



## Экспериментальные методы исследования плазмы, ч. 1

Электронный лекционный курс\*

Судников А. В.

### Лекция 1 Зондовые методы исследования плазмы

© Новосибирский государственный университет 2013 г. Редакция 2017 г.

\* Курс подготовлен в рамках реализации Программы развития НИУ НГУ на 2009–2018 годы

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



### Вступление. Зачем создавать плазму?

- УТС;
- Моделирование плазмы в космосе;
- Исследование и модификация материалов;
- Технологические процессы;
- И т.д.

2

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



### Вступление. Оптимизируемые параметры плазмы

- УТС: термоядерный выход;
- Моделирование плазмы в космосе: безразмерные параметры подобия (числа Рейнольдса, Лундквиста и др.);
- Исследование и модификация материалов: плотность потока мощности, флюенс, энергия частиц и др.;
- Технологические процессы: флюенс, энергия частиц, КПД преобразования энергии в излучение и др.

3

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Вступление. Задачи диагностики

- Решаемые задачи требуют достижения параметров, определяемых физикой процесса.
  - Программа эксперимента предусматривает, по меньшей мере, **две альтернативные гипотезы** (включая «*нуль-гипотезу*») о процессах в плазме. Иначе эксперимент не принесит никакой пользы.
  - Альтернативные гипотезы различаются в каких-либо наблюдаемых величинах.
  - Измерение этих величин определяет верную гипотезу
- ↓
- Набор, расположение и конструкция диагностик **определяется программой эксперимента.**

4

---

---

---

---

---

---

---


---

---

---

## Лекция 1. Зондовые методы исследования плазмы

- Одиночный электростатический зонд (Зонд Ленгмюра; eng: electrostatic probe, Langmuir probe)
- Важнейшие характеристики зонда
- Определение параметров плазмы по вольт-амперной характеристике одиночного зонда
- Формула Дрювестейна

 Впервые стал применять зонды для исследования плазмы Ленгмюр (Langmuir) в 1924 г

5

---

---

---

---

---

---

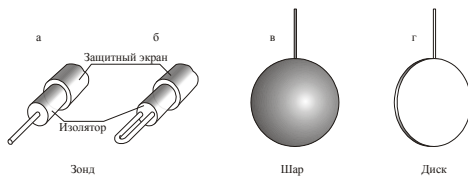
---

---

---

---

## Конструкции одиночных ленгмюровских зондов



а, б – цилиндрические зонды; в – сферический зонд;  
г – плоский зонд

6

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Важнейшие характеристики зонда

Характерный размер зонда (чаще всего радиус):  $a$

С чем сравнивать?

- дебаевский радиус:  $\lambda_D [\text{см}] = \sqrt{\frac{kT_e}{4\pi n e^2}} \approx 743 \cdot \sqrt{\frac{T_e [\text{эВ}]}{n [\text{см}^{-3}]}}$

Определяет толщину переходного слоя вблизи зонда

7

## Важнейшие характеристики зонда

- ларморовские радиусы электронов и ионов:

$$\rho_e [\text{см}] = 2.38 \sqrt{T_e [\text{эВ}] / B [\text{Гс}]} = 3.36 \sqrt{E_e [\text{эВ}] / B [\text{Гс}]}$$

$$\rho_i [\text{см}] = 102 \sqrt{\mu T_i [\text{эВ}] / Z B [\text{Гс}]} = 144 \sqrt{\mu E_i [\text{эВ}] / Z B [\text{Гс}]}$$

где  $\mu = m_i / m_p$  - относительная масса иона

$Z = q_i / e$  - заряд иона

Определяет изотропность движения ионов и электронов

8

## Важнейшие характеристики зонда

- средняя длина свободного пробега частиц  $\lambda_{\alpha\beta} = \frac{\langle u_{\alpha} \rangle}{V_{\alpha\beta}}$

Для максвелловской плазмы с  $T_i \leq T_e$

$$\lambda_{ee} = \frac{u_{Te}}{V_{ee}} \approx 1.4 \cdot 10^{13} \frac{T_e^2 [\text{эВ}]}{n [\text{см}^{-3}] \ln \Lambda_{ee}} \sim 10^{12} \frac{T_e^2 [\text{эВ}]}{n [\text{см}^{-3}]}$$

$$\lambda_{ei} = \frac{u_{Te}}{V_{ei}} \approx 3 \cdot 10^{12} \frac{T_e^2 [\text{эВ}]}{n [\text{см}^{-3}]} \sim \lambda_{ee}$$

Характер движения частиц по направлению к зонду зависит от безразмерного числа Кнудсена:

$$Kn = \lambda / a$$

9

## Важнейшие характеристики зонда

Электрическое поле, возникающее при подаче на зонд напряжения, меняет характер движения заряженных частиц вблизи него и их плотность. При больших разностях потенциала между зондом и плазмой можно считать, что переходный слой работает как диод.

$$j_i \approx \frac{en_e v_{Ti}}{4} \quad \longleftrightarrow \quad j \propto \frac{\sqrt{\epsilon} U^{3/2}}{9\pi \sqrt{m} \cdot d^2}$$

Практические формулы для ионного и электронного тока плоского диода:

$$j_i [mA/cm^2] = 172 \frac{U^{3/2} [kB]}{d^2 [mM]}$$

$$j_e [A/cm^2] = 7.4 \frac{U^{3/2} [kB]}{d^2 [mM]}$$

10

---

---

---

---

---

---

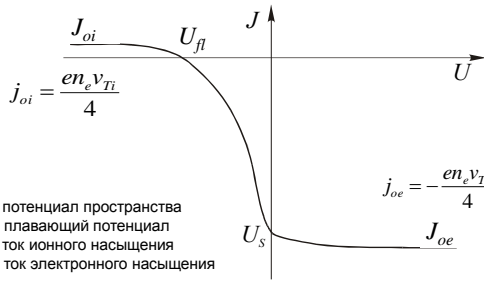
---

---

---

---

## Вольт-амперная характеристика одиночного зонда



$U_s$  – потенциал пространства  
 $U_f$  – плавающий потенциал  
 $J_{oi}$  – ток ионного насыщения  
 $J_{oe}$  – ток электронного насыщения

11

---

---

---

---

---

---

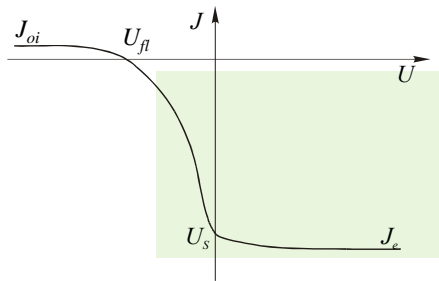
---

---

---

---

## Вольт-амперная характеристика одиночного зонда



12

---

---

---

---

---

---

---

---

---

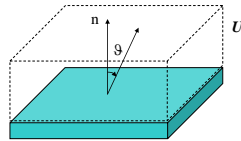
---

### Формула Дрювестейна. Аналитическое выражение для электронной ветви.

Будем для простоты считать поверхность зонда **плоской**, а движение частиц в слое пространственного заряда вблизи зонда **бесстолкновительным**.

$f(v)$  – функция распределения электронов по скоростям (изотропна)

$U$  – модуль разности потенциалов между плазмой и зондом (зонд заряжен отрицательно по отношению к плазме, потенциал «запирающий» для электронов).



Найдем связь между ВАХ зонда и функцией распределения электронов по скоростям (энергиям).

13

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Формула Дрювестейна

Плоский зонд.

Druyvestein M.J. // Z. Phys. 1930. Vol. 64. P. 781.

При отрицательном потенциале зонда плотность тока электронов на него равна:

$$j_{\text{зонда}} = en \cdot \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} \int_0^{\vartheta_{\text{max}}} \int_0^{2\pi} v \cos \vartheta f(v) \cdot v^2 \sin \vartheta dv d\vartheta d\phi$$

где  $\vartheta_{\text{max}}$  определяется из условия  $v \cos \vartheta_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$

(т.е., продольной скорости электронов достаточно для преодоления потенциального барьера)

$$\int_0^{\vartheta_{\text{max}}} \cos \vartheta \cdot \sin \vartheta d\vartheta = \frac{1}{2} (1 - \cos^2 \vartheta_{\text{max}})$$

Здесь **интегрирование** ведётся в **пространстве скоростей**

14

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Формула Дрювестейна,

«плоский» зонд.

Druyvestein M.J. // Z. Phys. 1930. Vol. 64. P. 781.

$$j_{\text{зонда}} = en\pi \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} v^3 f(v) \cdot \left(1 - \frac{2eU}{mv^2}\right) dv$$



$$\frac{\partial^2 j_{\text{зонда}}}{\partial U^2} = \frac{2\pi n e^3}{m^2} f\left(\sqrt{\frac{2eU}{m}}\right)$$

Тем самым, **функция распределения** электронов по энергиям может быть восстановлена по **второй производной ВАХ**

15

---

---

---

---

---

---

---

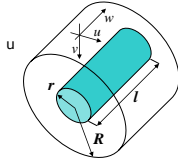
---

---

---

## Формула Дрювестейна

Цилиндрический зонд.



$r$  – радиус зонда;  
 $R$  – радиус оболочки  
 возмущения параметров  
 плазмы;  
 $l$  – длина зонда  
 $U$  – разность потенциалов  
 между зондом и плазмой.

$$j_{\text{зонда}} = \frac{J}{2\pi l}$$

Считаем функцию распределения электронов по скоростям изотропной, т.е.

$$f(u, v, w) = f(\sqrt{u^2 + v^2 + w^2})$$

16

## Формула Дрювестейна

Цилиндрический зонд.

Подход аналогичен плоскому зонду: производится интегрирование функции распределения по скоростям, достаточным для преодоления потенциального барьера. Здесь накладывается ограничение на радиальную компоненту скорости  $v$ .

$$J = 2\pi R l e n \int_{-\infty}^{\infty} dw \int_{-\infty}^{\infty} du \int_{v^*}^{\infty} v f(\sqrt{u^2 + w^2 + v^2}) dv$$

17

## Формула Дрювестейна

Цилиндрический зонд.

Минимальная радиальная скорость теперь зависит от азимутальной скорости:  $v^* = v^*(u)$ .

Пусть:  $u, v, w$  – невозмущённые скорости,

$u_r, v_r, w_r$  – скорости у поверхности зонда.

По-прежнему предполагаем, что электроны *бесстолкновительны*.  
 Из законов сохранения энергии, импульса и момента импульса:

$$\begin{cases} u_r^2 + v_r^2 + w_r^2 = u^2 + v^2 + w^2 - 2\frac{eU}{m} \\ u_r = \frac{R}{r} u \\ w = w_r \end{cases}$$

$$v > \sqrt{\frac{R^2 - r^2}{r^2} u^2 + \frac{2eU}{m}} = v^*(u, v)$$

18

### Формула Дрювестейна

Цилиндрический зонд.

$$J = 2\pi Rl \cdot en \int_{-\infty}^{\infty} dw \int_{-\infty}^{\infty} du \int_{\sqrt{\frac{R^2 - r^2 - u^2}{r^2} + \frac{2eU}{m}}}^{\infty} v f(\sqrt{u^2 + w^2 + v^2}) dv$$



$$\frac{\partial^2 j_{\text{зонда}}}{\partial U^2} = \frac{2\pi n e^3}{m^2} f\left(\sqrt{\frac{2eU}{m}}\right)$$

Тем самым, функция распределения электронов по энергиям может быть восстановлена по второй производной ВАХ

19

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Максвелловское распределение электронов.

Если в невозмущенной области плазмы распределение электронов по скоростям максвелловское:

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT_e}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT_e}}$$

$$j_{\text{зонда}} = \frac{en}{4} \sqrt{\frac{8kT_e}{m\pi}} \cdot e^{-eU/kT_e} = \frac{en}{4} \langle v \rangle \cdot e^{-eU/kT_e}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8T_e}{\pi m}} \approx 6.7 \times 10^7 \sqrt{T_e [\text{эВ}]} \quad [\text{см} / \text{с}] \text{ — наиболее вероятная скорость}$$

Для максвелловской плазмы легко найти температуру, построив зависимость напряжения от тока в логарифмическом масштабе и вычислив тангенс угла наклона получившейся прямой  $kT \ln \frac{j_{\text{зонда}}(U)}{j_{\text{зонда}}(0)} = -eU$

20

---

---

---

---

---

---

---

---

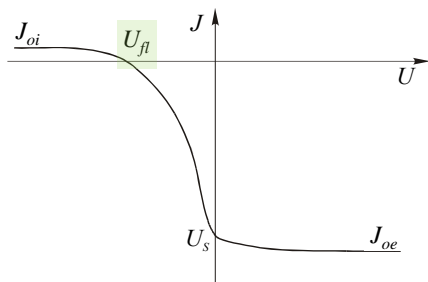
---

---

---

---

### Вольт-амперная характеристика одиночного зонда



21

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Плавающий потенциал (при максвелловском распределении)

Ток ионов:  $j_{i0} = \frac{en_e v_{Ti}}{4}$  Ток электронов:  $j_e = -\frac{en_e v_{Te}}{4} \cdot e \frac{eU}{kT_e}$

При отсутствии эмиссии с поверхности зонда:  $|j_{i0}| = |j_e|$

Считаем  $T_e = T_i = T$

$$U_n = \frac{kT}{e} \cdot \ln \sqrt{\frac{M}{m}} \approx -3.8 \frac{kT}{e}$$

Более точные расчеты в случае, когда  $T_i/T_e \rightarrow 0$ , дают значение  $U_n \approx -3.3 \frac{kT}{e}$

При бесконечной эмиссии с поверхности зонда  $U_n \approx -1.02 \frac{kT_e}{e}$   
[Hobbs G.D., Wesson J.A. // Plasma Physics. 1967. V.9.P.85.]

Зонд находится под отрицательным потенциалом по отношению к плазме

22

---

---

---

---

---

---

---

---

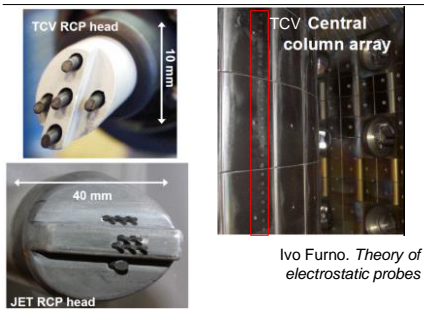
---

---

---

---

### Примеры зондов



Ivo Furno. Theory of electrostatic probes

23

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Примеры зондов

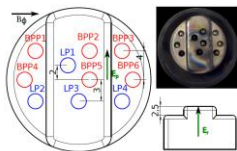


Figure 1: Schematics and a picture of the modified Reynolds stress probe head containing Langmuir (LP, blue) and ball-pen (BPP, red) probes. All dimensions are in mm. The directions of the toroidal magnetic field  $B_\theta$ , the radial  $E_r$  and poloidal electric field  $E_\theta$ , are also displayed.

O. Grover et al. Reynolds stress and fluctuation measurements with Langmuir and ball-pen probes in the vicinity of the L-H transition on COMPASS // 44th EPS Conference on plasma physics

24

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



### Примеры зондов



ГДЛ. Прогревные одиночный и тройной зонды.

25

---

---

---

---

---

---

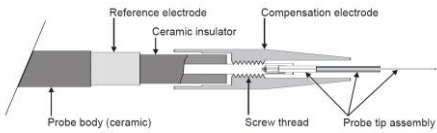
---

---

### Примеры зондов



Hidden Analytical ESPion. Промышленно выпускаемый лентгмюровский зонд.



26

---

---

---

---

---

---

---

---

### Конец лекции 1

27

---

---

---

---

---

---

---

---

Приложение  
производная интеграла по параметру

[Г.М. Физматгосизд т. II стр. 667]:  

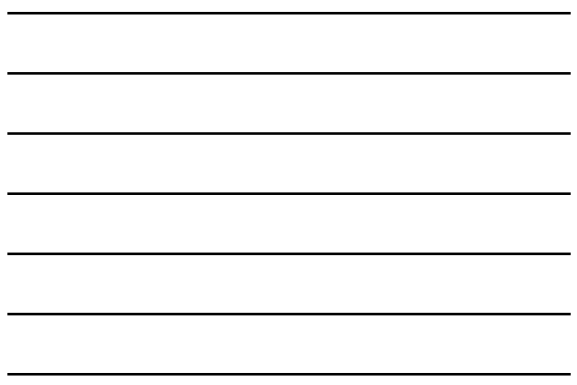
$$I(y) = \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f(x, y) dx \quad I'(y) = \int_{\alpha(y)}^{\beta(y)} f'_x(x, y) dx + \beta'(y) \cdot f(\beta(y), y) - \alpha'(y) \cdot f(\alpha(y), y)$$

$$j_{\text{зона}} = en\pi \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} v^3 f(v) \cdot \left(1 - \frac{2eU}{mv^2}\right) dv \quad \left| \frac{\partial^2}{\partial U^2} \right.$$

$$\frac{\partial j_{\text{зона}}}{\partial U} = en\pi \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} \frac{\partial}{\partial U} \left[ v^3 f(v) \left(1 - \frac{2eU}{mv^2}\right) \right] dv - \sqrt{\frac{2eU}{m}} \cdot 0 = en\pi \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} v^3 f(v) \frac{-2e}{mv^2} dv = -\frac{2\pi ne^2}{m} \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} f(v) v dv$$

$$\frac{\partial^2 j_{\text{зона}}}{\partial U^2} = -\frac{2\pi ne^2}{m} \left[ -\left(\sqrt{\frac{2eU}{m}}\right)' \cdot f\left(\sqrt{\frac{2eU}{m}}\right) \cdot \sqrt{\frac{2eU}{m}} \right] = \frac{2\pi ne^2}{m} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{2eU}{m}}} \cdot f\left(\sqrt{\frac{2eU}{m}}\right) \cdot \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$\frac{\partial^2 j_{\text{зона}}}{\partial U^2} = \frac{2\pi ne^3}{m^2} f\left(\sqrt{\frac{2eU}{m}}\right)$$



$$J = 2\pi Rl \cdot en \int_{-\infty}^{\infty} dw \int_{-\infty}^{\infty} du \int_{\sqrt{\frac{R^2 - r^2 - u^2 + 2eU}{m}}}^{\infty} v f(\sqrt{u^2 + w^2 + v^2}) dv$$

Дифференцируем по U:

$$\frac{\partial J}{\partial U} = -2\pi Rl \frac{en}{m} \iint_{-\infty}^{\infty} du dw \frac{\sqrt{\frac{R^2 - r^2 - u^2 + 2eU}{m}}}{\sqrt{\frac{R^2 - r^2 - u^2 + 2eU}{m}}} \cdot f\left(\sqrt{\frac{R^2 + R^2 - u^2 + 2eU}{m} + w^2}\right)$$

Замена:  $u_r = \frac{R}{r} u$

$$\frac{\partial J}{\partial U} = \frac{2\pi Rl}{m} \iint_{-\infty}^{\infty} du_r dw \cdot f\left(\sqrt{u_r^2 + w^2 + \frac{2eU}{m}}\right) \quad \left| \begin{array}{l} v^2 = u_r^2 + w^2 + \frac{2eU}{m} \\ du_r dw = 2\pi r v dv \end{array} \right.$$

$$\frac{\partial j_{\text{зона}}}{\partial U} = -\frac{2\pi ne^2}{m} \int_{\sqrt{\frac{2eU}{m}}}^{\infty} f(v) v dv \Rightarrow \frac{\partial^2 j_{\text{зона}}}{\partial U^2} = \frac{2\pi ne^3}{m^2} f\left(\sqrt{\frac{2eU}{m}}\right)$$

