспериментальные и расчётные значения (сверху) и их разность (в середине) в 120 заходах детектора КЕДР. Снизу: гистограмма разницы между расчётными и экспериментальными значениями для 235 заходов.

- Коэффициенты из модели пересчитываются для любого захода  $t$  следующим образом:

$$A_{\text{mod}}(t) \rightarrow A_{\text{mod}}(t)C_A, \quad C_A = \frac{A_{\text{exp}}(t_0)}{A_{\text{mod}}(t_0)}; \quad (3.98)$$

$$B_{\text{mod}}(t) \rightarrow B_{\text{mod}}(t) + C_B, \quad C_B = B_{\text{exp}}(t_0) - B_{\text{mod}}(t_0) \quad (3.99)$$

К сожалению, для исследования точности определения энергетической шкалы не нашлось достаточного количества подходящих заходов с комптоновскими краями и мечением электронов/позитронов ОТИ по фотонам, корректными измерениями параметров ускорителя и постоянной орбитой. Оценим точность определения энергетической шкалы следующим образом. Погрешность определения относительной энергии равна

$$\sigma(\varkappa) = \frac{\varkappa^2}{A} \sigma(x), \quad (3.100)$$

где  $A$  для TS4 порядка 110 см,  $\varkappa$  примем равным средней относительной энергии в TS4, а  $\sigma(x)$ , погрешность определения координаты, примем 260 мкм, как для расчёта горизонтального положения комптоновского края. Получается  $2.0 \cdot 10^{-4}$ . Для остальных подсистем аналогично, используя погрешности расчёта горизонтального положения пучка в пикапах NEP3 и NEP1, находим  $3.3 \cdot 10^{-4}$  для TS3 ( $A \approx 50$  см),  $2.9 \cdot 10^{-4}$  для TS2 ( $A \approx 20$  см),  $2.7 \cdot 10^{-4}$  для TS1 ( $A \approx 12$  см). Все эти значения в 2–100 раз лучше разрешения в соответствующих подсистемах (см. рисунок 2.11 и следующий раздел).

Таким образом, созданная модель определяет энергетическую шкалу системы регистрации РЭ с точностью  $\sigma(E)/E_b = (2.0–3.3) \cdot 10^{-3}$ .

### 3.8.3 Энергетическое разрешение

Созданная модель спектрометра ВЭПП-4М позволяет вычислить его энергетическое разрешение по рассеянному электрону и фотону. Для магнитной структуры, соответствующей реальному заходу КЕДР моделировалось большое число событий однократного тормозного излучения. Для каждой энергии выбирались монохроматические электроны (в окрестности шириной меньше ожи-

даемого разрешения при данной энергии) и вычислялась ширина спектра восстановленной энергии. Распределение углов фотонов ОТИ (и ДФП) не имеет дисперсии (распределение Коши), и спектр восстановленной энергии также не имеет дисперсии (выборочная дисперсия зависит от интервала, на котором её рассматривают). Поэтому распределение фиттировалось гауссовой функцией в узком интервале, а среднеквадратичное отклонение принимался как разрешение. Результаты отображены на рисунке 3.14. Данное моделирование показывает, что разрешение по фотону меньше разрешения по электрону из-за ненулевой дисперсионной функции в месте встречи, как показано в разделе 2.7. На рисунке также изображена расчётная ширина комптоновского края электронов для разных длин волн лазерного излучения. Утверждение в разделе 2.7.4 о том, что ширина комптоновского края похожа на разрешение по фотону, подтверждается.

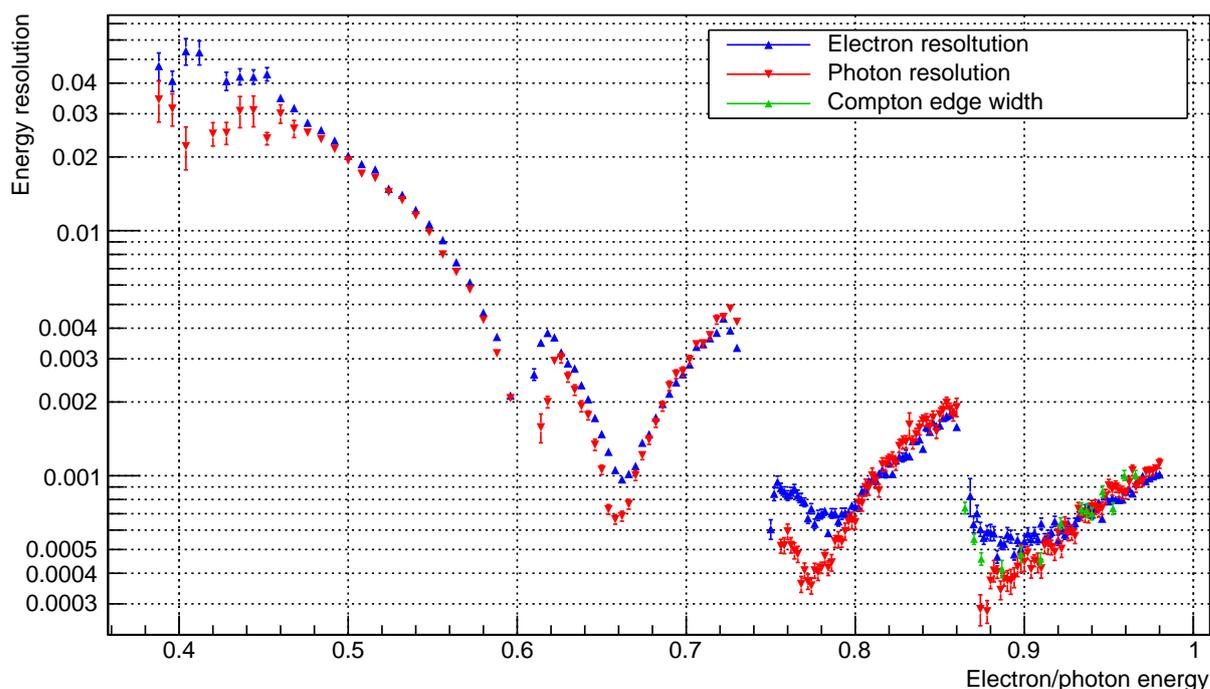


Рисунок 3.14: Энергетическое разрешение системы регистрации РЭ по электрону, фотону и комптоновскому краю, рассчитанное моделированием. Энергия пучка 3977 МэВ.

Было смоделировано рождение двухфотонных систем с монохроматическими энергиями и регистрация пар рассеянных электронов и позитронов. Вычислялась ширина (среднеквадратичное отклонение гауссовой функции) восстановленной по электронам/позитронам энергии двухфотонной системы. Результаты при двух энергиях пучка показаны на рисунке 3.15. Разрешение имеет сложную

зависимость от энергии так как определяется свойствами всех детекторов TS. В частности, локальные минимумы соответствуют электронам/позитронам, зарегистрированным при минимальных разрешениях. Действительно, для энергии пучка 3977 МэВ электрон (или позитрон) с энергией 0.78 и позитрон (или электрон) с энергией 0.88 регистрируются с наилучшим разрешением в системах TS3<sup>-</sup> (или TS3<sup>+</sup>) и TS4<sup>-</sup> (или TS4<sup>+</sup>), соответственно (рисунок 3.14). Их энергии соответствуют инвариантной массе двухфотонной системы около 1300 МэВ (уравнение (1.5)), при которой разрешение имеет локальный минимум. Аналогично для частиц с энергиями 0.88 (TS4) и 0.66 (TS2), дающие минимум в  $\gamma\gamma$  разрешении около 1600 МэВ или 0.78 (TS3) и 0.66 (TS2), дающие минимум в окрестности 2200 МэВ и т.д.

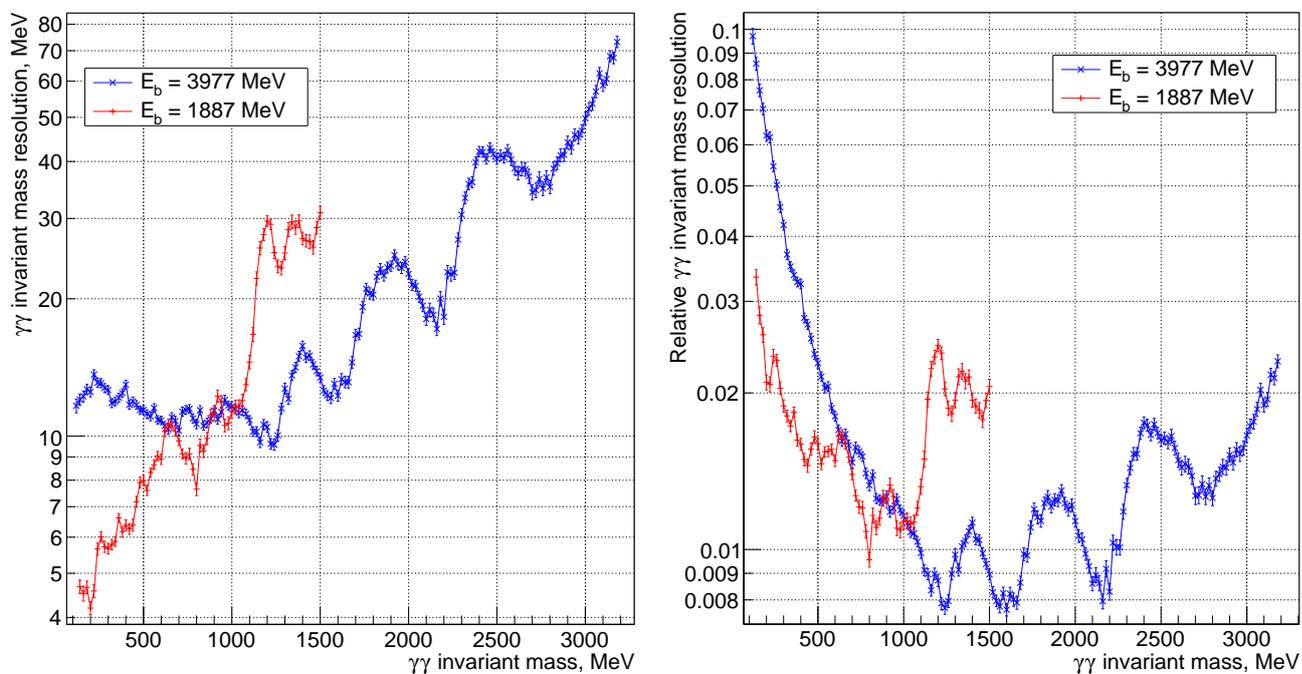


Рисунок 3.15: Энергетическое разрешение системы регистрации РЭ по массе двухфотонной системы, рассчитанное моделированием. Слева — абсолютное разрешение, мегаэлектрон-вольты, справа — относительное, в единицах энергии двухфотонной системы. Расчёт проведён для двух энергий пучка, 1887 МэВ и 3977 МэВ.

## Глава 4

# Установка для комптоновской калибровки системы регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР

### 4.1 История

На коллайдере ВЭПП-4М для экспериментов, связанных с обратным комптоновским рассеянием, была построена установка РОКК-1М [27]. Строительство начато в 1989 году, а в 1993 году получен первый пучок  $\gamma$ -квантов. Схема установки и помещений показана на рисунке 4.1. Использовался твердотельный импульсный лазер на кристалле Nd:YAG (длина волны 1064 нм, энергия фотона 1.17 эВ), было предусмотрено удвоение частоты на кристалле LiIO<sub>3</sub> а также утроение и учетверение на кристаллах DLAP. Для получения линейной, эллиптической и циркулярной поляризации лазерного излучения использовалась ячейка Погкельса. Оптическая система вводила излучение одного лазера навстречу электронному пучку в экспериментальный промежуток ВЭПП-4М под углом 0 или 15 мрад. Так как длительность лазерного импульса была больше 70 нс, введение лазерного пучка под углом 15 мрад позволяло сократить длину области взаимодействия с примерно 10 м до 10 см (ценой уменьшения числа событий). Для выделения монохроматических фотонов использовалась коллимация пучка фотонов (благодаря зависимости энергия–угол (1.11)) и мечение фотонов по энергии рассеянных электронов с помощью построенной тогда системы регистрации РЕ.

На этой установке проведены следующие эксперименты:

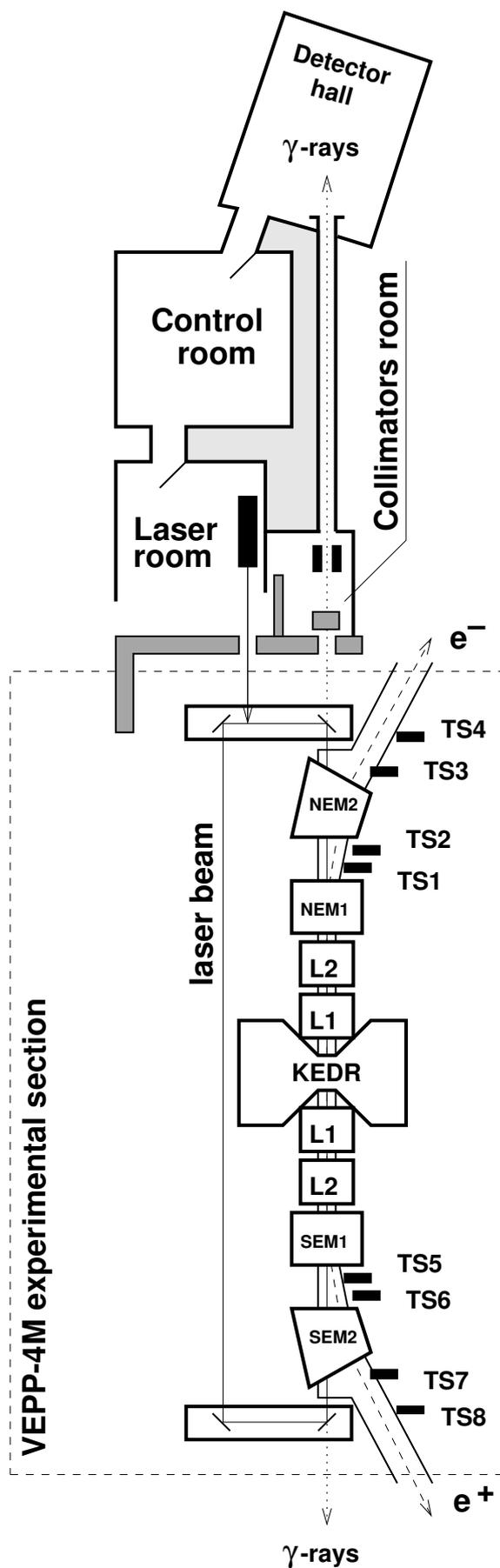


Рисунок 4.1: Схема установки РОКК-1М в 1990-е (Источник: [27])

- комптоновская калибровка шкалы и разрешения системы регистрации РЭ [21–23];
- изучение нелинейных эффектов квантовой электродинамики: расщепление фотона в кулоновском поле ядер [28], дельбрюкское рассеяние [29];
- измерение сечений фотоядерных реакций [30, 31];
- калибровка энергетической шкалы и разрешения детекторов: прототипа жидкокриптонового калориметра детектора КЕДР [32, 33], прототипа CsI(Tl) калориметра детектора BELLE [34, 35];
- «Лазерный поляриметр» — измерение степени поляризации электронного пучка по асимметрии пучка фотонов ОКР, в том числе, для прецизионного измерения энергии пучка методом резонансной деполяризации.

Установка имела некоторые недостатки, которые, с развитием мировой лазерной и оптической техники, были преодолены в оптической системе, созданной в данной работе. К ним можно отнести большую длительность импульса лазерного излучения (плохая локализация области электрон-фотонного взаимодействия); необходимость регулярного технического обслуживания лазеров ЛТИ-502, ЛТИ-701: лампы накачки имели срок службы около 200 часов; требовалась регулярная замена нелинейных кристаллов; установка работала только на электронное направление ВЭПП-4М.

В 2000-е годы на детекторе КЕДР проводились эксперименты при энергии пучка ВЭПП-4М ниже 2 ГэВ, где двухфотонные процессы имеют относительно малые сечения, но были востребованы прецизионные измерения масс  $\tau$ -лептона и  $J/\psi$ ,  $\psi(3770)$ ,  $D^\pm$  мезонов. В 2004 году оптическая система была демонтирована для установки системы измерения энергии пучка ВЭПП-4М по краю спектра обратно рассеянных фотонов [1, 16]. На место Nd:YAG лазера был установлен лазер на углекислом газе с длиной волны 10.6 мкм, а на месте коллиматоров был установлен детектор из сверхчистого германия для прецизионного измерения энергии комптоновских фотонов. Установка проработала в таком виде до декабря 2009 года, после чего была модифицирована. Область лазер-электронного взаимодействия была перемещена из детектора КЕДР в промежуток между поворотными магнитами NEM1 и NEM2. CO<sub>2</sub>-лазер был перемещён на другую

оптическую скамью, а детектор из сверхчистого германия — в ускорительный зал. Таким образом, оптическая схема была изменена так, что стало возможным размещение новой оптической системы для комптоновской калибровки системы регистрации РЭ.

В декабре 2010 года была установлена новая оптическая система для комптоновской калибровки электронного плеча системы регистрации, функционирующая, с некоторыми изменениями, по настоящее время. В феврале 2014 года установлена и введена в эксплуатацию оптическая система для позитронного плеча. В 2015 году начался новый эксперимент «Лазерный поляриметр» для измерения энергии электронного пучка ВЭПП-4М методом резонансной деполаризации. В связи с этим появились новые оптические элементы (ячейка По克尔са, поляризационная призма, фазовые пластинки), а затем один из лазеров был заменён на более мощный. В этой главе приводится описание установки по состоянию на 2016 год.

## 4.2 Лазеры

В диапазоне излучений от ближнего инфракрасного до среднего ультрафиолетового одними из наиболее мощных, надёжных и доступных лазеров являются лазеры на основе кристаллов Nd:YAG (алюмо-иттриевый гранат  $Y_3Al_5O_{12}$ , легированный ионами неодима) и Nd:YLF (иттрий-литиевый фторид  $YLiF_4$ , легированный ионами неодима). Генерация излучения происходит на длинах волн 1064 нм и 1053 нм, соответственно; как в непрерывном, так и в импульсном режиме. Благодаря высокой мощности лазерного излучения, которую можно получить на этих кристаллах, изготавливаются лазеры с удвоением частоты в нелинейном кристалле (532 нм и 527 нм), а также с утроением и учетверением. Таким образом, лазеры таких типов являются доступным и эффективным решением для комптоновской калибровки системы регистрации РЭ (раздел 2.6). Сформулируем основные требования к характеристикам лазерного излучения.

Двухфотонные процессы происходят в месте пересечения сталкивающихся пучков, длина взаимодействия составляет несколько сантиметров. В идеальном случае область взаимодействия для ОКР должна быть такой же, тогда комптоновские электроны/позитроны характеризовали бы только этот промежуток. Но

для этого длительность и нестабильность запуска лазерного импульса должны быть порядка сотен фемтосекунд, что является довольно жёстким техническим требованием. С другой стороны, на участке ускорителя между квадрупольными линзами SEL1 и NEL1 есть только относительно слабое продольное магнитное поле, а бета-функция имеет квадратичный вид, как в пустом промежутке (рисунки А.1). Из изображений расчётной искажённой орбиты в разделе 3.4 видно, что между SEL1 и NEL1 орбита близка к прямой. Таким образом, на всём промежутке длиной около 5 м рождаются рассеянные электроны с примерно одинаковыми параметрами. В частности, угловой разброс на всём участке одинаковый, а координатный плавно меняется. Это накладывает приемлемое ограничение на длительность лазерного импульса — 10 нс при нестабильности запуска не больше 5 нс, или, например, 8 нс при нестабильности запуска 7 нс.

Оценим число рассеянных электронов при каждом акте комптоновского рассеяния на пучке ВЭПП-4М:

$$N_e = \sigma_c \frac{n_e n_l}{4\pi \sqrt{\sigma_l^2 + \sigma_{e,x}^2} \sqrt{\sigma_l^2 + \sigma_{e,y}^2}}, \quad (4.1)$$

где  $\sigma_c \approx 8/3 \pi r_e^2 \approx 0.67 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2$  — полное сечение комптоновского рассеяния, в нашем случае мало отличающееся от томсоновского сечения;  $n_e = 7.6 \cdot 10^9$  — число частиц в одном пучке ВЭПП-4М при токе 1 мА;  $\sigma_l \approx 0.1 \text{ см}$  — легко достижимый радиус перетяжки лазерного пучка (на уровне  $1/e$  по интенсивности) в точке взаимодействия;  $\sigma_{e,x} = 0.05 \text{ см}$  и  $\sigma_{e,y} = 0.005 \text{ см}$  — характерные горизонтальный и вертикальный размеры пучка ВЭПП-4М в точке взаимодействия. Чтобы удовлетворить условию  $N_e = 1$ , необходимо, чтобы  $n_l \approx 2.7 \cdot 10^{13}$  фотонов в импульсе. Соответствующая такому числу фотонов энергия лазерного импульса показана в Таблице 4.1. Эти оценки не точные, так как есть неучтённые потери в оптической системе, а диаметр лазерного пучка в перетяжке разный для разных длин волн (от 0.1 см до 0.5 см).

В силу особенностей системы сбора данных детектора КЕДР максимальная скорость записи событий для системы регистрации РЭ равна примерно 300 событий в секунду. В предположении, что число комптоновских электронов на лазерный импульс подчиняется распределению Пуассона, одно событие в среднем означает, что с вероятностью 18% может быть 2 акта рассеяния за импульс; что,

Таблица 4.1: Минимальная энергия импульса лазерного излучения, необходимая для образования одного комптоновского электрона за импульс при токе пучка ВЭПП-4М 1 мА

Длина волны	Энергия фотона	Энергия импульса
1064(1053) нм	1.18 эВ	5 мкДж
527 нм	2.35 эВ	10 мкДж
263 нм	4.71 эВ	20 мкДж

в сочетании с дополнительным фоном от однократного тормозного излучения, усложняет калибровку ВГО калориметров и обработку треков. Если среднее число событий за импульс 0.3, то вероятность рассеяния двух электронов меньше 4%. В силу исторических и технических причин лазеры работают с частотой запуска 1000 Гц, так что 0.3 комптоновских электрона в среднем за импульс соответствует 300 Гц скорости счёта. Таким образом, оценки необходимой мощности из Таблицы 4.1 взяты с большим запасом.

Указанным требованиям удовлетворяют твердотельные импульсные лазеры с диодной накачкой и акустооптическим модулятором добротности производства ООО «Лазер-экспорт» [36], г. Москва. Они зарекомендовали себя как недорогие, компактные, надёжные и простые в использовании приборы.

Для электронного плеча используется Nd:YAG лазер DTL-324QT [37] с длиной волны 1064 нм (первая гармоника), «инфракрасный лазер», и Nd:YLF лазер ТЕСН-527 [38] с длиной волны 527 нм (вторая гармоника), «зелёный лазер». Основные параметры этих лазеров приведены указаны в Таблице 4.2. «Зелёный лазер» имеет столь большую мощность для работы в эксперименте «Лазерный поляриметр», ранее на его месте работал Nd:YAG лазер с энергией 25 мкДж в импульсе.

На позитронном плече системы регистрации РЭ используется Nd:YLF лазер DTL-394QT [39] с тремя длинами волн: 1053 нм (первая гармоника), 527 нм (вторая гармоника), 263 нм (четвёртая гармоника). Основные параметры указаны в Таблице 4.3

Возможности лазеров с этими длинами волн для калибровки системы регистрации обсуждались в разделе 2.6.

Таблица 4.2: Основные параметры лазеров DTL-324QT и TECH-527 Basic (По материалам [37, 38])

	DTL-324QT («ИК»)	TECH-527 Basic («зелёный»)
Длина волны, нм	1064	527
Средняя энергия в импульсе на частоте 1 кГц, мкДж	100±25%	250
Длительность лазерного импульса (на полувысоте), запуск 1кГц, нс	7.5±2.5	<5
Диаметр пучка на выходной апертуре (по уровню $1/e^2$ ), мм	<1.5	0.6±0.2
Расходимость лазерного излучения (полный угол, по уровню $1/e^2$ ), мрад	<1.6	<3
Поляризация	>100:1, вертикальная	
Время задержки между запускающим импульсом и импульсом лазерного излучения (частота запуска до 1 кГц, при средней энергии импульсов >8 мкДж на 263 нм), нс	250±200	300±250
Нестабильность задержки между запускающим импульсом и импульсом лазерного излучения, нс	<6	<8

Таблица 4.3: Основные параметры лазера DTL-394QT (По материалам [39])

	263	527	1053
Длина волны, нм	263	527	1053
Средняя энергия в импульсе на частоте 1 кГц, мкДж	>10	>100	>100
Длительность лазерного импульса (на полувысоте), запуск 1кГц, нс	<5	<8	<10
Диаметр пучка на выходной апертуре (по уровню $1/e^2$ ), мм	<1	<1	<2
Расходимость лазерного излучения (полный угол, по уровню $1/e^2$ ), мрад	<1	<3	<4
Поляризация	>100:1, горизон- тальная	>50:1, верти- кальная	>50:1, верти- кальная
Время задержки между запускающим импульсом и импульсом лазерного излучения (частота запуска до 1 кГц, при средней энергии импульсов >8 мкДж на 263 нм), нс	300±200		
Нестабильность задержки между запускающим импульсом и импульсом лазерного излучения, нс	<8		

## 4.3 Оптическая система

Схема оптической системы изображена на рисунке 4.2. Задача оптической системы — вводить лазерное излучение двух или трёх длин волн поочерёдно в вакуумную камеру ускорителя для взаимодействия с пучками электронов и позитронов. Обеспечена возможность получения малого размера перетяжки лазерного луча (около 1 мм) в месте взаимодействия, а также возможность поперечного перемещения лазерного луча в области взаимодействия с шагом порядка размера пучка ВЭПП-4М, 50–500 мкм. Оптическая система состоит из двух частей, для электронного и позитронного плеч системы регистрации РЭ.

### 4.3.1 Электронное плечо

Лазеры и часть оптики расположены на оптической скамье в помещении РОКК-1М (фото на рисунке 4.3). Два зеркала сводят лучи лазеров 1064 нм и 527 нм в один оптический путь. Одно из них отражает излучение инфракрасного лазера в сторону второго, дихроичного зеркала, пропускающего излучение 527 нм и отражающего излучение 1064 нм. Излучение фокусируется с помощью моторизованного экспандера, представляющего собой 2 соосных линзы в тубусе. Выходная линза (апертура 6 см) подвижна относительно входной (апертура 1 см), и расстояние между линзами меняется с помощью шагового двигателя. Стандартное фокусное расстояние системы — около 24 м для лазерного излучения выбранной длины волны (из-за хроматической абберации), при этом перетяжка луча находится в центре детектора КЕДР. В целях уменьшения частоты комптоновских событий фокусное расстояние может меняться.

Другая часть оборудования располагается на оптической скамье в ускорительном зале ВЭПП-4М (фото на рисунке 4.4). Лазерный луч падает на зеркало, расположенное на специальной поворотной подставке с двумя степенями свободы с шаговыми двигателями. Таким образом, поперечным положением лазерного пучка в прямолинейном промежутке ВЭПП-4М можно удалённо управлять. Шаг двигателя и конструкция подвижной подставки таковы, что в центре КЕДР шаг позиционирования лазерного пучка равен примерно 20 мкм (шаг по углу около 1,5 мкрад). Лазерный луч вводится в вакуумную камеру ВЭПП-4М через окно из кварцевого стекла ультрафиолетового (КУ-1) толщиной 1 см, и далее от-

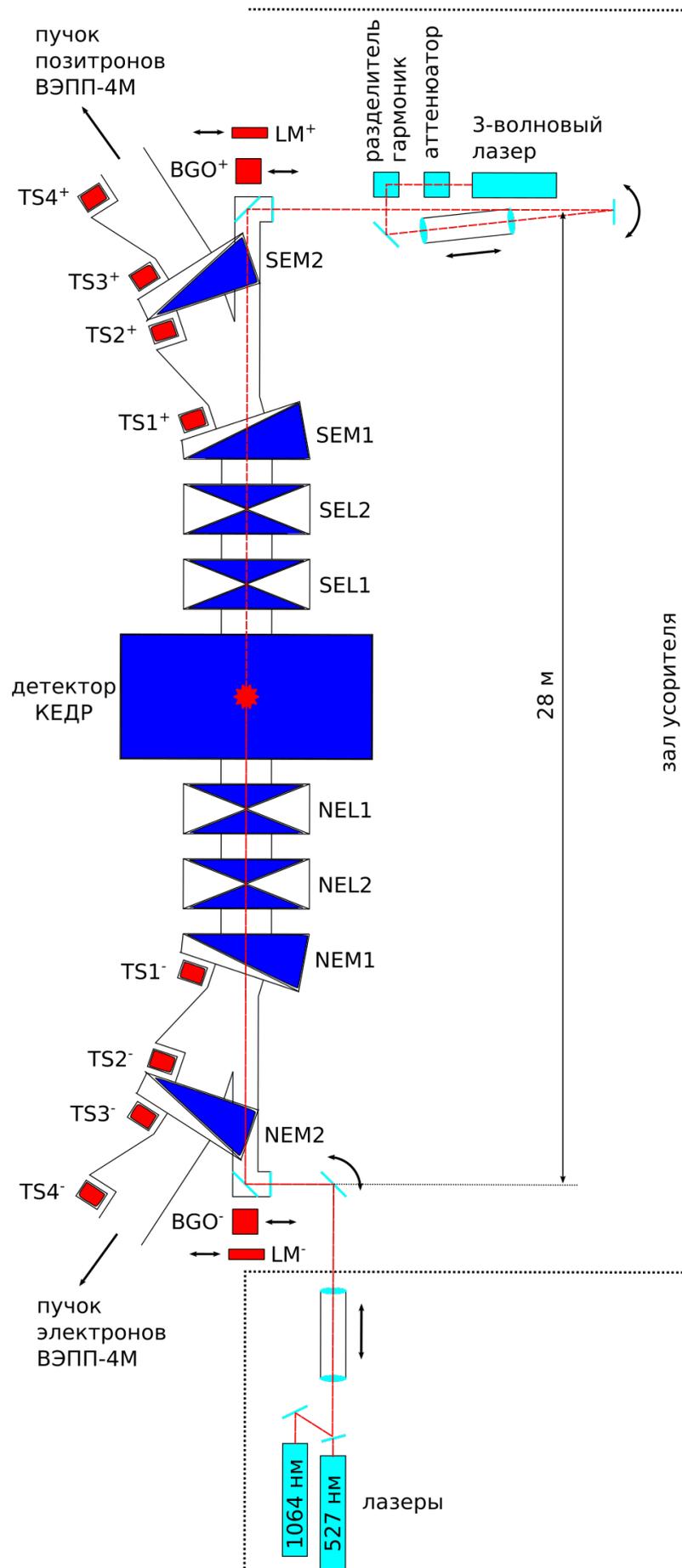


Рисунок 4.2: Схема оптической системы установки для калибровки системы регистрации РЭ детектора КЕДР

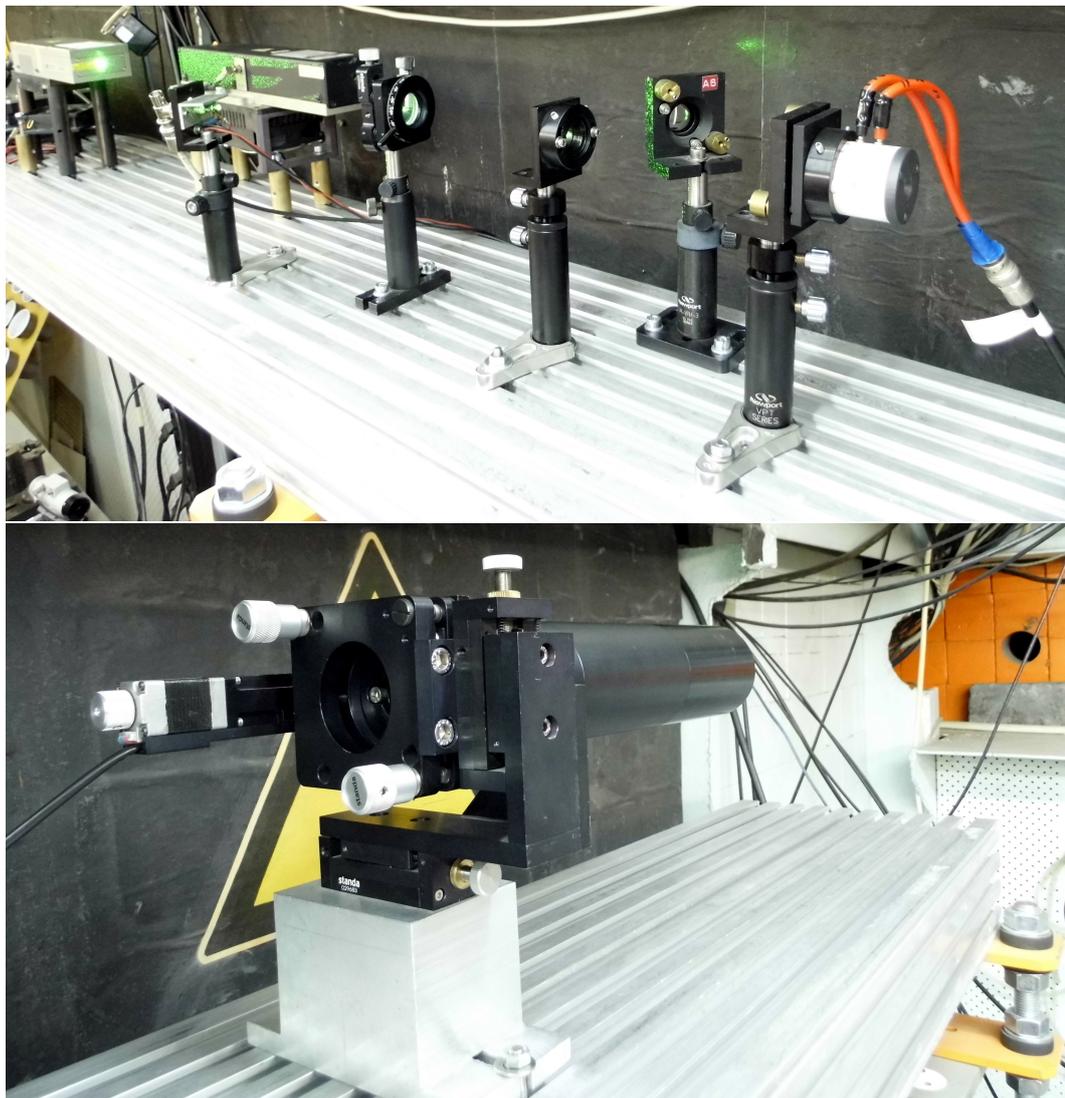


Рисунок 4.3: Лазерно-оптическая система, электронное плечо системы регистрации РЭ. Вид на оптическую скамью в помещении РОКК-1М. Вверху, оптические элементы по диагонали сверху: лазер 527 нм, лазер 1064 нм, фотодиод триггера, дихроичное зеркало, фазовая пластинка  $\lambda/4$ , зеркало, ячейка Поккельса (для эксперимента «Лазерный поляриметр»). Внизу: моторизированный экспандер лазерного излучения.

ражается к электронному пучку с помощью кварцевого зеркала с алюминиевым напылением, находящемся внутри вакуумной камеры. Через это зеркало также проходят  $\gamma$ -кванты (ОТИ, ОКР) из места встречи ВЭПП-4М.

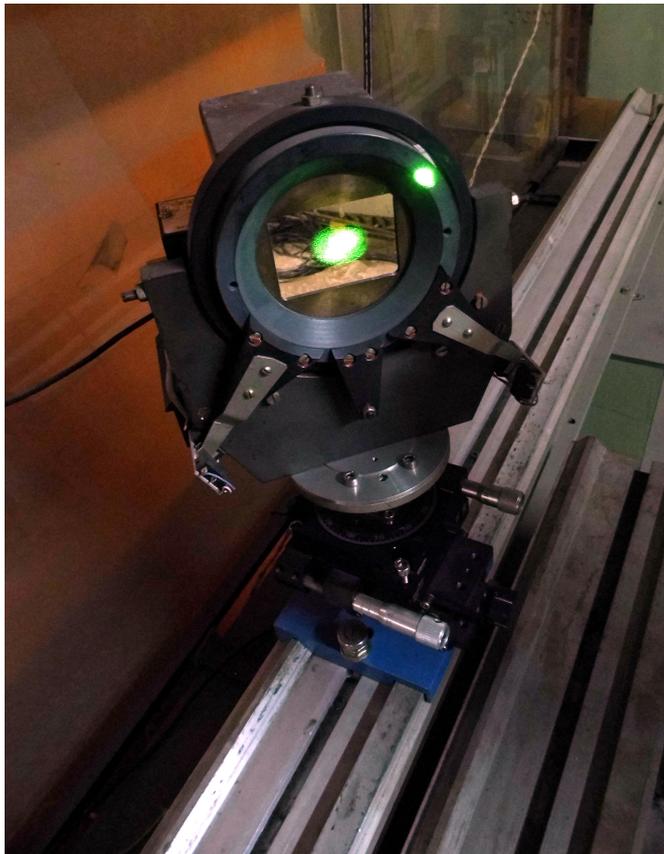


Рисунок 4.4: Лазерно-оптическая система, электронное плечо системы регистрации РЭ. Вид на оптическую скамью в экспериментальном зале ВЭПП-4М. Двухосное моторизированное зеркало.

### 4.3.2 Позитронное плечо

Оптическая система размещена на 3-метровой оптической скамье в помещении коллайдера ВЭПП-4М перед узлом ввода лазерного излучения в вакуум (фото на рисунке 4.5). Такое размещение требует полностью удалённого управления. На выходе из лазера луч ослабляется с помощью поляризационной призмы Глана-Тейлора, закреплённой внутри вращающегося моторизированного барабана. Так как лазерное излучение имеет 100%-ную линейную поляризацию, то, меняя угол поворота призмы, можно управлять интенсивностью лазерного излучения.

Далее излучение трёх длин волн разделяются по углам с помощью призмы Пеллин-Брока, расположенной на вращающемся барабане. Призма Пеллин-Брока (рисунок 4.6) отклоняет выбранный луч на  $90^\circ$ , причём углы падения и выхода близки к углу Брюстера для данной длины волны. Поперечное

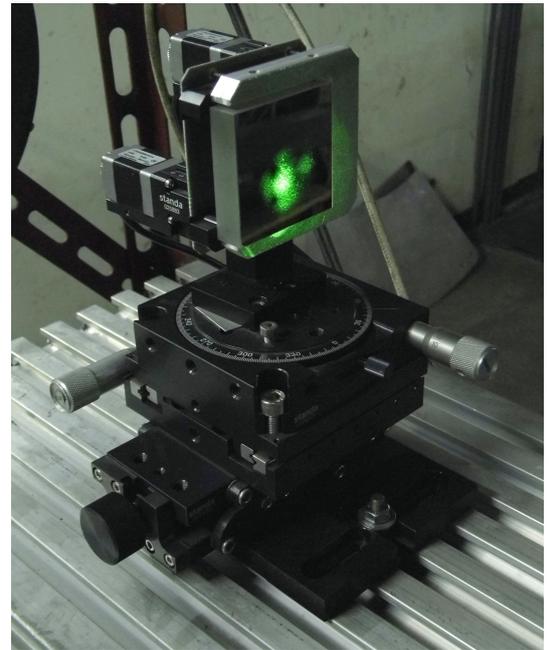
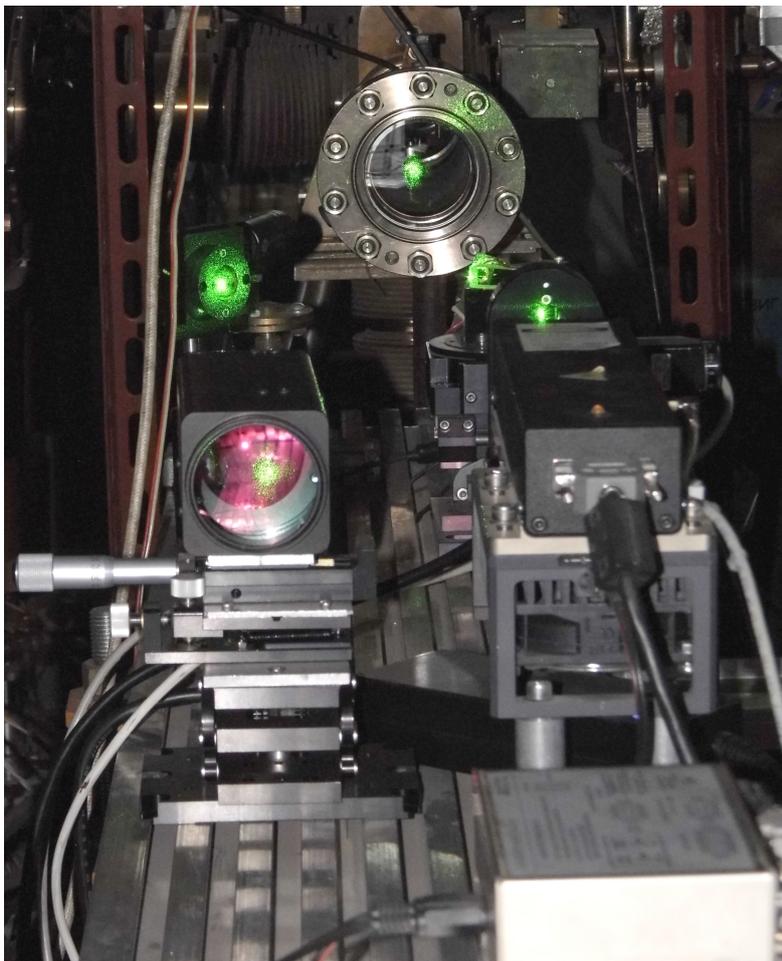


Рисунок 4.5: Лазерно-оптическая система, позитронное плечо системы регистрации РЭ. Вид на оптическую скамью в экспериментальном зале ВЭПП-4М. Двухосное моторизированное зеркало.

положение луча, выходящего из призмы под  $90^\circ$  к входящему, одинаково для всех длин волн. Угол между разделёнными лучами — несколько градусов, что гарантирует прохождение только одной длины волны через последующую оптическую систему.

Для фокусировки лазерного излучения применяется моторизированный экспандер. Фокусное расстояние, при котором перетяжка луча находится в центр КЕДР равна примерно 17 м. Излучение лазера отражается от зеркала на поворотной моторизированной подставке с двумя степенями свободы. Шаг двигателя и устройство подвижной подставки таковы, что в центре КЕДР шаг позиционирования лазерного пучка около 200 мкм (шаг по углу около 15 мкрад). Луч вводится в вакуумную камеру ВЭПП-4М через окно из КУ-1 толщиной 1 см. Далее лазерный луч отражается от зеркала, расположенного внутри вакуумной камеры в сторону позитронного пучка ВЭПП-4М.

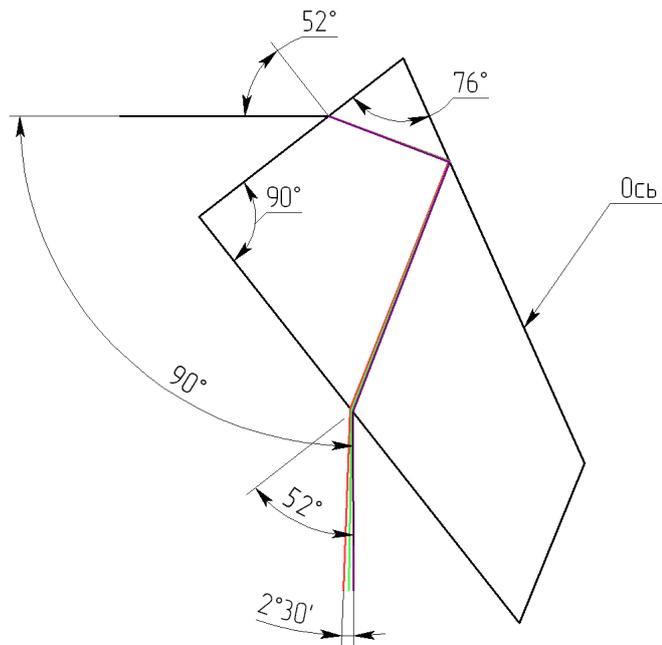


Рисунок 4.6: Схема призмы Пеллин-Брока

## 4.4 Управление

Управление установкой для калибровки системы регистрации РЭ обеспечивает комптоновское рассеяние лазерного излучения нужной длины волны на электроном и позитронном пучках ВЭПП-4М с необходимой эффективностью. Во-первых, необходимо обеспечить синхронизацию импульсов лазерного излучения и пучков ВЭПП-4М в центре детектора КЕДР, во-вторых, обеспечить пересечение лазерного луча и пучка ВЭПП-4М, в-третьих, автоматически переключать длины волн лазерного излучения и обеспечивать нужную среднюю частоту событий ОКР. Для контроля частоты событий ОКР, а также для автоматического управления оптической системой нужно измерять скорости счёта комптоновских электронов/позитронов/гамма-квантов. Схема системы управления изображена на рисунке 4.7.

### 4.4.1 Запуск лазеров

Частота обращения пучков ВЭПП-4М — 818.924 Гц, но лазеры работают при частотах внешнего запуска от 0.1 до 10 кГц. Максимальная средняя мощность лазеров достигается при частотах запуска 1–2 кГц. В специальном делителе частоты из сигнала с частотой обращения пучка от задающего генератора ВЧ

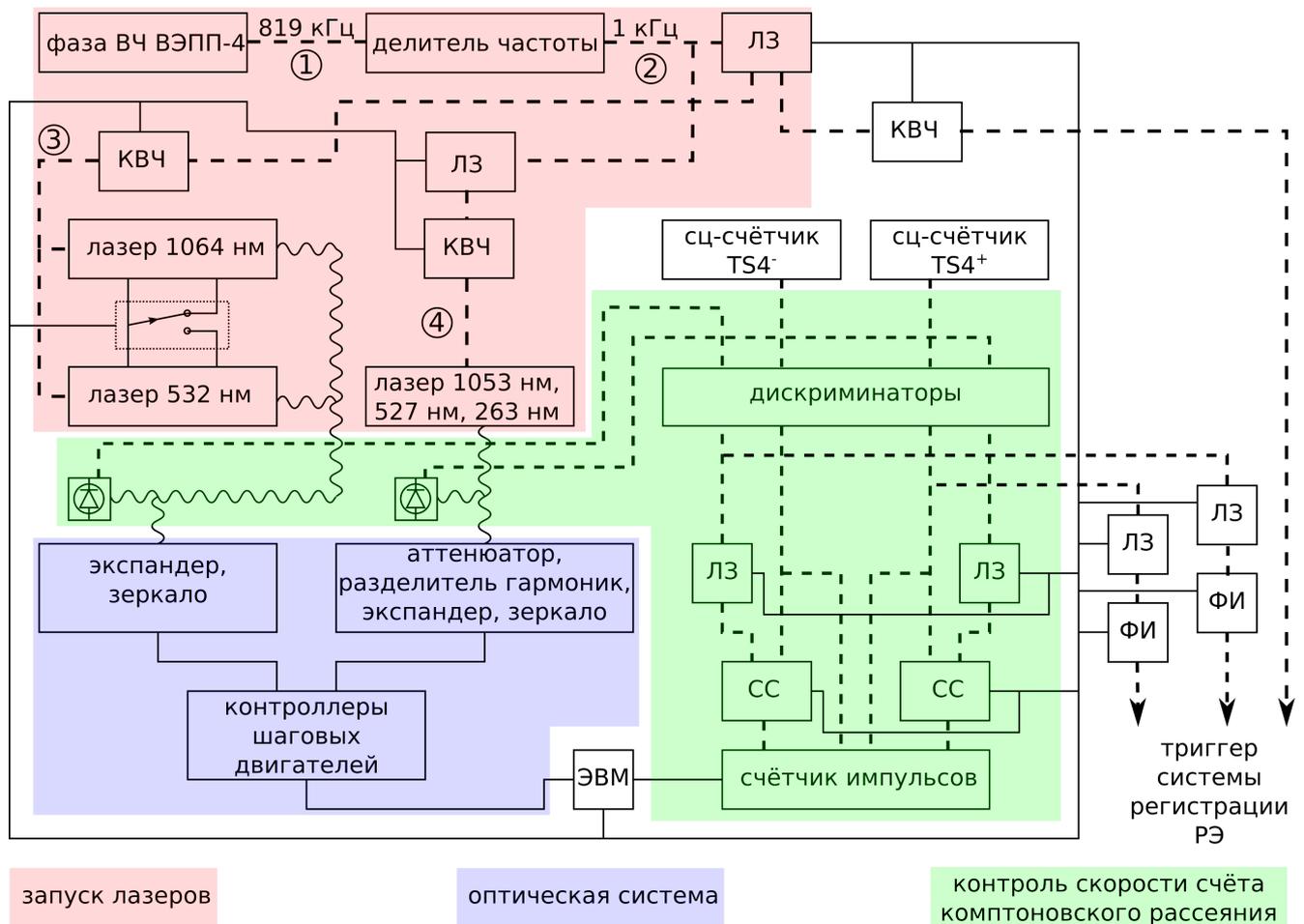


Рисунок 4.7: Схема управления системой комптоновской калибровки системы регистрации РЭ. Пунктирные линии обозначают импульсный сигнал, сплошные — каналы управления, волнистые — лазерное излучение.

системы ВЭПП-4М формируется сигнал с частотой 1 кГц, запускающий лазеры. Этот сигнал разветвляется на две независимые линии задержки с дискретностью 5 нс, где задерживаются на такие промежутки времени, чтобы к моменту прохождения электронного и позитронного пучка через центр КЕДР лазерные импульсы с электронного и позитронного плеч успевали оказаться в центре КЕДР. Задержки разные для каждого лазера (из-за разных задержек лазерного импульса и длины сигнальных кабелей) и для пучка ускорителя в «первой» и «второй» сепаратрисе (они отличаются на половину периода обращения, 610 нс). Сигналы для запуска лазеров проходят через коммутаторы высокочастотных сигналов (КВЧ) для быстрого включения/выключения генерации лазерных импульсов. Временные диаграммы этих сигналов показаны на рисунке 4.8. Включение генерации зелёного или инфракрасного лазера на электронном направлении осуществляется через специальные контрольные разъёмы лазеров, подключенные к

реле, управляемому через USB-порт. Кроме того, сигнал, запускающий лазеры, через КВЧ поступает в электронику системы регистрации РЭ в качестве первичного триггера комптоновских событий.

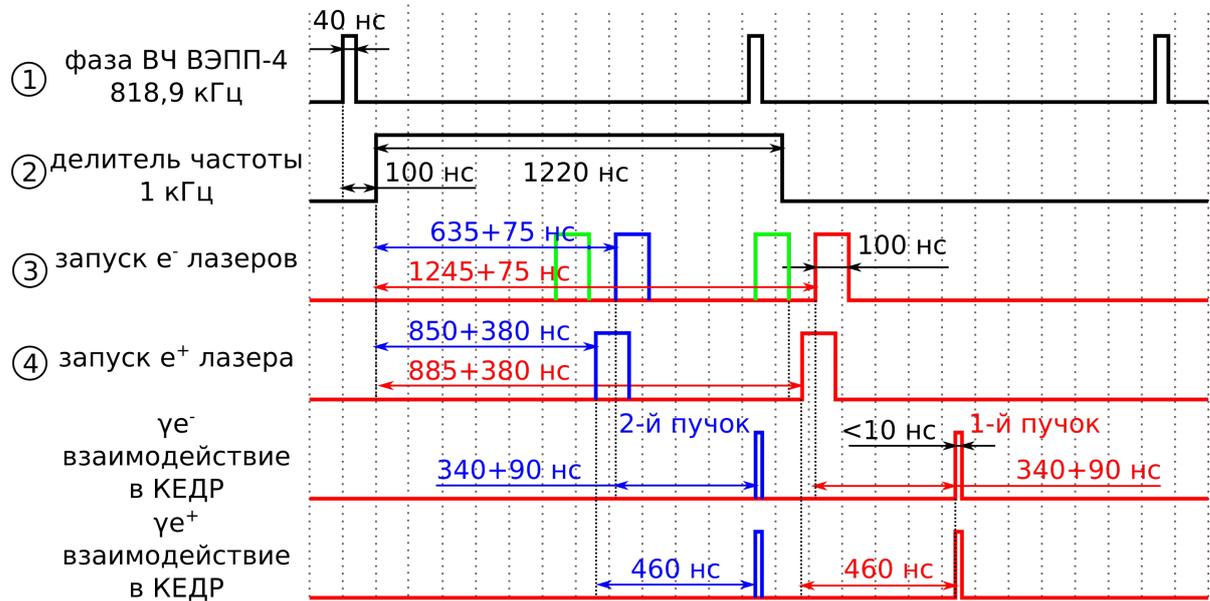


Рисунок 4.8: Временные диаграммы запуска лазеров. Через знак «+» обозначены задержки сигнала в кабелях и время распространения лазерных импульсов. Цифры в кругах соответствуют аналогичным цифрам в кругах на рисунке 4.7

Аппаратура для генерации сигналов запуска лазеров выполнена в стандарте КАМАК, что предусматривает управление модулями с персонального компьютера. Исключение — делитель частоты сигнала от ВЧ системы ВЭПП-4М, выполненный во внутреннем институтском стандарте электроники «Вишня».

#### 4.4.2 Измерение скорости счёта комптоновских электронов/позитронов

Комптоновские электроны/позитроны при используемых длинах волн регистрируются детекторами  $TS4^\pm$ . При этом эффективно отсекаются РЭ с самыми низкими потерями энергии (ниже 0.02 энергии пучка), преимущественно, от тормозного излучения (из-за роста их спектра с энергией). Сигнал с триггерных счётчиков  $TS4^\pm$  используется для измерения частоты событий ОКР.

Чтобы выделить на фоне всех РЭ только комптоновские электроны, используется схема совпадений сигналов от РЭ с сигналами наличия лазерного импуль-

са (1 кГц). На электронном плече позади дихроичного зеркала установлен фотодиод, регистрирующий слабые отражённые (527 нм) и проходящие (1064 нм) лазерные лучи. На позитронном плече у призмы Пеллин-Брока установлен фотодиод, регистрирующий проходящие через грань лучи всех трёх длин волн. Сигналы от фотодиодов, после формирования дискриминаторами и некоторой задержки подаются на схему совпадений совместно с сигналами триггерных счётчиков TS4<sup>±</sup>, предварительно сформированными дискриминаторами. Скорости счёта сцинтилляторов и сигнала совпадений измеряются 4-канальным счётчиком импульсов.

Сформированные сигналы от светодиодов через линию задержки и формирователь импульсов поступают в электронику системы регистрации в качестве вторичного триггера комптоновских событий. Линия задержки нужна для согласования с электроникой системы регистрации РЭ, а формирователь импульсов маркирует длину волны длительностью импульса: например, 100 нс для первой гармоники, 200 нс для второй.

Аппаратура для измерения скорости счёта комптоновских электронов/позитронов/гамма-квантов выполнена в стандарте КАМАК.

#### **4.4.3 Управление подвижными оптическими элементами**

В оптической системе имеется множество подвижных элементов с шаговыми двигателями: поворотные двухосные зеркала, вращающийся барабан с поляризационной призмой, вращающаяся подставка с призмой Пеллин-Брока, экспандеры лазерного излучения. Шаговые двигатели управляются контроллерами КШД-485, разработанными в ИЯФ [40], подключаемых по интерфейсу RS-485 (одна витая пара, дифференциальные сигналы, максимальная длина линии 1200 м).

### **4.5 Программное обеспечение и автоматизация**

Назначение программного обеспечения оптической системы — инициализация и переключение режимов работы КАМАК-приборов и управление контроллерами шаговых двигателей и USB-реле.

При нормальной эксплуатации оптической системы всё управление осуществляется при помощи персонального компьютера. Он работает под управлением операционной системы семейства Linux; возможно удалённое управление, например, через ssh-соединение. Присутствие квалифицированного оператора в помещениях РОКК-1М и ВЭПП-4М требуется только при включении/выключении систем и аппаратных проблемах.

Используются две управляющие программы, созданные автором данной диссертации. Обе написаны на языке программирования Python с использованием графической библиотеки Tkinter.

### 4.5.1 Программа monitor

Программа `monitor` для измерения скоростей счёта комптоновских электронов/позитронов/гамма-квантов с периодичностью один раз в 1–4 секунды считывает показания 4-канального счётчика импульсов и отображает их в виде графиков. Её графический пользовательский интерфейс показан на рисунке 4.9. На экран по выбору выводятся скорости счёта (в герцах) сигналов совпадения сцинтилляторов  $TS4^\pm$  и импульсов лазера  $\dot{N}_л$  для электронов и позитронов, и первичных сигналов со сцинтилляторов  $\dot{N}$ , а также скорректированная скорость счёта комптоновских частиц, чтобы учесть долю не-комптоновских событий и пуассоновскую статистику в сигналах совпадения.

Так как триггерные сцинтилляторы  $TS4^\pm$  работают в счётном режиме, они различают только отсутствие или наличие РЭ, но не их число за один пролёт пучка. В предположении, что скорости счёта подчиняются распределению Пуассона  $P(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}$  (здесь  $\mu$  — среднее число частиц за один пролёт пучка), можно найти среднее число не-комптоновских событий (в основном, ОТИ) за каждый пролёт пучка:

$$\mu_{\text{оти}} = -\ln P_{\text{оти}}(0), \quad (4.2)$$

$$P_{\text{оти}}(0) = 1 - \frac{\dot{N} - \dot{N}_л}{f_0 - f_л}, \quad (4.3)$$

где  $f_0$  — частота обращения электронного пучка (максимально возможное  $\dot{N}$ ), и  $f_л$  — частота следования импульсов лазера (максимально возможное  $\dot{N}_л$ ). Анало-

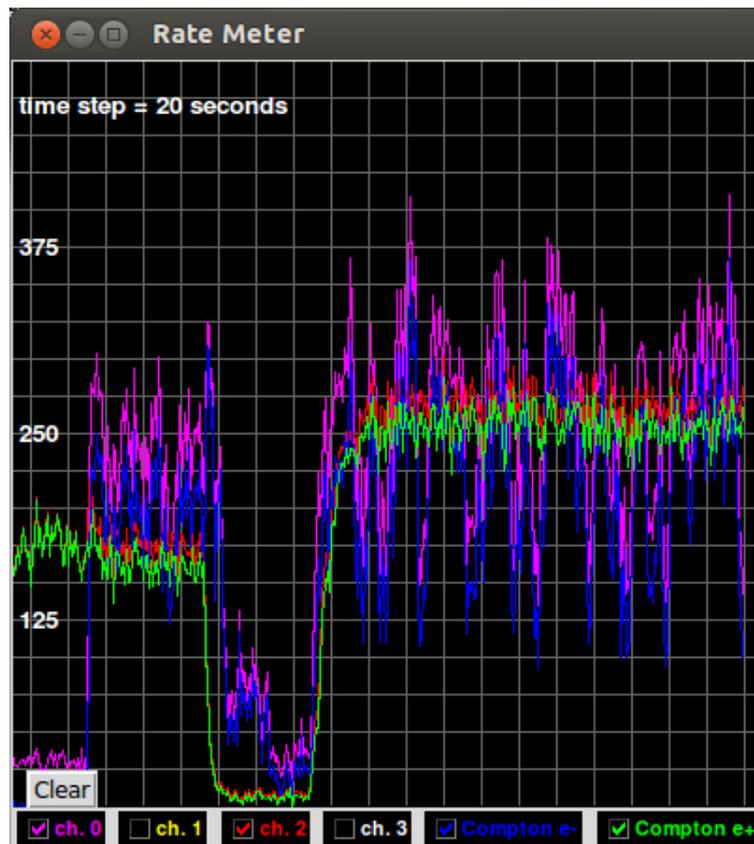


Рисунок 4.9: Программа для измерения скоростей счёта комptonовских частиц гично, для комptonовских событий

$$\mu_{\text{к}} = -\ln P_{\text{к}}(0), \quad (4.4)$$

$$P_{\text{к}}(0) = 1 - \frac{\dot{N}_{\text{л}}}{f_{\text{л}}} + \frac{\dot{N} - \dot{N}_{\text{л}}}{f_0 - f_{\text{л}}}. \quad (4.5)$$

Таким образом, можно скорректировать значения скорости счёта комptonовских событий

$$\dot{N}_{\text{к}} = \mu_{\text{к}} f_{\text{л}} \quad (4.6)$$

и событий ОТИ

$$\dot{N}_{\text{оти}} = \mu_{\text{оти}} f_0. \quad (4.7)$$

## 4.5.2 Программа RSSEOptics

Программа RSSEOptics управляет оптическими элементами и КАМАК-блоками. Главное окно программы изображено на рисунке 4.10. Здесь схематично изображена система регистрации РЭ и оптическая система

калибровки, доступен базовый функционал: включение/выключение генерации лазеров, переключение длин волн, изменение задержки запуска лазеров. Есть настройка задержки для выбора сгустка для взаимодействия и выбора места взаимодействия (в центре КЕДР для калибровки СРРЭ и у поворотного магнита для эксперимента «Лазерный поляриметр»). Изображения таких элементов как подвижных зеркал, экспандера, призмы Пеллин-Брока и аттенюатора — кнопки, которые вызывают соответствующие интерфейсы управления этими элементами (рисунок 4.11).

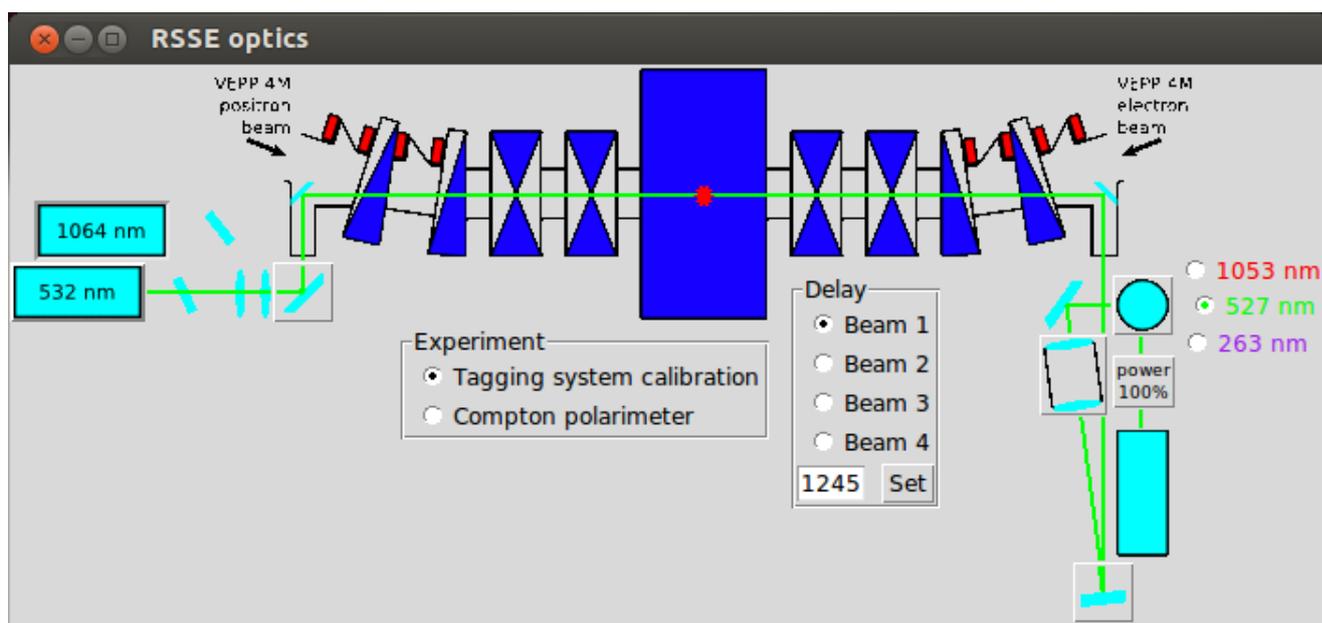


Рисунок 4.10: Программа для управления оптическими элементами, главное окно

Подпрограмма управления зеркалами позволяет наклонять их по вертикали и горизонтали, возвращать в «нулевое» положение, задавать «нулевое» положение. Также реализован режим «автоподстройки»: зеркало движется так, чтобы скорость счёта комптоновских частиц (она считывается программой monitor) была максимальной. Это полезно при изменении орбиты ускорителя и при настройке.

Подпрограммы управления экспандерами и призмой Пеллин-Брока позволяют подстроить оптимальные положения приборов для лазерного излучения разных длин волн. В штатном режиме такая настройка не требуется, используются предварительно сохранённые значения для соответствующих шаговых двигателей.

## Управление призмой Пеллин-Брока и экспандером

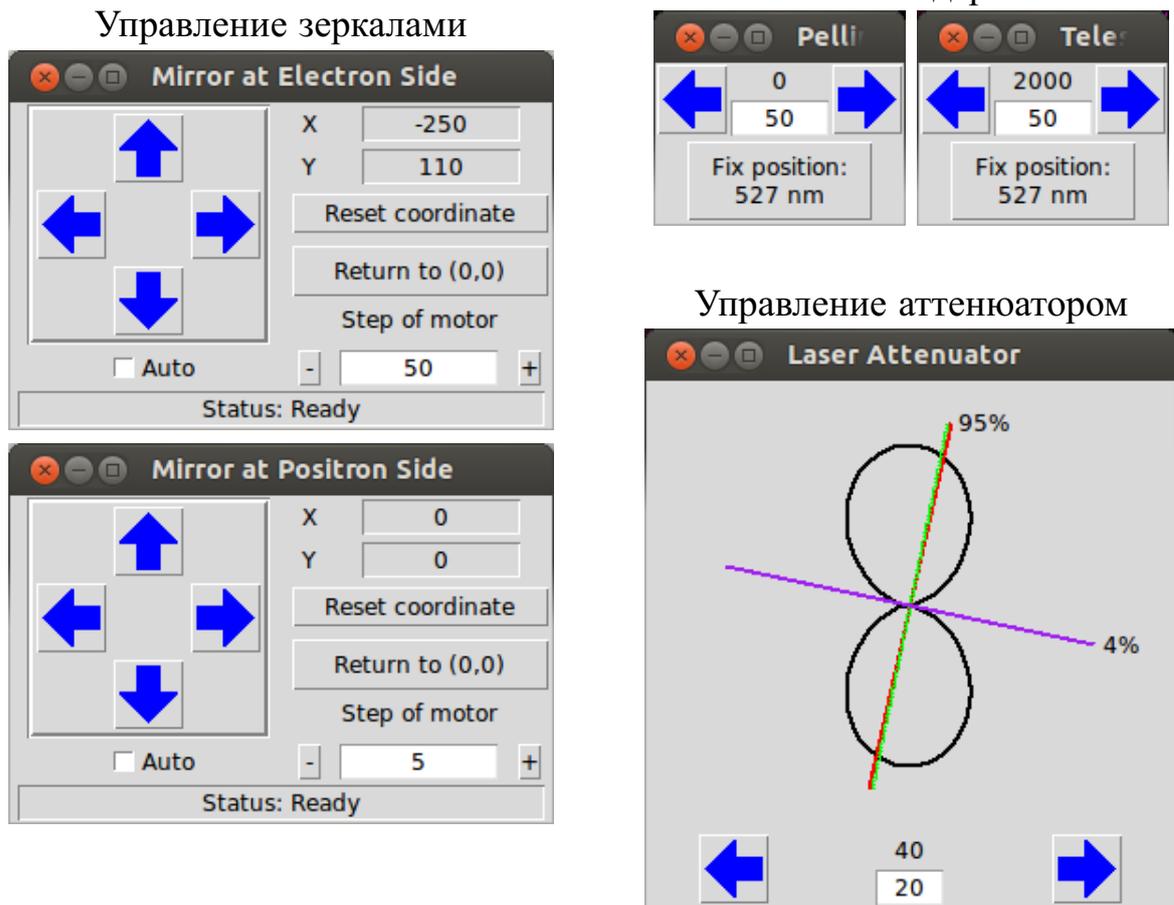


Рисунок 4.11: Программа для управления оптическими элементами, окна управления элементами

Подпрограмма управления аттенуатором позволяет вращать соответствующий шаговый двигатель и показывает расчётный коэффициент пропускания для всех длин волн (пропорционально квадрату косинуса угла поворота).

В процессе работы системы комptonовской калибровки требуется переключать длины волн лазеров, и программа управления оптикой выполняет все необходимые действия автоматически: блокировка/разблокировка лазеров, изменение задержки запуска лазера (для лазеров на электронном плече), перемещение лазерного луча зеркалами, установка вторичного триггера для системы регистрации РЭ и т.д. Настройки всех элементов, такие как положения шаговых двигателей, логические адреса и параметры связи для их контроллеров, адреса и коды управления КАМАК-блоками (N, A, F) содержатся в обновляемом «на лету» конфигурационном файле формата *ini*.

Для полностью автономной работы системы в программе реализован режим «сценария», последовательность периодических действий над группами приборов. С периодичностью раз в 60 минут (соответствует примерно двум экспериментальным заходам детектора КЕДР) автоматически осуществляются следующие действия: переключение электронного и позитронного лазеров на первую гармонику излучения (1064 нм и 1053 нм), автоподстройка всех зеркал, ожидание до 30 минут, переключение лазеров на вторую гармонику, автоподстройка, ожидание. Можно редактировать сценарий в отдельном Python-файле, структура которого понятна даже оператору, мало знакомому с Python.

Таким образом, созданная оптическая система непрерывно обеспечивает рассеяние лазерного излучения двух длин волн на электронном и позитронном пучках ВЭПП-4М. После настройки система способна работать без вмешательства или с минимальным вмешательством квалифицированного оператора долгое время — недели — благодаря созданной системе управления и полной автоматизации процесса комптоновского рассеяния. Созданное программное обеспечение для управления интуитивно понятно и после настройки требует минимальной квалификации оператора.

Описанная в данной работе лазерно-оптическая система, управление и программное обеспечение являются одними из серии подобных систем для обратного комптоновского рассеяния на различных ускорителях, в создании и эксплуатации которых участвовал автор: измерение энергии пучка с помощью края спектра фотонов обратного комптоновского рассеяния на ВЭПП-4М [1, 16], ВЭПП-3 [41], ВЭПП-2000 [3], ВЕРС-II [2]. Таким образом, накоплен большой опыт, который может быть полезен при создании подобных систем на будущих электрон-позитронных коллайдерах, например, Супер *ст*-фабрика в ИЯФ СО РАН, FCC в CERN, CEPС в Китае.

# Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

1. Создана установка для комптоновской калибровки системы регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР.
2. Создана система управления и программное обеспечение для автоматизации комптоновской калибровки системы регистрации РЭ.
3. Получено рассеяние лазерного излучения двух длин волн на электронном и позитронном пучках ВЭПП-4М. Проведена калибровка системы регистрации РЭ с помощью обратного комптоновского рассеяния.
4. Накоплен опыт разработки сложных автоматизированных оптических систем для экспериментов, связанных с обратным комптоновским рассеянием (ВЭПП-4М, ВЭПП-3, ВЭПП-2000, ВЕРС-II).
5. Проведено исследование свойств фокусирующего магнитного спектрометра в приближении тонких элементов. Проведён анализ факторов, влияющих на разрешение по энергии электронов и фотонов, выявлен характер зависимости от энергии.
6. Разработана методика определения энергетической шкалы системы регистрации рассеянных электронов детектора КЕДР между экспериментальными калибровками. В её основе лежит моделирование магнитной системы с использованием измерений токов и полей магнитных элементов и измерений орбиты. Оценка точности определения энергии РЭ в разных подсистемах —  $(2.0 - 3.3) \cdot 10^{-4}$  от энергии пучка, что в 2–100 раз лучше энергетического разрешения.

7. Рассчитано энергетическое разрешение системы регистрации РЭ.
8. Разработана методика трекинга электронов и позитронов с энергиями, сильно отличающимися от равновесной энергии пучка.
9. Разработана методика вычисления орбиты равновесного пучка на произвольном азимуте циклического ускорителя с помощью двух пикапов и известной магнитной структуры между ними. Это позволило рассчитать координаты области встречи электронного и позитронного пучков ВЭПП-4М с точностью около 100 мкм.
10. Создана модель магнитной системы экспериментального промежутка ВЭПП-4М.

В заключении я хотел бы поблагодарить своих коллег, без которых данное диссертационное исследование не состоялось бы. Я глубоко признателен Николаю Юрьевичу Мучному за чуткое руководство, всестороннюю поддержку и поощрение самостоятельности в науке. Благодарю Виктора Николаевича Жилича за колоссальный переданный мне опыт в областях электроники для физических экспериментов и методах обработки данных, и всестороннюю поддержку; Евгения Борисовича Левичева и Владимира Евгеньевича Блинова за активную поддержку, в том числе, в финансовом обеспечении экспериментальных работ; Андрея Петровича Чабанова за помощь в установке и настройке оптической системы и инфраструктуры для неё. Я также благодарю коллег из лабораторий 1-3, 1-4, 3-2 и 3-3 ИЯФ СО РАН за помощь и ценные советы.

Данная работа частично поддержана грантом РФФИ № 15-02-09016 А.

# Литература

1. *Blinov V.E., Kaminskiy V.V. et al.* Beam Energy and Energy Spread Measurement by Compton Backscattering of Laser Radiation at the VEPP-4M Collider // *ICFA Beam Dynamics Newsletter*. — 2009. — April. — no. 48. — Pp. 195–207. — [http://icfa-usa.jlab.org/archive/newsletter/icfa\\_bd\\_nl\\_48.pdf](http://icfa-usa.jlab.org/archive/newsletter/icfa_bd_nl_48.pdf).
2. *Abakumova E.V., Kaminsky V.V. et al.* The beam energy measurement system for the Beijing electron-positron collider // *NIM A*. — 2011. — Vol. 659. — Pp. 21–29. — <http://doi.org/10.1016/j.nima.2011.08.050>.
3. *Abakumova E.V., Kaminsky V.V. et al.* A system of beam energy measurement based on the Compton backscattered laser photons for the VEPP-2000 electron-positron collider // *NIM A*. — 2014. — Vol. 744. — Pp. 35 – 40. — <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2014.01.020>.
4. *Kaminskiy V.V. et al.* Beam energy measurements for an experiment on elastic  $e^{\pm}p$  scattering at the VEPP-3 storage ring. — [arXiv:1403.4355](https://arxiv.org/abs/1403.4355).
5. *Kaminskiy V.V., Muchnoi N.Yu., Zhilich V.N.* Compton backscattering for the calibration of KEDR tagging system // *JINST*. — 2014. — Vol. 9. — P. C08021. — <http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/9/08/C08021>.
6. *Bobrovnikov V.S., Kaminskiy V.V. et al.* The energy calibration system of the KEDR tagger // *JINST*. — 2014. — Vol. 9. — P. C10017. — <http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/9/10/C10017>.
7. *Kaminskiy V.V., Muchnoi N.Yu., Zhilich V.N.* Energy scale calibration of KEDR detector tagging system // *JINST*. — 2017. — Vol. 12, no. 08. — P. C08002. — <http://doi.org/10.1088/1748-0221/12/08/C08002>.

8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: учебное пособие для вузов в 10 т. — 3-е, испр. изд. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. — Т. IV. Квантовая электродинамика.
9. Compton Arthur H. A Quantum Theory of the Scattering of X-rays by Light Elements // *Phys. Rev.* — 1923. — May. — Vol. 21, no. 5. — Pp. 483–502.
10. Klein O, Nishina Y. Über die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac // *Zeitschrift für Physik.* — 1929. — November. — Vol. 52, no. 11. — Pp. 853–868. — <http://dx.doi.org/10.1007/BF01366453>.
11. Arutyunian F.R., Tumanian V.A. The Compton effect on relativistic electrons and the possibility of obtaining high energy beams // *Phys. Lett.* — 1963. — Vol. 4, no. 3. — Pp. 176–178. — [http://dx.doi.org/10.1016/0031-9163\(63\)90351-2](http://dx.doi.org/10.1016/0031-9163(63)90351-2).
12. Altareli G., Buchella F. Single Photon Emission in High-Energy  $e^+e^-$  Collisions // *Il Nuovo Cimento.* — 1964. — Vol. 34, no. 5. — <http://dx.doi.org/10.1007/BF02748859>.
13. Алешаев А.Н., Каминский В.В. et al. Ускорительный комплекс ВЭПП-4. — препринт ИЯФ 2011-20. — [http://www.inp.nsk.su/activity/preprints/files/2011\\_020.pdf](http://www.inp.nsk.su/activity/preprints/files/2011_020.pdf).
14. Алешаев А.Н., Каминский В.В. et al. Ускорительный комплекс ВЭПП-4: состояние и перспективы // *Доклады АН ВШ РФ.* — 2013. — январь-июнь. — № 1 (20). — С. 35–46.
15. Blinov V.E. et al. Beam Energy Measurements at VEPP-4M Collider by Resonant Depolarization Technique // *ICFA Beam Dynamics Newsletter.* — 2009. — April. — no. 48. — Pp. 181–191. — [http://icfa-usa.jlab.org/archive/newsletter/icfa\\_bd\\_nl\\_48.pdf](http://icfa-usa.jlab.org/archive/newsletter/icfa_bd_nl_48.pdf).
16. Blinov V.E. et al. Review of Beam Energy Measurements at VEPP-4M: KEDR/VEPP-4M // *Nucl. Inst. & Meth. A.* — 2009. — Vol. 598, no. 1. —

- Pp. 23–30. — Proceedings of the 10th International Conference on Instrumentation for Colliding Beam Physics. — <http://dx.doi.org/10.1016/j.nima.2008.08.078>.
17. *Blinov V.E, Kaminskiy V.V et al.* Laser Polarimeter at VEPP-4M // *Journal of Instrumentation*. — 2017. — Vol. 12, no. 08. — P. C08020. — <http://doi.org/10.1088/1748-0221/12/08/C08020>.
  18. *Anashin V.V et al.* Final analysis of KEDR data on  $J/\psi$  and  $\psi(2S)$  masses // *Physics Letters B*. — 2015. — Vol. 749, no. 7. — Pp. 50–56. — <http://dx.doi.org/10.1016/j.physletb.2015.07.057>.
  19. *Анашин В.В. и др.* Детектор КЕДР // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. — 2013. — Т. 44, № 4. — С. 1263–1345. — [http://www1.jinr.ru/Репан/2013-v44/v-44-4/02\\_an.pdf](http://www1.jinr.ru/Репан/2013-v44/v-44-4/02_an.pdf).
  20. *Анашин В.В. и др.* Детектор КЕДР. — препринт ИЯФ 2010-40. — [http://www.inp.nsk.su/activity/preprints/files/2010\\_040.pdf](http://www.inp.nsk.su/activity/preprints/files/2010_040.pdf).
  21. *Aulchenko V.M. et al.* Detector KEDR tagging system for two-photon physics // *Nucl. Inst. & Meth. A*. — 1995. — Vol. 355, no. 2. — Pp. 261–267. — [http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002\(94\)01093-5](http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002(94)01093-5).
  22. *Aulchenko V.M. et al.* Detector KEDR tagging system for two-photon physics // *Nucl. Inst. & Meth. A*. — 1996. — Vol. 379, no. 3. — Pp. 360–362. — Proceedings of the Sixth International Conference on Instrumentation for Experiments at  $e^+ e^-$  Colliders. — [http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002\(96\)00612-2](http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002(96)00612-2).
  23. *Aulchenko V.M. et al.* Upgrade of the KEDR tagging system // *Nucl. Instr. & Meth. A*. — 2002. — Vol. 494, no. 1–3. — Pp. 241–245. — [http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002\(02\)01474-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002(02)01474-2).
  24. *Aulchenko V.M. et al.* Triple-GEM detectors for KEDR tagging system // *Nucl. Instr. & Meth. A*. — 2009. — Vol. 598. — Pp. 112–115. — doi:10.1016/j.nima.2008.08.115.

25. *Aulchenko V.M. et al.* Operation of the triple-GEM detectors in the tagging system of the KEDR experiment on the VEPP-4M collider // *JINST*. — 2011. — Vol. 6. — P. P07001. — <http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/6/07/P07001>.
26. *Abramov G.N. et al.* Extracted electron and gamma beams in BINP // *Journal of Instrumentation*. — 2014. — Vol. 9, no. 08. — P. C08022. — <http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/9/08/C08022>.
27. *Kezerashvili G.Ya. et al.* A Compton source of high energy polarized tagged  $\gamma$ -ray beams. The ROKK-1M facility // *Nucl. Instr. & Meth. B*. — 1998. — Vol. 145, no. 1–2. — Pp. 40–48. — [http://dx.doi.org/10.1016/S0168-583X\(98\)00266-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-583X(98)00266-3).
28. *Akhmadaliev Sh.Zh. et al.* Experimental investigation of high-energy photon splitting in atomic fields // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 89. — P. 061802. — <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.061802>.
29. *Akhmadaliev Sh.Zh. et al.* Delbrück scattering at energies of 140–450 MeV // *Phys. Rev. C*. — 1998. — Vol. 58. — Pp. 2844–2850. — <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevC.58.2844>.
30. *Terranova M.L. et al.* Fissility of Bi, Pb, Au, Pt, W, Ta, V, and Ti nuclei measured with 100–MeV Compton back scattered photons // *J. Phys. G*. — 1996. — Vol. 22. — Pp. 511–522. — <http://dx.doi.org/10.1088/0954-3899/22/4/012>.
31. *Tavares O.A.P. et al.* Photofission of Al-27 nucleus in the quasi-deuteron region of photonuclear absorption // *J. Phys. G*. — Vol. 25, no. 9. — P. 1979.
32. *Aulchenko V.M. et al.* The test of the LKr calorimeter prototype at the tagged photon beam // *Nucl. Instr. & Meth. A*. — 1997. — Vol. 394, no. 1–2. — Pp. 35–45. — [http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002\(97\)00518-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002(97)00518-4).
33. *Aulchenko V.M. et al.* High-accuracy measurement of photon position in a liquid krypton calorimeter // *Nucl. Instr. & Meth. A*. — 1998. — Vol. 419, no. 2–3.

- Pp. 602–608. — [http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002\(98\)00875-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002(98)00875-4).
34. *Aulchenko V.M. et al.* Study of the BELLE CsI calorimeter prototype with the BINP tagged photon beam // *Nucl. Inst. & Meth. A.* — 1996. — Vol. 379, no. 3. — Pp. 491–494. — [http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002\(96\)00515-3](http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002(96)00515-3).
35. *Ikeda H. et al.* A detailed test of the CsI(Tl) calorimeter for BELLE with photon beams of energy between 20 MeV and 5.4 GeV // *Nucl. Inst. & Meth. A.* — 2000. — Vol. 441, no. 3. — Pp. 401–426. — [http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002\(99\)00992-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0168-9002(99)00992-4).
36. <http://www.laser-compact.ru>.
37. <http://www.laser-compact.ru/prod/324.html>.
38. <http://www.laser-compact.ru/prod/527.html>.
39. <http://www.laser-compact.ru/prod/394.html>.
40. <http://vega.inp.nsk.su/hardware/ksm485.html>.
41. *Kaminskiy V.V. et al.* Beam energy measurements for an experiment on elastic  $e^{\pm}p$  scattering at the VEPP-3 storage ring // *JINST.* — 2014. — Vol. 9. — P. T06006. — <http://dx.doi.org/10.1088/1748-0221/9/06/T06006>.
42. *Brown Karl L.* A First- and Second-Order Matrix Theory for the Design of Beam Transport Systems and Charged Particle Spectrometers. — SLAC Report-75.
43. <http://mad.web.cern.ch/mad/>.
44. *Forest E., Schmidt F., McIntosh E.* — Introduction to the Polymorphic Tracking Code. — <http://cds.cern.ch/record/573082/files/sl-2002-044.pdf?version=2>.
45. *Farvacque L., Günzel T.F, Laclare J.L, Ropert A.* — BETA Users' Guide. — [http://care-hhh.web.cern.ch/care-hhh/Simulation-Codes/Optics/Literature/BETA\\_MANUAL.pdf](http://care-hhh.web.cern.ch/care-hhh/Simulation-Codes/Optics/Literature/BETA_MANUAL.pdf).

46. <http://www.lepp.cornell.edu/~dcs/bmad/>.
47. [http://pcwww.liv.ac.uk/~awolski/main\\_links\\_computercodes.htm](http://pcwww.liv.ac.uk/~awolski/main_links_computercodes.htm).
48. [http://www.aps.anl.gov/Accelerator\\_Systems\\_Division/Accelerator\\_Operations\\_Physics/software.shtml#elegant](http://www.aps.anl.gov/Accelerator_Systems_Division/Accelerator_Operations_Physics/software.shtml#elegant).
49. <https://web.fnal.gov/sites/synergia/SitePages/Synergia%20Home.aspx>.
50. <https://www.python.org/>.
51. <https://root.cern.ch/>.
52. <http://www.numpy.org/>.
53. <https://www.scipy.org/>.
54. <http://v4.inp.nsk.su/vepp4/lattice.html>.
55. *Furman M.A.* The Møller Luminosity Factor. — Report Number: LBNL-53553. — <http://mafurman.lbl.gov>.
56. Handbook of Accelerator Physics and Engineering / Ed. by A.W. Chao, M. Tigner. — Singapore: World Scientific, 1999.
57. *Смалюк В.В.* Диагностика пучков заряженных частиц в ускорителях. — Новосибирск: Параллель, 2009.
58. *Sands M.* The Physics of Electron Storage Rings, an Introduction. — SLAC Report-121.
59. *Patrignani C. et al (Particle Data Group).* Review of Particle Physics // *Chinese Phys.* — 2016. — Vol. C40, no. 10. — P. 100001. — <http://dx.doi.org/10.1088/1674-1137/40/10/100001>.
60. <http://v4.inp.nsk.su/vepp4/magnets.html>.
61. <http://v4.inp.nsk.su/vepp4/powersupply.html>.

# Приложение А

## Структура экспериментального промежутка ВЭПП-4М

Функция	Обозначение в модели	Длина, см	Магнитные параметры продольное поле $B_z$ угол поворота $\alpha$ квард. коэфф. $k^2$ , <sup>1</sup> секст. коэфф. $k_s^2$ , <sup>2</sup>	Дополнительные параметры
Соленоид	KEDRSOL	120.0	$B_0 = -0.6$ Тл	
Промежуток	GAP_1	5.0		
Соленоид	NCSOL	40.0	$B_0 = 2.2$ Тл	
Промежуток	GAP_2	33.0		
ХУ корректор	NEX0Z1	12.0		X: 2x444 витков, зазор 19.2 см Y: 4x117 витков, зазор 17.2 см
Промежуток	GAP_3	10.2		
Квадруполь	NEL1	106.0	$k^2 = -6.931 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-2}$	диаметр 11 см, 4x9 витков, коррекция градиента NEG1 4x40 витков
Промежуток	GAP_4	11.8		
Пикап	NEP0	2.0		
Промежуток	GAP_5	4.0		
Секступоль	NES1	17.0	$k_s^2 = -3.235 \cdot 10^{-6} \text{ см}^{-2}$	диаметр 13.6 см, 6x211 витков
Промежуток	GAP_6	12.0		
Skew-квадр. и октуполь	NEOQ	8.0		диаметр 19.8 см, 8x160 витков
Промежуток	GAP_7	28.6		
Квадруполь	NEL2	130.8	$k^2 = 3.494 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-2}$	диаметр 17.0 см, 4x11 витков коррекция градиента NEG2 4x10 витков
Промежуток	GAP_8	39.1		
Секступоль	NES2	17.0	$k_s^2 = 1.764 \cdot 10^{-6} \text{ см}^{-2}$	диаметр 20.7 см, 6x211 витков
Промежуток	GAP_9	13.7		
Диполь	NEM1A	42.2	$\alpha = 0.00651$ рад	зазор 120 мм, 2x8 витков, наклон полюсов $+2^\circ$ (вход $e^-$ ), $-2^\circ$ (выход $e^-$ ), общее ярмо с NEM1, коррекция X-орбиты NEX1 2x210 витков
Промежуток	GAP_10	3.5		
Диполь	NEM1	183.2	$\alpha = 0.06665$ рад	зазор 120 мм, 2x20 витков, наклон полюсов $+2^\circ$ (вход $e^-$ ), $+2^\circ$ (выход $e^-$ ), общее ярмо с NEM1A
Промежуток	GAP_11_TS	19.5		
Детектор РЭ	TS1 <sup>-</sup>	—		

---

<sup>1</sup> $k^2 = \frac{1}{BR} \frac{\partial B_y}{\partial x}$   
<sup>2</sup> $k_s^2 = \frac{1}{BR} \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2}$

Промежуток	GAP_11	48.5		
Пикап	NEP1	2.0		
Промежуток	GAP_12_TS	50.5		
Детектор РЭ	TS2 <sup>-</sup>	—		
Промежуток	GAP_12	50.6		
Диполь	NEM2A	42.2	$\alpha = 0.00651$ рад	зазор 120 мм, 2x8 витков, наклон полюсов +2° (вход e <sup>-</sup> ), -2° (выход e <sup>-</sup> ), общее ярмо с NEM2, коррекция X-орбиты NEX2 2x210 витков
Промежуток	GAP_13	3.5		
Диполь	NEM1	183.2	$\alpha = 0.06665$ рад	зазор 120 мм, 2x20 витков, наклон полюсов +2° (вход e <sup>-</sup> ), +2° (выход e <sup>-</sup> ), общее ярмо с NEM2A
Промежуток	GAP_14_TS	18.4		
Детектор РЭ	TS3 <sup>-</sup>	—		
Промежуток	GAP_14	376.5		
Пикап	NEP3	2.0		
Промежуток	GAP_15_TS	9.3		
Детектор РЭ	TS4 <sup>-</sup>	—		
Промежуток	GAP_15	54.7		

В направлении движения позитронов от основного соленоида КЕДР последовательность элементов симметричная, элементы с аналогичными параметрами: GAP\_1, SCSOL, GAP\_2, SEX0Z1, GAP\_3, SEL1(SEG1), GAP\_4, SEP0, GAP\_5, SES1, GAP\_6, SEOQ, GAP\_7, SEL2(SEG2), GAP\_8, SES2, GAP\_9, SEM1A(SEX1), GAP\_10, SEM1, GAP\_11\_TS, TS1<sup>+</sup>, GAP\_11, SEP1, GAP\_12\_TS, GAP\_12, SEM2A(SEX2), GAP\_13, SEM2, GAP\_14\_TS, TS3<sup>+</sup>, GAP\_14, SEP3, GAP\_15\_TS, TS4<sup>+</sup>, GAP\_15.

Группы элементов SEL1 и NEL1, SEL2 и NEL2, SEM1(A) и SEM2(A), NEM1(A) и NEM2(A) имеют питание от одних источников (EL1, EL2, SEM, NEM).

Характеристики элементов взяты из [54, 60] и чертежей ВЭПП-4М, схемы питания из [61]. В таблице приведены силы квадруполей, секступолей, углы поворота диполей, взятые из [54, структура ВЭПП-4М в формате MAD8], эти значения приняты «стандартными».

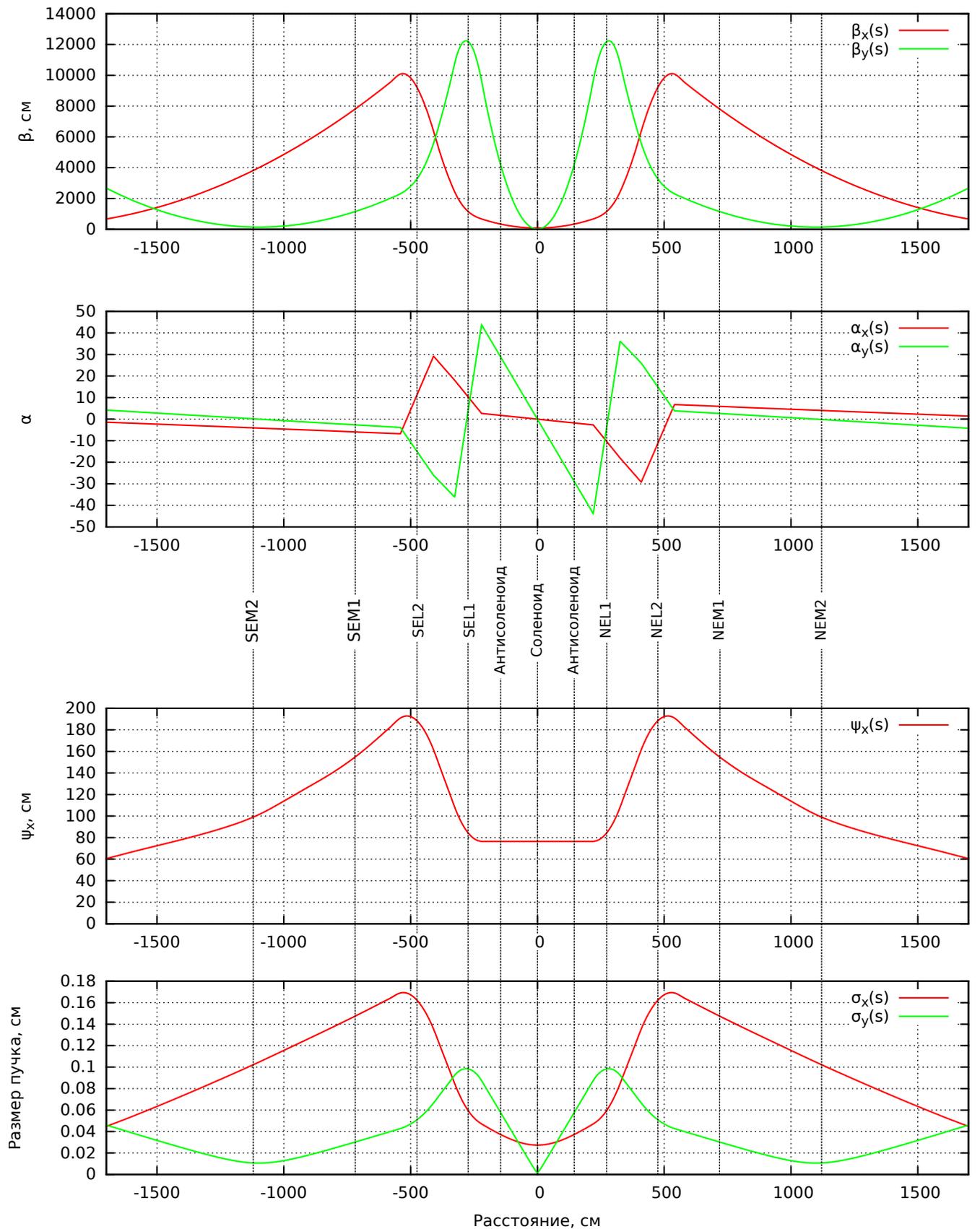


Рисунок А.1: Расчётные структурные функции ВЭПП-4М в экспериментальном промежутке в «стандартной» конфигурации, сверху вниз: вертикальные и горизонтальные  $\beta$ - и  $\alpha$ -функции, горизонтальная дисперсионная функция, горизонтальный размер пучка при эмиттансах  $\epsilon_x = 25 \text{ нм} \cdot \text{рад}$ ,  $\epsilon_y = 8 \text{ нм} \cdot \text{рад}$ , при энергии пучка 1850 МэВ