

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Горн Александр Андреевич

**ОСОБЕННОСТИ КИЛЬВАТЕРНОГО УСКОРЕНИЯ С
ПРОТОННЫМ ДРАЙВЕРОМ В РАДИАЛЬНО
ОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ**

1.3.18. Физика пучков заряженных частиц и ускорительная техника

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
доктор физико-математических наук, профессор РАН
Лотов Константин Владимирович

Новосибирск — 2022

Оглавление

	Стр.
Введение	3
Глава 1. Эксперимент AWAKE	20
Глава 2. Реакция радиально-ограниченной плазмы на ультрарелятивистский пучок заряженных частиц	26
2.1 Постановка задачи	26
2.2 Линейный режим	29
2.3 Слабонелинейный режим	35
2.4 Плазменное электронное гало	40
2.5 Нелинейный режим	52
2.6 Инжекция электронов в кильватерную волну	53
Глава 3. Самомодуляция протонного пучка в численном моделировании и эксперименте	56
3.1 Измерение параметров протонного пучка	56
3.2 Сравнение результатов моделирования с измерениями	60
Заключение	71
Список литературы	75
Список рисунков	87
Список таблиц	94

Введение

Актуальность работы обусловлена важностью развития ускорительной науки и техники. Ускорителем частиц называют устройство, генерирующее заряженные частицы с высокой энергией, которые чаще всего сгруппированы в пространстве координат и скоростей в сгустки или, другими словами, пучки. До некоторого времени простейший ускоритель электронов можно было найти практически в каждом доме, им являлась электронно-лучевая трубка (ЭЛТ) безнадежно устаревших в настоящее время кинескопных телевизоров и мониторов. Несмотря на простоту, принцип работы ЭЛТ (Рисунок 1) очень схож с любым другим ускорителем, и поэтому этот прибор стоит того, чтобы рассмотреть его устройство подробнее. Внутри трубки создается вакуум, чтобы исключить нежелательное взаимодействие электронов с остаточными газами. Сам пучок генерируется с помощью электронной пушки, которая представляет собой катод, окруженный другим цилиндрическим электродом (цилиндром Венельта) и испускающий электроны в результате нагрева нитью накала. Образующиеся свободные электроны начинают ускоряться и слегка фокусируются разностью потенциалов между катодом и ускоряющим электродом. Далее пучок отклоняется, фокусируется сильнее с помощью системы из электромагнитов и попадает на экран из люминофора, испускающий свет в точке контакта с электронами.

Современные ускорители можно условно разделить по назначению на несколько больших групп. К первой относятся устройства, которые имеют непосредственное практическое применение. *Промышленные ускорители* используются во всевозможных технологических процессах. Ускоренные ионы имеют особенность проникать в материалы тем глубже, чем больше их энергия, и останавливаться практически на одной и той же глубине. Это свойство используют для имплантации ионов вглубь материалов, к примеру, при изготовлении интегральных микросхем, легируя таким образом подложки из полупроводников. Также такие пучки применяют для терапии злокачественных опухолей у пациентов больных раком. Этот метод позволяет проводить лечение даже в тех случаях, когда хирургическое вмешательство слишком рискованно или вообще невозможно. Создание пучков электронов из-за своей простоты требует меньших затрат, и поэтому спектр их применения еще более широк. Боль-

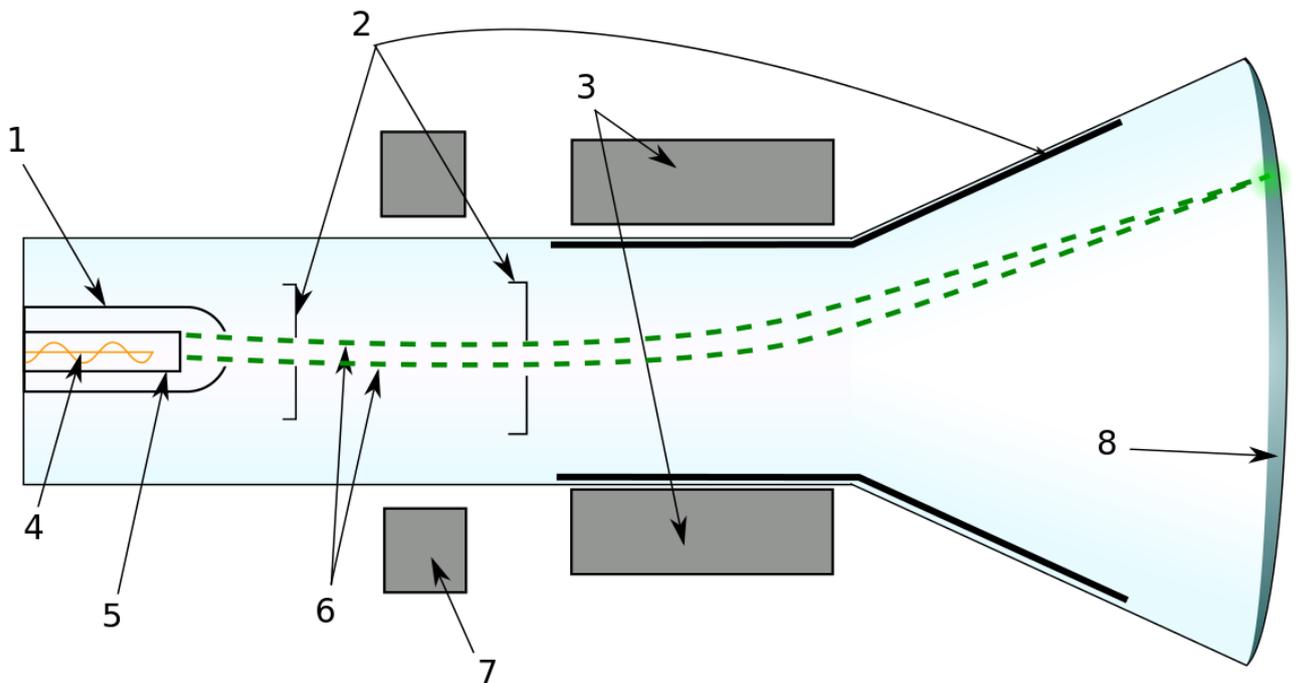


Рисунок 1 — Принципиальная схема электронно-лучевой трубки с магнитными фокусировкой и отклонением электронного пучка: 1-цилиндр Венельта, 2-аноды, 3-магнитная отклоняющая система, 4-подогреватель катода, 5-катод, 6-электронный пучок, 6-фокусирующая магнитная система, 7-люминесцирующий экран [1]

шая энергоемкость пучка заряженных частиц позволяет производить на таких установках сварку, нарезку и плавление материалов. Обработка поверхности электронным пучком придает ей новые механические свойства вследствие радиационной полимеризации и вулканизации внешних слоев материала. Кроме того, воздействие электронных лучей разрушительно для клеток живых организмов, поэтому с помощью них можно производить стерилизацию продуктов питания, медицинского оборудования и других материалов, а также очистку сточных вод.

Другая группа установок для ускорения заряженных частиц предназначена для исследований во всевозможных отраслях науки и наукоемких производствах. В зависимости от физических принципов и геометрии, заложенных в устройство конкретной машины, ускорители имеют различные назначения и ограничения. Для их классификации выделяют следующие параметры: максимальная энергия частиц в ускорителе W_{max} , энергия, набираемая частицей

за единицу пройденного пути (темп ускорения), размер ускорителя и его стоимость. В *линейном ускорителе* частицы набирают энергию за счет взаимодействия с электрическим полем, сонаправленным траектории их движения. В данном случае $W_{max} \propto E_{max} \cdot L$, где E_{max} — это максимальное электрическое поле в ускорителе, а L — его длина. Таким образом, фактором, ограничивающим максимально возможную энергию ускоренных частиц, будет являться либо размер самого ускорителя, либо амплитуда поля, которое ускоряющая структура способна выдержать. Начиная с некоторой величины электрического поля, в резонаторе ускорителя происходит электрический пробой. В связи с этим темпы ускорения, достижимые в современных ВЧ-структурах, ограничены величиной порядка 100 МэВ/м [2—4]. Так в расчете на 1 ТэВ энергии необходимо порядка 10 км ускоряющих структур, что в конечном счете упирается в высокую стоимость проекта. Энергия частиц в *циклическом ускорителе* также ограничена, однако по другим причинам: двигаясь по траектории с радиусом кривизны R под действием внешнего магнитного поля, заряженные частицы генерируют магнитотормозное излучение с интенсивностью $I = 2q^2v^4/c^4R^2(1 - v^2/c^2)^2$ [5], где q — заряд частиц, v — их скорость, c — скорость света, которое и приводит к неприемлемо большой потере частицами энергии, набираемой за один оборот в ускорителе. Для ультррелятивистской частицы с энергией \mathcal{E} и энергией покоя \mathcal{E}_0 эта формула принимает вид $I = 2e^2\mathcal{E}^4/\mathcal{E}_0^4R^2$. При одинаковой энергии частицы с меньшей энергией покоя тормозятся во внешнем магнитном поле гораздо быстрее, поэтому такие машины работают эффективнее для тяжелых частиц, например, адронов. Увеличение максимальной энергии опять же упирается в увеличение размеров установки. Самым большим кольцевым ускорителем в мире является Большой Адронный Коллайдер (БАК), расположенный на границе Франции и Швейцарии вблизи города Женева. Общая длина его тоннелей составляет 26 659 м, а стоимость на 2009 год оценивается в 4.6 миллиарда швейцарских франков. Протонный пучок набирает в кольце энергию 6.5 ТэВ, и в среднем на 1 ТэВ энергии пучка приходится примерно 4.1 км длины ускорителя. Таким образом, достижение высоких энергий в современных ускорителях упирается в их размер, а значит в их высокую стоимость.

Степень разработанности темы исследования можно проследить с конца XX века. Одно из возможных решений проблемы дороговизны и больших размеров ускорителей было найдено и описано в 1979 году [7]. Авторы Dawson

и Tajima предложили концепцию первого *плазменного ускорителя*, в котором источником энергии, или драйвером, служит лазерный импульс. Схема такого ускорителя показана на Рисунке 2. Короткий лазерный импульс входит в плазму и расталкивает электроны плазмы в результате действия поперечной ponderomotorной силы. При этом ионы плазмы смещаются незначительно. Вдоль пути лазерного импульса образуется положительно заряженный ионный канал. После прохождения лазерного импульса электроны плазмы устремляются обратно к положению равновесия, притягиваемые ионным каналом. Частицы проходят центр ионного канала, вновь разлетаются, притягиваются обратно ионным каналом и так далее. Так возбуждаются колебания, вызванные нескомпенсированным пространственным зарядом. За лазерным импульсом формируются области чередующегося отрицательного и положительного заряда, вследствие чего возникают продольные поля, называемые плазменной кильватерной волной. В настоящее время такая схема ускорения реализована во множестве экспериментальных установок по всему миру, а энергия электронов в таких ускорителях достигла величины, достаточной для применения в лазерах на свободных электронах (Рисунок 3). Зачастую в подобных экспериментах используется ультразвуковая струя газа диаметром в несколько сантиметров и плотностью $\sim 10^{19} \text{см}^{-3}$. При достаточной мощности лазерного импульса он способен ионизовать газ в струе и захватить часть электронов плазмы в кильватерную волну. Таким образом, газовая струя выступает в роли источника как плазмы, так и ускоряемых электронов. Установки такого типа отличаются своей компактностью, ускорение в них происходит в рамках всего нескольких сантиметров.

Позднее Pisin Chen и его соавторы показали [8], что для возбуждения кильватерной волны в плазме можно с тем же успехом использовать сгустки заряженных частиц, однако для этого они должны быть достаточно короткими по сравнению с плазменной длиной волны (оптимальное значение — около четверти длины волны) и иметь ультрарелятивистскую энергию, чтобы обеспечить стабильное ускорение. Так получила свое начало ветвь плазменного кильватерного ускорения с электронным драйвером. В настоящее время это направление получило большое развитие [9].

Протонные пучки долгое время не рассматривались в качестве драйверов, так как было не ясно, каким образом создать достаточно короткий ультраре-

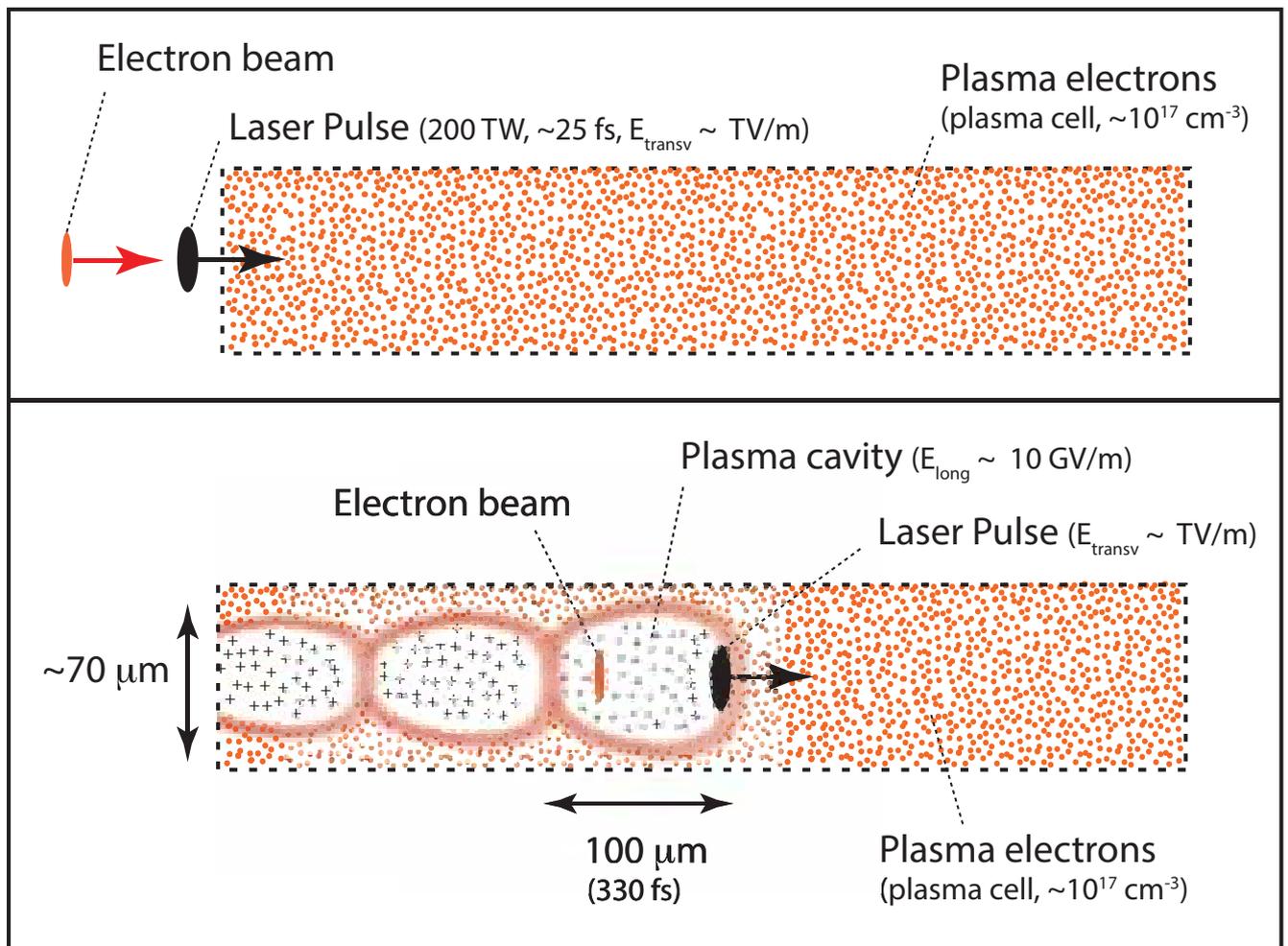


Рисунок 2 — Принципиальная схема плазменного кильватерного ускорителя с лазерным драйвером и инжекцией внешнего электронного пучка. Красные точки изображают подвижные электроны плазмы, а черные кресты — неподвижные ионы. Ионы в области, где электроны плазмы не возмущены, не показаны. Приведенные на рисунке параметры относятся к случаю лазера мощностью 200 ТВт, возбуждающего кильватерную волну в плазме плотностью 10^{17} см^{-3} [6]

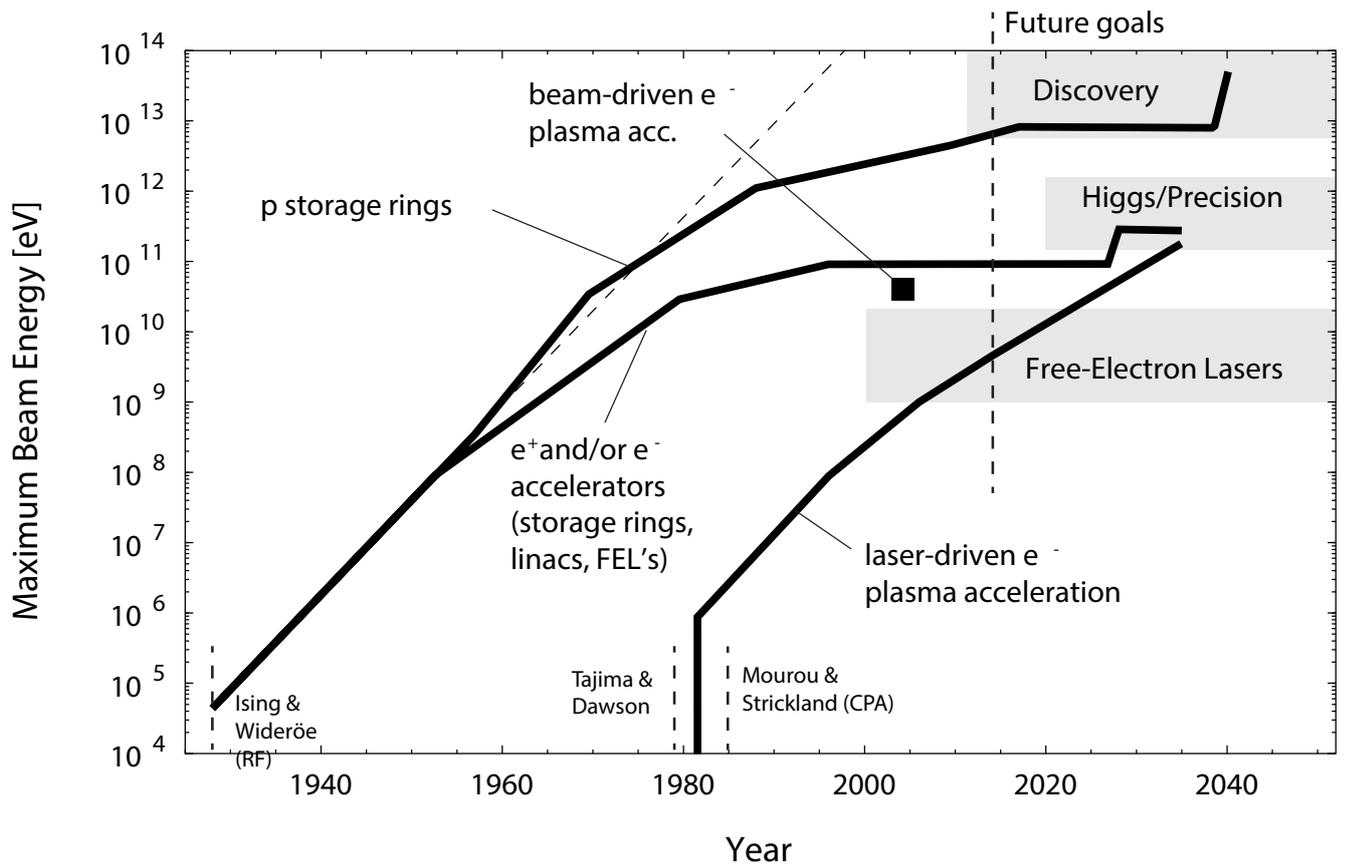


Рисунок 3 — Кривая Ливингстона для ускорителей, показывающая максимально достижимую энергию пучка для различных ускорительных технологий в зависимости от года. Серые полосы показывают приложения ускорителей в науке. Данные после 2014 года обозначают будущие цели для различных ускорительных технологий [6]

лятивистский протонный сгусток. Так, к примеру, в линейных ускорителях в качестве источника ускоряемых электронов зачастую применяют фотоинжекторы, в которых для генерации электронов за счет фотоэффекта используются лазерные импульсы, в результате чего уже на начальном этапе ускорения можно получить короткий электронный пучок с низким энергоразбросом. Для генерации же протонов такой способ, очевидно, неприменим. Ультрарелятивистские пучки протонов в настоящее время производят в кольцах синхротронов. Здесь на качестве сгустков негативно сказывается большая масса протона. Линейного ускорителя не хватит, чтобы разогнать такую тяжелую частицу до необходимой энергии, а в кольце даже небольшой энергоразброс частиц пучка приводит к его расплыванию. Также сжать такой пучок до необходимого размера крайне затруднительно, так как короткие сгустки в кольце неустойчивы. Несмотря на все трудности в создании коротких протонных сгустков, в 2009 году в статье [10] А. Caldwell и соавторы показали все преимущества использования подобного пучка в качестве драйвера, предложив эксперимент по кильватерному ускорению на базе пучка из БАК в ЦЕРН. По предварительным расчетам, в таком эксперименте за 450 м ускорения можно было бы получить электронный пучок с энергией 0.62 ТэВ и энергоразбросом около 1%. Такой результат оказался достижим благодаря главному преимуществу протонных драйверов — их огромной энергоемкости. В статье не описывалось, как именно продольно сжать 7.5-сантиметровый пучок протонов из БАК до 100 мкм, и за неимением разумных решений от этого варианта со временем отказались. Однако годом позже был предложен способ получения последовательности коротких протонных микросгустков в плазме под действием самомодуляционной неустойчивости [11]. Оказалось, что длинный протонный пучок с модулированным на плазменной частоте продольным профилем плотности начинает самопроизвольно разбиваться в плазме на микросгустки, которые способны резонансно возбудить в плазме кильватерную волну, пригодную для последующего ускорения в ней электронов. Авторы идеи плазменного кильватерного ускорителя с протонным драйвером совместно с коллегами из ЦЕРН решили для начала проверить эту идею и провести первые эксперименты с пучком не из БАК, а из Суперпротонного Синхротрона (SPS). Это решение было одобрено в ЦЕРН [12], и таким образом была начата работа над проектом первого плазменного кильватерного ускорителя электронов с протонным драйвером AWAKE (The Advanced Proton Driven Plasma Wakefield

Acceleration Experiment). Помимо оригинальности своей идеи, проект также выделяется своими параметрами (Глава 1) и имеет ряд уникальных особенностей. Так, например, плазма в эксперименте представляет собой длинный узкий столб с резким краем. Его радиус всего в несколько раз превышает толщину скин-слоя плазмы, что говорит о необходимости учета влияния границы плазмы при изучении самомодуляции протонного пучка и инжекции электронного сгустка в такой системе. Также нейтральный газ в эксперименте ионизируется с помощью короткого лазерного импульса, который движется вместе с протонным пучком вдоль оси системы и располагается на некотором контролируемом расстоянии от его центра. Таким образом, для создаваемой плазмы пучок имеет резкий передний фронт, который позволяет создать первоначальную затравку для развития самомодуляционной неустойчивости контролируемым образом.

Вне зависимости от схемы ускорения, ключевое место в развитии новых методов ускорения занимает численное моделирование. Прежде всего, для расчета взаимодействия лазерного импульса или пучка заряженных частиц с плазмой используются кинетические коды общего назначения, основанные на методе частиц в ячейках, так называемые full particle-in-cell (full-PIC) коды (Таблица 1 — Коды с наиболее общей моделью). В таких программах группы реальных частиц пучка или плазмы представляются набором так называемых макрочастиц, каждая из которых имеет определенный статистический вес. Для расчета скалярных и векторных полей физических величин моделируемая область трехмерного пространства разбивается на ячейки с заданным размером по каждой оси. Распределение макрочастиц проецируется на получившуюся сетку, определяя плотности зарядов как функции координат. Задав таким образом начальное состояние системы, а также определив граничные условия, в счетном окне можно решить систему уравнений Максвелла и узнать распределение всех полей, входящих в уравнения движения макрочастиц. Далее рассчитывается изменение импульсов и координат каждой частицы за фиксированный шаг по времени. Для моделирования длительной эволюции системы во времени алгоритм, описанный выше, повторяется необходимое число раз. Расчеты в full-PIC кодах крайне ресурсоемки. Так одно полномасштабное моделирование AWAKE [13] потребовало 22 млн процессорных часов, при этом затраты на одну лишь электроэнергию составили по оценкам как минимум 220000 евро. По этой причине для расчета реальных экспериментов применяются коды, содержащие какие-либо

упрощающие предположения. Чаще всего таким образом рассчитываются задачи, обладающие симметрией, что позволяет эффективно снизить трудоемкость задачи за счет понижения ее размерности (Таблица 1 — Коды с упрощенной геометрией). Наряду с упрощенной геометрией понизить размерность задачи можно за счет того, что в экспериментах с ультрарелятивистскими драйверами пучок заряженных частиц эволюционирует на порядки медленнее, чем плазма. Характерное время возмущения электронной плотности плазмы определяется ее плотностью: $\tau_p \sim \omega_p^{-1}$, где $\omega_p = \sqrt{4\pi n e^2 / m}$ — плазменная частота, n — плотность плазмы, а e и m — элементарный заряд и масса электрона соответственно. Время изменения плотности драйвера, в свою очередь, зависит не только от плотности плазмы, но и от его энергии $\mathcal{E} = \gamma M c^2$, где M — масса частиц драйвера, а γ — его релятивистский фактор, $\tau_b \sim \sqrt{\mathcal{E} / m c^2} / \omega_p$. Таким образом, драйвер эволюционирует в $\tau_b / \tau_p = \sqrt{\gamma M / m}$ раз медленнее плазмы. Другими словами, из-за большой разницы во временных масштабах любые функции, описывающие состояние пучка и плазмы будут квазистатичны в сопутствующем драйверу окне. Это приводит к тому, что систему уравнений, которую решает код, можно значительно упростить, введя новую переменную $\xi = z - ct$, где t — время, z — координата вдоль скорости пучка, c — скорость света. Тогда производной по времени $\partial / c \partial t$ можно всюду пренебречь по сравнению с производной по продольной координате в сопутствующем пучку окне $\partial / \partial \xi$. Такое приближение называется квазистатическим, оно на порядки сокращает время моделирования без потери основных физических эффектов, описывающих плазменное кильватерное ускорение. В данный момент существует несколько программ, использующих данное упрощение (Таблица 1 — Квазистатические коды), в том числе LCODE, разработанный нашим коллективом в ИЯФ СО РАН. Этот программный комплекс занимает ключевое место в данной работе, являясь как главным инструментом по получению научных результатов, так и, отчасти, предметом исследования.

Таблица 1 — Численные коды для моделирования кильватерного ускорения

Код	Тип	Язык	Доступность/Лицензия
Коды с наиболее общей моделью			
ALaDyn [14; 15]	EM-PIC 3D	C++	Open/GPLv3+

Продолжение Таблицы 1

PIConGPU [16; 17]	EM-PIC 3D	C++, Python	Open/GPLv3+
PHOTON-PLASMA [18; 19]	EM-PIC 3D/RZ+	Fortran	Open/GPLv3
TurboWave [20; 21]	EM-PIC 3D/RZ	C++, Python	Open/Not licensed
UPIC-EMMA [22; 23]	EM-PIC 3D	Fortran	Open/Proprietary
VPIC [24; 25]	EM-PIC 3D	C++	Open/BSD clause-3 license
Warp [26; 27]	EM-PIC 3D/RZ+	Fortran, Python	Open/modified BSD
VLPL [28]	EM/QS-PIC 3D	C++	Collaborators/Proprietary
Osiris [29; 30]	EM-PIC 3D/RZ+	Fortran, C, C++	Collaborators/Proprietary
Calder [31]	EM-PIC 3D	—	Collaborators/Proprietary
ELMIS [32]	EM-PIC 3D	—	Collaborators/Proprietary
EPOCH [33; 34]	EM-PIC 3D	Fortran	Collaborators/GPL
PICADOR [35; 36]	EM-PIC 3D	Fortran, C, C++	Collaborators/Proprietary
PICLS [37]	EM-PIC 3D	—	Collaborators/Proprietary
PSC [38; 39]	EM-PIC 3D	C, C++	Collaborators/Proprietary
REMP [40]	EM-PIC 3D	—	Collaborators/Proprietary
LSP [41; 42]	EM-PIC 3D/RZ	C, Tcl/Tk	Commercial/Proprietary
MAGIC [43; 44]	EM-PIC 3D	Fortran	Commercial/Proprietary
VSim (Vorpal) [45]	EM-PIC 3D	C++	Commercial/Proprietary
Коды с упрощенной геометрией			
Architect [46; 47]	EM-PIC RZ	Fortran, Python, C++	Open/GPL

Продолжение Таблицы 1

CHIMERA [48]	EM-PIC RZ+	Fortran, Python	Open/GPLv3
FBPIC [49; 50]	EM-PIC RZ+	Python	Open/modified BSD
Smilei [51; 52]	EM-PIC 2D	C++	Open/CeCILL
Calder-Circ [53]	EM-PIC RZ+	—	Upon Request/Proprietary
Квазистатические коды			
HiPACE [54; 55]	QS-PIC 3D	C++	Open/Proprietary
QuickPIC [56; 57]	QS-PIC 3D	Fortran	Open/Proprietary
LCODE [58; 59]	QS-PIC 2D/RZ	C	Open/None
QV3D [60]	QS-PIC 3D	Python	Collaborators/Proprietary
Wake [61]	QS-PIC RZ	Fortran	Collaborators/Proprietary

Целью данной работы является поиск и изучение физических эффектов, оказывающих влияние на ускорение электронов в радиально ограниченной плазме с помощью длинного пучка заряженных частиц. Рассматриваемые эффекты специфичны для этого случая, а также играют ключевую роль в получении достоверных результатов моделирования.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Измерить начальные параметры протонного пучка в эксперименте AWAKE с наиболее возможной точностью, с целью минимизации ошибки во входных данных численных расчетов;
2. Найти и изучить основные физические эффекты, возникающие при взаимодействии длинного ультрарелятивистского пучка заряженных частиц с резким передним фронтом с радиально ограниченной плазмой в контексте плазменного кильватерного ускорения;
3. Исследовать совокупное влияние конечного радиального размера плазмы и наличия в ней продольных неоднородностей плотности на инжекцию электронного пучка в кильватерную волну;
4. Выполнить сравнение результатов численного моделирования с измерениями, проведенными в ходе эксперимента AWAKE, и установить критерии, которым должен удовлетворять численный код и расчет для

корректного моделирования плазменного кильватерного ускорителя с драйвером в виде длинного пучка заряженных частиц.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Для осесимметричной системы, состоящей из радиально-ограниченной плазмы и ультрарелятивистского пучка, возможно в линейном по амплитуде поля приближении построить гидродинамическую аналитическую модель. Модель обеспечивает корректный расчет электрического и магнитного поля вплоть до плотности плазмы порядка пиковой плотности пучка, что по сравнению с аналитикой для бесконечной плазмы расширяет нижнюю границу применимости модели по плотности плазмы примерно на порядок;
2. При взаимодействии положительно заряженных драйверов с плазмой в среднем в плазме преобладает положительный радиальный градиент кильватерного потенциала, что приводит к дефокусировке ультрарелятивистских электронных сгустков, движущихся вблизи оси драйвера в плазме с плавно нарастающей, но на порядки меняющейся плотностью в продольном направлении. Этот факт исключил осевую инжекцию ускоряемого электронного сгустка в плазму в эксперименте AWAKE;
3. Электронное гало вокруг плазменного столба образуется в случае положительно заряженных драйверов в результате пересечения траекторий плазменных электронов, обладающих достаточным для вылета за пределы плазмы радиальным импульсом, а в случае отрицательно заряженных драйверов также в результате частичной компенсации заряда ионов плазмы зарядом драйвера;
4. Электроны плазменного гало создают в областях, ограниченных по радиусу их траекториями, отрицательный радиальный градиент кильватерного потенциала, являющийся фокусирующим для ультрарелятивистских электронов, движущихся вблизи границы плазмы сонаправленно с драйвером;
5. Учет плазменного электронного гало необходим для достижения количественного согласия моделирования и эксперимента;
6. Радиальное распределение протонов после самомодуляции в эксперименте AWAKE имеет центральную и периферийную части. Размер и форма центральной части определяется невозмущенной частью протон-

ного пучка и зависит преимущественно от его начального эмиттанта. Периферийная же часть образуется в ходе самомодуляции, и среди всех параметров, описывающих пучок, ее форма наиболее чувствительна к его поперечному размеру на входе в плазменную секцию;

7. Согласно сравнению результатов моделирования эксперимента AWAKE кодом LCODE с диагностическими измерениями, квазистатический осесимметричный код позволяет предсказывать процесс самомодуляции в подобных системах с относительной точностью до нескольких процентов.

Научная новизна:

1. Впервые проведено сравнение данных первого в мире эксперимента по кильватерному ускорению с протонным драйвером AWAKE с результатами численного моделирования и достигнуто их количественное согласие.
2. Изучена реакция радиально ограниченной плазмы на ультрарелятивистский пучок заряженных частиц в широком диапазоне плотности плазмы. Результаты этого исследования повлияли на выбор схемы инжекции в эксперименте AWAKE.

Теоретическая и практическая значимость

Результаты работ [62; 63] позволили объяснить оптимальную схему инжекции электронов в плазму в эксперименте AWAKE, с помощью которой удалось добиться их воспроизводимого ускорения [64]. Учет изученных в ходе этих работ физических эффектов, а также измерений протонного пучка до попадания в плазменную секцию [65] позволил добиться численного согласия моделирования с измерениями протонного пучка, проведенными в ходе эксперимента [66], что свидетельствует о применимости квазистатических кодов для моделирования кильватерных ускорителей с протонным драйвером.

Степень достоверности полученных результатов обеспечивается достижением стабильного и воспроизводимого ускорения электронов в эксперименте AWAKE [64], а также согласием результатов проведенного исследования с экспериментальными измерениями и работами других авторов [66–68].

Апробация работы

Основные результаты работы вошли в выпускную квалификационную работу аспиранта [69] и докладывались на следующих конференциях:

1. 47-я конференция Европейского Физического Сообщества (EPS) по физике плазмы, 21–25 июня 2021;
2. Конкурс молодых ученых ИЯФ СО РАН, 19.05.2021;
3. 4-й Семинар по Новым Концепциям Ускорителей (EAAC), о. Эльба, Италия, сентябрь 2019;
4. Собрание коллаборации AWAKE, ЦЕРН, Швейцария, 09.09.2019;
5. Собрание коллаборации AWAKE, ЦЕРН, Швейцария, 02.04.2019;
6. Конкурс молодых ученых ИЯФ СО РАН, 04.02.2018;
7. 45-я конференция Европейского Физического Сообщества (EPS) по физике плазмы, Прага, Чешская Республика, 2–6 июля 2018;
8. Собрание коллаборации AWAKE, Манчестер, Соединенное Королевство, 14.03.2018;
9. 3-й Семинар по Новым Концепциям Ускорителей (EAAC), о. Эльба, Италия, 24–30 сентября 2017;
10. Международная Научная Студенческая Конференция, Новосибирск, 21.04.2017;
11. XLIV Международная (Звенигородская) Конференция по Физике Плазмы и Управляемому Термоядерному Синтезу, февраль 2017 г;
12. Международная Научная Студенческая Конференция, Новосибирск, 18.04.2016;
13. Собрание коллаборации AWAKE, ЦЕРН, Швейцария, 30.09.2015.

Личный вклад

Автор принимал активное участие в разработке теории и подготовке эксперимента AWAKE в ЦЕРН, анализе экспериментальных данных и их последующем сравнении с численным моделированием.

Объем и структура работы Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 95 страниц с 41 рисунком и 5 таблицами. Список литературы содержит 108 наименований.

В **первой главе** описывается эксперимент AWAKE, приводится и объясняется схема экспериментальной установки, описываются ее основные компоненты, режимы работы, а также диагностические модули. В конце главы обсуждаются результаты эксперимента, показывающие стабильное и воспроизводимое ускорение электронов. В основе данного раздела лежат работы [64; 70–77], написанные и опубликованные в соавторстве с коллаборацией AWAKE.

Вторая глава посвящена теоретическому изучению реакции ограниченного по радиусу плазменного столба на длинный ультрарелятивистский пучок заряженных частиц. В этом разделе описываются эффекты, возникающие вследствие наличия у плазмы резкой границы, которые оказывают непосредственное влияние на возбуждаемую кильватерную волну, а также оказывают воздействие на развитие самомодуляции заряженного драйвера в плазме. Результаты, изложенные в этой главе, опубликованы в работах [62; 63]. Благодаря проведенному исследованию в эксперименте AWAKE удалось выбрать оптимальный способ инъекции ускоряемых электронов в плазму.

В рамках **третьей главы** проведено сравнение данных измерений протонного пучка, собранных в ходе эксперимента AWAKE, с результатами численного моделирования в осесимметричном квазистатическом коде LCODE. В первую очередь, для установления корреляций между параметрами протонного пучка произведены измерения параметров протонного пучка в пустой плазменной секции. Затем корреляции учтены во входных данных моделирования для минимизации неопределенностей. И наконец на основе данных с диагностических узлов экспериментальной установки выбрана наиболее удобная для сравнения величина - максимальный радиус дефокусированных в ходе самомодуляции протонов [66; 78]. Также установлено, что эффект электронного гало, исследованный во второй главе, играет ключевую роль в достижении согласия между моделированием и экспериментом [66; 67]. Учитывая все, описанное выше, в работе удалось достичь совпадения численных расчетов с измерениями с точностью до 5% [66].

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 16 печатных изданиях, индексируемых в международных базах данных:

1. **Gorn, A.A.**, Lotov K.V., Generation of plasma electron halo by a charged particle beam in a low density plasma, *Phys. Plasmas* **29**, 023104 (6 стр., Scopus, опубликована 22.02.2022) [63];
2. Hafych, V., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Analysis of proton bunch parameters in the AWAKE experiment, *Journal of Instrumentation* **16**, P11031 (6 стр., Scopus, опубликована 24.11.2021) [65];
3. Morales Guzmán, P.I., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Simulation and experimental study of proton bunch self-modulation in

- plasma with linear density gradients, *Physical Review Accelerators and Beams*, **24(10)**, 101301 (13 стр., Scopus, опубликована 01.10.2021) [68];
4. Batsch, F., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Transition between Instability and Seeded Self-Modulation of a Relativistic Particle Bunch in Plasma, *Physical Review Letters*, **126(16)**, 164802 (6 стр., Scopus, опубликована 20.04.2021) [77];
 5. Chappell, J., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Experimental study of extended timescale dynamics of a plasma wakefield driven by a self-modulated proton bunch, *Physical Review Accelerators and Beams*, **24(1)**, 011301 (13 стр., Scopus, опубликована 05.01.2021) [67];
 6. **Gorn, A.**, et al. (AWAKE collaboration), Proton beam defocusing in AWAKE: comparison of simulations and measurements, *Plasma Phys. Control. Fusion* **62**, 125023 (8 стр., Scopus, опубликована 06.11.2020) [66];
 7. Braunmüller, F., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Proton Bunch Self-Modulation in Plasma with Density Gradient, *Physical Review Letters*, **125(26)**, 264801 (7 стр., Scopus, опубликована 28.12.2020) [76];
 8. Turner, M., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Experimental study of wakefields driven by a self-modulating proton bunch in plasma, *Physical Review Accelerators and Beams*, **23(8)**, 081302 (8 стр., Scopus, опубликована 04.08.2020)[78];
 9. Gschwendtner, E., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Proton-driven plasma wakefield acceleration in AWAKE, *Phil. Trans. R. Soc. A* **377**: 20180418 (9 стр., Scopus, принята в печать 25.04.2019) [75];
 10. Adli, E., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Experimental Observation of Proton Bunch Modulation in a Plasma at Varying Plasma Densities, *Physical Review Letters*, **122(5)**, 054802 (6 стр., Scopus, опубликована 08.02.2019) [73];
 11. Turner, M., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Experimental Observation of Plasma Wakefield Growth Driven by the Seeded Self-Modulation of a Proton Bunch, *Physical Review Letters*, **122**, 054801 (7 стр., Scopus, опубликована 08.02.2019) [74];
 12. Adli, E., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Acceleration of electrons in the plasma wakefield of a proton bunch, *Nature*, **561**, стр. 363–368 (6 стр., Scopus, опубликована 20.09.2018) [64];

13. **Gorn, A.A.**, Tuev, P.V., Petrenko, A.V., Sosedkin, A.P., Lotov, K.V., Response of narrow cylindrical plasmas to dense charged particle beams, *Physics of Plasmas*, **25(6)**, 063108 (9 стр., Scopus, опубликована 06.06.2018) [62];
14. Muggli, P. ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), AWAKE readiness for the study of the seeded self-modulation of a 400 GeV proton bunch, *Plasma Physics and Controlled Fusion*, **60(1)**, 014046 (13 стр., Scopus, опубликована 29.11.2017) [72];
15. Gschwendtner, E., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), AWAKE, The Advanced Proton Driven Plasma Wakefield Acceleration Experiment at CERN, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, **829**, стр. 76–82 (7 стр., Scopus, опубликована 22.02.2016) [70];
16. Caldwell, A., ..., **Gorn, A.A.**, ..., et al. (AWAKE collaboration), Path to AWAKE: Evolution of the concept, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, **829**, стр. 3–16 (14 стр., Scopus, опубликована 02.01.2016) [71].

Глава 1. Эксперимент AWAKE

Схема эксперимента AWAKE [70; 71] показана на Рисунке 1.1. Сгусток протонов из Суперпротонного Синхротрона (SPS) в ЦЕРН распространяется вместе с лазерным импульсом (Рисунок 1.1, изображения (b) и (c), зеленый), который создает плазму (Рисунок 1.1, изображения (b) и (c), желтая) в парах рубидия (Рисунок 1.1, изображения (b) и (c), розовые) и инициирует самомодуляцию протонного сгустка (Рисунок 1.1, изображения (b) и (c), красный). Протонный пучок имеет энергию 400 ГэВ и среднеквадратичную длину 12 см [70] (в некоторых сериях 6–8 см). Он фокусируется на вход в плазменную ячейку до поперечного размера примерно 200 мкм (среднеквадратичное значение), при этом число протонов в пучке меняется от выстрела к выстрелу в диапазоне $N_p \approx (2.5\text{--}3.1) \times 10^{11}$ частиц на сгусток. Экстракция пучка происходит каждые 15–30 с. Лазерный импульс, используемый для однократной ионизации рубидия в плазменной секции, имеет длительность 120 фс, центральную длину волны 780 нм и пиковую энергию 450 мДж [70]. Импульс фокусируется в пятно разме-

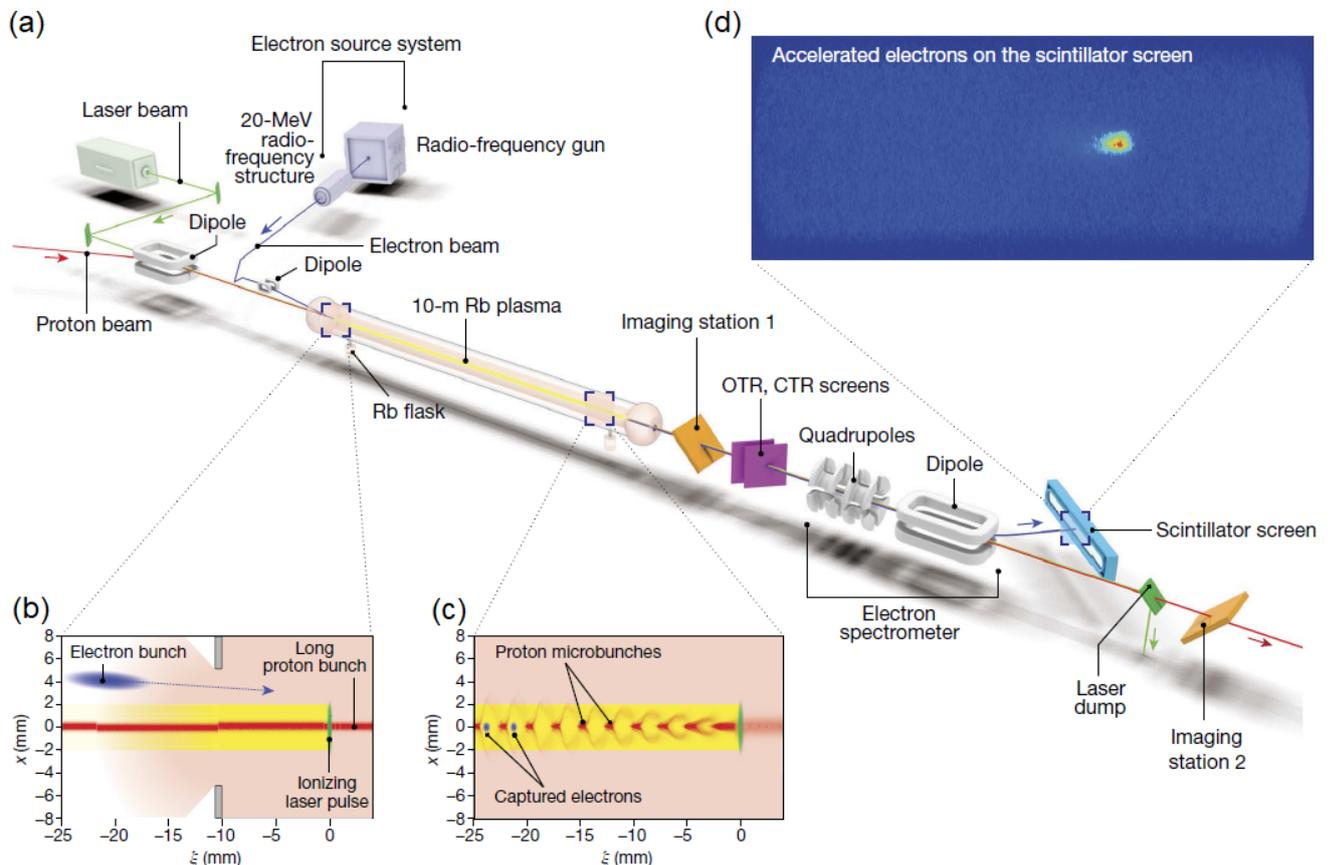


Рисунок 1.1 — Схема эксперимента AWAKE [64]

ром около 1 мм (полная ширина на полувысоте, FWHM) внутри плазменной секции, и это значение в пять раз превышает поперечный размер протонного пучка. Плазменная секция (Рисунок 1.1 (а), в центре) имеет длину 10 м и диаметр 4 см, на ее концах располагаются источники рубидия. Плотность паров рубидия и следовательно плотность плазмы n_{pe} настраивается в диапазоне 10^{14} – 10^{15} см $^{-3}$ путем нагрева резервуара с рубидием до температуры 160–210 °С. Этот диапазон плотностей соответствует длине волны плазмы 1.1–3.3 мм. В секции возможно создать продольный градиент плотности плазмы, нагревая резервуары с рубидием до различных температур. Нагрев выходного резервуара (Рисунок 1.1(а), правая сторона секции) до более высокой температуры, чем входного (левая сторона), создает положительный градиент плотности, и наоборот. Плотность паров рубидия постоянно контролируется диагностикой на основе интерферометра. Важно отметить, что продольное положение лазерного импульса определяет, какая часть протонного пучка находится в плазме. При правильном положении импульса пучок с точки зрения плазмы имеет резкий передний фронт плотности, что создает достаточную первоначальную заправку для развития самомодуляционной неустойчивости контролируемым образом [77]. Самомодуляция протонного сгустка в микросгустки (Рисунок 1.1 (с), красные) измеряется с помощью диагностики оптического [73] и когерентного [76] переходного излучения (Рисунок 1.1 (а), фиолетовая). Эти диагностики оказывают разрушающее воздействие на сгусток ускоренных электронов и не могут быть использованы в экспериментах по ускорению электронов. Вместо этого используются две диагностические станции протонного пучка (Рисунок 1.1 (а), оранжевый цвет), обеспечивающие косвенную регистрацию самомодуляции путем измерения поперечно дефокусированных протонов [74]. Эти протоны выбрасываются с оси электрическими и магнитными полями, которые возникают только тогда, когда протонный сгусток подвергается самомодуляции в плазме. Сгустки электронов с зарядом 656 ± 14 пКл (где неопределенность — среднеквадратичное отклонение от среднего) образуются и ускоряются до 18.84 ± 0.05 МэВ (где неопределенность — среднеквадратичное отклонение от среднего) в радиочастотной структуре перед источником плазмы. Эти электроны затем транспортируются вдоль пучковой линии непосредственно до инжекции в плазму. Магниты вдоль пучковой линии используются для контроля угла инжекции и фокуса электронов. В эксперименте электроны входят в плазму с небольшим поперечным смещением

по отношению к протонному пучку и с задержкой в 200 пс по отношению к ионизирующему лазерному импульсу (Рисунок 1.1 (b)). Сгусток пересекает ось плазмы примерно на 2 м длины плазменной секции под углом 1.2–2 мрад. Причины выбора такой схемы инжекции описаны в **Главе 2**. Нормализованный эмиттанс электронного пучка при инжекции составляет примерно 11–14 мм мрад, а его фокус расположен близко ко входу в плазменную ячейку. Задержка в 200 пс соответствует приблизительно 25 микросгусткам протонов после самомодуляции, резонансно возбуждающим кильватерное поле при $n_{pe} = 2 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$, и 50 микросгусткам при $n_{pe} = 7 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Электронный магнитный спектрометр (Рисунок 1.1 (a), справа) позволяет измерять энергию ускоренных электронов. Два квадрупольных магнита расположены на расстоянии 4.48 м и 4.98 м ниже по пучковой линии от выходной диафрагмы плазменной секции и фокусируют электронный пучок вертикально и горизонтально соответственно, чтобы увеличить интенсивность сигнала. За ними следует С-образный электромагнитный диполь длиной 1 м с максимальным магнитным полем около 1.4 Тл. Во внутренней части диполя находится большая треугольная вакуумная камера. В этой камере магнитное поле диполя отклоняет электроны сгустка в горизонтальном направлении на разную величину в зависимости от их энергии. Затем электроны в определенном диапазоне энергий покидают эту вакуумную камеру через алюминиевое окно толщиной 2 мм и попадают на сцинтилляционный экран из оксисульфида гадолиния ($\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S:Tb}$) толщиной 0.5 мм (Рисунок 1.1 (a); синий, справа), прикрепленный к внешней поверхности вакуумной камеры. Сгусток протонов почти не подвергается влиянию магнитов спектрометра из-за его высокой энергии и распространяется по пучковой линии вплоть до мишени. Свет, излучаемый сцинтиллятором, передается на расстояние 17 м через три высокоэффективных оптических зеркала к камере с ПЗС-матрицей, оснащенной объективом с фокусным расстоянием 400 мм. Камера и последнее зеркало этой оптической линии размещены в темной комнате, что снижает уровень интенсивности света, падающего на камеру, до пренебрежимо малых значений. Энергия ускоренных электронов определяется по их горизонтальному положению в плоскости сцинтиллятора (Рисунок 1.1 (d)). Соотношение между этим положением и энергией электрона зависит от величины магнитного поля диполя, которая может варьироваться примерно от 0.1 Тл до 1.4 Тл.

Основные экспериментальные данные были собраны в 2017 и 2018 годах. В 2017 году была впервые зарегистрирована самомодуляция протонного пучка в плазме [73], а в мае 2018 года удалось достоверно зафиксировать ускорение электронов [64; 75]. На Рисунке 1.2 показано одно из событий ускорения электронов при плотности плазмы $1.8 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ с измеренной разностью плотностей на торцах ячейки $5.3\% \pm 0.3\%$ в направлении распространения протонного сгустка. На Рисунке 1.2 (b) показана проекция, полученная интегрированием по центральной области экрана сцинтиллятора. Пик на этом рисунке имеет высокое отношение сигнал/шум, что ясно свидетельствует об успешном ускорении электронов. Асимметричная форма пика обусловлена нелинейной зависимостью положение-энергия, индуцированной в электронном сгустке магнитным полем, при повторном бинировании по энергии пик сигнала имеет приблизительно гауссову форму. Наблюдаемый пик имеет среднее значение $800 \pm 40 \text{ МэВ}$, ширину на полувысоте $137.3 \pm 13.7 \text{ МэВ}$ и общий заряд $0.249 \pm 0.074 \text{ пКл}$. О стабильности и воспроизводимости ускорения электронов свидетельствует Рисунок 1.3, на котором показаны проекции многих последовательных измерений ускоренных электронов. Каждая строка на этом графике представляет собой проекцию одного события, вся последовательность соответствует двухчасовому периоду. Параметры системы, такие как, например, заряд сгустка протонов, не изменялись преднамеренно, а лишь варьировались естественным образом от выстрела к выстрелу. Несмотря на это, график показывает постоянное и воспроизводимое ускорение электронных сгустков в среднем до 600 МэВ. Плотность плазмы для этих событий составляет $1.8 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$, без продольного градиента плотности. Отсутствие градиента является причиной разницы в энергии между событиями на Рисунке 1.2 и Рисунке 1.3. Стабильность ускорения электронов обеспечена хорошей воспроизводимостью самомодуляции протонного пучка. Косвенным свидетельством этого является наблюдение увеличения поперечного размера пучке на диагностических станциях. Наряду с этим, оптическая и когерентная диагностики переходного излучения, генерируемого при прохождении пучка через металлический экран, отчетливо показали разбиение пучка на микросгустки. Экспериментально установлено, что микросгустки отстоят друг от друга на расстоянии, равном длине плазменной волны $\lambda_p = 2\pi c/\omega_p$ (рассчитанной по измеренной плотности паров рубидия) для всех исследованных

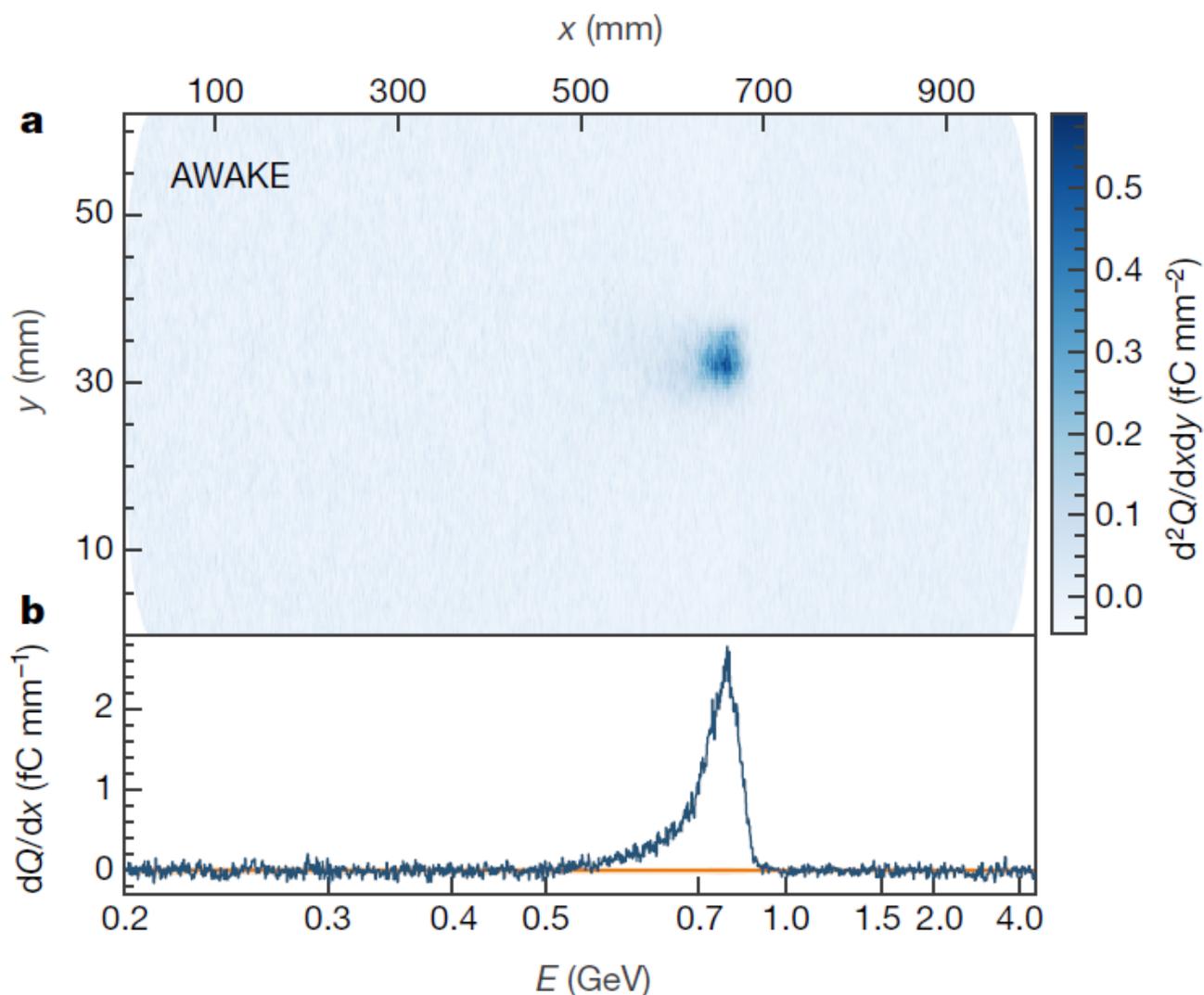


Рисунок 1.2 — Изображение со сцинтиллятора электронного спектрометра, на котором отчетливо виден электронный сигнал. Интенсивность изображения выражается в заряде Q на единицу площади ($d^2Q/dxdy$). Проекция (b) получается интегрированием центральной области изображения (a) по вертикали. И изображение (a), и проекция (b) совмещены в пространстве, как показано на верхней оси, на нижней же оси показаны соответствующие значения энергии. Электронный сигнал отчетливо выделяется над шумом с пиковой интенсивностью на энергии $E \approx 800$ МэВ [64]

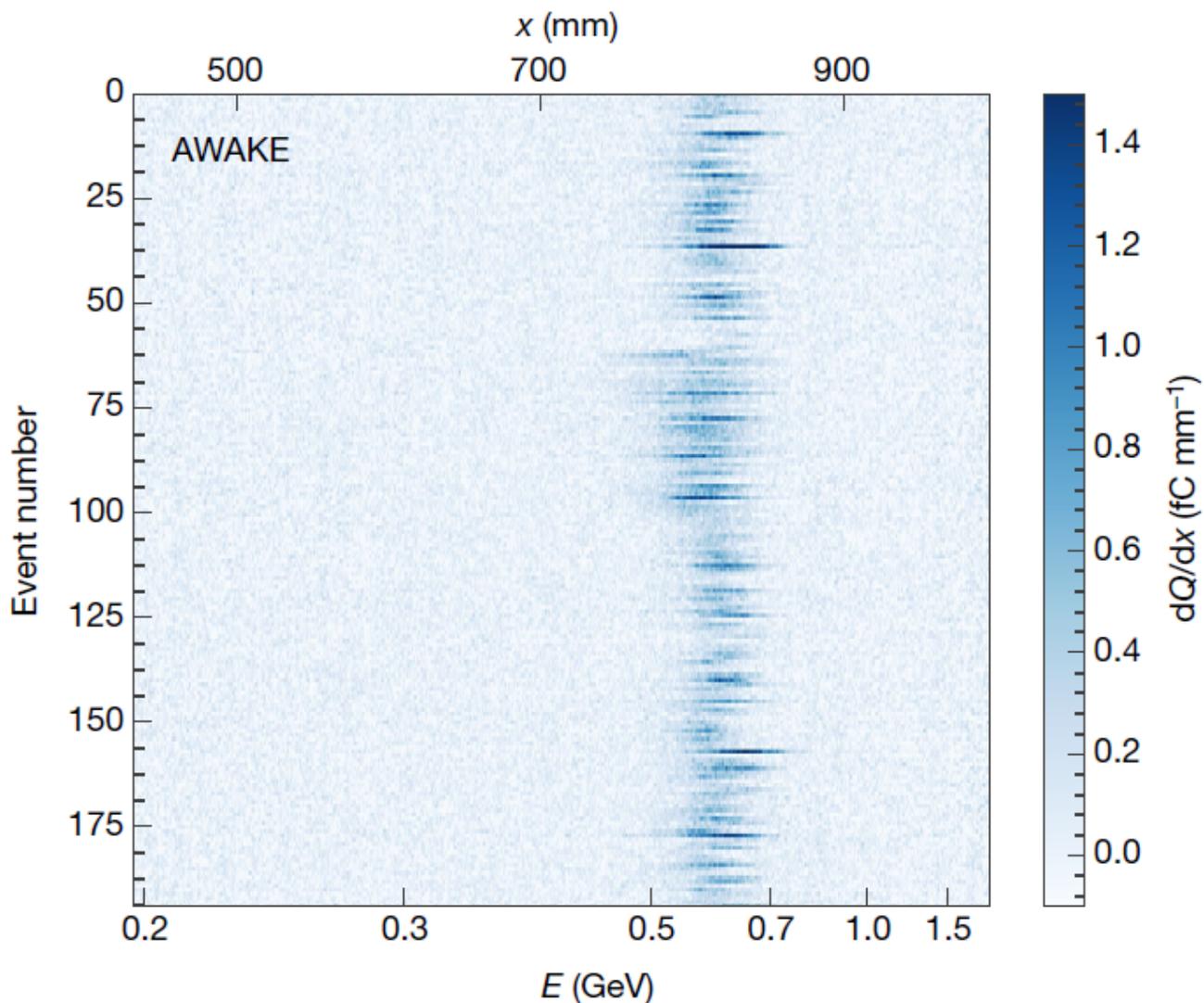


Рисунок 1.3 — Проекция последовательных событий ускорения электронов.

Каждая проекция представляет собой вертикальное интегрирование по центральной области изображения камеры спектрометра за вычетом фоновых шумов. Интенсивность цвета соответствует линейной плотности заряда электронов dQ/dx . Никакие параметры системы намеренно не менялись [64]

диапазонов параметров [73]. Положения микросгустков относительно лазерного импульса также воспроизводились при каждом выстреле [76; 77].

Глава 2. Реакция радиально-ограниченной плазмы на ультрарелятивистский пучок заряженных частиц

2.1 Постановка задачи

Плотность плазмы n вблизи торцов плазменной ячейки AWAKE имеет меняющийся продольный профиль (Рисунок 2.1(b)). Она уменьшается в сторону расширительных объемов от номинальной плотности n_0 (в эксперименте этот параметр мог контролируемо изменяться) до нуля по степенному закону [79]. Из-за неоднородной плотности плазмы режимы взаимодействия протонного пучка с ней на этом участке сменяют друг друга от сильно нелинейного до линейного. Для описания этого взаимодействия рассмотрим осесимметричный пучок заряженных частиц в цилиндрических координатах (r, ϕ, z) . Будем использовать

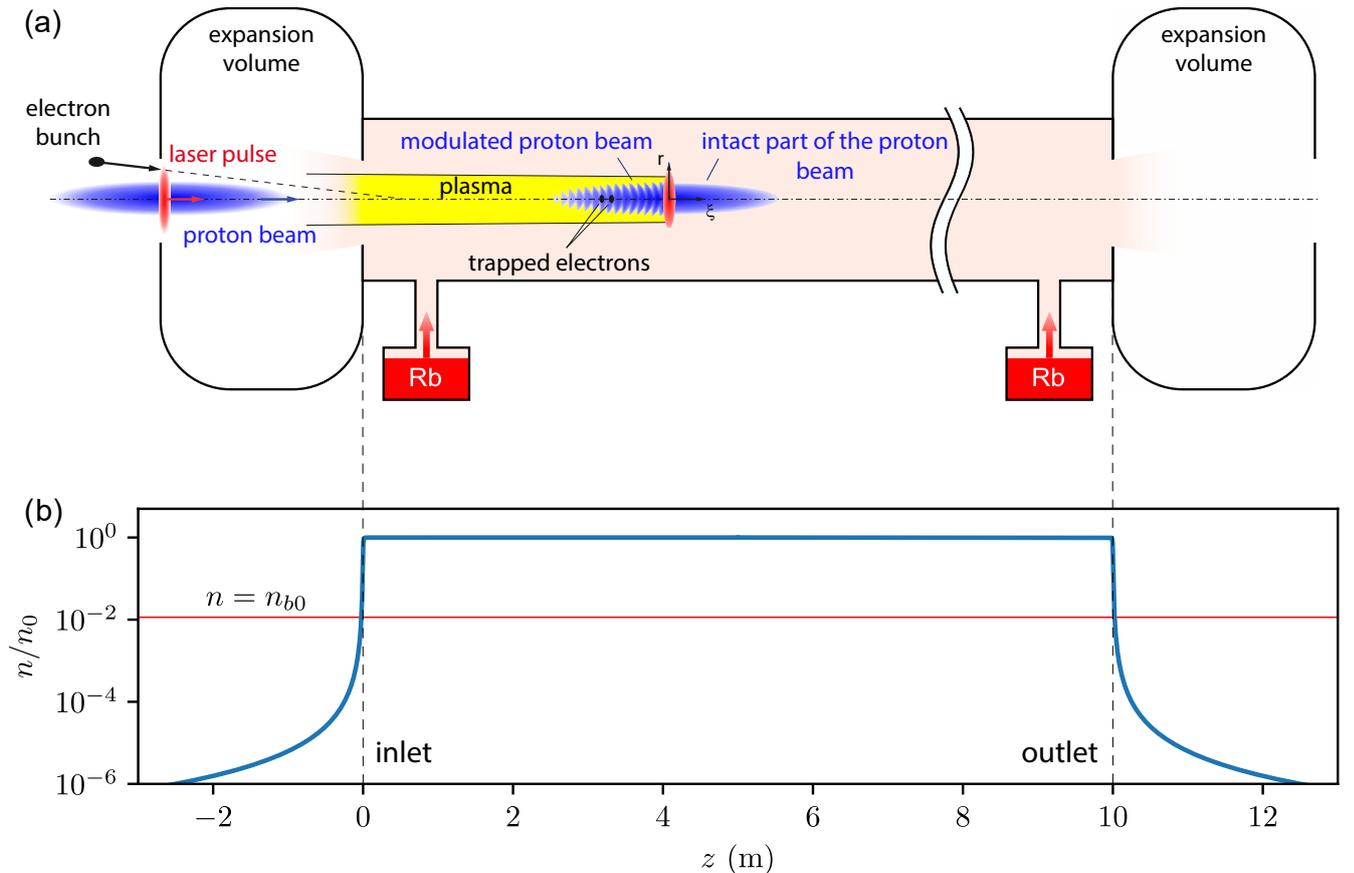


Рисунок 2.1 — (a) Схема эксперимента AWAKE и (b) профиль плотности плазмы $n(z)$ вдоль плазменной ячейки. Красная линия соответствует максимальной плотности протонного пучка $n_{b0} = 4 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ [63]

также сопутствующую координату $\xi = z - ct$. Пусть плазменный столб имеет радиус R и постоянную плотность n (Рисунок 2.2). Плазма бесстолкновительная, и ионы неподвижны. Плотность пучка $n_b(r, \xi)$ не эволюционирует в сопутствующем окне. Для описания фокусирующих и ускоряющих свойств плазменной волны будем использовать кильватерный потенциал Φ . Компоненты силы, действующей на ультрарелятивистскую частицу с элементарным зарядом $e > 0$, описываются через производные от этой величины

$$e(E_r - B_\phi) = -e \frac{\partial \Phi}{\partial r}, \quad eE_z = -e \frac{\partial \Phi}{\partial z}, \quad (2.1)$$

где \vec{E} и \vec{B} — электрическое и магнитное поля. Другой характеристикой плазмы, удобной для описания происходящих в ней физических процессов, является ее электронная плотность n_e . Остальные величины введем в ходе работы по мере необходимости. Некоторые из упомянутых режимов взаимодействия не

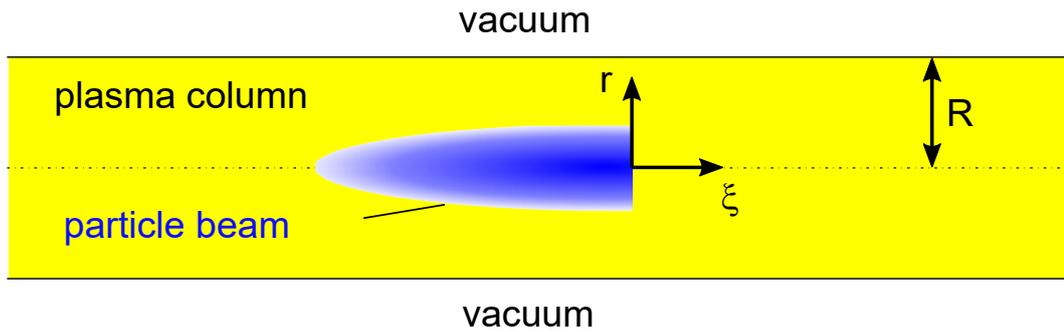


Рисунок 2.2 — Геометрия проблемы [62]

описываются аналитически. Для изучения их свойств проведена серия численных расчетов с помощью двумерного осесимметричного кинетического кода LCODE [58; 59], использующего квазистатическое приближение. Так как эта работа мотивирована экспериментом AWAKE [70], в моделировании использованы базовые параметры (Таблица 2) этого эксперимента. Однако плотность плазмы варьируется в пределах, внутри которых реакция плазмы представляет практический интерес. В рассматриваемом случае пиковый ток пучка много меньше $mc^3/e \approx 17$ кА, и существует иерархия пространственных масштабов

$$L \gg R \gg \sigma_r. \quad (2.2)$$

Для больших значений тока пучка и других отношений σ_r/R режимы взаимодействия могут отличаться. Конкретная плотность пучка, используемая в

Таблица 2 — Основные параметры моделирования

Параметр, обозначение	Величина
Максимальная плотность плазмы, n_0	$7 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$
Радиус плазмы, R ,	1.4 мм
Максимальная плотность пучка, n_{b0}	$4 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$
Полная длина пучка, L	30 см
Размер пучка, σ_r	0.2 мм

работе,

$$n_b(r, \xi) = \begin{cases} n_{b0} e^{-r^2/2\sigma_r^2} (1 + \cos(\pi\xi/L))/2, & -L < \xi < 0, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (2.3)$$

Такой продольный профиль содержит как медленно меняющуюся (длинный хвост), так и быстро меняющуюся (резкий передний фронт) части, тем самым давая информацию о реакции плазмы на пучки различных временных масштабов. В то время как основное внимание в работе уделяется положительно заряженным пучкам, электронные пучки также рассматриваются в случаях, когда плазма по-разному реагирует на пучки с разным знаком заряда.

Для выбранного соотношения масштабов можно выделить четыре режима пучково-плазменного взаимодействия (Таблица 3). Первый режим соответствует высокой плотности плазмы, для которой радиус плазмы R много больше толщины скин-слоя $k_p^{-1} = c/\omega_p$. В этом режиме нет различий между ограниченной и бесконечной плазмой.

Во втором режиме эффекты границы плазмы существенны ($k_p R \lesssim 1$), но, тем не менее, $n \gg n_{b0}$, и нелинейные эффекты слабы. Эти два первых режима поддаются аналитическому описанию (Раздел 2.2).

В третьем режиме $n \lesssim n_{b0}$, и реакция плазмы сильно нелинейна (Раздел 2.5). Однако плазменный столб все еще содержит достаточно плазменных электронов, чтобы нейтрализовать заряд и ток пучка.

Четвертый режим соответствует очень низкой плотности плазмы. В этом случае (также описано в Разделе 2.5) линейный заряд пучка превосходит таковой электронов плазмы, $n_b \sigma_r^2 > n R^2$, и собственные поля плазмы пренебрежимо мало влияют на движение плазменных электронов.

Переход между режимами происходит плавно, и равенства, представленные в Таблице 3 показывают переходные границы лишь приближенно.

Таблица 3 — Границы между режимами взаимодействия и отвечающие им эффекты

Равенство	Эффект	Плотность плазмы	n/n_{b0}
$k_p R = 1$	граница плазмы	$1.5 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$	3.6
$n_{b0} = n$	нелинейность плазмы	$4 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$	1.0
$nR^2 = 2n_{b0}\sigma_r^2$	собственные поля плазмы	$4 \times 10^{10} \text{ см}^{-3}$	0.01

2.2 Линейный режим

Выражения для полей, создаваемых в радиально ограниченной однородной плазме пучком частиц низкой плотности, имеют удобный вид [80; 81], если плотность пучка зависит от r и ξ по отдельности, что верно в нашем случае (2.3),

$$n_b(r, \xi) = n_{b0} f(r) g(\xi). \quad (2.4)$$

Тогда потенциал также факторизуется:

$$\Phi(r, \xi) = \begin{cases} q \frac{mc^2 n_{b0}}{en} F(r) G(\xi), & r < R, \\ 0, & r > R, \end{cases} \quad (2.5)$$

$$G(\xi) = k_p \int_{\xi}^{\infty} d\xi' \sin(k_p(\xi' - \xi)) g(\xi'), \quad (2.6)$$

$$F(r) = k_p^2 \int_0^R \left[\frac{K_0(k_p R)}{I_0(k_p R)} I_0(k_p r_>) - K_0(k_p r_>) \right] \times I_0(k_p r_<) f(r') r' dr', \quad (2.7)$$

где

$$r_< = \min(r, r'), \quad r_> = \max(r, r'), \quad (2.8)$$

$q = \pm 1$ — знак заряда пучка, а I_0 и K_0 — модифицированные функции Бесселя первого и второго рода. Примечательно, что продольная периодичность потенциала во всех точках вдоль радиуса одинакова, и граница не оказывает воздействия на частоту колебаний плазмы в области вблизи $r = R$.

Свойства продольной функции (2.6) наилучшим образом видны после интегрирования по частям:

$$G(\xi) = g(\xi) + \sin(k_p \xi) \int_{\xi}^{\infty} \sin(k_p \xi') \frac{dg(\xi')}{d\xi'} d\xi' + \cos(k_p \xi) \int_{\xi}^{\infty} \cos(k_p \xi') \frac{dg(\xi')}{d\xi'} d\xi'. \quad (2.9)$$

Первое слагаемое повторяет продольную форму пучка и может быть медленно меняющимся. Второе и третье слагаемые осциллируют с плазменной частотой, и их амплитуда пропорциональна Фурье-образу производной $dg/d\xi$ при этой плотности. Если пучок имеет резкий передний фронт (Рисунок 2.3(a)), то амплитуда осциллирующей части всегда равна $g(\xi)$ в месте скачка плотности. В общем случае мелкомасштабный фрагмент плотности может возбудить колебания с произвольной амплитудой (Рисунок 2.3(b)). Осциллирующая часть

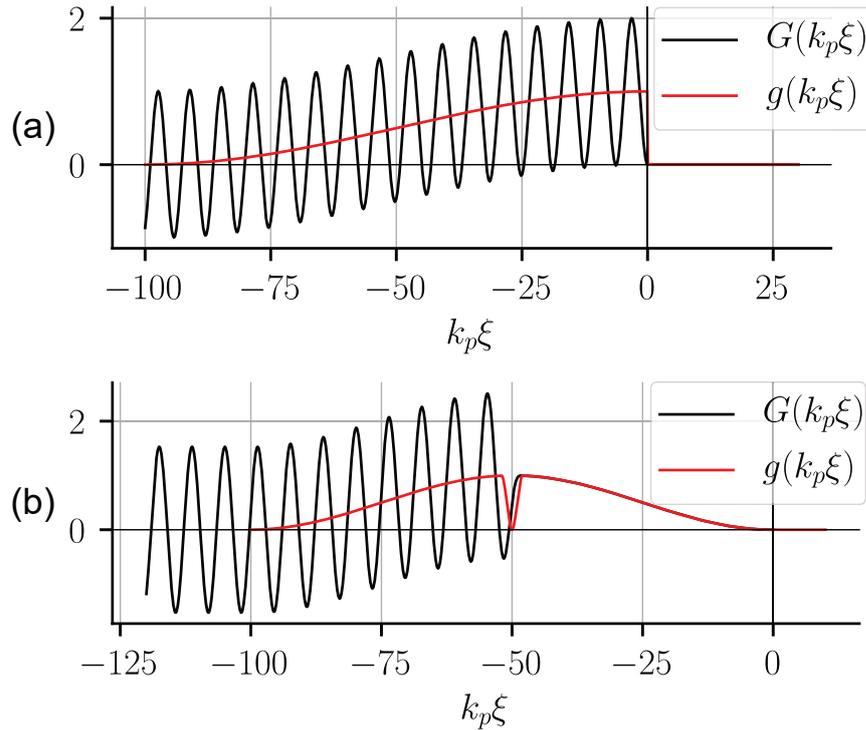


Рисунок 2.3 — Продольные функции $g(\xi)$ (форма пучка) и $G(\xi)$ (кильватерный потенциал) для пучков с (a) резким передним фронтом и (b) локальным мелкомасштабным фрагментом [62]

кильватерной волны возникает благодаря ленгмюровским волнам, которые потенциальны и не создают магнитных полей. Соответственно, выражение для

магнитного поля B_ϕ не содержит колебаний на плазменной частоте:

$$B_\phi(r, \xi) = -qE_{b0}k_p g(\xi) \int_0^R dr' r' \frac{df(r')}{dr'} \times \begin{cases} [\alpha I_1(k_p r_>) + K_1(k_p r_>)] I_1(k_p r_<), & r < R, \\ I_1(k_p r') (\alpha I_1(k_p R) + K_1(k_p R)) R/r, & r > R, \end{cases} \quad (2.10)$$

где

$$\alpha = \frac{K_0(k_p R)}{I_0(k_p R)}, \quad (2.11)$$

и

$$E_{b0} = \frac{mc\omega_p n_{b0}}{en} \quad (2.12)$$

— является удобной единицей измерения поля в нашей задаче. Формула (2.10) получается тем же методом, что и в случае неограниченной плазмы [82], но с двумя дополнительными граничными условиями на непрерывность B_ϕ и $\partial B_\phi/\partial r$ при $r = R$. Выражение (2.10) верно для ультрарелятивистских пучков и следовательно отличается от приведенного в статье [83], где рассмотрен случай умеренно релятивистского пучка.

В отличие от кильватерного потенциала магнитное поле (2.10) не зануляется снаружи плазмы. Тогда из (2.3) следует, что для произвольной формы и размера пучка радиальное электрическое поле во всей внешней области равняется по величине магнитному полю (Рисунок 2.4). Таким образом, поля в плазме могут считаться состоящими из двух частей. Первая часть — это плазменная волна, возбуждаемая неоднородностями в продольном профиле плотности пучка. Ее частота равняется плазменной, а поля чисто электрические и не выходят за границу плазмы. Другая часть является частично нейтрализованными электрическим и магнитным собственными полями пучка, которые могут по-разному вести себя в плазме, но снаружи нее равны друг другу. Обе части имеют одинаковую зависимость кильватерного потенциала от радиуса. Поверхностная волна [83; 84] в нашем случае не возбуждается, так как ее фазовая скорость меньше скорости пучка (света).

Равенство E_r и B_ϕ снаружи плазмы достигается благодаря сохранению потока электронов в сопутствующем окне (Рисунок 2.5), которое заведомо имеет место в контексте квазистатического приближения. Число электронов, проходящих через черные кольца на Рисунке 2.5 в единицу времени, постоянно и

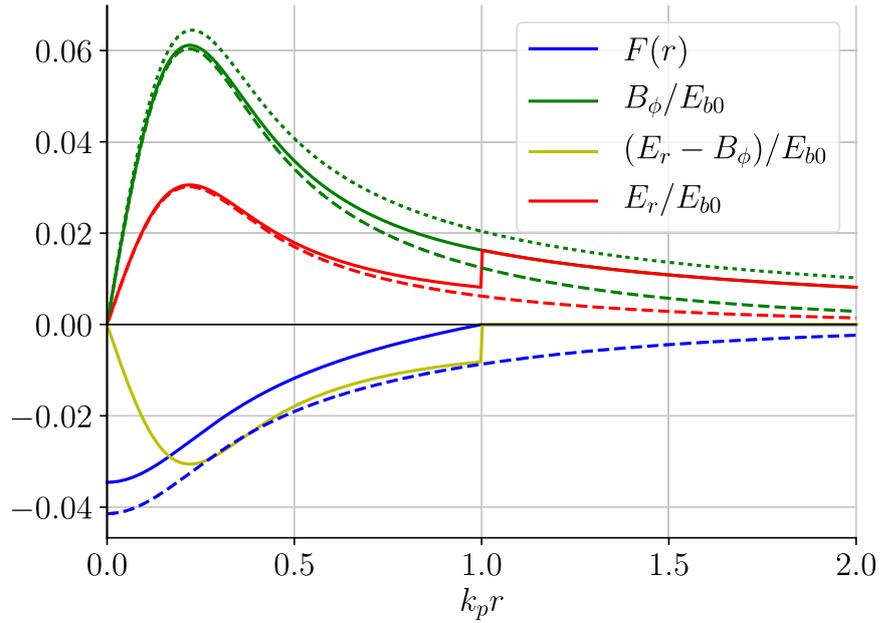


Рисунок 2.4 — Радиальные зависимости компоненты кильватерного потенциала $F(r)$, поперечной силы $E_r - B_\phi$, и полей E_r и B_ϕ для $k_p R = 1$, $G(\xi) = 0.5$, $g(\xi) = 1$. Линии с длинным пунктиром показывают соответствующие зависимости для неограниченной плазмы. Линия с коротким пунктиром показывает магнитное поле пучка в вакууме [62]

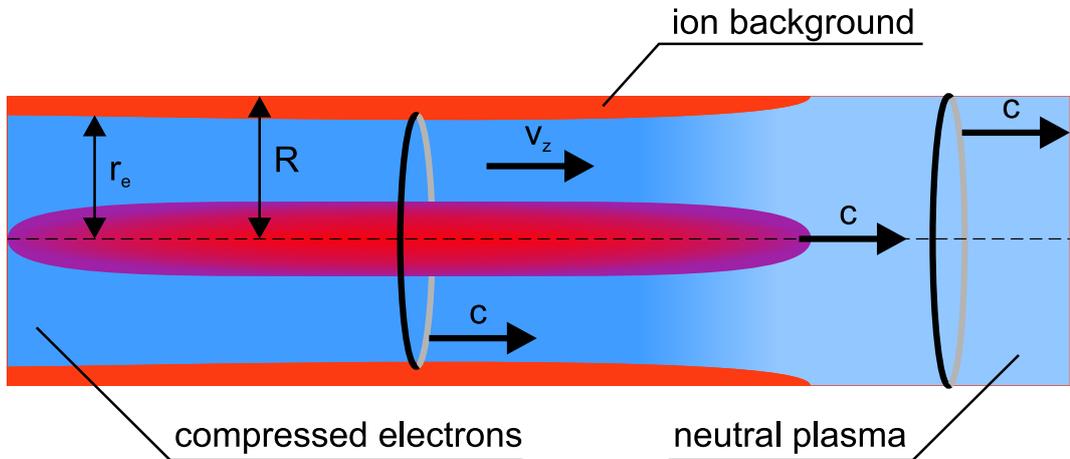


Рисунок 2.5 — Иллюстрация к возникновению равенства полей снаружи плазмы [62]

равняется

$$\int_0^{r_e} n_e (c - v_z) 2\pi r dr = \int_0^R n_{e0} c 2\pi r dr, \quad (2.13)$$

где $v_z(r, \xi)$ и $n_e(r, \xi)$ — продольная скорость и плотность плазменных электронов, n_{e0} — невозмущенная плотность электронов, равная плотности ионов n_i , и r_e — радиус самого удаленного от оси электрона. Так как плотность тока пучка

$j_{bz} = en_b c$, из уравнений Максвелла и Пуассона имеем

$$\frac{\partial}{\partial r} r(E_r - B_\phi) = 4\pi e r \left(n_i - n_e + n_e \frac{v_z}{c} \right), \quad (2.14)$$

что после интегрирования и использования равенства (2.13) дает $E_r(r) = B_\phi(r)$ при $r > r_e$ и $r > R$. Это также работает в случае нелинейной реакции плазмы и доказывает равенство E_r и B_ϕ за пределами области, ограниченной траекторией самого отдаленного от оси электрона.

Величина кильватерных полей изменяется с уменьшением плотности плазмы по-разному в ограниченной и неограниченной плазме. Амплитуда продольной функции (2.9) для нашего пучка не зависит от плотности плазмы, за разницу отвечает поперечная функция $F(r)$. В неограниченной плазме предел низкой плотности соответствует $k_p \sigma_r \ll 1$, в этом случае [85]

$$F(0) \approx k_p^2 \sigma_r^2 [0.05797 - \ln(k_p \sigma_r)], \quad (2.15)$$

и абсолютное значение потенциала на оси растет с уменьшением плотности плазмы (Рисунок 2.6) согласно

$$\Phi(0) \propto 0.05797 - \ln(k_p \sigma_r). \quad (2.16)$$

В результате, чем ниже плотность плазмы, тем больше должен быть эмиттанс пучка, чтобы последний оставался в равновесии с кильватерной волной в неограниченной плазме [86]. Именно по этой причине частицы, инжектируемые в волну с некоторого расстояния от оси [71; 87], набирают в плазме низкой плотности больший поперечный импульс, чем в плотной. Ускоряющее электрическое поле E_z , в свою очередь, при низкой плотности ниже, так как падение производной $\partial/\partial z \approx k_p \propto \sqrt{n}$ в правом выражении (2.1) превалирует над медленным логарифмическим ростом (2.16).

В ограниченной плазме первое слагаемое в квадратных скобках в уравнении (2.7) доминирует при $k_p R \ll 1$, и радиальная функция кильватерного потенциала масштабируется в пределе низкой плотности плазмы как

$$F(0) \approx -\frac{k_p^2 \sigma_r^2}{2} \left(\ln \frac{R^2}{2\sigma_r^2} + \Gamma(0, R^2/(2\sigma_r^2)) + \gamma \right), \quad (2.17)$$

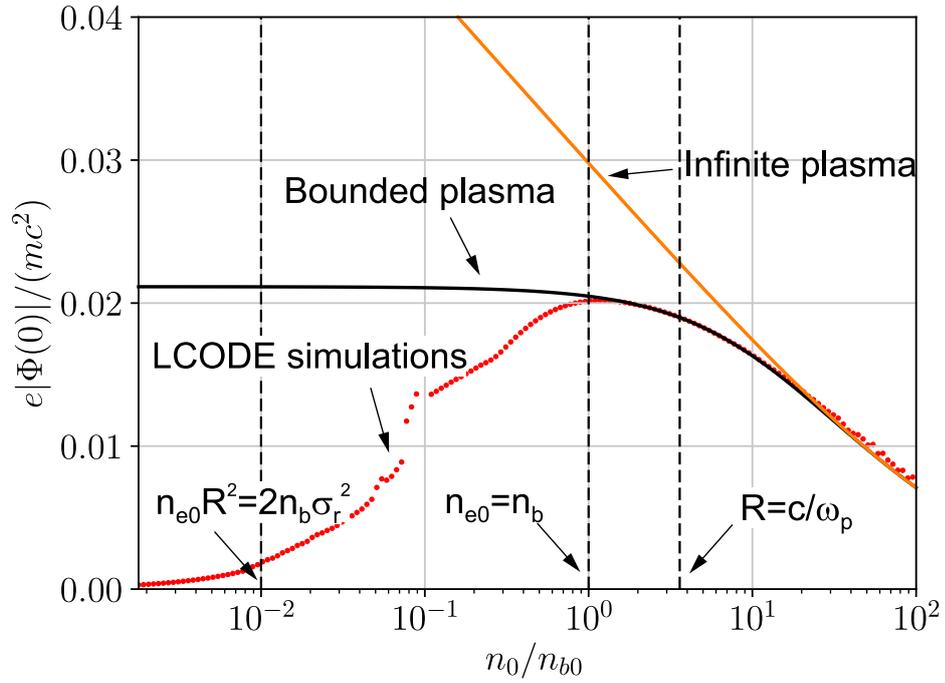


Рисунок 2.6 — Зависимость абсолютного значения кильватерного потенциала на оси от плотности плазмы, рассчитанная в линейном приближении для ограниченной и неограниченной плазмы (сплошные линии) и с помощью численного моделирования LCODE (точки) для ограниченной плазмы.

Вертикальные пунктирные линии показывают границы режимов взаимодействия из Таблицы 3 [62]

где

$$\Gamma(0, \beta) = \int_{\beta}^{\infty} t^{-1} e^{-t} dt, \quad \gamma \approx 0.577215, \quad (2.18)$$

то есть глубина потенциальной ямы на оси стремится в постоянному значению (Рисунок 2.6). При еще более низких плотностях, для которых уже не применима линейная аналитическая теория, потенциальная яма постепенно исчезает (Рисунок 2.6). Видно, что линейная теория для ограниченной плазмы дает корректное значение глубины потенциальной ямы на оси вплоть до проявления нелинейности при $n \sim n_{b0}$.

2.3 Слабонелинейный режим

Обычно считается, что линейная аналитическая теория реакции плазмы на ультрарелятивистские пучки полностью применима, если плотность плазмы много больше плотности пучка:

$$n \gg n_b. \quad (2.19)$$

Учет всех слагаемых, которыми пренебрегают в линейной теории [82; 88], формально дает более жесткое ограничение:

$$n \gg n_b k_p^2 L^2, \quad (2.20)$$

но, по факту, слабо влияет на применимость аналитики, так как вклад нелинейных слагаемых лишь незначительно меняет реакцию плазмы. Однако, если пучок имеет несколько временных масштабов (как в нашем случае), условия применимости линейной теории оказываются гораздо жестче:

$$n \gg n_b k_p L, \quad (2.21)$$

где L — наибольший пространственный масштаб. Ограничение обусловлено локальным изменением плазменной частоты из-за нейтрализации плазмой заряда и тока пучка, которая создает возмущения плотности электронов и их продольной скорости

$$\delta n = q n_{b0} f(r) G(\xi), \quad v_z = q c \frac{n_{b0}}{n} F(r) G(\xi). \quad (2.22)$$

Эти величины, усредненные по периоду плазменной волны, определяют сдвиг частоты плазменных колебаний. Для пучков с гладким продольным профилем ($|dg(\xi)/d\xi| \ll k_p$) усреднение принимает простой вид:

$$\langle G(\xi) \rangle = g(\xi). \quad (2.23)$$

В этом случае среднее возмущение плотности повторяет продольную форму пучка, а среднее возмущение скорости плазменных электронов (2.22) — форму кильватерного потенциала.

Если отношение n_b/n мало, плазменная частота меняется на $\delta\omega_p \sim q\omega_p n_b/(2n)$ в районе максимума плотности пучка. Плазменные электроны движутся со средней скоростью $v_z \sim cn_b/n$ (в случае локальной нейтрализации, когда $k_p\sigma_r \gg 1$) или меньшей (если ток течет в более широкой области, когда $k_p\sigma_r \lesssim 1$). Движение электронов вызывает доплеровский сдвиг частоты колебаний (не больше, чем на $q\omega_p n_b/n$). Два эффекта складываются и в результате вызывают искажение фронтов волны, которое накапливается по мере удаления от головы пучка (Рисунок 2.7(а)). Искривление зависит от знака заряда пучка. Ограничение (2.21) определяется требованием малости накопленного сдвига фазы волны, что аналогично ограничению по расстоянию $|\xi|$ от фрагмента пучка, возбуждающего колебания плазмы:

$$|\xi| \ll k_p^{-1}n/n_{b0}. \quad (2.24)$$

На этом расстоянии (оранжевая линия на Рисунке 2.7) линейная теория дает правильные значения полей, скоростей и плотности электронов.

Неожиданным образом искажение волновых фронтов не отражается на картине кильватерного потенциала (Рисунок 2.7(b)). Потенциал Φ и его продольная производная E_z осциллируют точно с плазменной частотой, в то время как продольная сила $E_r - B_\phi$ и плотность электронов плазмы n_e искажены, и период их колебаний меняется вдоль радиуса в большую либо меньшую сторону в зависимости от знака заряда пучка. Этот необычный эффект объясняется низкоамплитудной мелкомасштабной рябью потенциала (Рисунок 2.7(c)) и нарушением предположения о факторизации всех величин по продольной и поперечной координатам (2.5). В результате такая рябь приводит к появлению мелких потенциальных ям на различном расстоянии от оси, что негативно сказывается на качестве пучка ускоряемых электронов. В процессе захвата частицы взаимодействуют с ямами и набирают большой угловой разброс.

При плотностях $n \lesssim n_{b0}$ реакция плазмы сильно нелинейна. В данном режиме исследовалось взаимодействие с плазмой гладких пучков обоих знаков заряда с распределением плотности

$$n_b(r, \xi) = \begin{cases} n_{b0}e^{-r^2/2\sigma_r^2}(1 - \cos(2\pi\xi/L))/2, & -L < \xi < 0, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (2.25)$$

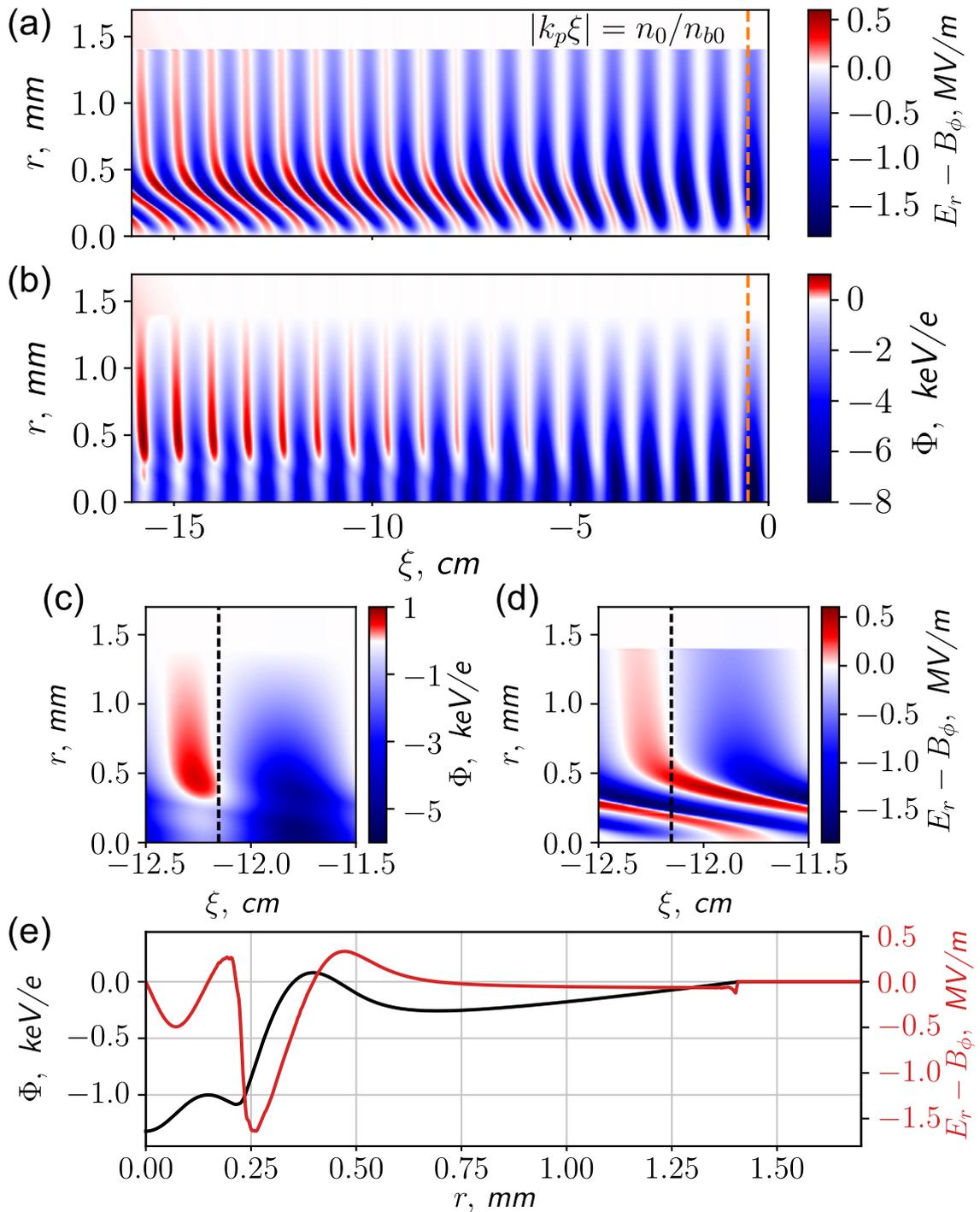


Рисунок 2.7 — Карты поперечной силы $E_r - B_\phi$ и кильватерного потенциала Φ в полном окне (a), (b) и областях вблизи $\xi = -12.15$ см (c), (d) и их радиальные профили (e) в этой точке (черная пунктирная линия) для плотности плазмы $n \approx 3.6n_{b0}$ (при которой $k_p R = 1$) [62]

Для электронных пучков главное отличие от случая неограниченной плазмы заключается в том, что электроны среды выталкиваются из внешних слоев плазмы, пока ток пучка возрастает, и покидают ее, унося с собой отрицательный заряд (Рисунок 2.8(a)). Когда затем ток пучка падает, эти электроны не могут

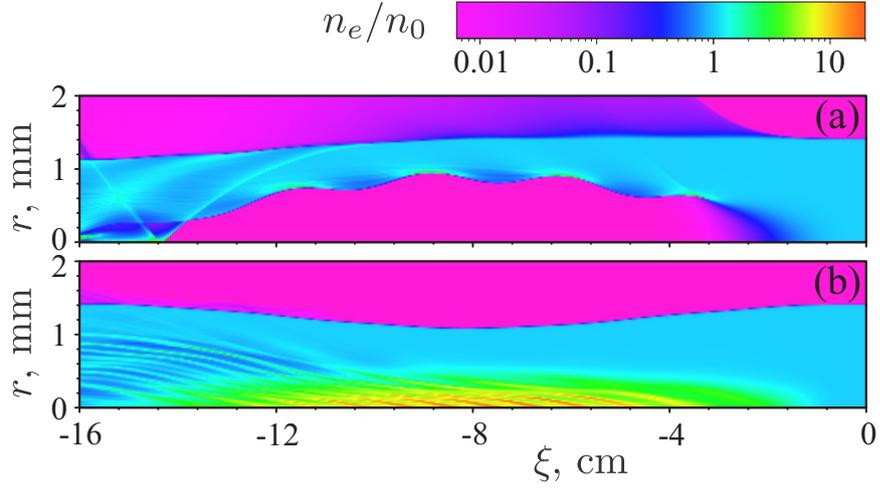


Рисунок 2.8 — Карты плотности электронов плазмы n_e для гладких электронного (а) и протонного (б) пучков с профилем плотности (2.25).

Невозмущенная плотность плазмы $n = 0.1n_{b0}$ [62]

мгновенно вернуться обратно, поэтому плазма положительно заряжается и начинает создавать электрическое поле. Столб плазменных электронов сжимается по радиусу, чтобы сохранить внутри квазинейтральность, поэтому полный положительный заряд столба определяется некомпенсированными ионами на его границе. Небольшие колебания поперечного электрического поля на плазменной частоте, которые всегда присутствуют в такой системе, заставляют некоторую часть электронов набирать значительный импульс в направлении оси и формировать многопоточное течение внутри плазмы. Формирование ионного канала (или каверны) вблизи оси не отличается от случая неограниченной плазмы [89]. При протонном драйвере электроны не покидают плазму (Рисунок 2.8(b)), и излишний положительный заряд пучка собирается в “ионную трубу” во внешних слоях плазменного столба. Если пучок эффективно генерирует как низкочастотные возмущения, так и возмущения на плазменной частоте, число покидающих плазму электронов становится еще больше. Для электронного пучка нелинейные колебания электронной плотности плазмы возле оси вызывают колебания границы (Рисунок 2.9(a)). Внутри каждого периода колебаний группы электронов отделяются от границы и либо покидают плазменный столб, либо двигаются к оси, формируя многопоточное течение. Вылетающие электроны появляются также в результате опрокидывания кильватерной волны в приосевой области. Для протонного пучка вылетающие электроны появляются только вследствие опрокидывания волны (Рисунок 2.9(b)). Электроны, покидающие плазменный столб, выносят ненулевой кильватерный потенциал в

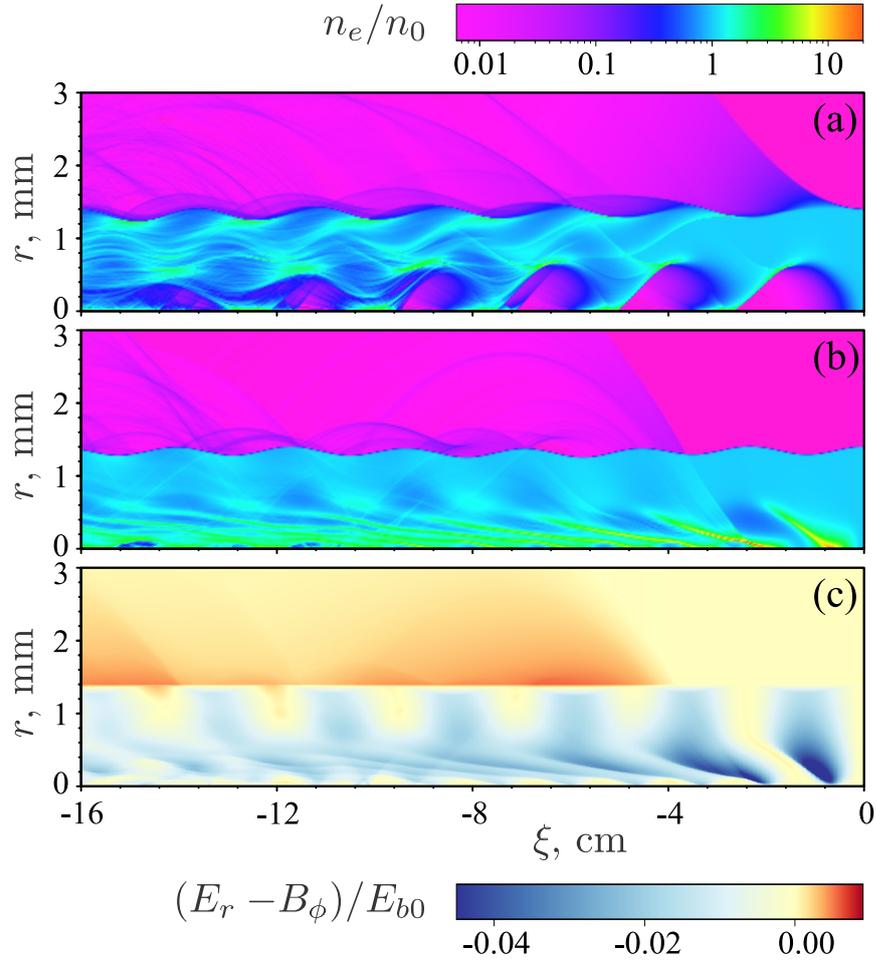


Рисунок 2.9 — Карты плотности электронов плазмы n_e для электронного (а) и протонного (б) пучков с профилем плотности (2.3). Карта радиальной силы $E_r - B_\phi$ для случая протонного пучка (с). Невозмущенная плотность плазмы

$$n = 0.5n_{b0} \text{ [62]}$$

область, ограниченную их траекториями, и следовательно создают в этой области силу, дефокусирующую протонные пучки и фокусирующую электронные (Рисунок 2.9(с)). Эффект отсутствия поперечных сил, действующих на ультрарелятивистские пучки, снаружи узкого плазменного столба исчезает при низкой плотности плазмы. Появление вылетающих электронов напрямую связано с искажением волновых фронтов, описанным ранее. Спустя несколько периодов колебаний оно приводит к опрокидыванию плазменной волны, что предшествует вылету плазменных электронов. Чем меньше плотность плазмы, тем сильнее искажение волновых фронтов, и тем раньше наступает опрокидывание волны (Рисунок 2.10). Примечательно, что осциллирующая компонента поперечной силы практически исчезает в точке опрокидывания (Рисунок 2.9(с)), остается только медленно меняющаяся компонента.

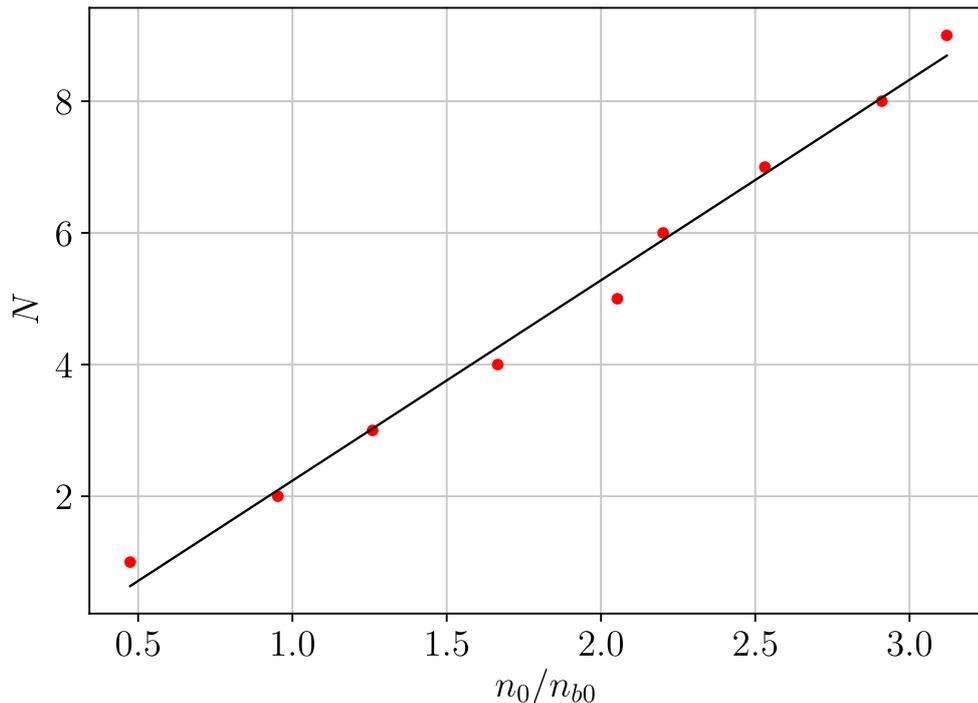


Рисунок 2.10 — Зависимость номера периода плазменных колебаний N , на котором впервые происходит опрокидывание волны, от плотности плазмы (точки). Сплошная линия помогает проследить линейную зависимость [62]

2.4 Плазменное электронное гало

Более подробное моделирование full-PIC кодом FBPIC показало, что появление вылетающих плазменных электронов — это не численный эффект или артефакт квазистатического кода. Струи вылетающих из плазмы и возвращающихся в нее электронов действительно образуют вокруг плазменного столба гало с диаметром ~ 1 см (Рисунок 2.11(a)). Этот процесс сопровождается появлением за ее границей поперечных сил, действующих на ультррелятивистский электрон, движущийся параллельно оси пучка: $F_r = e\partial\Phi/\partial r = -e(E_r - B_\phi)$ (Рисунок 2.11(b)), в связи с чем появились опасения, что электронное гало может повлиять на инжекцию ускоряемых электронов в плазму. Было решено исследовать этот эффект подробнее и разработать модель, предсказывающую его появление. Для этого мы воспользовались одномерной моделью Доусона для цилиндрических нелинейных плазменных волн [90; 91]. Эта модель гидродинамическая, она предполагает холодную плазму и отсутствие пересечения траекто-

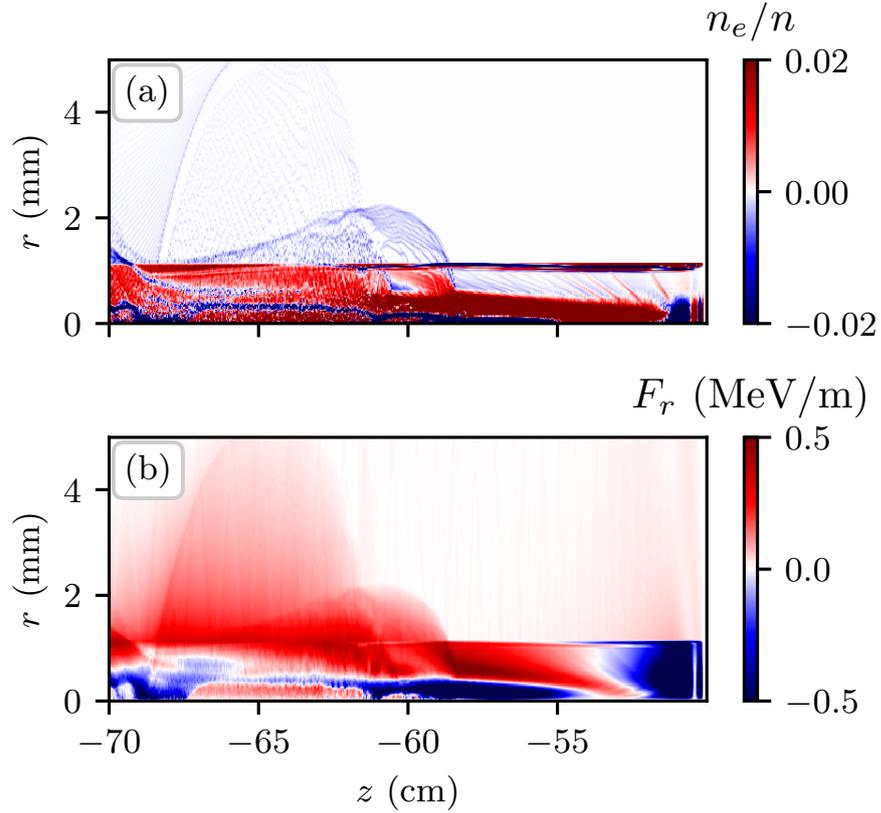


Рисунок 2.11 — Плотность заряда (a) и радиальная сила F_r (b), создаваемая пучком протонов с параметрами эксперимента AWAKE в плазме с плавно нарастающей плотностью (Рисунок 2.1b). Передний край пучка находится на расстоянии $z = -0.5$ м. Моделирование выполнено с помощью двумерного (осесимметричного) кода FBPIC [63]

рий, поэтому применима к ограниченной области в сопутствующем пучке окне, в которой $\xi > \xi_{wb}$, где ξ_{wb} — продольная координата точки опрокидывания. Согласно модели, движение электронов плазмы описывается в цилиндрических координатах (r, ξ) уравнением

$$\frac{d^2 r}{d\xi^2} = \frac{k_p^2}{2r} \left[r_0^2 - r^2 - \int_0^r \frac{n_b(\xi, r')}{n} r' dr' \right], \quad (2.26)$$

где r_0 — начальный радиус электрона при $\xi = 0$. Здесь член r^2 в квадратных скобках происходит от однородного ионного фона. Два других члена — это радиальная электростатическая сила от полного заряда электронов внутри цилиндра радиуса r . Для распределения плотности пучка (2.3) уравнение (2.26)

принимает вид

$$\frac{d^2 r}{d\xi^2} = \frac{k_p^2}{r} \left[\frac{r_0^2 - r^2}{2} - \sigma_r^2 \frac{n_{b0}}{n} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma_r^2}} \right) e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma_z^2}} \right]. \quad (2.27)$$

Следуя контексту AWAKE, мы рассматриваем случай длинного протонного пучка ($\sigma_z \gg k_p^{-1}$). Это предположение позволяет нам пренебречь зависимостью плотности пучка от ξ и положить $n_b(\xi, r) = n_b(0, r)$ при решении уравнения (2.27). Введя безразмерные величины $\rho = r/\sigma_r$, $\rho_0 = r_0/\sigma_r$ и $\tilde{n} = n/n_{b0}$, уравнение (2.27) можно упростить и сделать его независимым от поперечного размера пучка:

$$\frac{1}{k_p^2} \frac{d^2 \rho}{d\xi^2} = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\rho_0^2 - \rho^2}{2} - \frac{1}{\tilde{n}} \left(1 - e^{-\rho^2/2} \right) \right]. \quad (2.28)$$

Решениями этого уравнения являются периодические функции $\rho(\xi)$, которые осциллируют с частотой ω и амплитудой $A = (\rho_0 - \rho_{\min})/2$, зависящей от начального радиуса электрона ρ_0 (Рисунок 2.12), где ρ_{\min} — минимальный радиус электрона во время колебаний.

При высоких плотностях плазмы ($n \gg n_{b0}$), плазма способна локально компенсировать пространственный заряд пучка. Поэтому частота колебаний ω зависит от радиуса так же, как частота плазмы $\omega_p(n_e) = \sqrt{4\pi n_e e^2/m}$, рассчитанная для плотности электронов $n_e = n + n_b$:

$$\omega \approx \omega_p(n) \sqrt{1 + n_b(0, \rho)/n} \quad (2.29)$$

(Рисунок 2.12(a)). Компенсация тока пучка также изменяет частоту колебаний, наблюдаемых в лабораторной системе отсчета. Этот эффект не включен в электростатическую модель (2.26). Компенсирующий ток течет в области радиусом около k_p^{-1} или σ_r , в зависимости от того, что больше [92]. Если пучок уже толщины плазменного скин-слоя ($k_p \sigma_r \ll 1$), то ток смещает волновые фронты целиком и не влияет на опрокидывание волны. В противном случае нейтрализация тока носит локальный характер, и изменение частоты выходит вдвое большим, чем дает уравнение (2.29). При плотности плазмы $n \lesssim n_{b0}$ приближение (2.29) уже неприменимо, хотя оно качественно согласуется с численными решениями уравнения (2.28) (Рисунок 2.12(a)).

Амплитуда колебаний электронов приблизительно равна разности между начальным положением электрона ρ_0 и равновесным радиусом ρ_{eq} , при котором

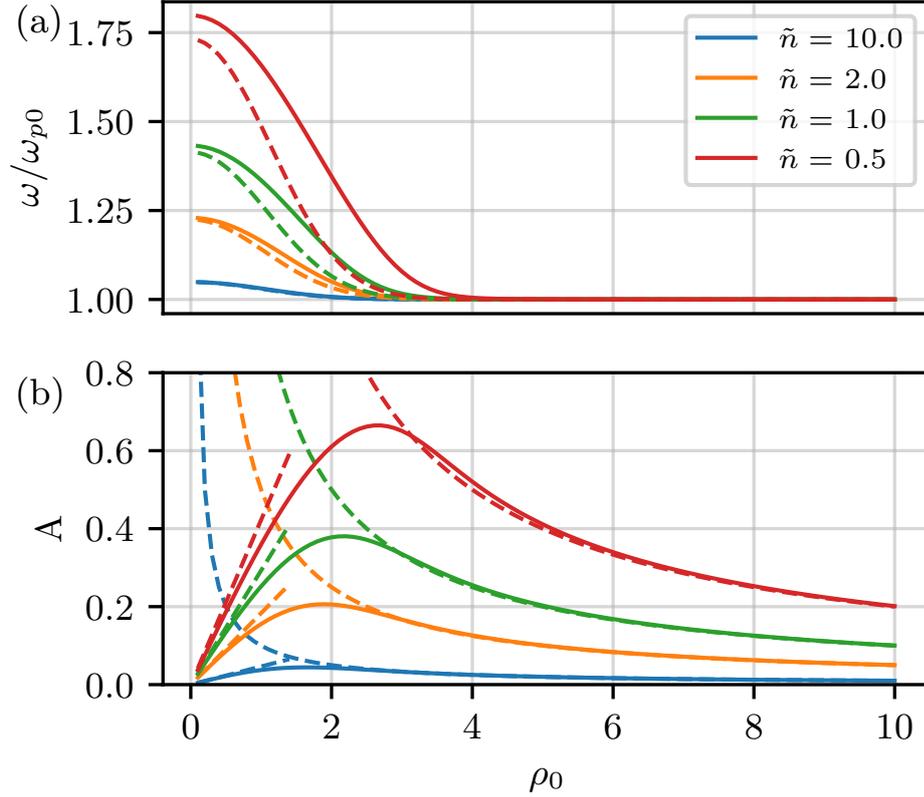


Рисунок 2.12 — (a) Частота ω и (b) амплитуда A колебаний электронов плазмы как функции начального радиуса электрона ρ_0 , полученные путем численного решения уравнения (2.28) для различных соотношений n_{b0}/n .

Пунктирные линии в (a) являются приближениями (2.29), а в (b) — приближениями (2.31) для $\rho_0 \ll 1$ и (2.32) для $\rho_0 \gg 1$ [63]

правая часть уравнения (2.28) равна нулю:

$$\frac{\rho_0^2 - \rho_{\text{eq}}^2}{2} - \frac{1}{\tilde{n}} \left(1 - e^{-\rho_{\text{eq}}^2/2}\right) = 0. \quad (2.30)$$

При малых начальных радиусах ($\rho_{\text{eq}} \sim \rho_0 \ll 1$) мы можем разложить экспоненту и получить

$$A(\rho_0) \approx \rho_0 - \rho_{\text{eq}} \approx (1 - \sqrt{\tilde{n}/(\tilde{n} + 1)})\rho_0. \quad (2.31)$$

При $\rho_{\text{eq}} \sim \rho_0 \gg 1$ мы пренебрегаем экспонентой и находим

$$A(\rho_0) \approx 1/(\tilde{n}\rho_0), \quad (2.32)$$

поэтому амплитуда $A(\rho_0)$ достигает максимума в области $\rho_0 \sim 1$ (Рисунок 2.12(b)).

Различия в частотах колебаний двух близких электронов плазмы с траекториями $\rho_{\text{in}}(\xi)$ и $\rho_{\text{out}}(\xi)$, такими, что $\rho_{\text{in}}(0) < \rho_{\text{out}}(0)$, приводят к пересечению траекторий. Когда это происходит, радиальная сила, действующая на первоначально внутренний электрон, возрастает из-за увеличения общего отрицательного электрического заряда в области $\rho < \rho_{\text{in}}(\xi)$. Как следствие, этот электрон приобретает большой положительный радиальный импульс и меняет характер своего движения. Все электроны, изначально находящиеся в области $\rho_{\text{in}}(0) < \rho < \rho_{\text{out}}(0)$, испытывают аналогичные радиальные удары, образуя электронную струю, которая покидает плазму.

Расположение ξ_{wb} точки, в которой траектории пересекаются в первый раз, зависит от отношения n_{b0}/n . Чтобы найти эту точку, мы дифференцируем уравнение (2.28) по ρ_0 :

$$\frac{1}{k_p^2} \frac{d^2}{d\xi^2} \left(\frac{\partial \rho}{\partial \rho_0} \right) = \frac{\rho_0}{\rho} - \left(\frac{f}{\rho} + (1 + n_b(\xi, \rho)/n) \right) \frac{\partial \rho}{\partial \rho_0}, \quad (2.33)$$

где f — правая часть уравнения (2.28). Когда соседние траектории пересекаются, производная $\partial \rho / \partial \rho_0$ обращается в ноль. Решая уравнение (2.33) численно (Рисунок 2.13(b)), мы находим самый правый нуль $\partial \rho / \partial \rho_0$, расположенный в точке $\xi = \xi_{wb}$ (подробности см. по ссылке [93]). Эта точка определяет траектории, которые пересекаются первыми. Решив уравнение (2.28) для этих электронов, мы находим радиус r_{wb} , при котором траектории пересекаются (черная точка на Рисунке 2.13(a)). Для того, чтобы проверить точность модели Доусона и связать вычисленную точку (ξ_{wb}, r_{wb}) с областью формирования струи плазменных электронов, мы провели серию моделирований с использованием кода LCODE. Мы положили $\sigma_r = 0.2$ мм, $R_p = 1.1$ мм и изменяли плотность плазмы от нуля до $n_0 = 7 \times 10^{14}$ см⁻³, что соответствует $k_p^{-1} \leq 0.2$ мм. Размер сетки моделирования составляет 2 мкм как по r , так и по ξ . На одну ячейку сетки приходится 25 макрочастиц для электронов плазмы, ионы плазмы являются неподвижным фоном, а заряд и ток пучка вводятся аналитически.

При типичном моделировании (Рисунок 2.14) струи вылетающих электронов появляются после нескольких плазменных колебаний и прослеживаются как внутри, так и снаружи плазмы. Точка возникновения первой струи идеально совпадает с точкой самого раннего пересечения траекторий в численном моделировании, а также с предсказаниями, основанными на модели Доусона

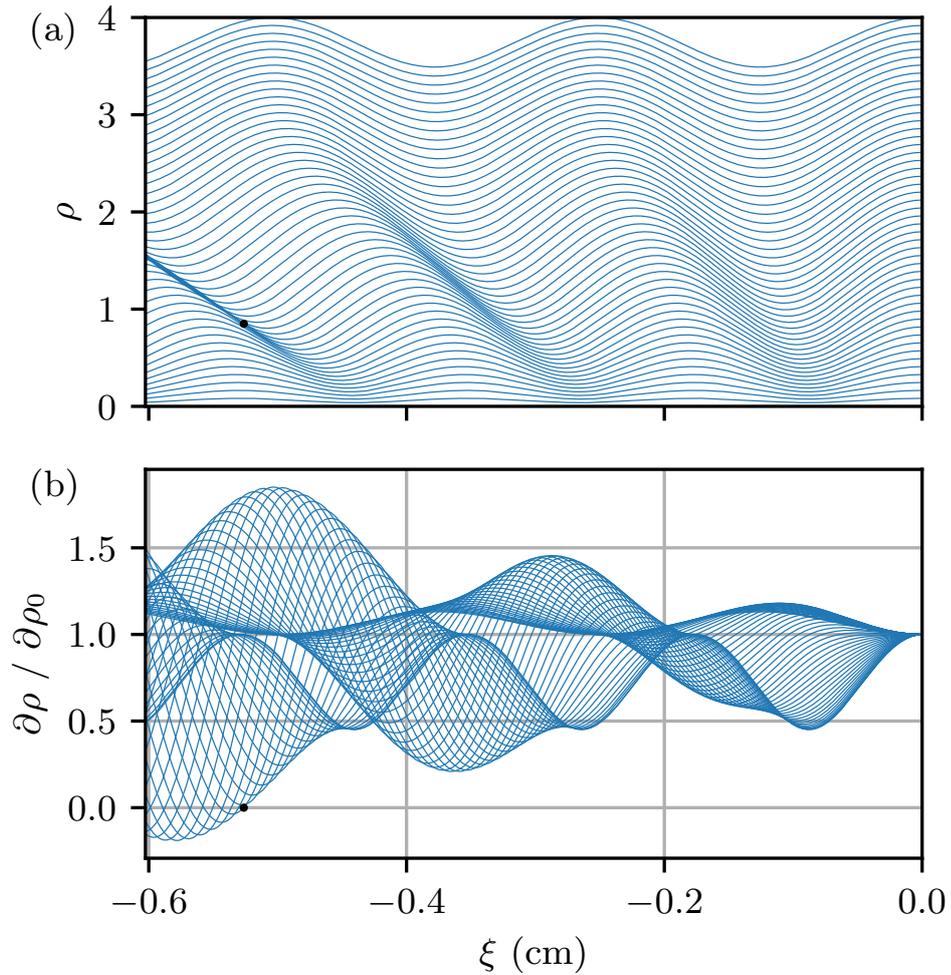


Рисунок 2.13 — (a) Траектории электронов плазмы и (b) соответствующие производные $\partial\rho/\partial\rho_0$, рассчитанные численно для $\tilde{n} = 1$. Черные точки показывают точку, в которой траектории пересекаются в первый раз [63]

(Рисунок 2.15). Траектории, рассчитанные с помощью уравнения (2.28), полностью согласуются с результатами моделирования, но только при $\xi > \xi_{wb}$, как и ожидалось из-за ограничений модели. Таким образом, наш подход позволяет локализовать точку первого пересечения траекторий без использования полномасштабного численного моделирования.

Траектории электронов в плазме, которые сближаются друг с другом, вызывают локальное увеличение плотности плазмы, поэтому пересечения соседних траекторий всегда происходят на гребнях высокой плотности (Рисунки 2.14 и 2.15). В случае положительно заряженных пучков траектории электронов всегда пересекаются в точках, где радиальные компоненты скорости электронов положительны. Поскольку движение электронов плазмы определяется общим линейным зарядом, ограниченным их траекториями, пересечение

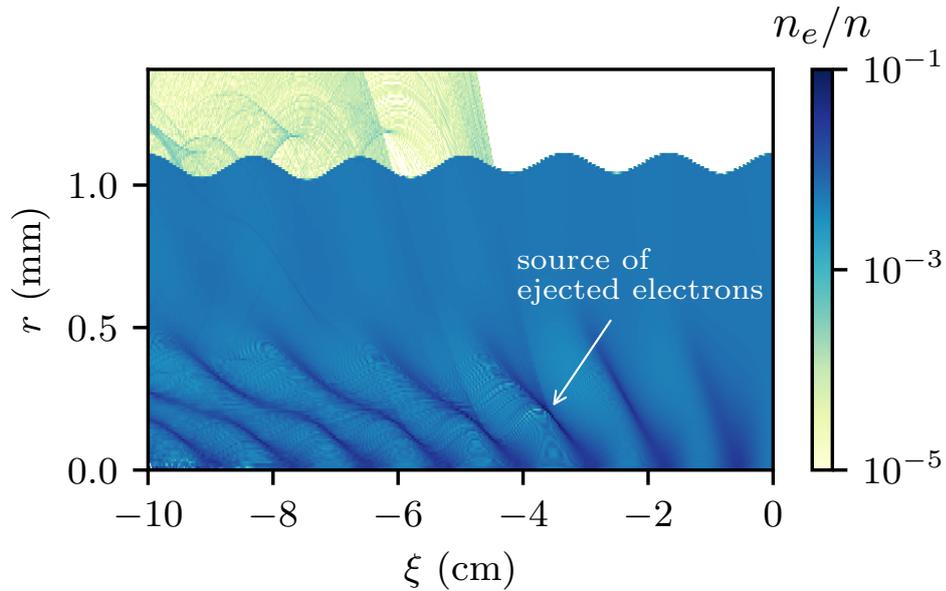


Рисунок 2.14 — Плотность электронов плазмы $n_e(\xi, r)$, полученная из моделирования LCODE для $\tilde{n} = 1$. Стрелкой показана точка в плазме, откуда появляется первая струя вылетающих электронов [63]

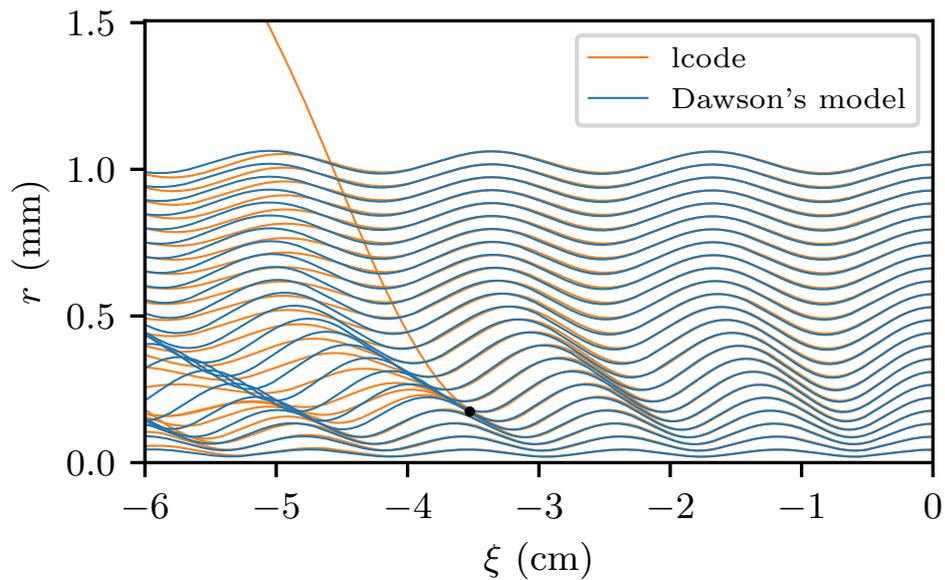


Рисунок 2.15 — Траектории плазменных электронов, полученные из численных решений уравнения (2.28) и из моделирования LCODE для $\tilde{n} = 1$. Черная точка показывает место, в котором траектории пересекаются впервые согласно модели Доусона [63]

изменяет баланс зарядов, и частицы, имевшие меньший радиус до пересечения, испытывают более слабую возвращающую силу и беспрепятственно продолжают двигаться к границе плазмы.

Для отрицательно заряженных пучков поведение электронов плазмы качественно иное (Рисунок 2.16). Электроны вылетают из плазмы сразу после

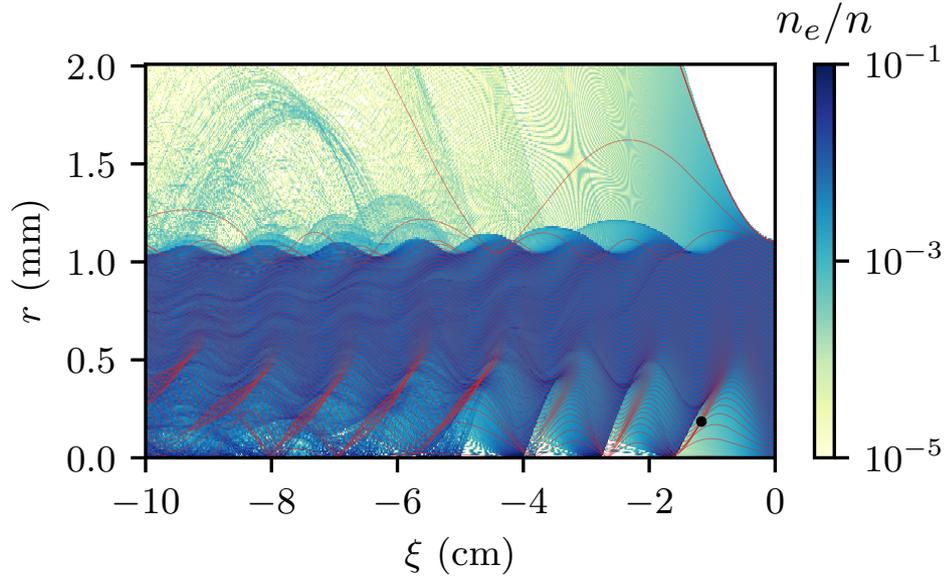


Рисунок 2.16 — Плотность электронов плазмы $n_e(\xi, r)$, полученная из моделирования LCODE для электронного драйвера и $\tilde{n} = 1$. Красные линии являются решениями уравнения (2.28). Черная точка показывает место опрокидывания волны согласно модели Доусона [63]

прохождения переднего фронта пучка. Это происходит потому, что общий линейный заряд плазменного столба, включающий драйвер, становится отрицательным, и внешний электронный слой толщиной $\Delta r \approx \sigma_r^2/(\tilde{n}R)$, оцененный для $R \gg \sigma_r$, выбрасывается, чтобы плазма вернулась в квазинейтральное состояние. Выброс внешних электронов не связан с пересечением их траекторий, которое происходит позже и не обязательно приводит к вылету электронов из плазмы, поскольку пересечение происходит, когда частицы движутся к оси. Тем не менее, движение первого вылетевшего электрона плазмы, рассчитанное согласно модели Доусона (верхняя красная кривая на Рисунке 2.16), полностью согласуется с моделированием, и следовательно граница электронного гало вокруг плазмы может быть найдена полуаналитически.

Расположение точки опрокидывания (ξ_{wb}, r_{wb}) (черная точка на Рисунке 2.15) строго коррелирует с областью в плазме, где формируется струя вылетающих плазменных электронов. Поскольку пересечение траекторий происходит из-за различия частоты колебаний электронов на разных радиусах, расположение точки (ξ_{wb}, r_{wb}) меняется при разных плотностях плазмы.

Близкое согласие между результатами модели Доусона и численного моделирования показывает, что местоположение точки опрокидывания волны в основном определяется изменением частоты колебаний электрона из-за заряда

пучка и следовательно зависит от соотношения плотностей пучка и плазмы. При низкой плотности плазмы ($\tilde{n} \lesssim 1$) плазменная частота на оси намного выше, чем при $\rho \sim 1$ (красные линии на Рисунке 2.12(a)). В результате траектории пересекаются на самом первом периоде плазменной волны (Рисунок 2.17(a)). Модель Доусона дает точное согласие с моделированием в этом режиме. При высоких плотностях плазмы ($\tilde{n} \gg 1$) изменение плазменной частоты вдоль радиуса мало (синие линии на Рисунке 2.12(a)) и проявляется только после нескольких плазменных периодов (Рисунок 2.18(a)). Однако в моделировании первое пересечение траекторий происходит раньше, чем в модели Доусона, которая дает в этом режиме лишь качественное согласие. Разница обусловлена наличием существенного продольного импульса электронов плазмы, который не учитывается в уравнении (2.28). При малых плотностях плазмы ($\tilde{n} \ll 1$) этим продольным движением электронов можно пренебречь (Рисунок 2.17(b)), в отличие от высоких плотностей ($\tilde{n} \gg 1$), когда продольная и поперечная компоненты скорости электронов сравнимы (Рисунок 2.18(b)). Стоит отметить, что для рассматриваемых параметров пучка толщина плазменного скин-слоя равна радиусу пучка при $\tilde{n} = 175$. Для вариантов, показанных на Рисунках 2.17 и 2.18, $k_p \sigma_r \ll 1$, поэтому продольная скорость влияет на опрокидывание волны, искажая траектории осциллирующих частиц, но не увеличивая разность их частот.

Несмотря на свою неточность при высоких плотностях плазмы, модель Доусона позволяет найти в этой области параметров качественную связь между положением первого пересечения траекторий и плотностью плазмы (Рисунок 2.19). Эту информацию трудно извлечь из моделирования, поскольку траектории, рассчитанные кодом, могут пересекаться из-за численного нагрева плазмы [94], что делает невозможным алгоритмическую локализацию продольных [95] и радиальных координат первого “реального” события опрокидывания волны. При низких плотностях плазмы ($\tilde{n} \ll 1$) волна опрокидывается почти на оси, как на Рисунке 2.17(a). По мере увеличения \tilde{n} точка (ξ_{wb}, r_{wb}) смещается назад и в сторону от оси, следуя форме гребня электронной плотности плазмы. После достижения некоторого порогового радиуса, который примерно соответствует наибольшему градиенту плотности пучка, точка перескакивает на следующий гребень плотности и возвращается ближе к оси. При $\tilde{n} \gg 1$ струи вылетающих электронов всегда формируются примерно на одном и том

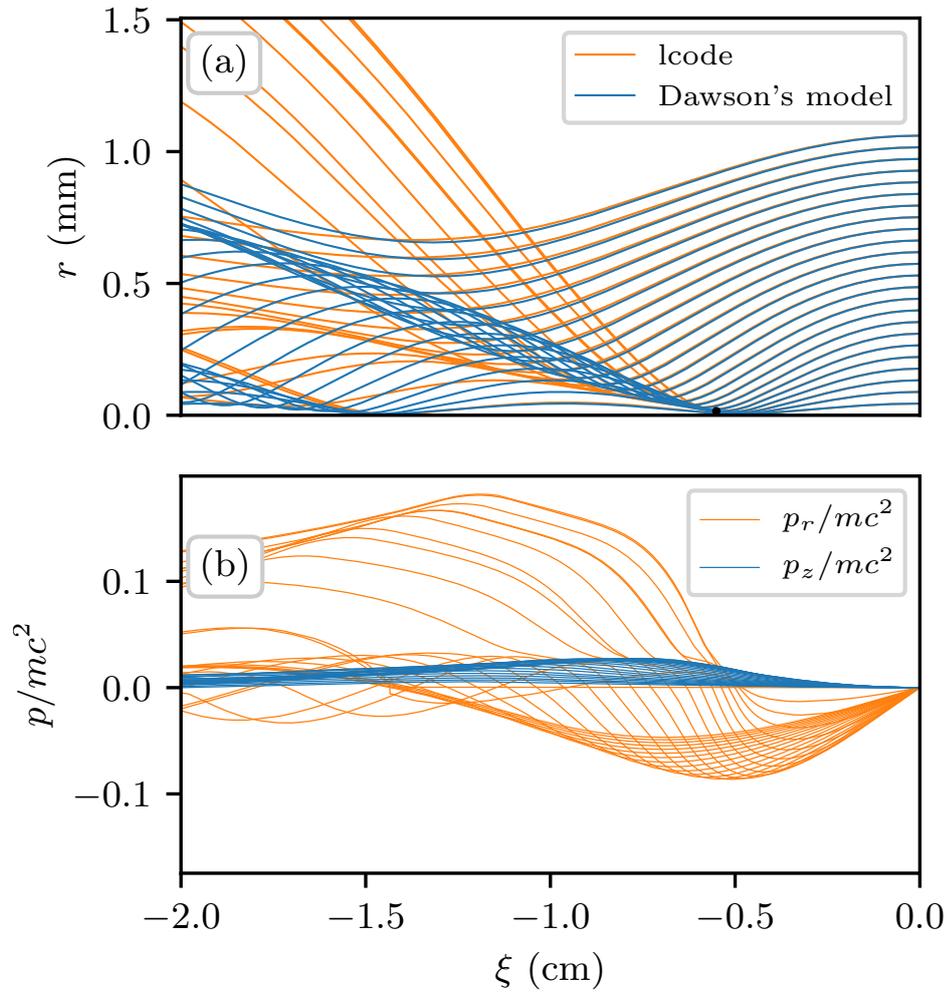


Рисунок 2.17 — (а) Траектории электронов плазмы, полученные в результате моделирования LCODE и численного решения уравнения (2.28) для $\tilde{n} = 0.2$. Черная точка показывает место, в котором траектории пересекаются в первый раз согласно модели Доусона. (б) Компоненты импульса электрона для этих траекторий [63]

же радиусе. Зависимость ξ_{wb} от плотности плазмы n (Рисунок 2.20) имеет особое практическое значение, поскольку вылетающие электроны плазмы выносят кильватерный потенциал за пределы плазмы. За этой точкой (при $\xi < \xi_{wb}$) поля присутствуют снаружи плазменного столба и могут исказить траекторию инжектируемого пучка электронов.

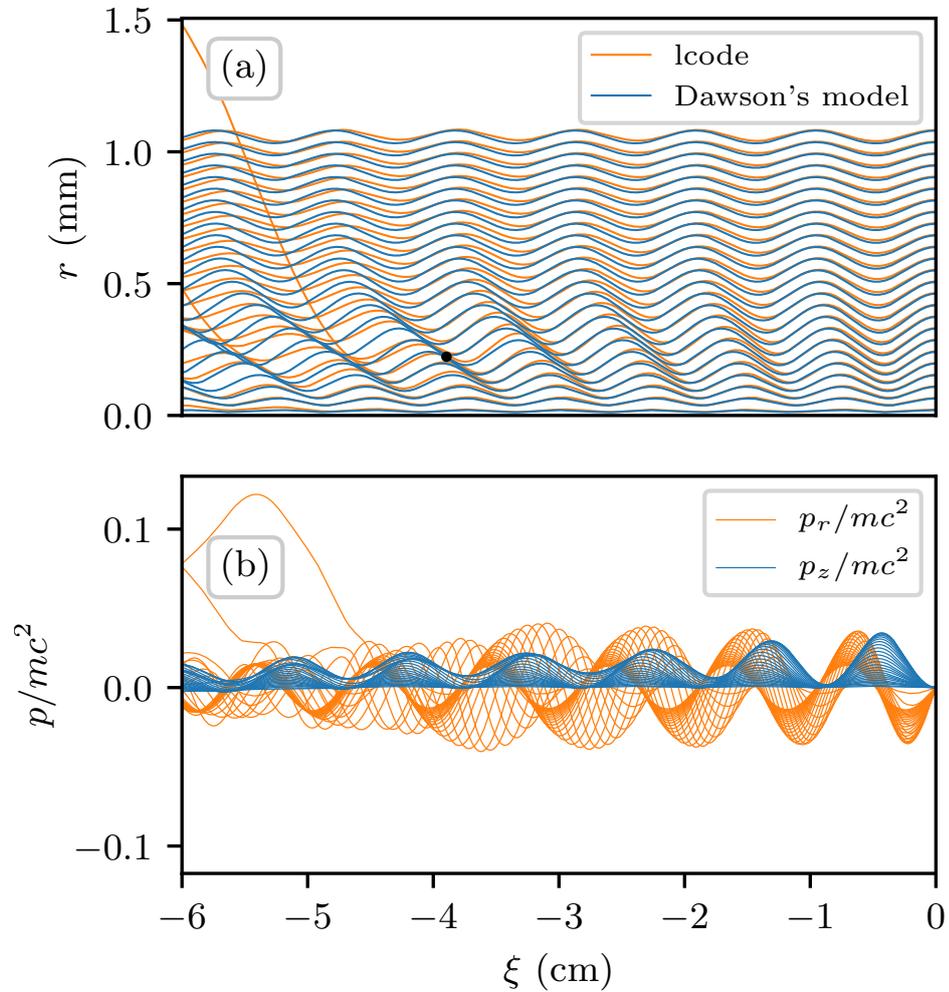


Рисунок 2.18 — (а) Траектории электронов плазмы, полученные в результате моделирования LCODE и численного решения уравнения (2.28) для $\tilde{n} = 2$. Черная точка показывает место, в котором траектории пересекаются в первый раз согласно модели Доусона. (б) Компоненты импульса электрона для этих траекторий [63]

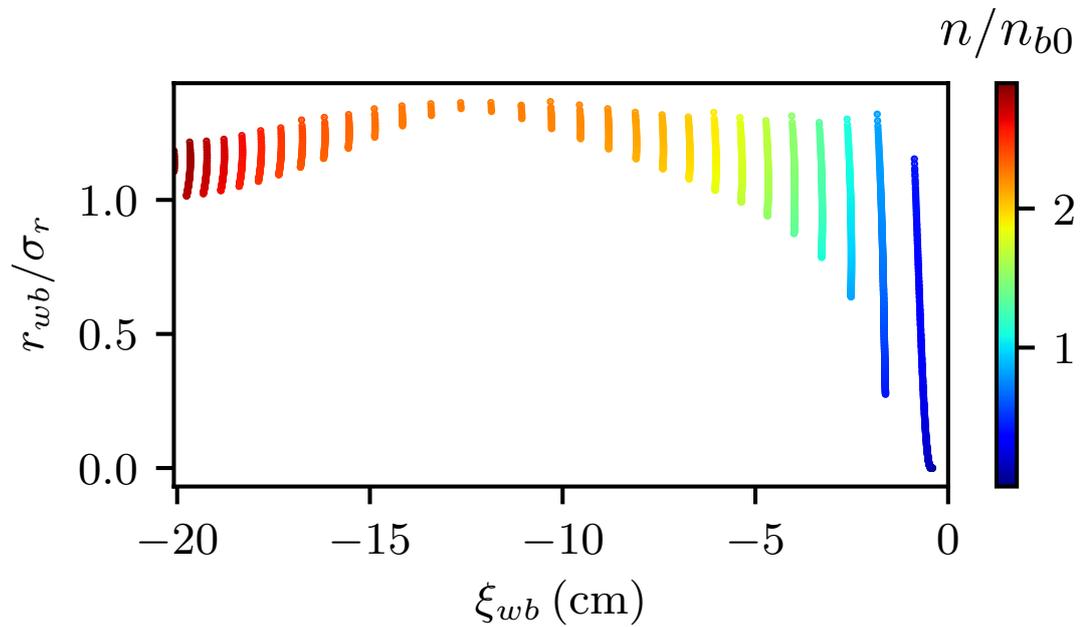


Рисунок 2.19 — Место первого пересечения траекторий при различных плотностях плазмы согласно модели Доусона [63]

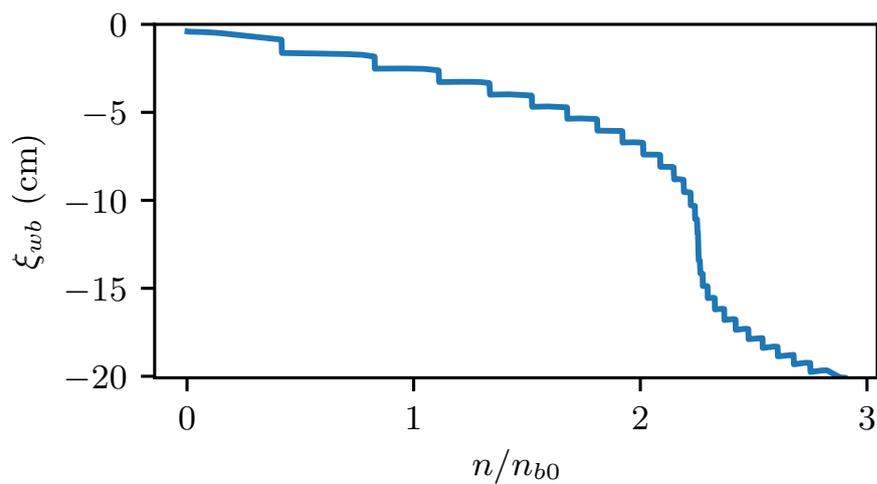


Рисунок 2.20 — Продольная координата, при которой впервые происходит пересечение траекторий, как функция плотности плазмы [63]

2.5 Нелинейный режим

Для плотностей плазмы, удовлетворяющих условиям $n_{b0} \gg n \gg n_{b0}\sigma_r^2/R^2$, на картах плотности видны два характерных масштаба колебаний (Рисунок 2.21). Помимо колебаний на плазменной частоте, здесь также присутствуют радиальные колебания электронного гало. Временной масштаб последних зависит от линейного заряда плазменного столба и тока пучка. Два типа колебаний не переходят друг в друга непрерывно, поэтому если они оба присутствуют в системе и ярко выражены, реакция плазмы выглядит хаотичной.

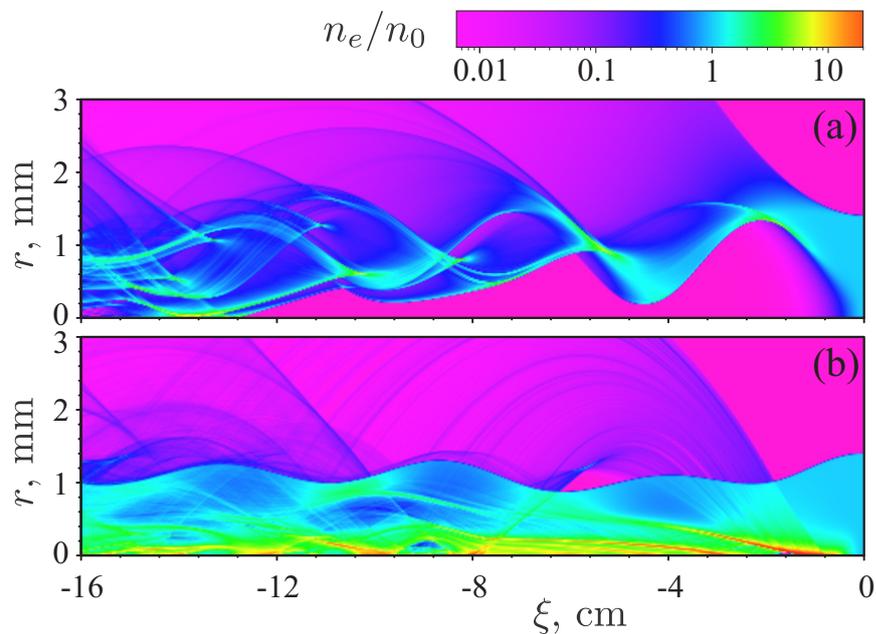


Рисунок 2.21 — Карты плотности электронов плазмы n_e для электронного (а) и протонного (б) пучков и невозмущенной плотности плазмы $n = 0.14n_{b0}$ [62]

При совсем низких плотностях плазмы поведение плазменных электронов полностью определяется собственными полями пучка (Рисунок 2.22). В случае электронных пучков все плазменные электроны выбрасываются за пределы плазмы и возвращаются обратно значительно позже полного прохождения пучка. В случае протонных драйверов плазменные электроны осциллируют вокруг оси пучка. Режим взаимодействия переходит к такой “моду низкой плотности” значительно раньше, чем линейный заряд плазменного столба сравнивается с линейной плотностью пучка, что иллюстрирует Рисунок 2.22.

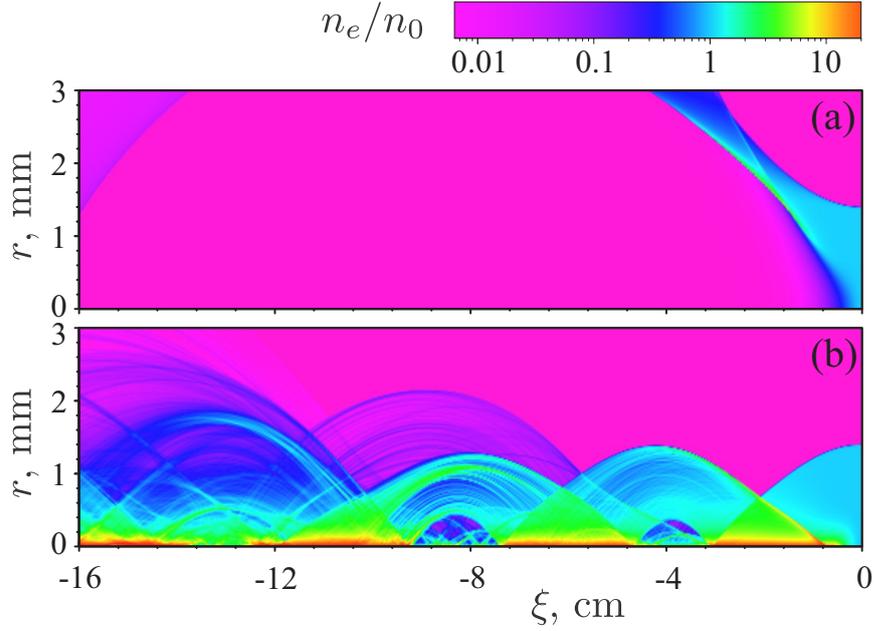


Рисунок 2.22 — Карты плотности электронов плазмы n_e для электронного (а) и протонного (б) пучков и невозмущенной плотности плазмы $n = 0.05n_{b0}$ [62]

2.6 Инжекция электронов в кильватерную волну

Количественные характеристики реакции плазмы зависят от конкретных параметров пучка и плазмы. По этой причине в предыдущих разделах обсуждались главным образом качественные эффекты. В этом же разделе количественно исследуется влияние плавной переходной области плотности плазмы вблизи входного отверстия в плазменную секцию на движение ускоряемого электронного пучка в эксперименте AWAKE. Изучаемый продольный профиль плотности плазмы [71; 79]

$$n = \frac{n_{e0}}{2} \left(1 - \frac{\delta z/D}{\sqrt{(\delta z/D)^2 + 0.25}} \right), \quad (2.34)$$

где δz — расстояние до отверстия, разделяющего плазменную ячейку и объем расширителя в точке $z = 0$, и $D = 1$ см — диаметр этого отверстия.

Оптимальные параметры инжекции [71] были получены в результате моделирования движения пучка электронов сквозь всю плазменную камеру, включая области переходной плотности. В данном разделе опишем менее точное, но более интуитивно понятное объяснение, почему оптимум выглядит так, а не иначе. Для этого сожмем полные карты поперечных сил, соответствующих каждому отдельному значению плотности плазмы, (Рисунок 2.23(а)) до простых ради-

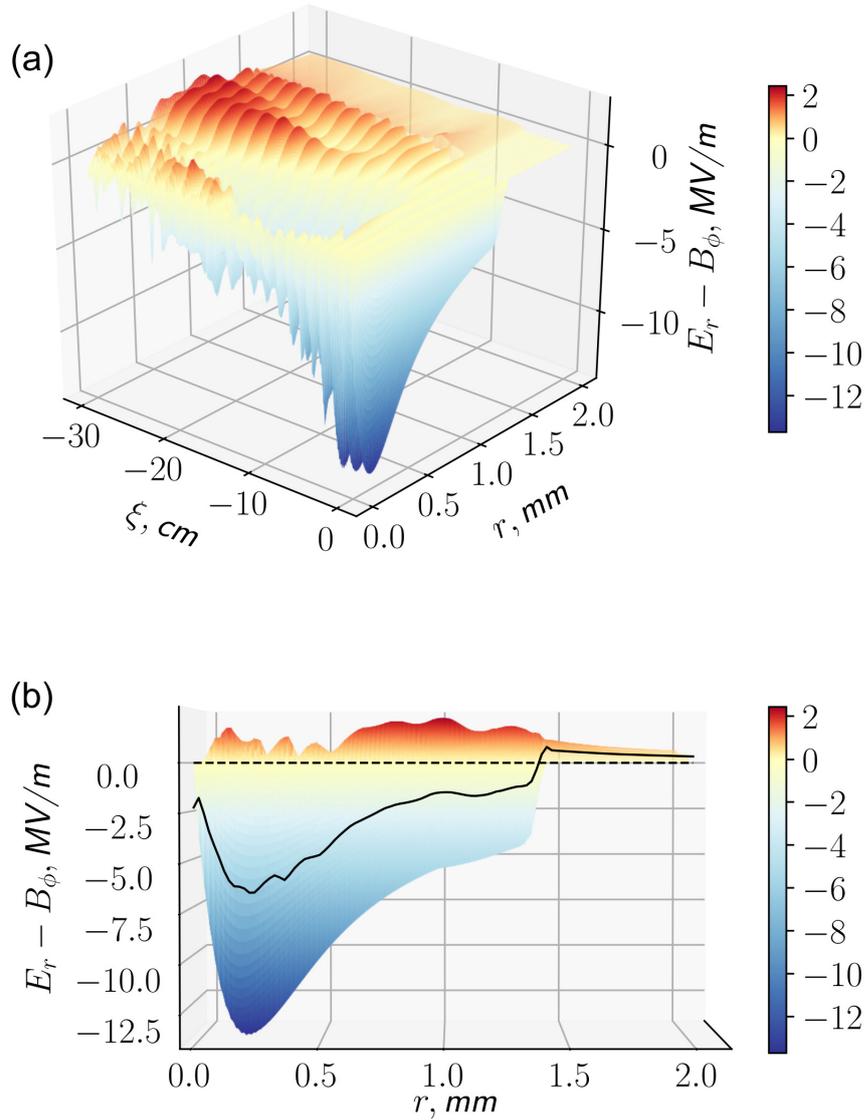


Рисунок 2.23 — Продольная сила $E_r - B_\phi$ (а) и “интегральная” радиальная сила $F_{r,\text{int}}(r)$ (б), показанная черной линией, для протонного пучка и плазмы с плотностью $n = n_{b0}$ [62]

альных зависимостей $F_{r,\text{int}}(r)$, показывающих суммарный эффект воздействия поперечной силы (Рисунок 2.23(б)). “Интегральная” радиальная сила $F_{r,\text{int}}(r)$ является полусуммой максимальной и минимальной силы при данном радиусе. Если кильватерная волна осциллирует как функция ξ , что типично для $r < R$, тогда “интегральная” сила представляет собой среднюю медленно меняющуюся компоненту силы. Если же сила имеет определенный одинаковый во всех точках знак, как, например, в области $r > R$, тогда “интегральная” сила — это половина максимальной силы при данном радиусе.

Карта “интегральной” радиальной силы (Рисунок 2.24) показывает, что плазменный столб всегда дефокусирует электроны, движущиеся вдоль оси. Характерная величина дефокусирующего поля — несколько МВ/м, чего хватает, чтобы существенно отклонить электроны с энергией 19 МэВ (базовые параметры AWAKE) на 1.4 мм (радиус плазмы) всего за несколько сантиметров плазмы. Следовательно, инжектированные вдоль оси электроны не могут беспрепятственно пересечь синие области на Рисунке 2.24 и захватиться в стационарную кильватерную волну, создаваемую драйвером в зоне постоянной плотности внутри плазменной ячейки.

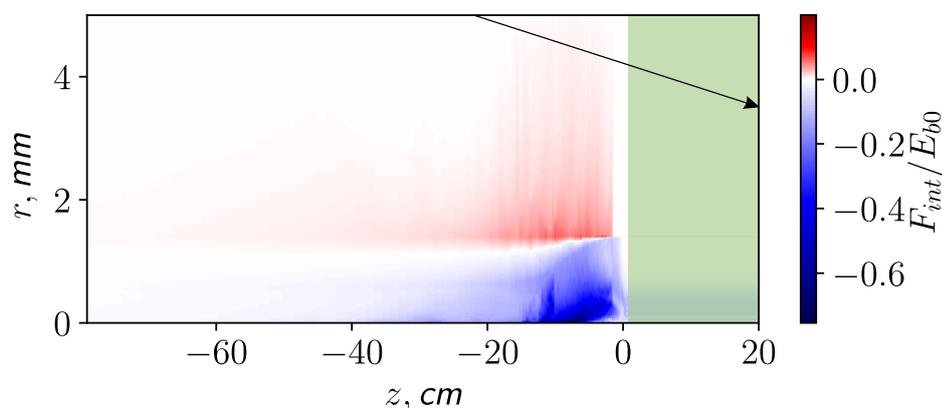


Рисунок 2.24 — “Интегральная” радиальная сила $F_{r,int}(r)$ в области переходной плотности вблизи отверстия плазменной секции. Стрелкой показана оптимальная траектория ускоряемых электронов для лучшей эффективности инжекции (из работы [71]). Зеленая заливка показывает область с постоянной плотностью плазмы, в которую электроны могут быть захвачены кильватерной волной со стационарной фазой [62]

Глава 3. Самомодуляция протонного пучка в численном моделировании и эксперименте

Измерения протонного пучка после самомодуляции проводились в эксперименте AWAKE с помощью диагностики оптического и когерентного переходного излучения ("OTR screens" на Рисунке 3.1) и двух диагностических станций пучка ("Imaging station 1,2" на Рисунке 3.1). В ходе сравнения численных расчетов с данными с этих диагностик оказалось, что результаты моделирования крайне чувствительны к начальным параметрам протонного пучка, а именно к его поперечному и продольному размеру, эмиттансу и заряду. В связи с чем было решено попытаться минимизировать неопределенность во входных данных расчетов путем восстановления начальных параметров пучка, проведя серию дополнительных измерений. К сожалению, настройка магнитов в кольце SPS, а также протонной пучковой линии, ведущей от синхротрона к эксперименту AWAKE, со временем флуктуирует, а к моменту проведения данной работы (конец 2018 года) была также неоднократно изменена по сравнению с таковой во время экспериментов по самомодуляции протонного пучка в плазме (2017 год), что непременно должно было отразиться на параметрах протонного пучка. В связи с этим, дополнительные измерения протонного пучка не позволили достоверно восстановить конкретные значения его параметров в прошлом, но на их основе стало возможно установить, какие параметры зависят друг от друга, а флуктуацией каких из них можно пренебречь.

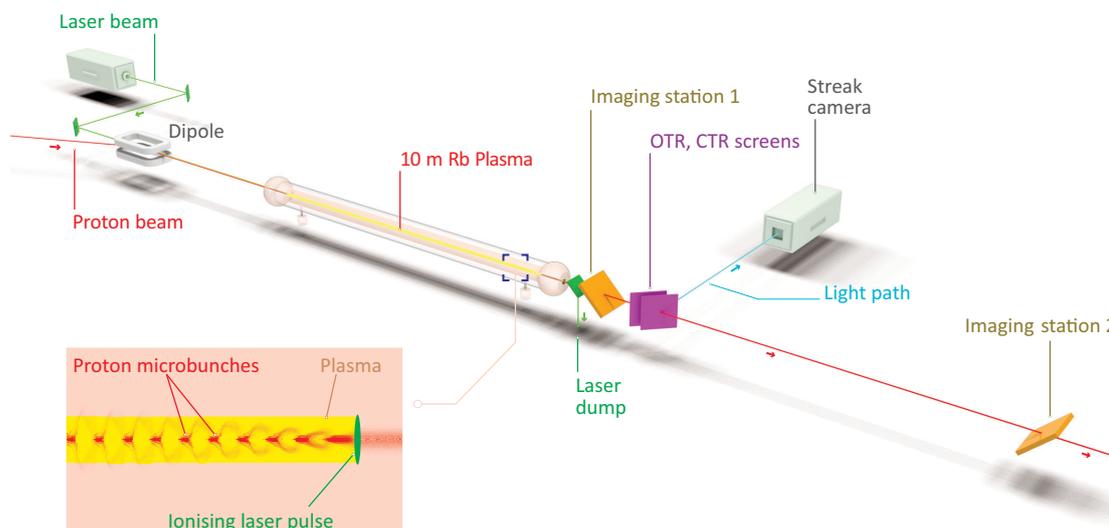


Рисунок 3.1 — Упрощенная схема эксперимента AWAKE по самомодуляции протонного пучка в плазме

3.1 Измерение параметров протонного пучка

Дополнительные измерения протонного пучка проводились в четырех точках непосредственно перед входом в пустую плазменную секцию (лазер выключен, рубидий не подается) и после выхода из нее (серые линии на Рисунке 3.2), в трех из которых (Cam. 1, 2 и 3 на Рисунке 3.2) с помощью ПЗС матриц регистрируется оптическое переходное излучение с металлического экрана, а в четверной — излучение со сцинтиллятора. Измерение на каждом из экранов

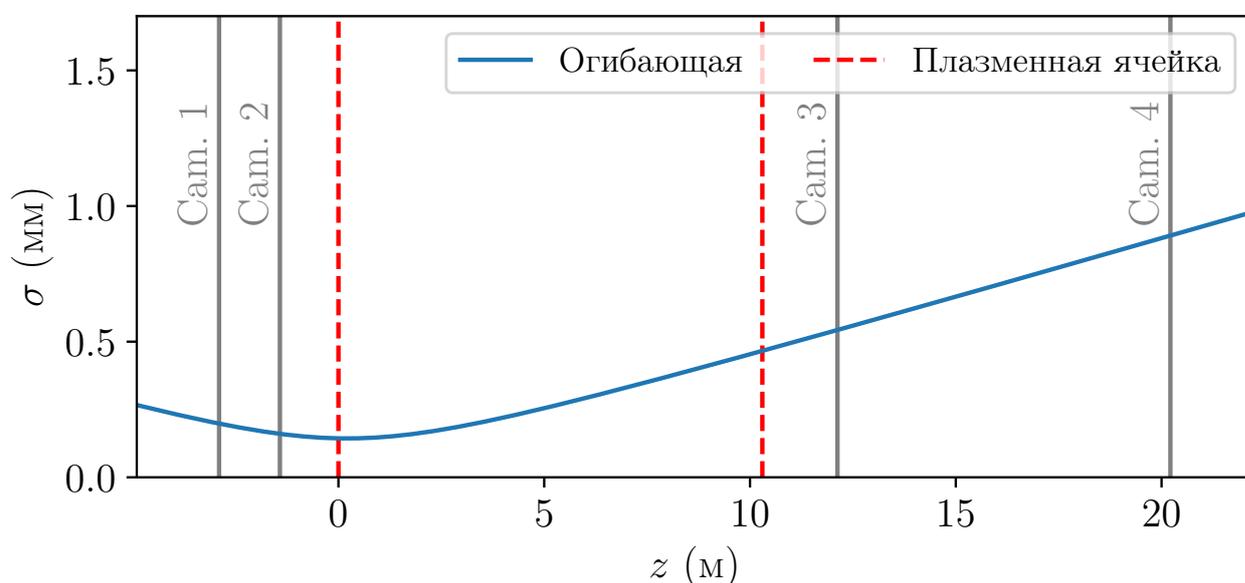


Рисунок 3.2 — Стандартное отклонение поперечного профиля протонного пучка в зависимости от его положения для случая номинальных параметров AWAKE без плазмы. Серые сплошные линии показывают положение четырех экранов для регистрации пучка. Положение концов плазменной ячейки показано красными пунктирными линиями [65]

позволяло получить изображение, интенсивность которого в каждой точке складывается из темновых токов, суммарного сигнала от протонов пучка, попавших на заданный пиксель, и шумов от вторичных частиц. В результате обработки измерений сигнал от протонов возможно отделить и тем самым для каждого

выстрела узнать поперечный размер пучка в четырех известных точках. Нас интересуют параметры пучка непосредственно перед его влетом в плазму, то есть в начале плазменной секции (левая красная пунктирная линия на Рисунке 3.2). Восстановить их можно, предположив, что каждая частица пучка движется внутри пустой плазменной ячейки с постоянной по модулю и направлению скоростью. Выберем систему координат таким образом, чтобы ось z была параллельна оси пучка, и ее положительное направление совпадало с направлением его движения. Также пусть ось x отвечает за вертикальное положение, а y — за горизонтальное. Будем для простоты считать, что угловой разброс в пучке небольшой, и каждая частица движется преимущественно вдоль оси z со скоростью, близкой к скорости света. В таком случае, система уравнений движения для частицы пучка будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} x = x_0 + x'(z - z_0); \\ y = y_0 + y'(z - z_0); \\ z = z_0 + ct; \\ x' = \text{const}; \\ y' = \text{const}, \end{cases} \quad (3.1)$$

где x_0 и y_0 — координаты частицы в момент времени $t = 0$. Найдем зависимость среднеквадратичного размера пучка от продольной координаты. Для этого усредним квадрат поперечной координаты x по частицам пучка,

$$\langle x^2 \rangle = \langle x_0^2 \rangle + 2\langle x_0 x' \rangle (z - z_0) + \langle x'^2 \rangle (z - z_0)^2. \quad (3.2)$$

Огибающая пучка (синяя кривая на Рисунке 3.2) представляет собой параболу с вершиной в точке $z_w = z_0 - \langle x_0 x' \rangle / \langle x'^2 \rangle$. Если принять, что в нулевой момент времени пучок имеет наименьший поперечный размер, то уравнение (3.2) упрощается

$$\langle x^2 \rangle = \langle x_0^2 \rangle + \langle x'^2 \rangle (z - z_w)^2. \quad (3.3)$$

Таким образом, для нахождения конкретного уравнения огибающей, то есть параметров $\langle x_0^2 \rangle$, $\langle x'^2 \rangle$ и z_w , необходимо измерить размер пучка как минимум в трех разных точках. В данной работе параметры огибающей находились подгонкой к значениям, полученным в ходе измерений, методом наименьших квадра-

тов. Более сложный байесовский статистический анализ данных [65] дал схожий результат.

Всего проведено 4 серии измерений для двух длин пучка и двух значений числа частиц N_b в нем (Таблица 4). Для каждого события в точке фокуса найдены поперечные размеры пучка $\sigma_x = \sqrt{\langle x_0^2 \rangle}$, $\sigma_y = \sqrt{\langle y_0^2 \rangle}$ и рассчитаны поперечные компоненты его нормализованного эмиттанса $\epsilon_{nx} = \gamma \sqrt{\langle x_0^2 \rangle \langle x'^2 \rangle}$, $\epsilon_{ny} = \gamma \sqrt{\langle y_0^2 \rangle \langle y'^2 \rangle}$, где $\gamma \approx 426$ — релятивистский фактор протона с энергией 400 ГэВ. Собранные данные показали, что поперечный размер и эмит-

Таблица 4 — Серии измерений протонного пучка в пустой плазменной секции

Обозначение	$N_b [10^{10}, p^+]$	Длина пучка [см]	Число событий
DS ₁	7.77 - 10.30	7.9	181
DS ₂	7.77 - 10.30	9.6	160
DS ₃	23.20 - 28.00	7.9	139
DS ₄	23.20 - 28.00	9.6	192

танс протонного пучка отличаются в вертикальной и горизонтальной проекции незначительно по сравнению с их абсолютными значениями, что позволяет считать пучок в моделировании осесимметричным. Неожиданным фактом стало то, что размер и эмиттанс протонного пучка явно коррелируют с его зарядом (оранжевые и синие точки на Рисунке 3.3), который значительно колеблется от выстрела к выстрелу. Учет этого обстоятельства необходим для получения правдоподобных результатов моделирования. Стоит отметить, что зависимость параметров пучка от его заряда обусловлена физикой его генерации в инжекторах SPS и не является предметом изучения в данной работе. Анализ менее точных данных измерений протонного пучка в кольце синхротрона SPS с помощью проволочного сканера также подтвердил найденную корреляцию. Значения эмиттанса пучка за 2017 год (черные и красные кресты на Рисунке 3.3) имеют систематический сдвиг по сравнению с измерениями в пустой плазменной секции, однако в среднем сохраняют ту же зависимость от заряда пучка (черная линия на Рисунке 3.3).

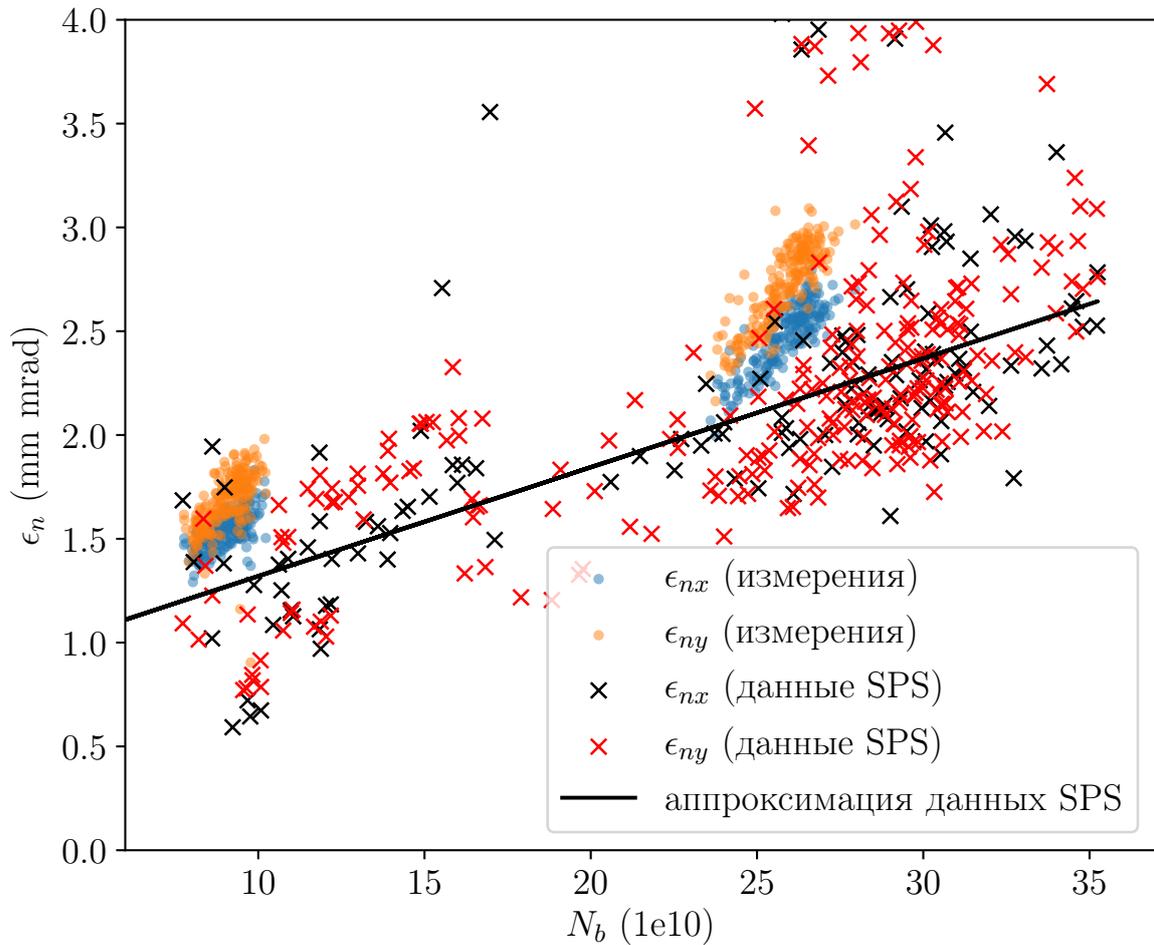


Рисунок 3.3 — Результаты измерений эмиттанса пучка в пустой плазменной секции AWAKE (синие и оранжевые точки) и в кольце SPS (черные и красные кресты). Черная сплошная прямая — линейная аппроксимация данных с SPS

3.2 Сравнение результатов моделирования с измерениями

В ходе самомодуляции дефокусированные протоны образуют гало вокруг последовательности микросгустков. Поток протонов, интегрированный по времени, измеряется на двух диагностических станциях, расположенных на расстоянии 1,66 м и 9,75 м от выхода из плазменной ячейки по ходу движения пучка [97; 98] (Рисунок 3.1). Каждая станция отдельно измеряет распределение потока в гало и в центральной части (ядре) пучка с помощью двух камер разной чувствительности (Рисунок 3.4). Раздельная регистрация ядра и гало с последующей сшивкой двух частей изображения обеспечивает широкий ди-

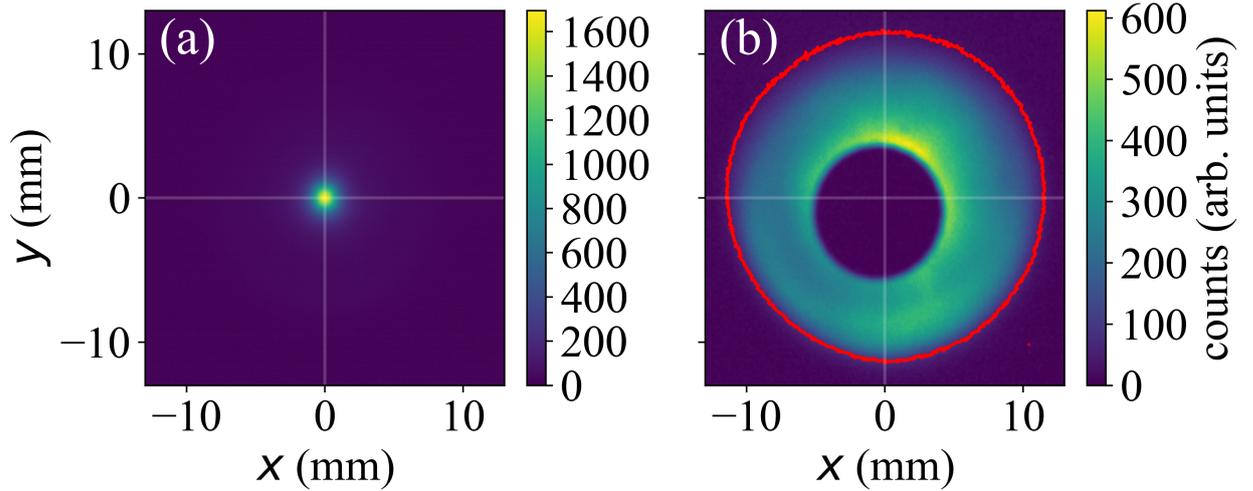


Рисунок 3.4 — Изображения центральной части пучка (a) и гало (b) на второй (по направлению движения пучка) станции диагностики протонного пучка.

Красная сплошная линия на изображении (b) показывает границу гало, используемую для определения максимального радиуса отклонения протонов пучка. Отметим, что интенсивный сигнал от центральной части пучка блокируется специальной маской

намический диапазон измерений (выше 10^5) и допускает абсолютную калибровку величины потока путем сравнения интегрального потока с известным зарядом пучка (Рисунок 3.5). Обработка изображений с помощью контурного метода [96] позволяет найти максимальный радиус протонного гало, который является удобной величиной для сравнения с моделированием.

Моделирование проводится с помощью квазистатического двумерного (осесимметричного) кода LCODE (Таблица 1). Окно моделирования охватывает весь пучок и движется со скоростью света c в положительном направлении z . Радиальный размер окна всегда равен $30c/\omega_p$. Ячейка сетки имеет одинаковые размеры $0.01c/\omega_p$ в продольном и радиальном направлениях. В каждой ячейке имеется 10 макрочастиц плазмы каждого вида (электроны и ионы), вес которых пропорционален радиусу, и около 10^6 или более (пропорционально ω_p) одинаковых макрочастиц в пучке. Шаг по времени для пучка составляет $100\omega_p^{-1}$, а состояние плазмы обновляется каждые $200c/\omega_p$. Плазма имеет резкие границы в продольном и радиальном направлениях, так как области перехода плотности в экспериментах малы [79; 99; 100] и имеют пренебрежимо малое влияние

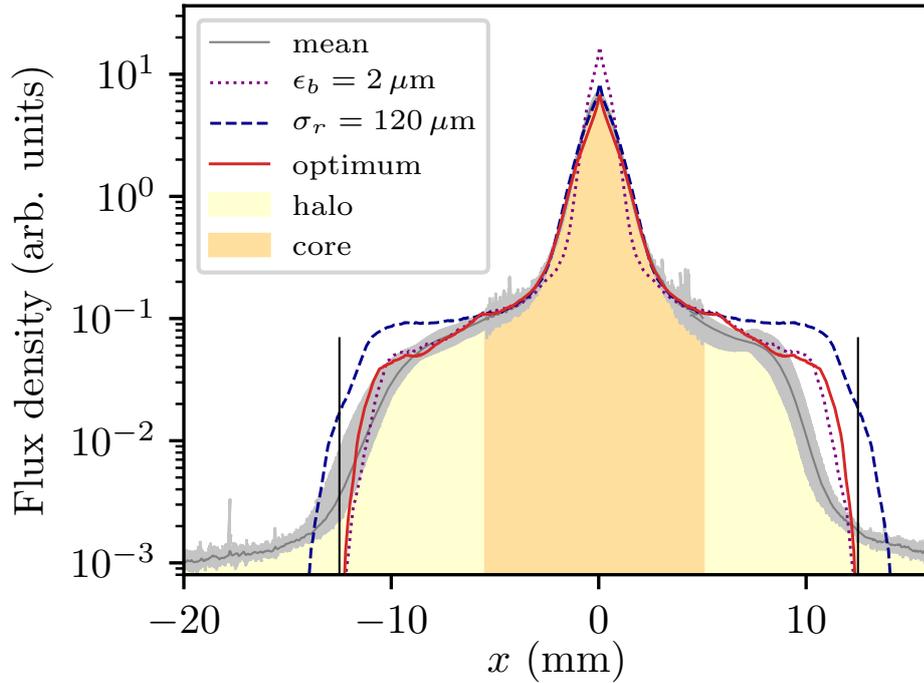


Рисунок 3.5 — Усредненные по углу радиальные распределения потока частиц пучка в 30 отдельных выстрелах (серые линии), кривая, полученная усреднением по этим выстрелам (тонкая темно-серая линия), и результаты моделирования: с оптимальными параметрами из таблицы 5 (сплошная красная линия), с уменьшенным угловым разбросом и тем же радиусом пучка (пунктирная линия) и с уменьшенным радиусом пучка и тем же угловым разбросом (пунктирная линия). Вертикальные черные линии отмечают максимальный радиус протонного гало, рассчитанный контурным методом [66; 96]

на распространение протонов с энергией 400 ГэВ. После выхода из плазменной секции протоны имеют прямолинейные траектории.

Большая часть входных параметров для моделирования (Таблица 5) известны с достаточной точностью, и их неопределенности мало влияют на количественные характеристики самомодуляции пучка. Исключение составляют длина пучка, его радиус и эмиттанс на входе в плазму. Длина пучка σ_z в данной работе измерялась с помощью диагностики оптического переходного излучения (экран OTR) непосредственно перед экспериментом. Если же это значение менялось во времени, то мы корректировали его с помощью менее точных, но известных для каждого выстрела, данных с мониторов качества пучка (BQM) в кольце SPS [101]. Измерения длины пучка проводились во время специальных калибровочных выстрелов без плазмы (с выключенным лазером) до и после

Таблица 5 — Параметры пучка и плазмы, взятые в качестве входных данных для моделирования. Параметры в первой группе одинаковы во всех расчетах. Параметры во второй группе (под линией) могут меняться в различных режимах, и приведенные значения являются иллюстративными (Рисунки 3.5, 3.7, 3.8)

Параметр, обозначение	Значение
Длина плазмы, L	10.3 м
Радиус плазмы, R_p ,	1.5 мм
Отношение масс иона и электрона плазмы, M_i	157 000
Начальная температура плазмы, T_e	0 эВ
Энергия пучка, W_b	400 ГэВ
Энергетический разброс пучка, δW_b	0.035 %
Плотность плазмы, n_0	$1.965 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$
Число частиц пучка, N_b	2.86×10^{11}
Длина пучка, σ_z	6.57 см
Радиус пучка, σ_r	200 мкм
Нормализованный эмиттанс пучка, ϵ_b	3.6 мм мрад
Положение лазерного импульса, ξ_s	3.75 см

каждого параметрического сканирования. Изображение с экрана OTR, записанное стрик-камерой, интегрировалось в поперечном направлении, и полученная временная зависимость тока пучка аппроксимировалась функцией Гаусса (Рисунок 3.6). Начальный радиус пучка σ_r и эмиттанс ϵ_b не были измерены с необходимой точностью во время упомянутых параметрических сканирований, поэтому их входные значения уточняются в два этапа. Сначала в моделировании изменяется угловой разброс пучка $\delta\alpha \approx \epsilon_b/\gamma/\sigma_r$, где γ — релятивистский фактор пучка. Он определяет ширину центральной части пучка, распространяющегося в нейтральном газе, и следовательно определяет форму основной части распределения потока (на Рисунке 3.5 видна разница между красной сплошной и фиолетовой пунктирной линиями вблизи пика распределения). Распределение потока пучка вычисляется путем отдельного усреднения левой и правой половин изображений протонного ядра и гало. Это позволяет оценить симметрию распределения и убедиться в применимости осесимметричной модели. Наблюдающаяся асимметрия гало относительно невелика и может быть вызвана поперечным смещением пучка протонов относительно оси плазменного столба. Далее мы подстраиваем радиус пучка, чтобы подобрать высоту и ширину “плеч” профиля потока (на Рисунке 3.5 видна разница между красной сплошной и си-

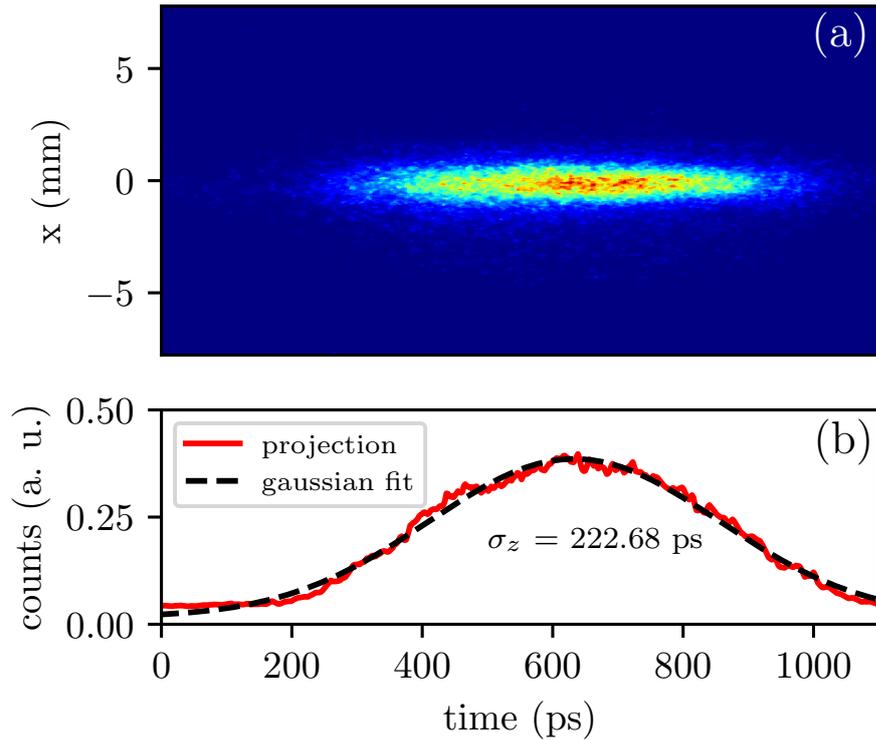


Рисунок 3.6 — Изображение протонного пучка, полученное с помощью стрик-камеры (a) и аппроксимация тока пучка функцией Гаусса (b)

ней пунктирной линиями). Даже при наилучшем подборе параметров (красная линия), смоделированный профиль пучка имеет резкий пик на оси и поэтому локально отличается от измеренного. По-видимому, это происходит из-за того, что и радиальное, и угловое распределения частиц в микросгустках пучка в плазме имеют ярко выраженный пик в идеально осесимметричном случае [86], тогда как в эксперименте этот узкий пик размывается.

Максимальный радиус протонного гало r_{\max} , полученный из моделирования, зависит от количества используемых макрочастиц пучка. Чем больше их число, тем лучше мы разрешаем “крылья” гауссова распределения скорости частиц по углу, тем большим начальным поперечным импульсом могут обладать макрочастицы пучка, и, как следствие, тем большее максимальное отклонение мы наблюдаем. Чтобы избежать этой неоднозначности, мы рассматриваем r_{\max} как радиус, при котором плотность потока смоделированного пучка равна уровню шума в экспериментах.

В ходе исследования чувствительности результатов моделирования к параметрам счетного окна и другим величинам, не имеющим физического смысла, выяснилось, что для проведения корректных расчетов необходимо достаточ-

но широкое ($30c/\omega_p$) окно моделирования. Только такие окна позволяют правильно рассчитать траектории высокоэнергетических электронов, образующих плазменное электронное гало (см. Раздел 2.4). Эти электроны появляются в результате опрокидывания волны, которое часто происходит в рассматриваемых в работе режимах после прохождения последовательности микросгустков пучка (Рисунок 3.7(a)). Электроны гало движутся преимущественно в положительном направлении z [102] и эффективно взаимодействуют с кильватерной волной при пересечении околоосевой области, забирая энергию из некоторых областей [103]. Как следствие, кильватерная волна разрушается, когда значительное число электронов гало возвращается в приосевую область. Это видно при сравнении траекторий электронов гало (Рисунок 3.7(a)) и кильватерного потенциала на оси (Рисунок 3.7(b)). Потенциал Φ характеризует силу, действующую на аксиально движущиеся ультрарелятивистские частицы. Уменьшение амплитуды колебаний потенциала на оси свидетельствует об уменьшении как ускоряющих, так и дефокусирующих свойств кильватерной волны.

Мы сравниваем результаты моделирования и экспериментальные измерения в четырех параметрических диапазонах. Первые два — это сканирование по числу частиц в пучке при низкой ($1.965 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$) и высокой ($7.7 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$) плотности плазмы (Рисунок 3.9). Варианты, наиболее согласующиеся с измерениями (синие линии), соответствуют параметрам из таблицы 5 за исключением того, что сканирование при высокой плотности проводилось с $\sigma_z = 7 \text{ см}$ и $\xi_s = 1.9 \text{ см}$. Зеленая линия на Рисунке 3.9(a) показывает эффект от узкого окна моделирования. Расхождение с экспериментами ожидаемо, но само проявление эффекта может показаться контринтуитивным. Если стенка окна моделирования расположена близко к границе плазмы, то положительное радиальное электрическое поле вокруг плазмы (Рисунок 3.8) дополнительно не ускоряет протоны пучка в радиальном направлении. Однако узкое окно также “выключает” эффект гало-электронов, кильватерные поля становятся сильнее, и мы наблюдаем большее отклонение протонов в моделировании. Зеленые линии на Рисунке 3.9(b) иллюстрируют чувствительность радиуса протонного гало к параметрам пучка. Наиболее сильное влияние оказывает радиус пучка, 20% несоответствие которого приводит к явному расхождению с измерениями (темно-зеленая линия). Чувствительность к угловому разбросу гораздо ниже: дополнительное уменьшение эмиттанса пучка на 20% (при том же несоответствующем

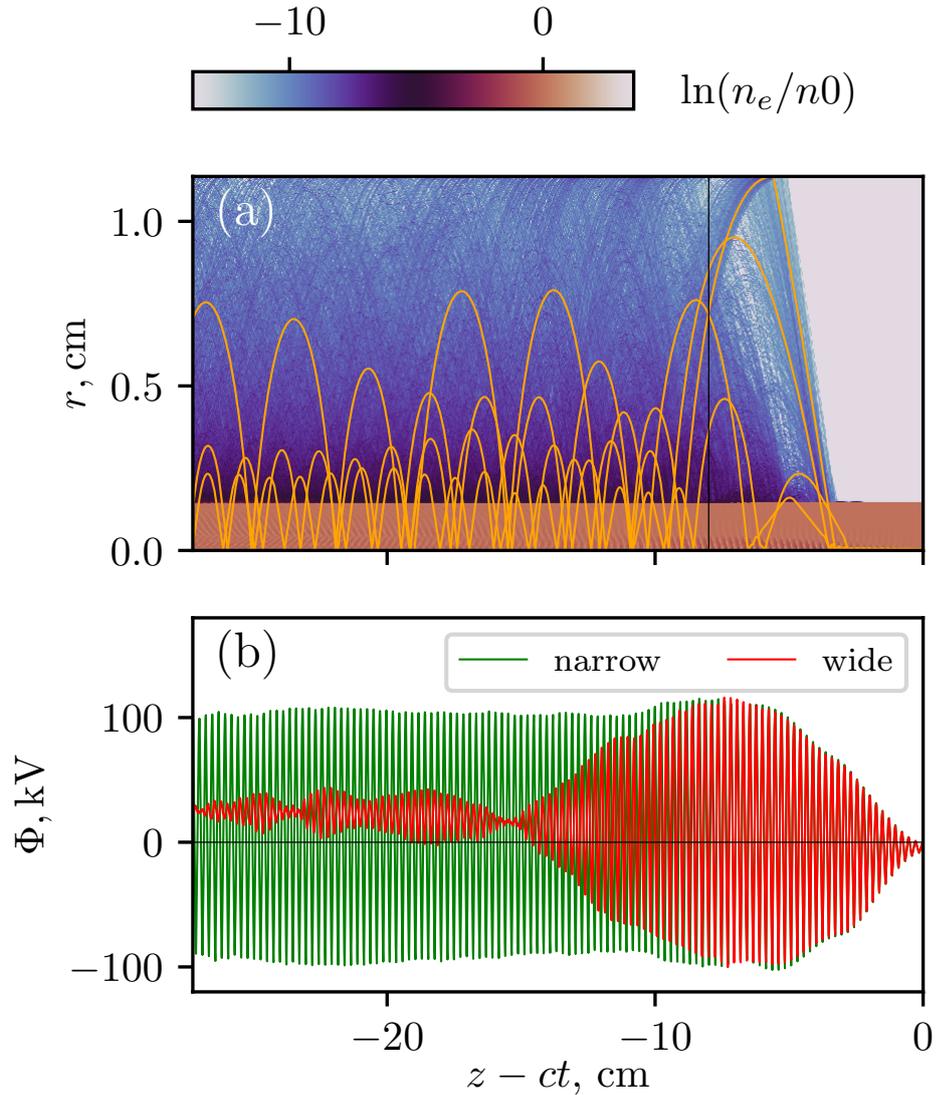


Рисунок 3.7 — (а) Плотность электронов плазмы (цветовая карта) и траектории отдельных электронов (линии) после прохождения пучком 4 метров в плазме. Вертикальная черная линия показывает сечение, соответствующее Рисунку 3.8. (б) Кильватерный потенциал Φ на оси после прохождения пучком того же расстояния, рассчитанный с широким ($30c/\omega_p \approx 11.4$ мм) и узким ($4.5c/\omega_p \approx 1.7$ мм) окнами моделирования

радиусе) изменяет r_{\max} несоизмеримо слабее (светло-зеленая линия). Изменения других параметров пучка оказывают еще меньшее влияние на дефокусировку протонов, за исключением положения затравки, рассмотренного в работе [74].

Теория [104] предполагает, что максимальное кильватерное поле, достигаемое в экспериментах AWAKE, может быть ограничено нелинейным удлинением периода плазменной волны. Волна выходит из резонанса с последовательностью микросгустков протонного пучка, и рост электрического поля насыщается примерно при $0.4mc\omega_p/e$. Если этот механизм действительно является основным

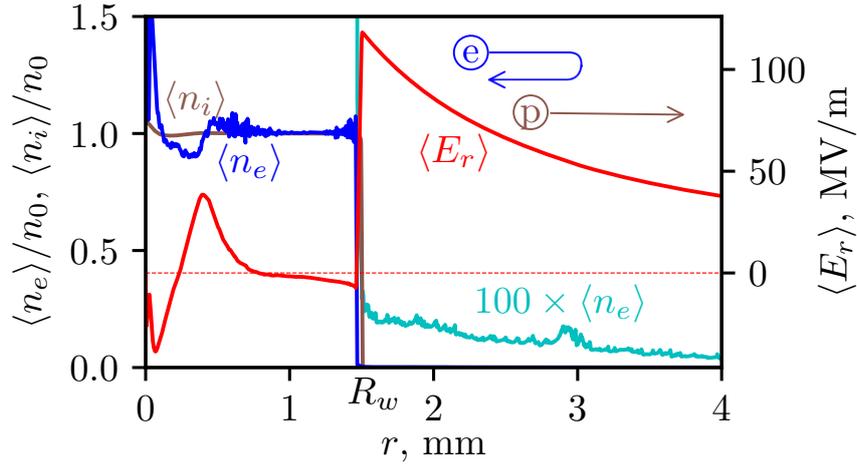


Рисунок 3.8 — Радиальные зависимости усредненной по плазменному периоду плотности плазменных ионов $\langle n_i \rangle$ и электронов $\langle n_e \rangle$ и радиального электрического поля $\langle E_r \rangle$ на расстоянии 8 см за затравочным лазерным импульсом после 4 метров распространения в плазме. Это сечение соответствует положению вертикальной черной линии на Рисунке 3.7. Электронная плотность снаружи плазменного столба увеличена в 100 раз для наглядности. Стрелки схематически показывают влияние поля на электроны плазмы и протоны пучка

ограничивающим фактором, то максимальная амплитуда кильватерной волны должна масштабироваться как вклад отдельного микросгустка в степени $1/3$, или как $N_b^{1/3}$ (см. уравнение (12) из [104]). Зависимость максимального радиуса протонного гало от заряда пучка при низкой плотности плазмы очень хорошо соответствует этой зависимости [пунктирная линия на Рисунке 3.9(a)]. При высокой плотности, однако, максимальный радиус масштабируется как $N_b^{1/2}$ [пунктирная линия на Рисунке 3.9(b)], что указывает на то, что микросгустки недостаточно плотные или длинные, чтобы возбудить нелинейную волну при такой плотности плазмы. В этом случае радиальный импульс, приобретаемый отклоненными протонами p_{\max} , определяется глубиной потенциальной ямы кильватерной волны $e\Phi_{\max}$, которая масштабируется как N_b . В результате $p_{\max} \propto \sqrt{2e\Phi_{\max} W_b/c} \propto \sqrt{N_b}$.

При сканировании по градиенту плотности результаты численного моделирования также следуют за измерениями, но согласие в этом случае не такое близкое (Рисунок 3.10). Плотность плазмы здесь изменяется линейно вдоль ячейки из-за разницы температур между двумя резервуарами с жидким рубидием, присоединенным к концам плазменной ячейки [79]. Плотность на верхнем

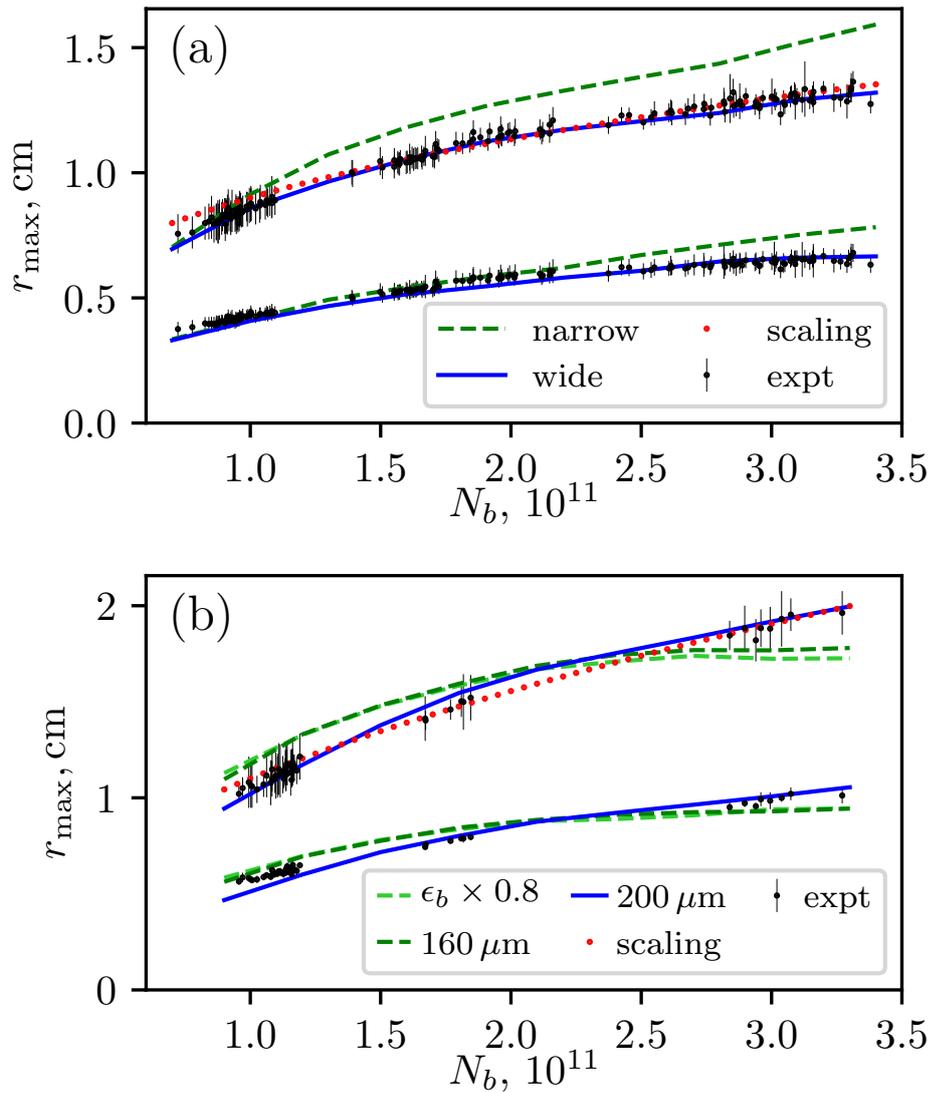


Рисунок 3.9 — Размер протонного гало для плазмы низкой (а) и высокой (б) плотности и различного числа частиц пучка. Верхняя и нижняя группы линий на каждом графике относятся к двум диагностическим станциям протонного пучка. Черные точки с указанием погрешностей (“expt”) — экспериментально измеренные значения, линии — результаты моделирования. Погрешности измерений были определены так же, как в [96], и показывают стандартное отклонение радиусов, измеренных вдоль различных направлений изображения. Сплошные синие линии относятся к оптимальным наборам параметров. Зеленые пунктирные линии показывают влияние узкого ($4.5c/\omega_p$) окна моделирования в (а) и узкого пучка ($\sigma_r = 160$ мкм, более темная линия) или также пучка с низким эмиттансом ($\epsilon_b = 2.9$ мм мрад, более светлая линия) в (б). Пунктирные красные линии - это зависимость $\propto N_b^{1/3}$ в (а) и $\propto N_b^{1/2}$ в (б)

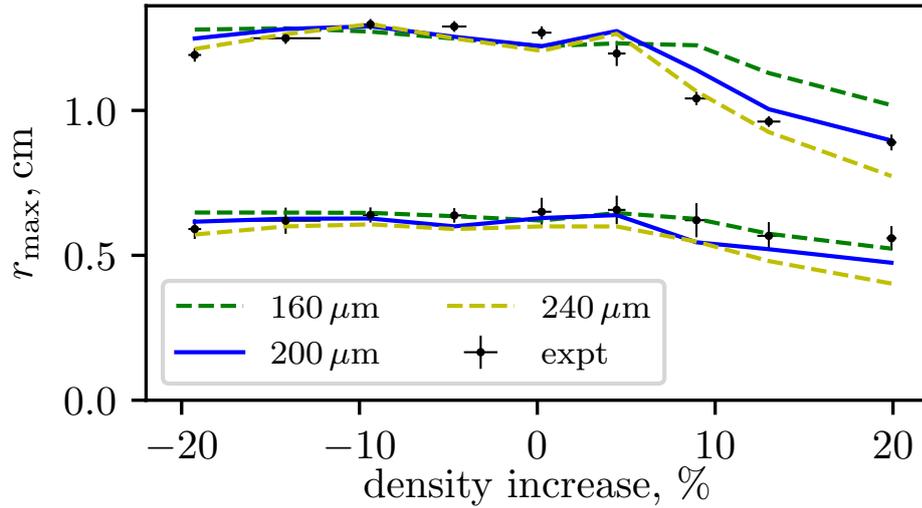


Рисунок 3.10 — Радиус протонного гало на экранах для различных градиентов плотности плазмы (характеризуется относительным увеличением плотности на выходе из плазменной ячейки): черные точки — экспериментально измеренные значения; величины погрешностей показывают стандартное отклонение всех отдельных измерений при данном значении градиента, линии — результаты моделирования для различных радиусов пучка

конце всегда равна $1.8 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Параметры пучка соответствуют параметрам из таблицы 5, за исключением $\sigma_z = 7.4 \text{ см}$ и $\xi_s = 2.4 \text{ см}$. Результат моделирования чувствителен к радиусу пучка, и наилучшее согласие получено для того же $\sigma_r = 200 \text{ мкм}$, что и в других сериях.

Небольшие положительные градиенты способствуют эффективной само-модуляции пучка, увеличивая общий заряд микросгустков [105]. Эффект аналогичен эффекту ступени плотности [106; 107]: большая доля первоначально сформированных микросгустков остается сфокусированной волной из-за сокращения длины волны плазмы при резком изменении ее плотности. При небольших положительных градиентах (увеличение плотности около 2% на 10 метров) продольное кильватерное поле выше [105], и инжектированные извне электроны приобретают большую энергию [64]. Более высокие положительные градиенты, однако, разрушительны и уменьшают максимальное поле кильватерной волны (Рисунок 3.11), что приводит к более слабому отклонению дефокусированных протонов (Рисунок 3.10). Высокие отрицательные градиенты также уменьшают кильватерное поле, но не максимальный радиус протонного гало. Это происходит потому, что наиболее дефокусированные протоны не всегда испытывают самое сильное кильватерное поле, возбуждаемое пучком. Отрицательные гра-

диенты плотности изменяют длину волны так, что микросгустки в основном попадают в дефокусирующую фазу волны, и более эффективное взаимодействие с поперечным полем компенсирует снижение амплитуды волны.

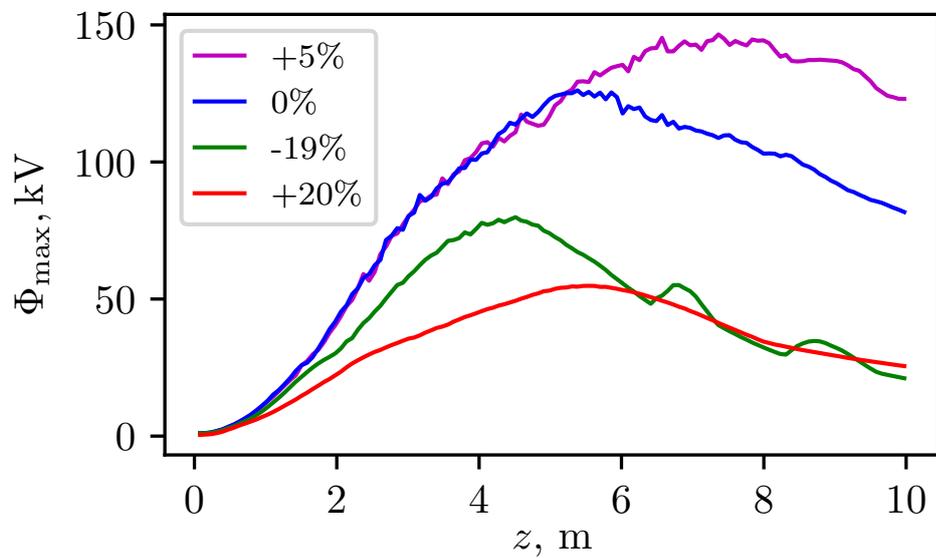


Рисунок 3.11 — Максимальная амплитуда кильватерного потенциала Φ_{\max} в зависимости от длины распространения пучка z для различных значений градиента плотности вдоль плазменной ячейки

Заключение

Комбинация аналитической теории и численных расчетов позволила в данной работе исследовать реакцию аксиально-симметричной ограниченной плазмы на ультрарелятивистские пучки заряженных частиц в широком диапазоне плотностей плазмы.

Обнаружено, что кильватерный потенциал равен нулю снаружи плазменного столба. Это утверждение верно для любой плотности плазмы, так как является прямым следствием осевой симметрии и закона сохранения заряда. В случае сильно нелинейной реакции плазмы некоторые электроны могут покидать плазму и выносить с собой ненулевой потенциал, тогда потенциал равен нулю за пределами траектории самого внешнего электрона.

Кильватерный потенциал на оси принимает наибольшее абсолютное значение при плотностях плазмы, близких к пиковой плотности пучка ($n_0 \sim n_b$). При более высоких плотностях плазмы кильватерные поля в ограниченной плазме описываются аналитически. Они слабее, чем в бесконечной плазме той же плотности, если толщина скин-слоя больше или порядка радиуса плазменного столба. При меньших плотностях плазмы аналитические выражения дают завышенное значение амплитуды кильватерной волны, которая с понижением плотности падает до нуля.

В случае длинных пучков низкой плотности ($n_b \ll n_0$) нелинейность плазмы проявляет себя в виде искажения волнового фронта, вызванного эффектами нейтрализации заряда и тока пучка в плазме. Это накладывает строгие ограничения (2.21) или (2.24) на применимость линейной теории. Однако картины кильватерного потенциала и продольного электрического поля при этом не искажаются и сохраняют период колебаний, как в невозмущенной плазме.

Даже при низких плотностях ($n_0 \lesssim n_b$) плазма сохраняет среднюю квазинейтральность в большей части своего объема. В случае электронных пучков это достигается выбрасыванием определенного числа плазменных электронов за границу плазменного столба. Положительно заряженные пучки стягивают все электроны из внешних слоев и оставляют внешний слой ионов в виде “трубы” некомпенсированным. Плазменные колебания, возбуждаемые пучком, создают струи плазменных электронов, которые формируют внутри и снаружи

плазмы многопотокное течение. Струи берут начало либо на поверхности плазмы, либо в точках опрокидывания волны вблизи оси, которые привязаны к определенным фазам колебаний. Характерные временные масштабы динамики струй отличаются от периода плазменных колебаний, поэтому многопотокное течение в присутствии струй плазменных электронов выглядят хаотично. Реакция плазмы при очень низких плотностях плазмы ожидаемо полностью определяется собственными полями пучка.

Поля, создаваемые пучком в плазме, в среднем являются фокусирующими для самого пучка и дефокусирующими для частиц противоположного знака заряда. Если некоторая часть электронов покидает плазменный столб, то поля, выносимые ими за границу столба, всегда являются фокусирующими для электронных пучков.

Плазменное электронное гало возникает, когда пучок заряженных частиц взаимодействует с радиально ограниченной плазмой сравнимой плотности. Гало охватывает широкую область вокруг плазменного столба и создает в ней радиальные градиенты кильватерного потенциала. Эти силы могут воздействовать на пучки частиц, распространяющиеся за пределами плазмы, отклоняя их или ухудшая их качество.

Полуаналитическая теория, основанная на модели Доусона для нелинейных плазменных волн, позволяет уточнить механизм образования гало, найти местоположение источника электронов гало и определить область без гало за пределами плазмы в установках типа AWAKE. Теория согласуется с результатами моделирования и показывает, что в случае протонного драйвера гало-электроны появляются в результате опрокидывания волны, то есть пересечения траекторий электронов внутри плазмы. Для длинных пучков с резким передним краем расположение точки опрокидывания зависит только от поперечного размера пучка и отношения плотностей пучка и плазмы. Увеличение последней все дальше отсрочивает опрокидывание плазменной волны. Отрицательно заряженные драйверы создают электронное гало, как только они начинают взаимодействовать с плазмой. Поскольку число выброшенных электронов пропорционально отношению плотности пучка к плотности плазмы, при плотности плазмы, значительно превышающей плотность пучка, эффект электронного гало становится слабым для немодулированных пучков с любым знаком заряда, поскольку гало появляется значительно позже и имеет меньший относитель-

ный заряд. В будущих экспериментах AWAKE, однако, эффект электронного гало будет устранен путем инжекции электронов вдоль оси в однородную плазму [108] и не вызовет проблем.

Все, описанное выше, делает ясным выбор косой инжекции в базовом сценарии эксперимента AWAKE [71].

Сравнение измерений протонного пучка в эксперименте AWAKE с результатами численного моделирования показало, что процесс самомодуляции чувствителен к поперечному размеру пучка, его эмиттансу и положению затравки на входе в плазму. Первые два параметра строго коррелируют с зарядом пучка, что подтверждается измерениями в кольце SPS и измерениями в пустой плазменной секции. Радиальное распределение протонов после самомодуляции в эксперименте AWAKE имеет центральную и периферийную части. Размер и форма центральной части определяется невозмущенной частью протонного пучка и зависит преимущественно от его начального эмиттанса, периферийная же часть образуется в ходе самомодуляции, и ее форма наиболее чувствительна к его поперечному размеру на входе в плазменную секцию. Данное обстоятельство позволило восстановить начальные размер и эмиттанс протонного пучка, а также их корреляцию с зарядом, и учесть данные зависимости в моделировании. Для достижения количественного согласия эксперимента с расчетами также необходим учет эффекта плазменного электронного гало. Это требует проведения расчетов с достаточно широким окном моделирования. В качестве величины для сравнения выбран максимальный радиус протонного гало, образующегося в ходе самомодуляции. Сравнение проведено для трех серий измерений, в двух из которых варьировался заряд протонного пучка, а в последней — относительное изменение плотности рубидия на концах плазменной ячейки. Во всех сериях достигнуто количественное согласие результатов моделирования эксперимента AWAKE кодом LCODE с диагностическими измерениями с относительной точностью до нескольких процентов.

Благодарности

Автор хотел бы выразить огромную благодарность всем тем людям, без которых существование данной работы было бы невозможно представить. Родителям, Горн Ирине Геннадьевне и Андрею Эриховичу, — за помощь в выборе научной специализации, жене, Горн Маргарите Викторовне, — за поддержку на всем протяжении моей исследовательской деятельности и научному руководителю, Лотову Константину Владимировичу, — за сопровождение и наставления на всех этапах работы и написания диссертации. Также благодарю своих коллег, за теплую дружескую обстановку в коллективе.

Список литературы

1. *Wikipedia, the free encyclopedia*. Cathode ray tube diagram-keys. — 2007. — URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cathode_ray_tube_diagram-keys.svg.
2. *Sessler A. M.* Frontiers of particle beam physics // *Physics of Fluids B*. — 1990. — Vol. 2. — P. 1325–1330. — DOI: [10.1063/1.859550](https://doi.org/10.1063/1.859550).
3. *Adolphsen C.* Normal-conducting rf structure test facilities and results // *Proceedings of the Particle Accelerator Conference*. — 2003. — P. 668–672. — DOI: [10.1109/PAC.2003.1289005](https://doi.org/10.1109/PAC.2003.1289005).
4. High-gradient rf tests of welded X-band accelerating cavities / V. A. Dolgashev [et al.] // *Physical Review Accelerators and Beams*. — 2021. — Vol. 24, no. 081002. — DOI: [10.1103/PhysRevAccelBeams.24.081002](https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.081002).
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. — 1973. — С. 258. — ISBN 978-5-9221-1568-1. — URL: https://radfiz.org.ua/files/k2/s3/TeopMex/Landau,Lifshic/Landay_II.pdf.
6. *Assmann R. W., Grebenyuk J.* Accelerator physics challenges towards a plasma accelerator with usable beam quality // *Proceedings of 5th International Particle Accelerator Conference (IPAC'14), Dresden, Germany*. — 2014. — P. 961–964. — DOI: [10.18429/JACoW-IPAC2014-TUOBB01](https://doi.org/10.18429/JACoW-IPAC2014-TUOBB01).
7. *Tajima T., Dawson J. M.* Laser electron accelerator // *Physical review letters*. — 1979. — Vol. 43, no. 4. — P. 267–270. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.43.267](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.43.267).
8. Acceleration of electrons by the interaction of a bunched electron beam with a plasma / P. Chen [et al.] // *Physical review letters*. — 1985. — Vol. 54, no. 7. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.54.693](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.54.693).
9. *Colby E. R., Len L. K.* Roadmap to the Future // *Reviews of Accelerator Science and Technology*. — 2016. — T. 09. — C. 1–18. — DOI: [10.1142/S1793626816300012](https://doi.org/10.1142/S1793626816300012).
10. Proton-driven plasma-wakefield acceleration / A. Caldwell [et al.] // *Nat. Phys.* — 2009. — Vol. 5. — P. 363–367. — DOI: [10.1038/nphys1248](https://doi.org/10.1038/nphys1248).

11. *Kumar N., Pukhov A., Lotov K.* Self-Modulation Instability of a Long Proton Bunch in Plasmas // Physical review letters. — 2010. — Vol. 104, no. 255003. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.104.255003](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.255003).
12. A Proposed Experiment On The Proton Driven Plasma Wakefield Acceleration / G. Xia [et al.] // Proceedings of IPAC. — 2010. — P. 4392–4394. — URL: <https://arxiv.org/abs/1006.2244>.
13. First fully kinetic three-dimensional simulation of the AWAKE baseline scenario / N. Moschuering [и др.] // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2019. — Сент. — Т. 61, № 10. — С. 104004. — DOI: [10.1088/1361-6587/ab411e](https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab411e).
14. ALaDyn. — URL: <http://aladyn.github.io/piccante>.
15. ALaDyn: A high-accuracy PIC code for the Maxwell-Vlasov equations / C. Benedetti [и др.] // Plasma Science, IEEE Transactions on. — 2008. — Сент. — Т. 36. — С. 1790–1798. — DOI: [10.1109/TPS.2008.927143](https://doi.org/10.1109/TPS.2008.927143).
16. PIConGPU. — URL: <http://picongpu.hzdr.de>.
17. PIConGPU: A Fully Relativistic Particle-in-Cell Code for a GPU Cluster / H. Buraui [и др.] // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2010. — Т. 38, № 10. — С. 2831–2839. — DOI: [10.1109/TPS.2010.2064310](https://doi.org/10.1109/TPS.2010.2064310).
18. PHOTON-PLASMA. — URL: <https://bitbucket.org/taugboelle/ppcode>.
19. *Haugbølle T., Frederiksen J. T., Nordlund A.* PHOTON-PLASMA: A modern high-order particle-in-cell code // Physics of Plasmas. — 2013. — Май. — Т. 20. — С. 062904. — DOI: [10.1063/1.4811384](https://doi.org/10.1063/1.4811384).
20. TurboWave. — URL: <https://github.com/USNavalResearchLaboratory/turboWAVE>.
21. *Gordon D., Mori W., Antonsen T.* A ponderomotive guiding center particle-in-cell code for efficient modeling of laser-plasma interactions // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2000. — Т. 28, № 4. — С. 1135–1143. — DOI: [10.1109/27.893300](https://doi.org/10.1109/27.893300).
22. UPIC-EMMA. — URL: <https://github.com/UCLA-Plasma-Simulation-Group/upic-emma-2.0>.

23. UPIC-EMMA 2.0: A parallel spectral Particle-In-Cell code designed for heterogeneous architectures and PIC algorithms benchmarking* / M. Touati [и др.] // . — 11.2018.
24. VPIC. — URL: <https://github.com/lanl/vpic>.
25. 0.374 P flop/s trillion-particle kinetic modeling of laser plasma interaction on roadrunner / K. J. Bowers [и др.] // SC '08: Proceedings of the 2008 ACM/IEEE Conference on Supercomputing. — 2008. — С. 1—11. — DOI: [10.1109/SC.2008.5222734](https://doi.org/10.1109/SC.2008.5222734).
26. Warp. — URL: <http://warp.lbl.gov>.
27. *Grote D. P., Friedman A.* The WARP Code: Modeling High-Intensity Ion Beams // AIP Conference Proceedings. Т. 749. — 2005. — DOI: [10.1063/1.1893366](https://doi.org/10.1063/1.1893366). — URL: <https://blast.lbl.gov/blast-codes-warp/>.
28. *Pukhov A.* Three-dimensional electromagnetic relativistic particle-in-cell code VLPL (Virtual Laser Plasma Lab) // Journal of Plasma Physics. — 1999. — Апр. — Т. 61. — С. 425—433. — DOI: [10.1017/S0022377899007515](https://doi.org/10.1017/S0022377899007515).
29. Osiris. — URL: <http://epp.tecnico.ulisboa.pt/osiris/>.
30. OSIRIS: A Three-Dimensional, Fully Relativistic Particle in Cell Code for Modeling Plasma Based Accelerators / R. Fonseca [et al.] // Computational Science — ICCS. Lecture Notes in Computer Science. — 2002. — Vol. 2331. — P. 342—351. — DOI: [10.1007/3-540-47789-6_36](https://doi.org/10.1007/3-540-47789-6_36).
31. Electron and photon production from relativistic laser–plasma interactions / E. Lefebvre [и др.] // Nuclear Fusion. — 2003. — Июль. — Т. 43, № 7. — С. 629—633. — DOI: [10.1088/0029-5515/43/7/317](https://doi.org/10.1088/0029-5515/43/7/317).
32. *Gonoskov A.* Ultra-intense laser-plasma interaction for applied and fundamental physics. — URL: <http://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A681092&dswid=-8610>.
33. EPOCH. — URL: <https://github.com/Warwick-Plasma/epoch>.
34. Contemporary particle-in-cell approach to laser-plasma modelling / T. D. Arber [и др.] // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2015. — Сент. — Т. 57, № 11. — С. 113001. — DOI: [10.1088/0741-3335/57/11/113001](https://doi.org/10.1088/0741-3335/57/11/113001).

35. PICADOR. — URL: <http://hpc-education.unn.ru/en/research/overview/laser-plasma>.
36. Particle-in-Cell laser-plasma simulation on Xeon Phi coprocessors / I. Surmin [и др.] // Computer Physics Communications. — 2016. — Т. 202. — С. 204—210. — DOI: [10.1016/j.cpc.2016.02.004](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.02.004).
37. *Sentoku Y., Kemp A.* Numerical methods for particle simulations at extreme densities and temperatures: Weighted particles, relativistic collisions and reduced currents // Journal of Computational Physics. — 2008. — Т. 227, № 14. — С. 6846—6861. — DOI: [10.1016/j.jcp.2008.03.043](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.03.043).
38. PSC. — URL: <https://github.com/ALaDyn/psc>.
39. The Plasma Simulation Code: A modern particle-in-cell code with patch-based load-balancing / K. Germaschewski [и др.] // Journal of Computational Physics. — 2016. — Т. 318. — С. 305—326. — DOI: [10.1016/j.jcp.2016.05.013](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.05.013).
40. *Esirkepov T.* Exact charge conservation scheme for Particle-in-Cell simulation with an arbitrary form-factor // Computer Physics Communications. — 2001. — Т. 135, № 2. — С. 144—153. — DOI: [10.1016/S0010-4655\(00\)00228-9](https://doi.org/10.1016/S0010-4655(00)00228-9).
41. LSP. — URL: <https://www.northropgrumman.com/space/pic-code-software/lsp-suite/>.
42. Validation and benchmarking of two particle-in-cell codes for a glow discharge / J. Carlsson [и др.] // Plasma Sources Science and Technology. — 2016. — Ноябрь. — Т. 26. — С. 014003. — DOI: [10.1088/0963-0252/26/1/014003](https://doi.org/10.1088/0963-0252/26/1/014003).
43. MAGIC. — URL: <https://www.northropgrumman.com/space/pic-code-software/magic-tool-suite/>.
44. User-configurable MAGIC for electromagnetic PIC calculations / B. Goplen [и др.] // Computer Physics Communications. — 1995. — Т. 87, № 1. — С. 54—86. — DOI: [10.1016/0010-4655\(95\)00010-D](https://doi.org/10.1016/0010-4655(95)00010-D). — Particle Simulation Methods.
45. *Nieter C., Cary J.* VORPAL - a multidimensional code for simulating advanced acceleration concepts // PACS2001. Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference (Cat. No.01CH37268). Т. 4. — 2001. — 3105—3107 vol.4. — DOI: [10.1109/PAC.2001.988019](https://doi.org/10.1109/PAC.2001.988019).

46. Architect. — URL: <https://github.com/albz/Architect>.
47. Efficient modeling of plasma wakefield acceleration in quasi-non-linear-regimes with the hybrid code Architect / A. Marocchino [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2016. — Т. 829. — С. 386–391. — DOI: [10.1016/j.nima.2016.03.005](https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.03.005). — 2nd European Advanced Accelerator Concepts Workshop - EAAC 2015.
48. CHIMERA. — URL: <https://github.com/hightower8083/chimera>.
49. FBPIC. — URL: <https://fbpic.github.io>.
50. A spectral, quasi-cylindrical and dispersion-free Particle-In-Cell algorithm / R. Lehe [и др.] // Computer Physics Communications. — 2016. — Т. 203. — С. 66–82. — DOI: [10.1016/j.cpc.2016.02.007](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2016.02.007).
51. Smilei. — URL: <https://smileipic.github.io/Smilei/>.
52. Smilei : A collaborative, open-source, multi-purpose particle-in-cell code for plasma simulation / J. Derouillat [и др.] // Computer Physics Communications. — 2018. — Т. 222. — С. 351–373. — DOI: [10.1016/j.cpc.2017.09.024](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2017.09.024).
53. Particle-in-Cell modelling of laser–plasma interaction using Fourier decomposition / A. Lifschitz [и др.] // Journal of Computational Physics. — 2009. — Т. 228, № 5. — С. 1803–1814. — DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.11.017>.
54. HiPACE. — URL: <https://github.com/Hi-PACE/hipace>.
55. HiPACE: a quasi-static particle-in-cell code / T. Mehrling [и др.] // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2014. — Июль. — Т. 56, № 8. — С. 084012. — DOI: [10.1088/0741-3335/56/8/084012](https://doi.org/10.1088/0741-3335/56/8/084012).
56. QuickPIC. — URL: <https://github.com/UCLA-Plasma-Simulation-Group/QuickPIC-OpenSource>.
57. QuickPIC: a parallelized quasi-static PIC code for modeling plasma wakefield acceleration / C. Huang [и др.] // PACS2001. Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference (Cat. No.01CH37268). Т. 5. — 2001. — С. 4005–4007. — DOI: [10.1109/PAC.2001.988326](https://doi.org/10.1109/PAC.2001.988326).

58. LCODE. — URL: <https://lcode.info/>.
59. *Sosedkin A., Lotov K.* LCODE: A parallel quasistatic code for computationally heavy problems of plasma wakefield acceleration // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2016. — Т. 829. — С. 350–352. — DOI: [10.1016/j.nima.2015.12.032](https://doi.org/10.1016/j.nima.2015.12.032). — 2nd European Advanced Accelerator Concepts Workshop - EAAC 2015.
60. *Pukhov A., Farmer J. P.* Stable Particle Acceleration in Coaxial Plasma Channels // Physical Review Letters. — 2018. — Т. 121. — С. 264801. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.121.264801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.264801).
61. *Mora P., Antonsen T. M.* Kinetic modeling of intense, short laser pulses propagating in tenuous plasmas // Physics of Plasmas. — 1997. — Т. 4. — С. 217–229. — DOI: [10.1063/1.872134](https://doi.org/10.1063/1.872134).
62. Response of narrow cylindrical plasmas to dense charged particle beams / A. A. Gorn [и др.] // Physics of Plasmas. — Текст: электронный, 2018. — Т. 25, № 063108. — DOI: [10.1063/1.5039803](https://doi.org/10.1063/1.5039803). — URL: <https://doi.org/10.1063/1.5039803>. — Дата публикации: 06.06.2018.
63. *Gorn A. A., Lotov K. V.* Generation of plasma electron halo by a charged particle beam in a low density plasma // Physics of Plasmas. — Текст: электронный, 2022. — Т. 29, № 2. — С. 023104. — DOI: [10.1063/5.0080675](https://doi.org/10.1063/5.0080675). — URL: <https://doi.org/10.1063/5.0080675>. — Дата публикации: 22.02.2022.
64. Acceleration of electrons in the plasma wakefield of a proton bunch / E. Adli [и др.] // Nature. — Текст: электронный, 2018. — Сент. — Т. 561. — С. 363. — DOI: [10.1038/s41586-018-0485-4](https://doi.org/10.1038/s41586-018-0485-4). — URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-018-0485-4>. — Дата публикации: 20.09.2018.
65. Analysis of proton bunch parameters in the AWAKE experiment / V. Hafych [и др.] // Journal of Instrumentation. — Текст: электронный, 2021. — Т. 16, № 11. — P11031. — DOI: [10.1088/1748-0221/16/11/p11031](https://doi.org/10.1088/1748-0221/16/11/p11031). — URL: <https://doi.org/10.1088/1748-0221/16/11/p11031>. — Дата публикации: 24.11.2021.

66. Proton beam defocusing in AWAKE: comparison of simulations and measurements / A. A. Gorn [и др.] // Plasma Physics and Controlled Fusion. — Текст: электронный, 2020. — Т. 62. — С. 25023. — DOI: [10.1088/1361-6587/abc298](https://doi.org/10.1088/1361-6587/abc298). — URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6587/abc298>. — Дата публикации: 06.11.2020.
67. Experimental study of extended timescale dynamics of a plasma wakefield driven by a self-modulated proton bunch / J. Chappell [и др.] // Physical Review Accelerators and Beams. — Текст: электронный, 2021. — Т. 24. — С. 011301. — DOI: [10.1103/PhysRevAccelBeams.24.011301](https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.011301). — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.011301>. — Дата публикации: 05.01.2021.
68. Simulation and experimental study of proton bunch self-modulation in plasma with linear density gradients / P. I. Morales Guzmán [и др.] // Physical Review Accelerators and Beams. — Текст: электронный, 2021. — Т. 24. — С. 101301. — DOI: [10.1103/PhysRevAccelBeams.24.101301](https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.101301). — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.24.101301>. — Дата публикации: 01.10.2021.
69. Горн А. Особенности кильватерного ускорения с протонным драйвером в радиально ограниченной плазме: специальность 1.3.18 «Физика ускорителей и пучков заряженных частиц»: научно-квалификационная работа аспиранта. — 2022. — Новосибирский государственный университет. — Новосибирск. — 69 с. — Текст: непосредственный.
70. AWAKE, The Advanced Proton Driven Plasma Wakefield Acceleration Experiment at CERN / E. Gschwendtner [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. — Текст: электронный, 2016. — Т. 829. — С. 76—82. — DOI: [10.1016/j.nima.2016.02.026](https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.02.026). — URL: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.02.026>. — Дата публикации: 22.02.2016.
71. Path to AWAKE: Evolution of the concept / A. Caldwell [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A. — Текст: электронный, 2016. — Т. 829. — С. 3—16. — DOI: [10.1016/j.nima.2015.12.050](https://doi.org/10.1016/j.nima.2015.12.050). — URL: <https://doi.org/10.1016/j.nima.2015.12.050>. — Дата публикации: 02.01.2016.

72. AWAKE readiness for the study of the seeded self-modulation of a 400GeV proton bunch / P. Muggli [и др.] // Plasma Physics and Controlled Fusion. — Текст: электронный, 2018. — Т. 60. — С. 014046. — DOI: [10.1088/1361-6587/aa941c](https://doi.org/10.1088/1361-6587/aa941c). — URL: <https://doi.org/10.1088/1361-6587/aa941c>. — Дата публикации: 29.11.2017.
73. Experimental Observation of Proton Bunch Modulation in a Plasma at Varying Plasma Densities / E. Adli [и др.] // Physical Review Letters. — Текст: электронный, 2019. — Т. 122. — С. 054802. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.122.054802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.054802). — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.054802>. — Дата публикации: 08.02.2019.
74. Experimental Observation of Plasma Wakefield Growth Driven by the Seeded Self-Modulation of a Proton Bunch / M. Turner [и др.] // Physical Review Letters. — Текст: электронный, 2019. — Т. 122. — С. 054801. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.122.054801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.054801). — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.054801>. — Дата публикации: 08.02.2019.
75. Proton-driven plasma wakefield acceleration in AWAKE / E. Gschwendtner [и др.] // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. — Текст: электронный, 2019. — Т. 377, № 20180418. — DOI: [10.1098/rsta.2018.0418](https://doi.org/10.1098/rsta.2018.0418). — URL: <https://doi.org/10.1098/rsta.2018.0418>. — Дата публикации: 25.04.2019.
76. Proton Bunch Self-Modulation in Plasma with Density Gradient / F. Braunmüller [и др.] // Physical Review Letters. — Текст: электронный, 2020. — Т. 125. — С. 264801. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.125.264801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.264801). — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.264801>. — Дата публикации: 28.12.2020.
77. Transition between Instability and Seeded Self-Modulation of a Relativistic Particle Bunch in Plasma / F. Batsch [и др.] // Physical Review Letters. — Текст: электронный, 2021. — Т. 126. — С. 164802. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.126.164802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.126.164802). — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.126.164802>. — Дата публикации: 20.04.2021.
78. Experimental study of wakefields driven by a self-modulating proton bunch in plasma / (AWAKE Collaboration) [и др.] // Physical Review Accelerators and Beams. — Текст: электронный, 2020. — Т. 23, № 8. — DOI: [10.](https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.23.084001)

- 1103/PhysRevAccelBeams.23.081302. — URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevAccelBeams.23.081302>. — Дата публикации: 04.08.2020.
79. A rubidium vapor source for a plasma source for AWAKE / G. Plyushchev [и др.] // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2017. — Дек. — Т. 51, № 2. — С. 025203. — DOI: [10.1088/1361-6463/aa9dd7](https://doi.org/10.1088/1361-6463/aa9dd7).
80. The effect of plasma radius and profile on the development of self-modulation instability of electron bunches / Y. Fang [и др.] // Physics of Plasmas. — 2014. — Т. 21, № 5. — С. 056703. — DOI: [10.1063/1.4872328](https://doi.org/10.1063/1.4872328).
81. Jupyter notebook for calculation of linear theory of radially-bounded plasma response. — URL: <https://anaconda.org/Gorn/easy-linear-field-theory>.
82. *Kuppers G., Salat A., Wimmel H. K.* Current and fields induced in plasmas by relativistic electron beams with arbitrary radial and axial density profiles // Plasma Physics. — 1973. — Май. — Т. 15, № 5. — С. 429—439. — DOI: [10.1088/0032-1028/15/5/010](https://doi.org/10.1088/0032-1028/15/5/010).
83. S. Rosinskii [и др.] // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 1975. — Т. 39. — С. 661.
84. *Gorbunov L. M., Mora P., Ramazashvili R. R.* Laser surface wakefield in a plasma column // Physics of Plasmas. — 2003. — Т. 10, № 11. — С. 4563—4566. — DOI: [10.1063/1.1618774](https://doi.org/10.1063/1.1618774).
85. Limits of linear plasma wakefield theory for electron or positron beams / W. Lu [и др.] // Physics of Plasmas. — 2005. — Т. 12, № 6. — С. 063101. — DOI: [10.1063/1.1905587](https://doi.org/10.1063/1.1905587).
86. *Lotov K. V.* Radial equilibrium of relativistic particle bunches in plasma wakefield accelerators // Physics of Plasmas. — 2017. — Т. 24, № 2. — С. 023119. — DOI: [10.1063/1.4977058](https://doi.org/10.1063/1.4977058).
87. *Lotov K. V.* Optimum angle for side injection of electrons into linear plasma wakefields // Journal of Plasma Physics. — 2012. — Т. 78, № 4. — С. 455—459. — DOI: [10.1017/S0022377812000335](https://doi.org/10.1017/S0022377812000335).
88. *Lotov K. V.* Plasma response to ultrarelativistic beam propagation // Physics of Plasmas. — 1996. — Т. 3, № 7. — С. 2753—2759. — DOI: [10.1063/1.872081](https://doi.org/10.1063/1.872081).

89. *Lotov K. V.* Blowout regimes of plasma wakefield acceleration // Physical Review E. — 2004. — Апр. — Т. 69, вып. 4. — С. 046405. — DOI: [10.1103/PhysRevE.69.046405](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.046405).
90. *Dawson J. M.* Nonlinear Electron Oscillations in a Cold Plasma // Physical Review. — 1959. — ЯНВ. — Т. 113, вып. 2. — С. 383—387. — DOI: [10.1103/PhysRev.113.383](https://doi.org/10.1103/PhysRev.113.383).
91. A nonlinear theory for multidimensional relativistic plasma wave wakefields / W. Lu [и др.] // Physics of Plasmas. — 2006. — Т. 13, № 5. — С. 056709. — DOI: [10.1063/1.2203364](https://doi.org/10.1063/1.2203364).
92. Accurate modeling of plasma acceleration with arbitrary order pseudo-spectral particle-in-cell methods / S. Jalas [и др.] // Physics of Plasmas. — 2017. — Т. 24, № 3. — С. 033115. — DOI: [10.1063/1.4978569](https://doi.org/10.1063/1.4978569).
93. Jupyter notebook for calculation of plasma electron trajectories. — URL: <https://anaconda.org/Gorn/trajectory-calculation>.
94. *Spitsyn R. I., Lotov K. V.* Wakefield decay in a radially bounded plasma due to formation of electron halo // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2021. — Март. — Т. 63, № 5. — С. 055002. — DOI: [10.1088/1361-6587/abe055](https://doi.org/10.1088/1361-6587/abe055).
95. Characterization of wavebreaking time and dissipation of weakly nonlinear wakefields due to ion motion / R. I. Spitsyn [и др.] // Physics of Plasmas. — 2018. — Т. 25, № 10. — С. 103103. — DOI: [10.1063/1.5048549](https://doi.org/10.1063/1.5048549).
96. *Turner M., Gschwendtner E., Muggli P.* A method to determine the maximum radius of defocused protons after self-modulation in AWAKE // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2018. — Т. 909. — С. 123—125. — DOI: [10.1016/j.nima.2018.02.007](https://doi.org/10.1016/j.nima.2018.02.007). — 3rd European Advanced Accelerator Concepts workshop (EAAC2017).
97. Upgrade of the two-screen measurement setup in the AWAKE experiment / M. Turner [и др.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2017. — ИЮЛЬ. — Т. 874. — С. 012031. — DOI: [10.1088/1742-6596/874/1/012031](https://doi.org/10.1088/1742-6596/874/1/012031).
98. The two-screen measurement setup to indirectly measure proton beam self-modulation in AWAKE / M. Turner [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers,

- Detectors and Associated Equipment. — 2017. — Т. 854. — С. 100—106. — DOI: [10.1016/j.nima.2017.02.064](https://doi.org/10.1016/j.nima.2017.02.064).
99. *Öz E., Muggli P.* A novel Rb vapor plasma source for plasma wakefield accelerators // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2014. — Т. 740. — С. 197—202. — DOI: [10.1016/j.nima.2013.10.093](https://doi.org/10.1016/j.nima.2013.10.093). — Proceedings of the first European Advanced Accelerator Concepts Workshop 2013.
100. *Demeter G.* Propagation of ultrashort resonant ionizing laser pulses in rubidium vapor // Physical Review A. — 2019. — ИЮНЬ. — Т. 99, ВЫП. 6. — С. 063423. — DOI: [10.1103/PhysRevA.99.063423](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.063423).
101. *Papotti G.* Beam quality and availability from the injectors // Proceedings of 2nd 2010 Evian workshop on LHC beam (Geneva, Switzerland, 2010). — С. 49—54.
102. *Lotov K. V., Sosedkin A. P., Petrenko A. V.* Long-Term Evolution of Broken Wakefields in Finite-Radius Plasmas // Physical Review Letters. — 2014. — Май. — Т. 112, ВЫП. 19. — С. 194801. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.112.194801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.194801).
103. *Spitsyn R. I., Lotov K. V.* Wakefield decay in a radially bounded plasma due to formation of electron halo // Plasma Physics and Controlled Fusion. — 2021. — Март. — Т. 63, № 5. — С. 055002. — DOI: [10.1088/1361-6587/abe055](https://doi.org/10.1088/1361-6587/abe055).
104. *Lotov K. V.* Excitation of two-dimensional plasma wakefields by trains of equidistant particle bunches // Physics of Plasmas. — 2013. — Т. 20, № 8. — С. 083119. — DOI: [10.1063/1.4819720](https://doi.org/10.1063/1.4819720).
105. *Petrenko A., Lotov K., Sosedkin A.* Numerical studies of electron acceleration behind self-modulating proton beam in plasma with a density gradient // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2016. — Т. 829. — С. 63—66. — DOI: [10.1016/j.nima.2016.01.063](https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.01.063). — 2nd European Advanced Accelerator Concepts Workshop - EAAC 2015.

106. *Lotov K. V.* Controlled self-modulation of high energy beams in a plasma // Physics of Plasmas. — 2011. — Т. 18, № 2. — С. 024501. — DOI: [10.1063/1.3558697](https://doi.org/10.1063/1.3558697).
107. *Lotov K. V.* Physics of beam self-modulation in plasma wakefield accelerators // Physics of Plasmas. — 2015. — Т. 22, № 10. — С. 103110. — DOI: [10.1063/1.4933129](https://doi.org/10.1063/1.4933129).
108. *Muggli P.* Physics to plan AWAKE Run 2 // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — ИЮЛЬ. — Т. 1596, № 1. — С. 012008. — DOI: [10.1088/1742-6596/1596/1/012008](https://doi.org/10.1088/1742-6596/1596/1/012008).

Список рисунков

- 1 Принципиальная схема электронно-лучевой трубки с магнитными фокусировкой и отклонением электронного пучка: 1-цилиндр Венельта, 2-аноды, 3-магнитная отклоняющая система, 4-подогреватель катода, 5-катод, 6-электронный пучок, 6-фокусирующая магнитная система, 7-люминесцирующий экран [1] 4
- 2 Принципиальная схема плазменного кильватерного ускорителя с лазерным драйвером и инъекцией внешнего электронного пучка. Красные точки изображают подвижные электроны плазмы, а черные кресты — неподвижные ионы. Ионы в области, где электроны плазмы не возмущены, не показаны. Приведенные на рисунке параметры относятся к случаю лазера мощностью 200 ТВт, возбуждающего кильватерную волну в плазме плотностью 10^{17} см^{-3} [6] 6
- 3 Кривая Ливингстона для ускорителей, показывающая максимально достижимую энергию пучка для различных ускорительных технологий в зависимости от года. Серые полосы показывают приложения ускорителей в науке. Данные после 2014 года обозначают будущие цели для различных ускорительных технологий [6] 8
- 1.1 Схема эксперимента AWAKE [64] 20
- 1.2 Изображение со сцинтиллятора электронного спектрометра, на котором отчетливо виден электронный сигнал. Интенсивность изображения выражается в заряде Q на единицу площади ($d^2Q/dx dy$). Проекция (b) получается интегрированием центральной области изображения (a) по вертикали. И изображение (a), и проекция (b) совмещены в пространстве, как показано на верхней оси, на нижней же оси показаны соответствующие значения энергии. Электронный сигнал отчетливо выделяется над шумом с пиковой интенсивностью на энергии $E \approx 800 \text{ МэВ}$ [64] 24

1.3	Проекции последовательных событий ускорения электронов. Каждая проекция представляет собой вертикальное интегрирование по центральной области изображения камеры спектрометра за вычетом фоновых шумов. Интенсивность цвета соответствует линейной плотности заряда электронов dQ/dx . Никакие параметры системы намеренно не менялись [64]	25
2.1	(а) Схема эксперимента AWAKE и (b) профиль плотности плазмы $n(z)$ вдоль плазменной ячейки. Красная линия соответствует максимальной плотности протонного пучка $n_{b0} = 4 \times 10^{12} \text{ см}^{-3}$ [63]	26
2.2	Геометрия проблемы [62]	27
2.3	Продольные функции $g(\xi)$ (форма пучка) и $G(\xi)$ (кильватерный потенциал) для пучков с (а) резким передним фронтом и (b) локальным мелкомасштабным фрагментом [62]	30
2.4	Радиальные зависимости компоненты кильватерного потенциала $F(r)$, поперечной силы $E_r - B_\phi$, и полей E_r и B_ϕ для $k_p R = 1$, $G(\xi) = 0.5$, $g(\xi) = 1$. Линии с длинным пунктиром показывают соответствующие зависимости для неограниченной плазмы. Линия с коротким пунктиром показывает магнитное поле пучка в вакууме [62]	32
2.5	Иллюстрация к возникновению равенства полей снаружи плазмы [62]	32
2.6	Зависимость абсолютного значения кильватерного потенциала на оси от плотности плазмы, рассчитанная в линейном приближении для ограниченной и неограниченной плазмы (сплошные линии) и с помощью численного моделирования LCODE (точки) для ограниченной плазмы. Вертикальные пунктирные линии показывают границы режимов взаимодействия из Таблицы 3 [62]	34
2.7	Карты поперечной силы $E_r - B_\phi$ и кильватерного потенциала Φ в полном окне (а), (b) и областях вблизи $\xi = -12.15 \text{ см}$ (с), (d) и их радиальные профили (е) в этой точке (черная пунктирная линия) для плотности плазмы $n \approx 3.6n_{b0}$ (при которой $k_p R = 1$) [62]	37

- 2.8 Карты плотности электронов плазмы n_e для гладких электронного (а) и протонного (б) пучков с профилем плотности (2.25). Невозмущенная плотность плазмы $n = 0.1n_{b0}$ [62] 38
- 2.9 Карты плотности электронов плазмы n_e для электронного (а) и протонного (б) пучков с профилем плотности (2.3). Карта радиальной силы $E_r - B_\phi$ для случая протонного пучка (с). Невозмущенная плотность плазмы $n = 0.5n_{b0}$ [62] 39
- 2.10 Зависимость номера периода плазменных колебаний N , на котором впервые происходит опрокидывание волны, от плотности плазмы (точки). Сплошная линия помогает проследить линейную зависимость [62] 40
- 2.11 Плотность заряда (а) и радиальная сила F_r (б), создаваемая пучком протонов с параметрами эксперимента AWAKE в плазме с плавно нарастающей плотностью (Рисунок 2.1b). Передний край пучка находится на расстоянии $z = -0.5$ м. Моделирование выполнено с помощью двумерного (осесимметричного) кода FVRIC [63] 41
- 2.12 (а) Частота ω и (б) амплитуда A колебаний электронов плазмы как функции начального радиуса электрона ρ_0 , полученные путем численного решения уравнения (2.28) для различных соотношений n_{b0}/n . Пунктирные линии в (а) являются приближениями (2.29), а в (б) — приближениями (2.31) для $\rho_0 \ll 1$ и (2.32) для $\rho_0 \gg 1$ [63] 43
- 2.13 (а) Траектории электронов плазмы и (б) соответствующие производные $\partial\rho/\partial\rho_0$, рассчитанные численно для $\tilde{n} = 1$. Черные точки показывают точку, в которой траектории пересекаются в первый раз [63] 45
- 2.14 Плотность электронов плазмы $n_e(\xi, r)$, полученная из моделирования LCODE для $\tilde{n} = 1$. Стрелкой показана точка в плазме, откуда появляется первая струя вылетающих электронов [63] 46

- 2.15 Траектории плазменных электронов, полученные из численных решений уравнения (2.28) и из моделирования LCODE для $\tilde{n} = 1$. Черная точка показывает место, в котором траектории пересекаются впервые согласно модели Доусона [63] 46
- 2.16 Плотность электронов плазмы $n_e(\xi, r)$, полученная из моделирования LCODE для электронного драйвера и $\tilde{n} = 1$. Красные линии являются решениями уравнения (2.28). Черная точка показывает место опрокидывания волны согласно модели Доусона [63] 47
- 2.17 (а) Траектории электронов плазмы, полученные в результате моделирования LCODE и численного решения уравнения (2.28) для $\tilde{n} = 0.2$. Черная точка показывает место, в котором траектории пересекаются в первый раз согласно модели Доусона.
(б) Компоненты импульса электрона для этих траекторий [63] . . . 49
- 2.18 (а) Траектории электронов плазмы, полученные в результате моделирования LCODE и численного решения уравнения (2.28) для $\tilde{n} = 2$. Черная точка показывает место, в котором траектории пересекаются в первый раз согласно модели Доусона.
(б) Компоненты импульса электрона для этих траекторий [63] . . . 50
- 2.19 Место первого пересечения траекторий при различных плотностях плазмы согласно модели Доусона [63] 51
- 2.20 Продольная координата, при которой впервые происходит пересечение траекторий, как функция плотности плазмы [63] . . . 51
- 2.21 Карты плотности электронов плазмы n_e для электронного (а) и протонного (б) пучков и невозмущенной плотности плазмы $n = 0.14n_{b0}$ [62] 52
- 2.22 Карты плотности электронов плазмы n_e для электронного (а) и протонного (б) пучков и невозмущенной плотности плазмы $n = 0.05n_{b0}$ [62] 53
- 2.23 Продольная сила $E_r - B_\phi$ (а) и “интегральная” радиальная сила $F_{r,int}(r)$ (б), показанная черной линией, для протонного пучка и плазмы с плотностью $n = n_{b0}$ [62] 54

- 2.24 “Интегральная” радиальная сила $F_{r,int}(r)$ в области переходной плотности вблизи отверстия плазменной секции. Стрелкой показана оптимальная траектория ускоряемых электронов для лучшей эффективности инжекции (из работы [71]). Зеленая заливка показывает область с постоянной плотностью плазмы, в которую электроны могут быть захвачены кильватерной волной со стационарной фазой [62] 55
- 3.1 Упрощенная схема эксперимента AWAKE по самомодуляции протонного пучка в плазме 57
- 3.2 Стандартное отклонение поперечного профиля протонного пучка в зависимости от его положения для случая номинальных параметров AWAKE без плазмы. Серые сплошные линии показывают положение четырех экранов для регистрации пучка. Положение концов плазменной ячейки показано красными пунктирными линиями [65] 57
- 3.3 Результаты измерений эмиттанса пучка в пустой плазменной секции AWAKE (синие и оранжевые точки) и в кольце SPS (черные и красные кресты). Черная сплошная прямая — линейная аппроксимация данных с SPS 60
- 3.4 Изображения центральной части пучка (a) и гало (b) на второй (по направлению движения пучка) станции диагностики протонного пучка. Красная сплошная линия на изображении (b) показывает границу гало, используемую для определения максимального радиуса отклонения протонов пучка. Отметим, что интенсивный сигнал от центральной части пучка блокируется специальной маской 61

- 3.5 Усредненные по углу радиальные распределения потока частиц пучка в 30 отдельных выстрелах (серые линии), кривая, полученная усреднением по этим выстрелам (тонкая темно-серая линия), и результаты моделирования: с оптимальными параметрами из таблицы 5 (сплошная красная линия), с уменьшенным угловым разбросом и тем же радиусом пучка (пунктирная линия) и с уменьшенным радиусом пучка и тем же угловым разбросом (пунктирная линия). Вертикальные черные линии отмечают максимальный радиус протонного гало, рассчитанный контурным методом [66; 96] 62
- 3.6 Изображение протонного пучка, полученное с помощью стрик-камеры (а) и аппроксимация тока пучка функцией Гаусса (b) 64
- 3.7 (а) Плотность электронов плазмы (цветовая карта) и траектории отдельных электронов (линии) после прохождения пучком 4 метров в плазме. Вертикальная черная линия показывает сечение, соответствующее Рисунку 3.8. (b) Кильватерный потенциал Φ на оси после прохождения пучком того же расстояния, рассчитанный с широким ($30c/\omega_p \approx 11.4$ мм) и узким ($4.5c/\omega_p \approx 1.7$ мм) окнами моделирования 66
- 3.8 Радиальные зависимости усредненной по плазменному периоду плотности плазменных ионов $\langle n_i \rangle$ и электронов $\langle n_e \rangle$ и радиального электрического поля $\langle E_r \rangle$ на расстоянии 8 см за затравочным лазерным импульсом после 4 метров распространения в плазме. Это сечение соответствует положению вертикальной черной линии на Рисунке 3.7. Электронная плотность снаружи плазменного столба увеличена в 100 раз для наглядности. Стрелки схематически показывают влияние поля на электроны плазмы и протоны пучка 67

- 3.9 Размер протонного гало для плазмы низкой (а) и высокой (б) плотности и различного числа частиц пучка. Верхняя и нижняя группы линий на каждом графике относятся к двум диагностическим станциям протонного пучка. Черные точки с указанием погрешностей (“expt”) — экспериментально измеренные значения, линии — результаты моделирования. Погрешности измерений были определены так же, как в [96], и показывают стандартное отклонение радиусов, измеренных вдоль различных направлений изображения. Сплошные синие линии относятся к оптимальным наборам параметров. Зеленые пунктирные линии показывают влияние узкого ($4.5c/\omega_p$) окна моделирования в (а) и узкого пучка ($\sigma_r = 160$ мкм, более темная линия) или также пучка с низким эмиттансом ($\epsilon_b = 2.9$ мм мрад, более светлая линия) в (б). Пунктирные красные линии - это зависимость $\propto N_b^{1/3}$ в (а) и $\propto N_b^{1/2}$ в (б) 68
- 3.10 Радиус протонного гало на экранах для различных градиентов плотности плазмы (характеризуется относительным увеличением плотности на выходе из плазменной ячейки): черные точки — экспериментально измеренные значения; величины погрешностей показывают стандартное отклонение всех отдельных измерений при данном значении градиента, линии — результаты моделирования для различных радиусов пучка 69
- 3.11 Максимальная амплитуда кильватерного потенциала Φ_{\max} в зависимости от длины распространения пучка z для различных значений градиента плотности вдоль плазменной ячейки 70

Список таблиц

1	Численные коды для моделирования кильватерного ускорения . .	11
2	Основные параметры моделирования	28
3	Границы между режимами взаимодействия и отвечающие им эффекты	29
4	Серии измерений протонного пучка в пустой плазменной секции .	59
5	Параметры пучка и плазмы, взятые в качестве входных данных для моделирования. Параметры в первой группе одинаковы во всех расчетах. Параметры во второй группе (под линией) могут меняться в различных режимах, и приведенные значения являются иллюстративными (Рисунки 3.5, 3.7, 3.8)	63