

# Измерение сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ и аномального магнитного момента мюона

---

Логашенко Иван Борисович

Научный консультант: д.ф.м.н. С.И.Эйдельман

Апробация докторской диссертации  
ИЯФ, 02.03.2018

# План

1. Обзор современного состояния проблемы
2. Измерение сечения  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  в экспериментах с детектором КМД-2
3. Измерение аномального магнитного момента мюона в БНЛ
4. Заключение

# Исторический обзор и современное состояние проблемы

# Поиски Новой физики

Физики считают, что, с высокой вероятностью, Стандартная Модель является частью более общей теории, и что «Новая физика» (взаимодействия, не описываемые СМ), должны проявиться при энергиях, значительно ниже Планковских.

Поиски Новой физики в лабораториях:

- Прямые: ищем новые частицы на Большом адронном коллайдере
- **Косвенные: ищем проявления Новой физики в квантовых петлях → (g-2) мюона**

# Магнитный момент в классической электродинамике

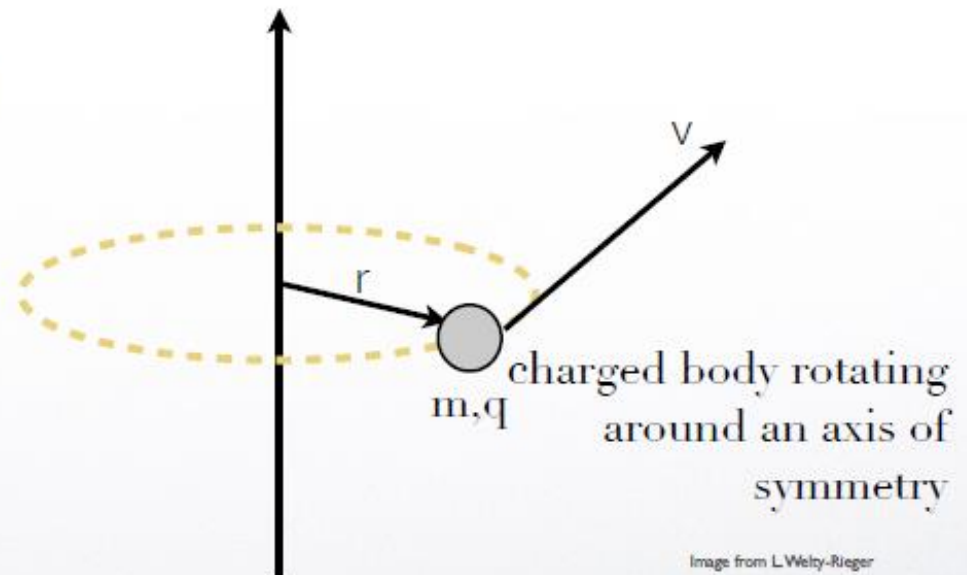
Магнитный момент тесно связан с угловым моментом системы

- Take a charged object rotating around an axis

$$\begin{aligned}\mu &= IA \\ I &= \frac{qv}{2\pi r}; A = \pi r^2 \\ \Rightarrow \mu &= \frac{1}{2}qvr\end{aligned}$$

- But, using angular momentum,

$$\begin{aligned}L &= mvr \\ \Rightarrow \vec{\mu} &= \frac{q}{2m} \vec{L}\end{aligned}$$

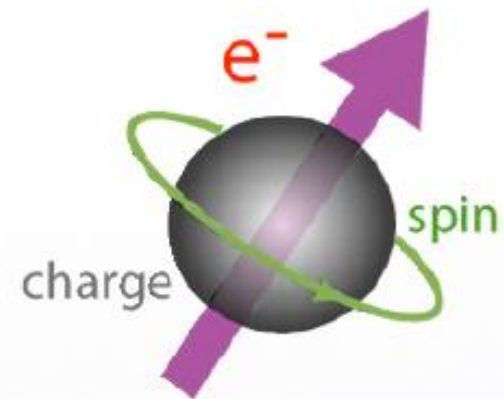


# Магнитный момент и спин

Квантовая механика предсказывает, что у частицы есть внутренний угловой момент – «спин», а значит, и внутренний магнитный момент.

- In QM, particles (such as electrons) have a spin, which is really just angular momentum
- A spin-1/2 particle (like electron) should have angular momentum of

$$S = \frac{\hbar}{2}$$

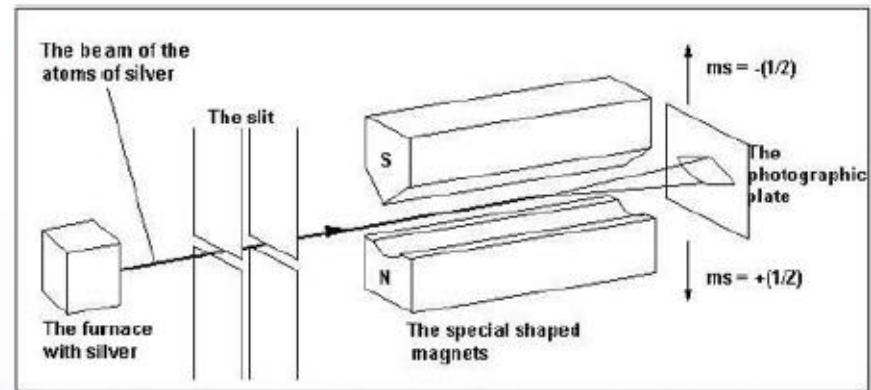


$$\vec{\mu} = \frac{e}{2m} \vec{s}$$

Неправильно!

# Опыт Штерна-Герлаха

- Beam of silver atoms passes through inhomogeneous magnetic field
- Result was atoms deflected either up or down
- Later understood to be due to 2 spin states of the valence electron
- But, the magnitude of magnetic moment was wrong!



The Stern-Gerlach experiment. On the photographic plate are two clear tracks.

Gerlach and Stern,  
Z. Phys. **8**, 110 (1922)

$$\vec{\mu} = g \frac{e}{2m} \vec{s}$$

$g$  = gyromagnetic ratio

Магнитный момент отличается от классического в  $g$  раз

Гиромагнитное отношение

# Краткая история

- Уленбек и Гюудсмит (1925): постулировали наличие спина и  $g=2$
- Л. Томас (1925) –  $g=2$  из-за релятивистских эффектов
- П. Дирак (1928) – релятивистская теория электрона
- 1947: Измерения сверхтонкой структуры водорода и дейтерия показали, что  $g_e > 2$
- Триумф КЭД: Дж.Швингер (1948), Р.Фейнман (1949)

$$\frac{g_e - 2}{2} \approx \frac{\alpha}{2\pi}, \quad \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx 1/137$$



# Аномальный магнитный момент

- The magnetic moment of the particle relates to its spin angular momentum via **the gyromagnetic factor,  $g$** :

$$\vec{\mu}_S = g \frac{e}{2m} \vec{S}$$

- In Dirac theory, point-like, spin  $\frac{1}{2}$  particle has  $g = 2$  exactly
- Experimental values:

$g_e \approx 2.002$	}	point-like particles
$g_\mu \approx 2.002$		
$g_p \approx 5.586$	}	compound particles
$g_n \approx -3.826$		

**Аномальный магнитный момент:**  $a = (g - 2)/2$

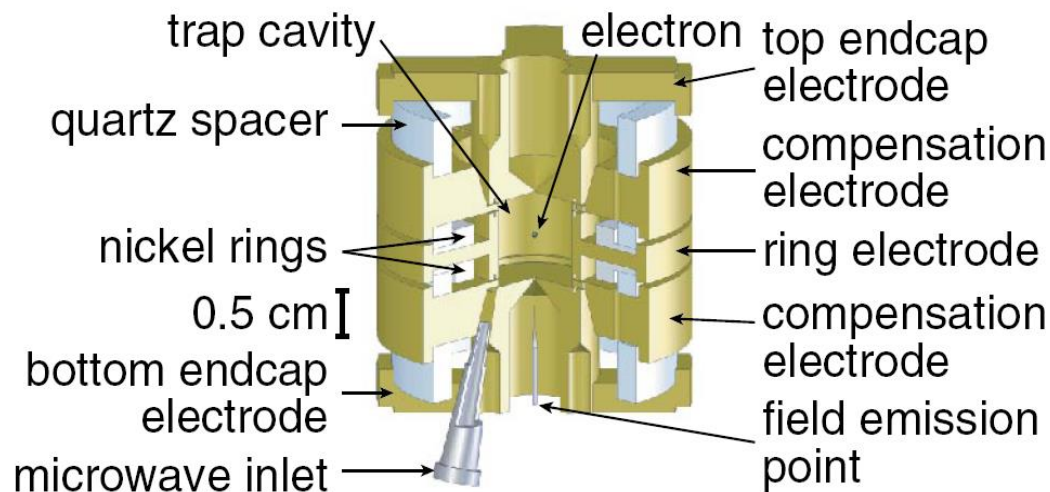
$$a \approx 10^{-3}$$

## (g-2) электрона

The best precision is achieved for electrons (g-2). The value of  $a_e$  is used to get the best determination of fine-structure constant  $\alpha$ .

*D. Hanneke, S. Fogwell, G. Gabrielse, Phys.Rev.Lett.100:120801,2008*

$$a_e = (115\,965\,218\,073 \pm 28) \times 10^{-14} \text{ (0.24 ppb)}$$



# (g-2) мюона как инструмент поиска НОВЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

## Concerning the Radiative Correction to the $\mu$ -Meson Magnetic Moment

V. B. BERESTETSKII, O. N. KROKHIN

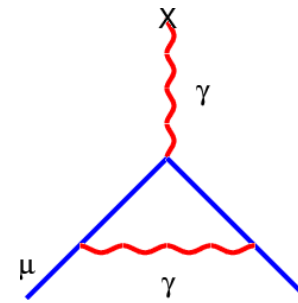
AND

A. K. KHLEBNIKOV

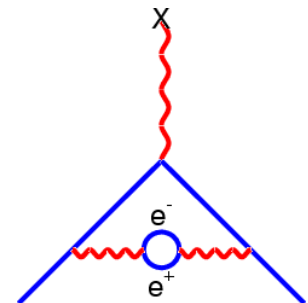
(Submitted to JETP editor January 7, 1956)

J. Exptl. Theoret. Phys. (U.S.S.R.) 30, 788-789

(April, 1956)



First Order QED  
Vertex Correction



Higher Order  
Loop Correction

(g-2) мюона в **40,000** раз более чувствителен к взаимодействиям за рамками Стандартной модели, чем (g-2) электрона

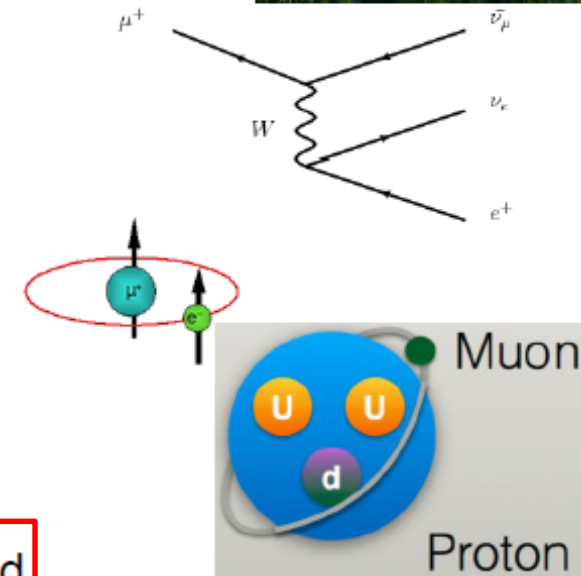
$$a_{\mu} = a_{\mu}^{QED} + a_{\mu}^{Had} + a_{\mu}^{Weak} + a_{\mu}^{New Physics}$$

$$1,000,000 : 60 : 1.3 : \propto \left(m_{\mu}/m_X\right)^2$$

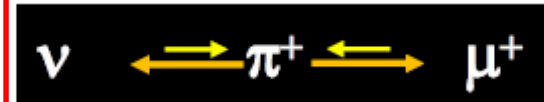
Было бы еще интереснее использовать тау-лептоны, но их очень сложно производить и они слишком быстро распадаются...

# Мюон – уникальный лабораторный объект

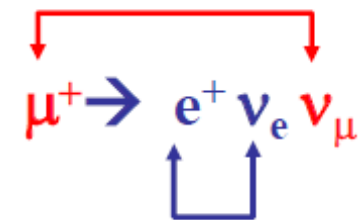
- $m_{\mu} \approx 207 \times m_e$
- $(m_{\mu}/m_e)^2 \approx 44,000 \rightarrow$  a typical new-physics sensitivity factor
- Interacts through its electric charge and magnetic moment, and its weak charged and neutral currents (but not the strong force)
- A  $\mu^+$  can form a hydrogen-like  $\mu^+e^-$  (QED) atom
- A  $\mu^-$  can form a hydrogen-like  $\mu^-A$  atom



- Its **~ 2.2 μs lifetime** is *long enough* to form beams and long(ish) lived atoms, yet *short enough* for precision decay measurements
- **PV** in the weak interaction implies it is born polarized and its decay is self analyzing



- Its “muon-ness” is conserved to a very high (perfect?) degree



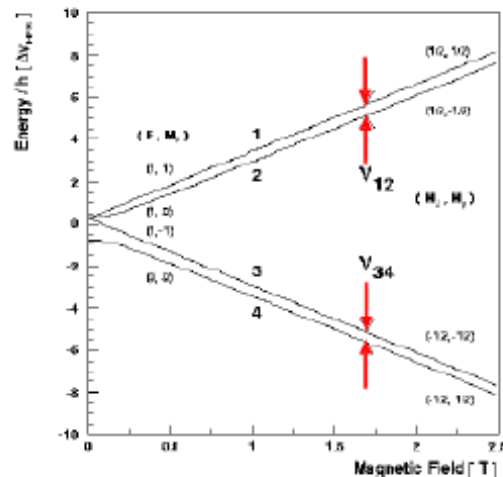
# Assert: muonium: $\mu^+e^-$ is the “perfect atom”

LAMPF Hyperfine splitting experiment determined:

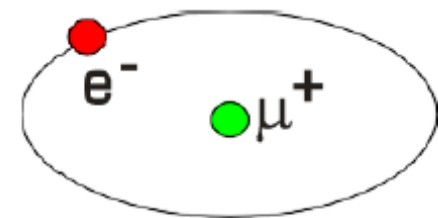
Needed for g-2

Magnetic moment ratio:  $\mu_\mu/\mu_p = 3.183\,345\,24(37)$  (120 ppb)

Best determination of muon mass  $105.6583715 \pm 0.0000035$  MeV



This atom has no structure

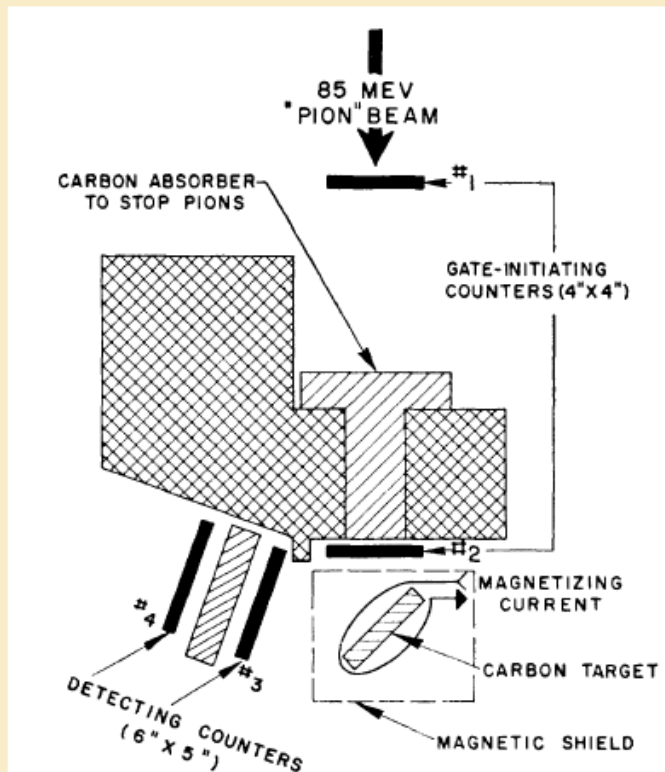


Muonium (M)

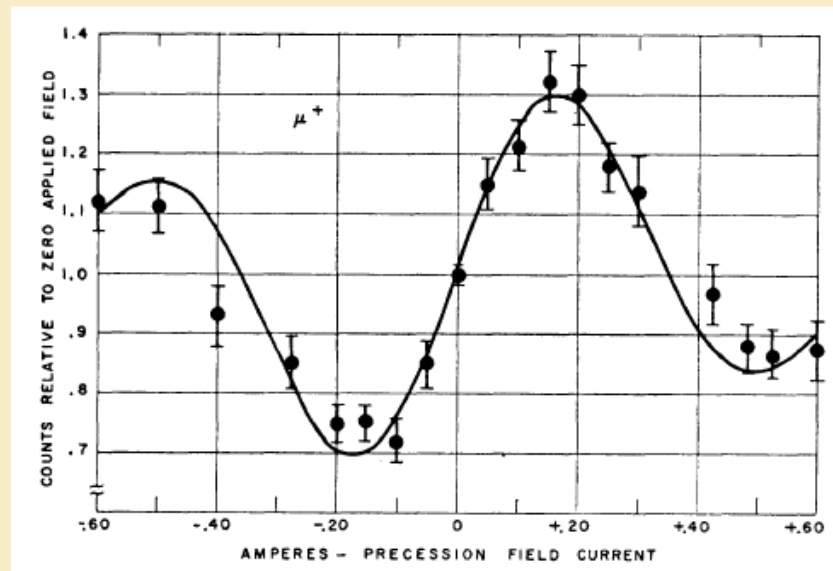
Starting now: Next-generation **Museum** Experiment at J-PARC  
→ x10 improvement goal !

# Первое измерение $g_\mu$

1957: Garwin, Lederman, Weinrich at Nevis (Just after Yang and Lee parity violation paper - confirmation)



Direct measurement of  $g$  -- asym vs field



$g_\mu = 2.00 \pm 0.10$   
5% uncertainty

muons behave like electrons

1960:  $g_\mu = 2 (1.00122 \pm 0.00008)$  – 10% точность для  $a_\mu$

# От покоящихся мюонов к движущимся

- Store polarized muons in the uniform magnetic field  $B$
- Momentum rotates with cyclotron frequency:

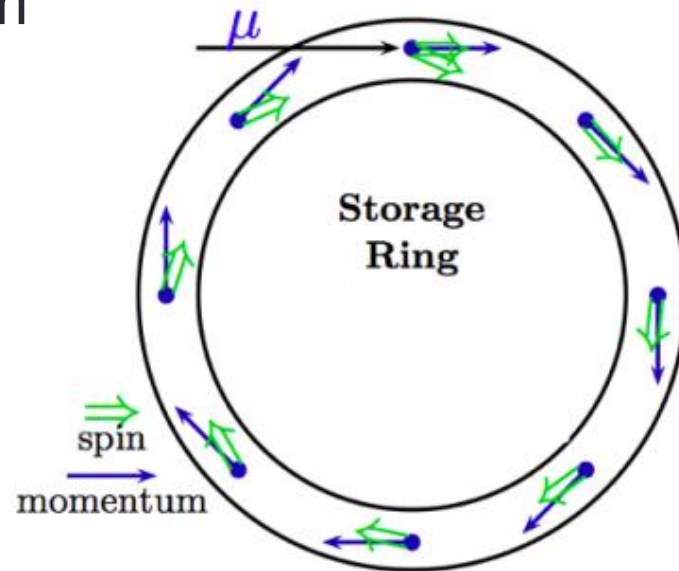
$$\omega_c = eB/\gamma mc$$

- Spin rotates with Larmor+Thomas frequency:

$$\omega_s = geB/2mc + (1 - \gamma)eB/\gamma mc$$

- Spin precesses relative to momentum with frequency  $\omega_a$ :

$$\omega_a = \omega_s - \omega_c = a_\mu eB/mc$$



$$\left. \begin{array}{l} \omega_a \\ B \end{array} \right\} \rightarrow a_\mu$$

Использование движущихся мюонов позволяет измерять прямо  $a_\mu$ !

# CERN-1 (1958-1962)

Such experiments continued at Nevis and CERN until 1965

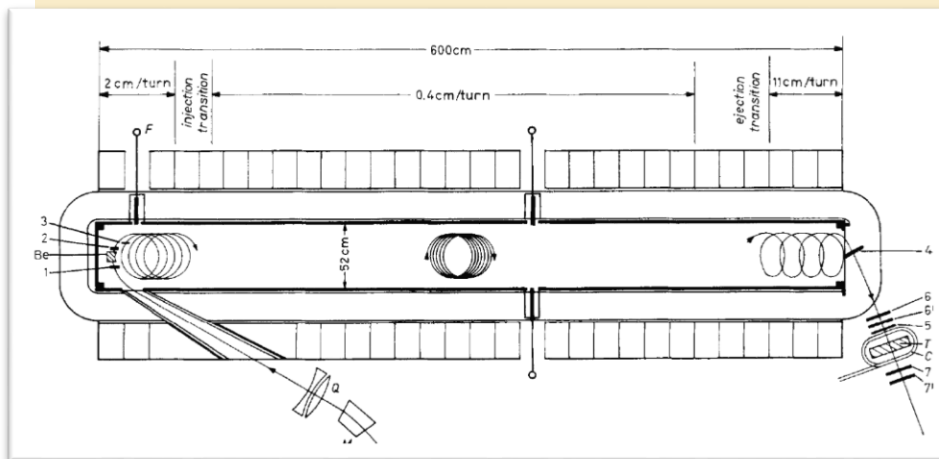
Best measurement CERN I (1965)

$$a_{\mu} = 0.001\,162(5) (\pm 4300 \text{ ppm})$$

Just like the electron!  
Sensitive to 2nd order QED



The first CERN g-2 team: Sens, Charpak, Muller, Farley, Zichichi (CERN/1959)





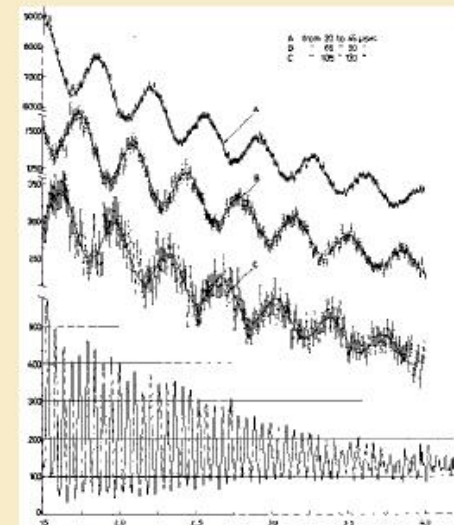
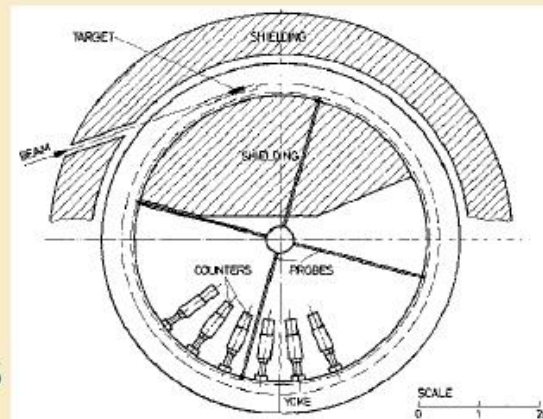
# CERN-II (1962-1968)



$$p_{\pi} = 1.27 \text{ GeV}/c$$

$$B = 1.7 \text{ T}$$

**Electrons go  
inward to detectors**



**130  $\mu\text{s}$  of wiggles**

$$a_{\mu} = 0.001\,166\,16(31), \pm 270 \text{ ppm}$$

**Sensitive to 3rd order QED and light-by-light scattering**

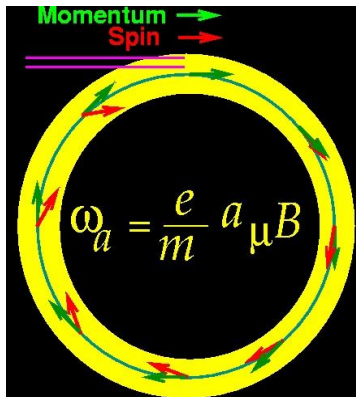
# Magic $\gamma$ (CERN-III)

Anomalous magnetic moment is independent of  $\gamma$ . The larger  $\gamma$ , the longer muon lifetime, the more  $g-2$  circles observed – **good!** But there is a problem: **particles are not stored in the uniform magnetic field.**

Solution: introduce gradient with electric field to build a trap.

$$\vec{\omega} = -\frac{e}{m} \left[ a_{\mu} \vec{B} - \left( a_{\mu} - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} + \frac{\eta}{2} \left( \vec{\beta} \times \vec{B} + \frac{\vec{E}}{c} \right) \right]$$

$= 0$ 
 $= 0$



$$\gamma_{\text{magic}} = 29.3$$

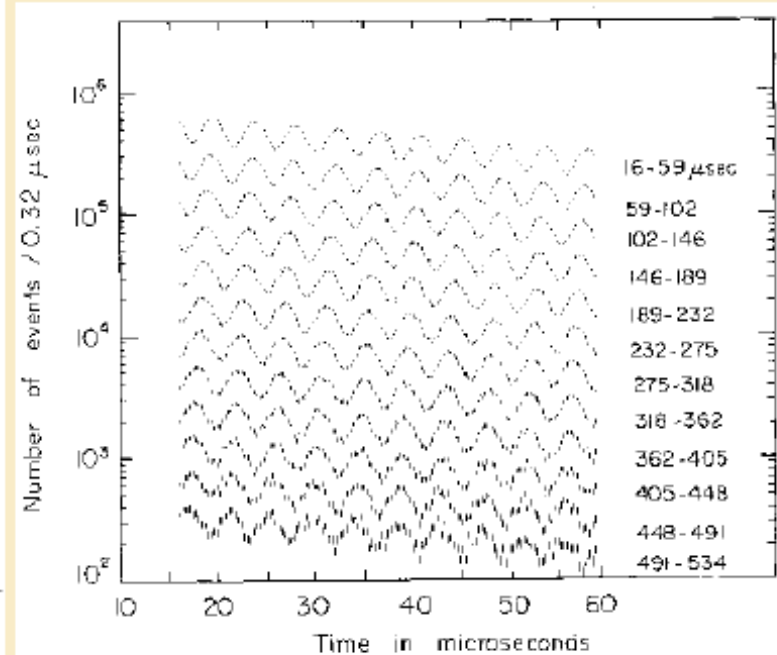
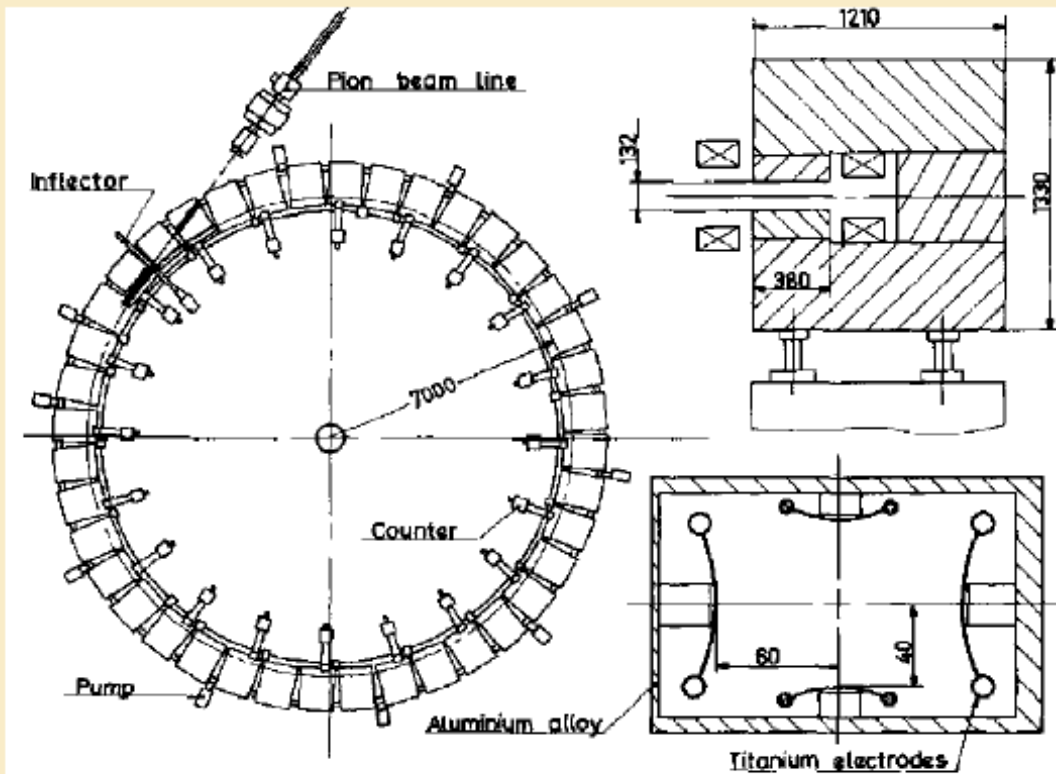
$$p_{\text{magic}} = 3.09 \text{ GeV}/c$$

Contribution from  
potential EDM  
(more later)

Magic  $\gamma$  completely determines the size of the CERN-type experiment.

# CERN-III (1969-1976)

**Muon lifetime dilates to 64  $\mu\text{s}$  (!!!)**

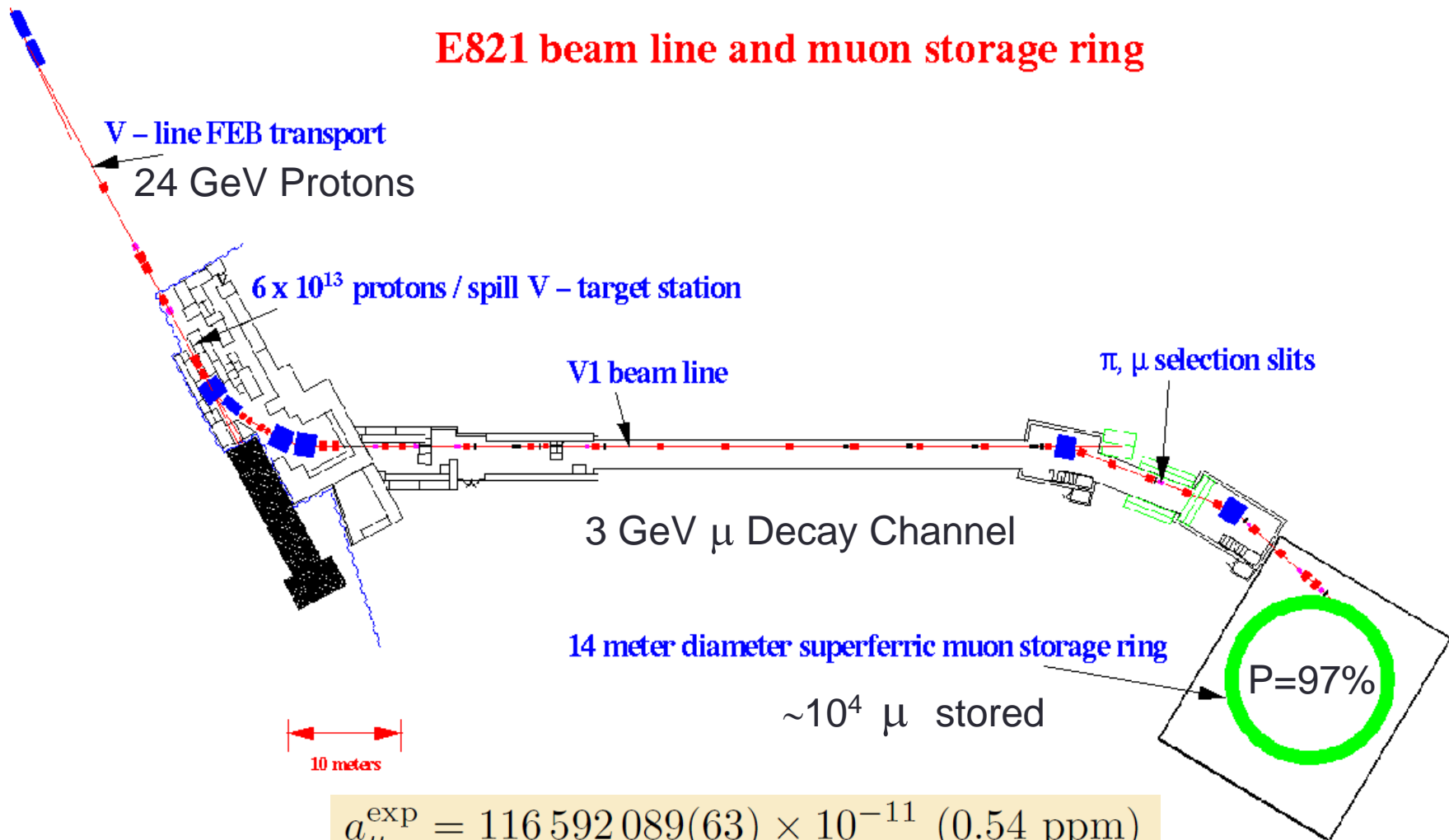


**> 500  $\mu\text{s}$**

$$a_{\mu} = 0.001\,165\,924(8.5), \pm 7 \text{ ppm}$$

# Layout of BNL experiment (1997-2001)

## E821 beam line and muon storage ring



$$a_{\mu}^{\text{exp}} = 116\,592\,089(63) \times 10^{-11} \text{ (0.54 ppm)}$$

**0.46 ppm statistics, 0.28 ppm systematic**

# On a theoretical side...

Интересно не само значение аномального момента мюона, а его отличие от предсказания Стандартной модели

$$\Delta a_\mu(\text{New Physics}) = a_\mu(\text{exp}) - a_\mu(\text{SM})$$

Вычисление  $a_\mu$  в Стандартной модели:

$$a_\mu = a_\mu^{\text{QED}} + a_\mu^{\text{Had}} + a_\mu^{\text{Weak}} + a_\mu^{\text{New Physics}}$$

# Электромагнитный вклад

$$a_{\mu}^{QED} = C_1 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + C_2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + C_4 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 + \dots,$$

Порядок	$C_i^e$	$C_i^{\mu}$	$C_i^{\mu} \cdot (\alpha/\pi)^i, \times 10^{11}$	
1	0.5	0.5	116 140 973.2420(260)	аналитически
2	-0.328 478 444 00	0.765 857 423(16)	413 217.6270(90)	
3	1.181 234 017	24.050 509 82(28)	30 141.9022(4)	
4	-1.9113(18)	130.8734(60)	380.9900(170)	численно
5	9.16(58)	751.92(93)	5.0845(63)	

Таблица 1 — Вклады различного порядка теории возмущений в  $a_{\mu}^{QED}$ .

$$a_{\mu}^{QED} = 116\,584\,718.859 \underset{\alpha}{(.026)} \underset{m_{\mu}/m_e}{(.009)} \underset{C_4}{(.017)} \underset{C_5}{(.006)} [0.034] \times 10^{-11},$$

0.29 ppb

# Слабый вклад

1972: 
$$a_{\mu}^{(2)EW} = \frac{\sqrt{2}G_F m_{\mu}^2}{16\pi^2} \left( \frac{10}{3}(W) - \frac{5 - (1 - 4 \sin^2 \Theta_W)^2}{3}(Z) \right) = 194.81(1) \times 10^{-11}$$

1992: Kukhto, T. V., Kuraev, E. A.,  
Silagadze, Z. K. and Schiller, A. 
$$a_{\mu}^{(4)EW} \approx (-42 \pm 5) \times 10^{-11}$$

**20% однопетлевого вклада!**

Сегодня: 
$$a_{\mu}^{(4)EW} = (-41.20 \pm 0.22 \pm 0.72) \times 10^{-11},$$

$$a_{\mu}(EW) = (153.6 \pm 1.0) \times 10^{-11} \quad 9 \text{ ppb}$$

# Вклад гравитационных взаимодействий

- 30.01.2018: arXiv:1801.10246 *Post-Newtonian effects of Dirac particle in curved spacetime - III : the muon g-2 in the Earth's gravity*  
 $\Delta a_\mu(\text{gravity})$  up to 3 ppm!
- 17:00 А.И.Мильштейн -> И.Б.Логашенко: “Интересно...”
- 18:00 И.Б.Логашенко -> g-2 collaboration: “Интересно, но авторы ошиблись на 3 порядка, не учли малость E”
- 09:00 31.01.2018: письмо от g-2 collaboration авторам с объяснением их ошибки
- 02.02.2018 arXiv:1802.00651 M.Visser: «Вычисление фундаментально неправильно, так как зависит от величины потенциала»
- 12.02.2018 arXiv:1802.04025 H. Nikolic: подробное объяснение ошибки в вычислении

Гравитационный эффект пренебрежимо мал



# The lowest-order hadronic contribution

The hadronic contribution is calculated by integrating experimental cross-section  $\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)$ .

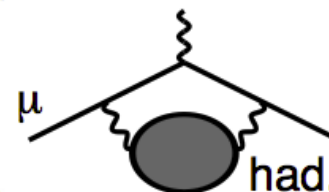
Weighting function  $\sim 1/s$ , therefore **lower energies contribute the most.**

Starting from  $\sqrt{s} \sim 2 \text{ GeV}$  the pQCD estimation of  $\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)$  is used. At lower energies only the experimental data are used.

Many sources of data:

- Novosibirsk: **CMD-2** and SND (VEPP-2M), CMD-3 and SND (VEPP-2000)
- Factories: Babar, KLOE
- BES

The diagram to be evaluated:



pQCD not useful. Use the **dispersion relation** and the **optical theorem.**

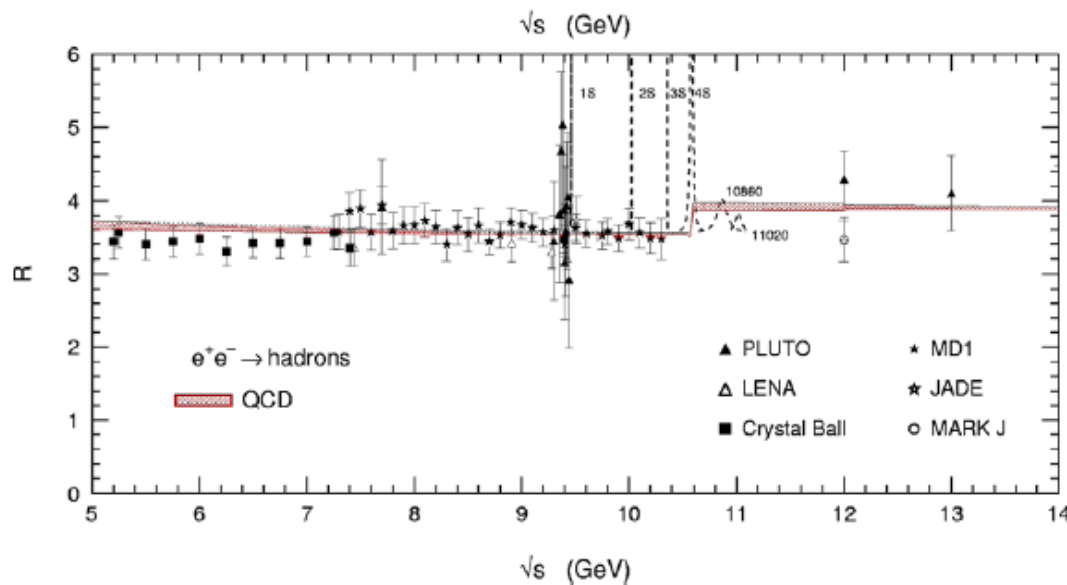
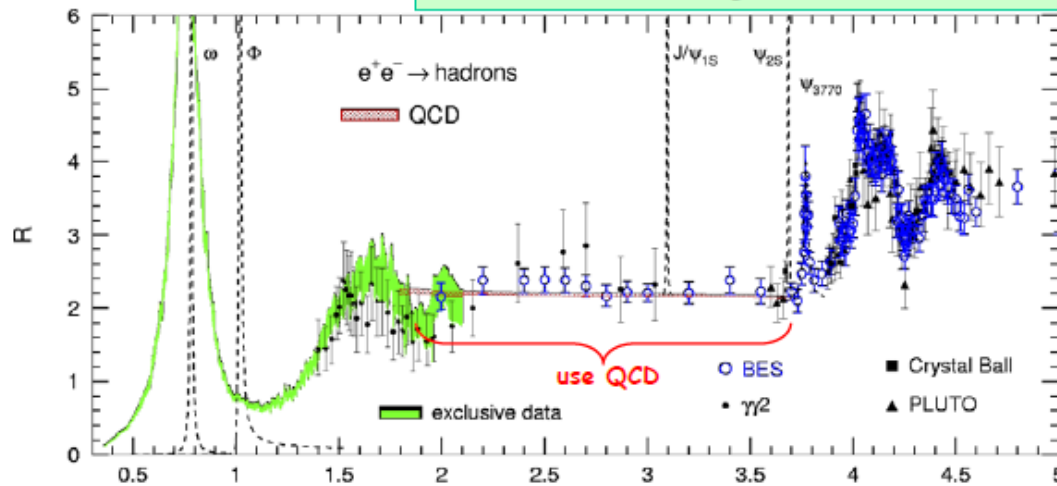
$$\text{had.} = \int \frac{ds}{\pi(s-q^2)} \text{Im had.}$$

$$2 \text{Im had.} = \sum_{\text{had.}} \int d\Phi \left| \text{had.} \right|^2$$

$$a_{\mu}^{\text{had,LO}} = \frac{m_{\mu}^2}{12\pi^3} \int_{s_{\text{th}}}^{\infty} ds \frac{1}{s} \hat{K}(s) \sigma_{\text{had}}(s)$$

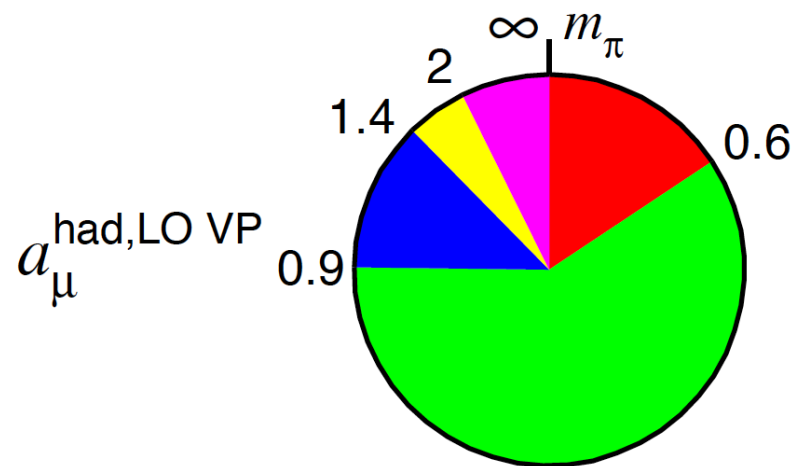
$$R(s) = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}) / \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$$

Davier-Hoecker-Zhang, RMP 78 (2006) 1043

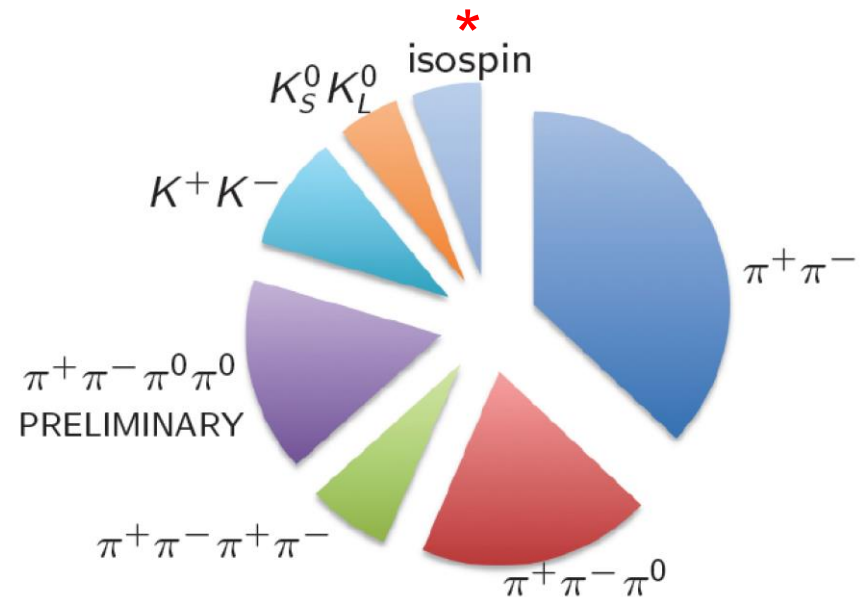


- $[\pi^0\gamma-1.8\text{GeV}]$ 
  - sum about 22→37 exclusive channels
  - estimate unmeasured channels using isospin relations
- $[1.8-3.7] \text{ GeV}$ 
  - good agreement between data and pQCD calculation; previous extensive QCD tests with  $\tau$  data
    - use 4-loop pQCD
  - $J/\psi, \psi(2s)$ : Breit-Wigner integrals
- $[3.7-5] \text{ GeV}$ 
  - charm particle thresholds
    - use data
- $>5\text{GeV}$ 
  - use 4-loop pQCD calculation

# Как «набирается» интеграл



В области энергий до 2 ГэВ  
набирается ~90% всего  
интеграла и практически вся  
неточность

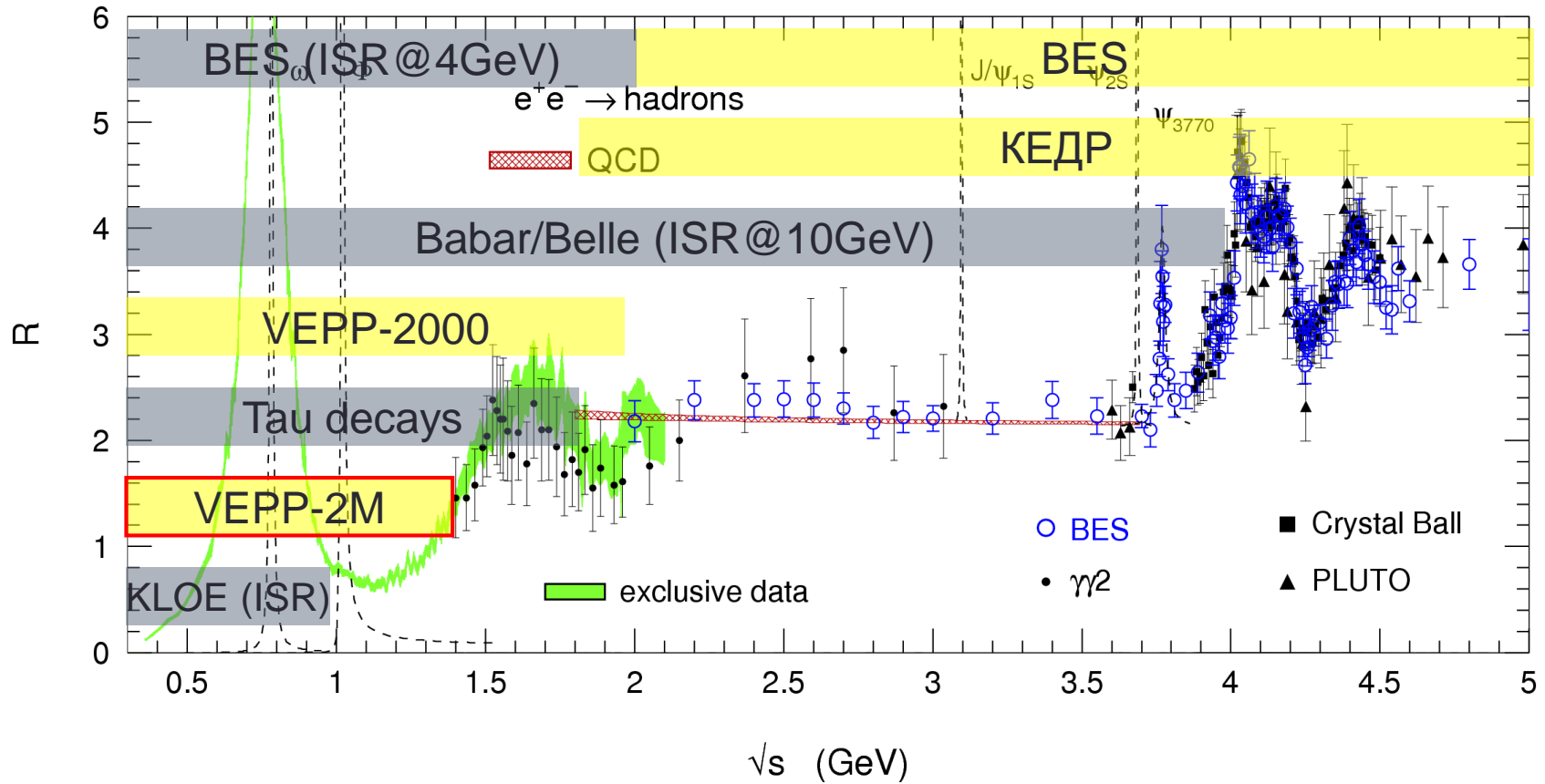


Вклад различных конечных  
состояний в неточность  
интеграла

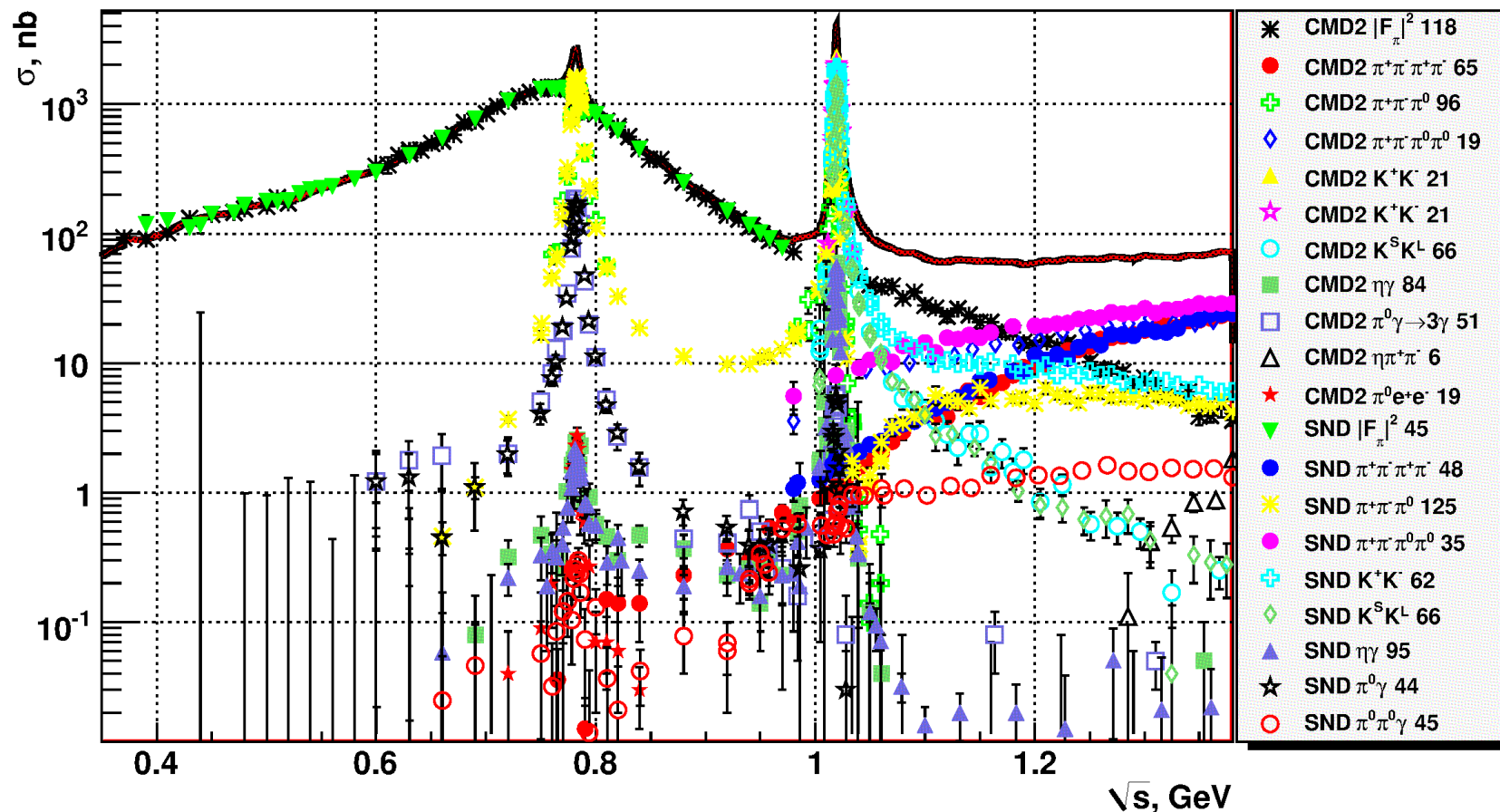
# Вклады различных конечных состояний

$\eta\pi^+\pi^-$	$0.88 \pm 0.10$	$K\bar{K}\pi$	$2.77 \pm 0.15$
$K^+K^-$	$22.09 \pm 0.46$	$K\bar{K}2\pi$	$3.31 \pm 0.58$
$K_S^0K_L^0$	$13.32 \pm 0.16$	$K\bar{K}3\pi$	$0.08 \pm 0.04$
$\omega\pi^0$	$0.76 \pm 0.03$	$\omega(\rightarrow \pi^0\gamma)K\bar{K}$	$0.01 \pm 0.00$
$\pi^+\pi^-$	$505.65 \pm 3.09$	$2\pi^+2\pi^-\pi^0$ (no $\eta$ )	$1.20 \pm 0.10$
$2\pi^+2\pi^-$	$13.50 \pm 0.44$	$\pi^+\pi^-3\pi^0$ (no $\eta$ )	$0.60 \pm 0.05$
$3\pi^+3\pi^-$	$0.11 \pm 0.01$	$\omega(\rightarrow \pi^0\gamma)2\pi$	$0.11 \pm 0.02$
$\pi^+\pi^-\pi^0$	$47.38 \pm 0.99$	$2\pi^+2\pi^-2\pi^0$ (no $\eta$ )	$1.80 \pm 0.24$
$\pi^+\pi^-2\pi^0$	$18.62 \pm 1.15$	$\pi^+\pi^-4\pi^0$ (no $\eta$ )	$0.28 \pm 0.28$
$\pi^0\gamma$	$4.54 \pm 0.14$	$\omega(\rightarrow \pi^0\gamma)3\pi$	$0.22 \pm 0.04$
$\eta\gamma$	$0.69 \pm 0.02$	$\eta\pi^+\pi^-$ (data)	$0.98 \pm 0.24$
$\eta2\pi^+2\pi^-$	$0.02 \pm 0.00$	$\eta\omega$ (data)	$0.42 \pm 0.07$
$\eta\omega$	$0.38 \pm 0.06$	$\eta\phi$ (data)	$0.46 \pm 0.03$
$\eta\phi$	$0.33 \pm 0.03$	$\eta2\pi^+2\pi^-$ (data)	$0.11 \pm 0.02$
$\phi(\rightarrow \text{unaccounted})$	$0.04 \pm 0.04$	$\eta\pi^+\pi^-2\pi^0$	$0.11 \pm 0.06$

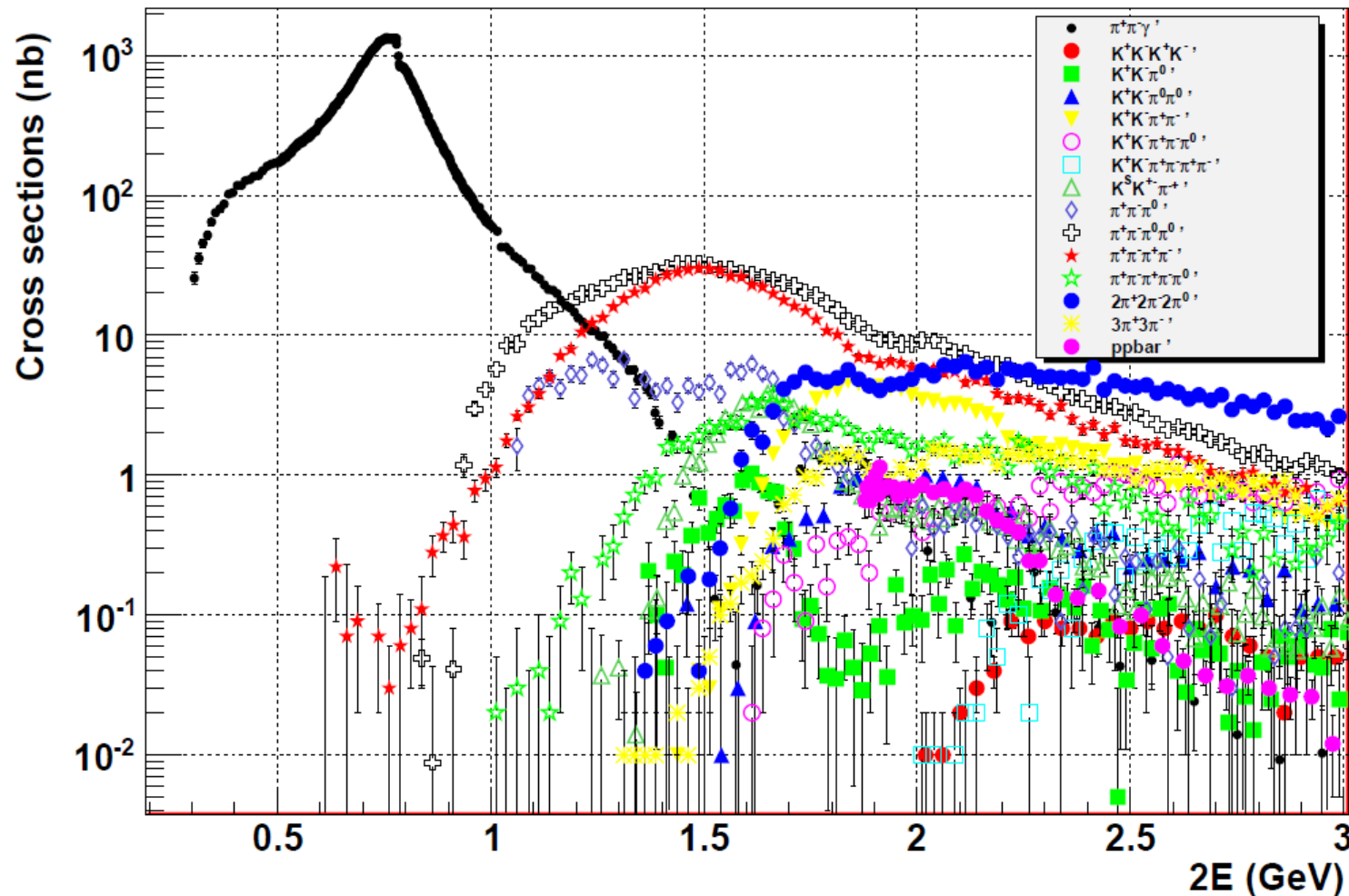
# Где измеряется R



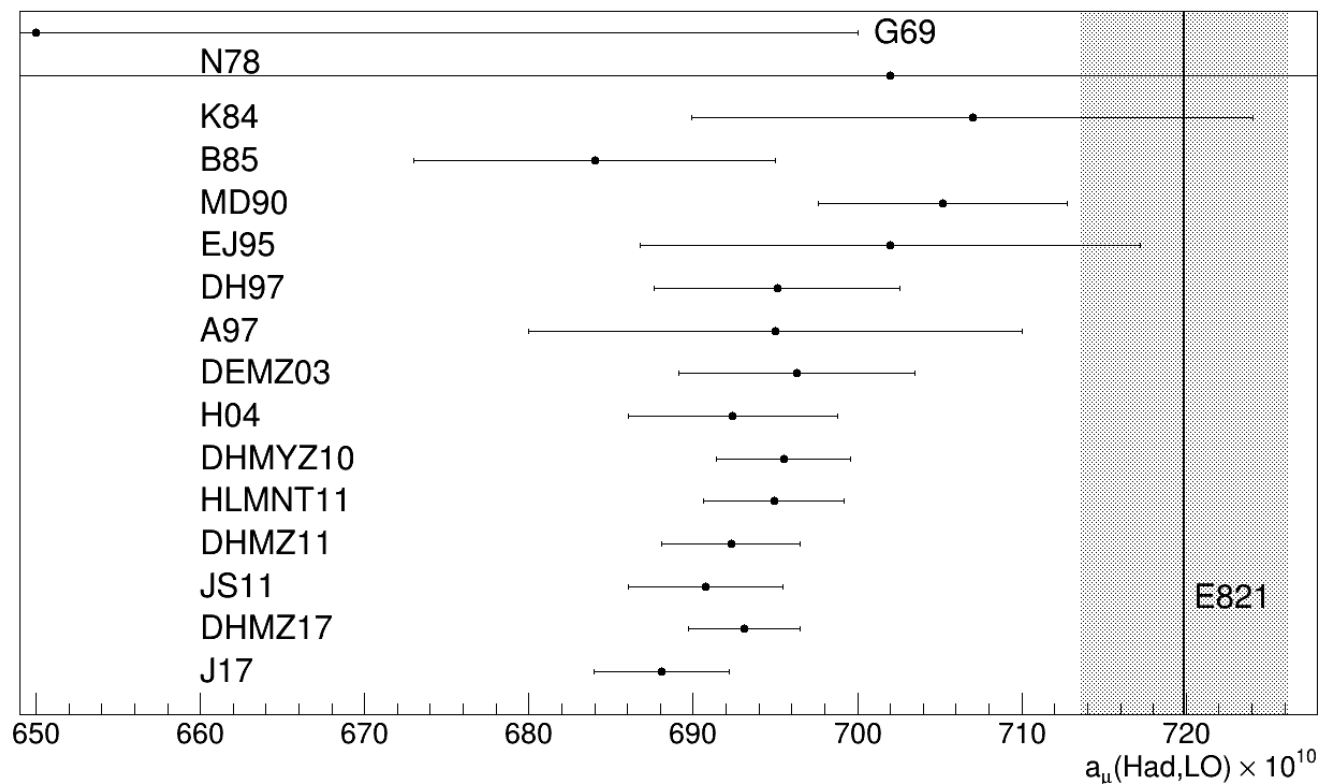
# Измерения адронных сечений на ВЭПП-2М



# Измерения адронных сечений в эксперименте ВаВар методом радиационного возврата



# Адронный вклад в лидирующем приближении



$$a_\mu^{\text{had};LO}[\text{DHMZ17}] = (693.1 \pm 3.4) \times 10^{-10} \quad (0.49\%),$$

$$a_\mu^{\text{had};LO}[\text{J17}] = (688.07 \pm 4.14) \times 10^{-10} \quad (0.60\%).$$



# Адронный вклад в следующих порядках

- Вклад второго порядка

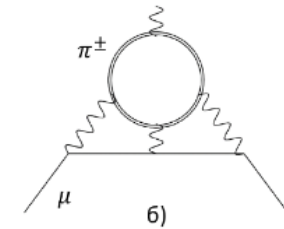
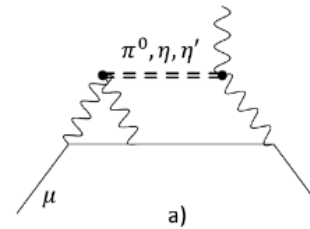
$$\alpha_{\mu}^{had;NLO} = (-9.84 \pm 0.06_{exp} \pm 0.04_{rad}) \times 10^{-10}.$$

- Вклад рассеяния света на свете

$$\alpha_{\mu}^{had;LBL}[\text{Glasgow}] = (10.5 \pm 2.6) \times 10^{-10},$$

$$\alpha_{\mu}^{had;LBL}[\text{JN}] = (11.6 \pm 4.0) \times 10^{-10},$$

$$\alpha_{\mu}^{had;LBL}[\text{MV}] = (13.6 \pm 2.5) \times 10^{-10}.$$



Точность вычисления этого вклада приблизительно равна точности вычисления лидирующего вклада.

$$\begin{aligned} \alpha_{\mu}^{had;LBL} &= (9.545[6.468 + 1.487 + 1.590] \pm 1.240 + && (\pi^0, \eta, \eta') \\ &0.755[0.189 + 0.519 + 0.047] \pm 0.271 + && (a_1, f_1, f_1') \\ &-0.598[-0.017 - 0.296 - 0.285] \pm 0.120 + && (a_0, f_0, f_0') \\ &0.11[0.079 + 0.007 + 0.022 + 0.002] \pm 0.01 + && (f_2', f_2, a_2', a_2) \\ &-2.0 \pm 0.5 + && (\pi - loop) \\ &2.23 \pm 0.4 + && (quark - loop) \\ &0.3 \pm 0.2) \times 10^{-10} && (NLO) \\ &= (10.34 \pm 2.88) \times 10^{-10}. \end{aligned}$$

$$\Delta a_\mu(\text{New Physics}) = a_\mu(\text{exp}) - a_\mu(\text{SM})$$

$$a_\mu(\text{SM}) = 116\,591\,821(45) \times 10^{-11} \quad (0.39 \text{ ppm}).$$

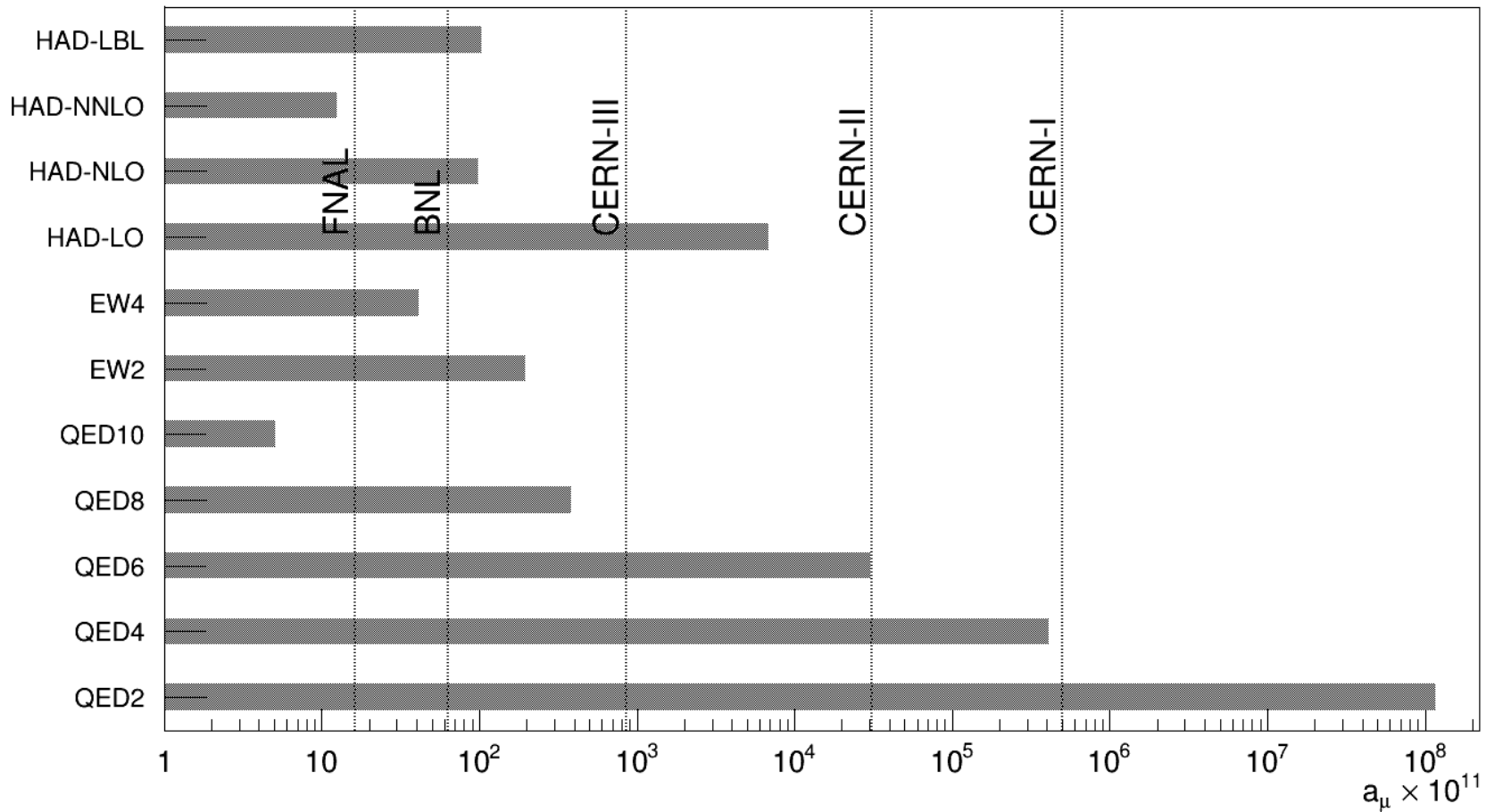
$$a_\mu(\text{E821}) = 116\,592\,089(63) \times 10^{-11} \quad (0.54 \text{ ppm}).$$

$$\Delta a_\mu = a_\mu(\text{E821}) - a_\mu(\text{SM}) = (268 \pm 77) \times 10^{-11} \quad (3.5\sigma).$$

При использовании других расчетов адронного вклада  $\Delta a_\mu$  варьируется между 3.5 и 4.3 стандартных отклонений

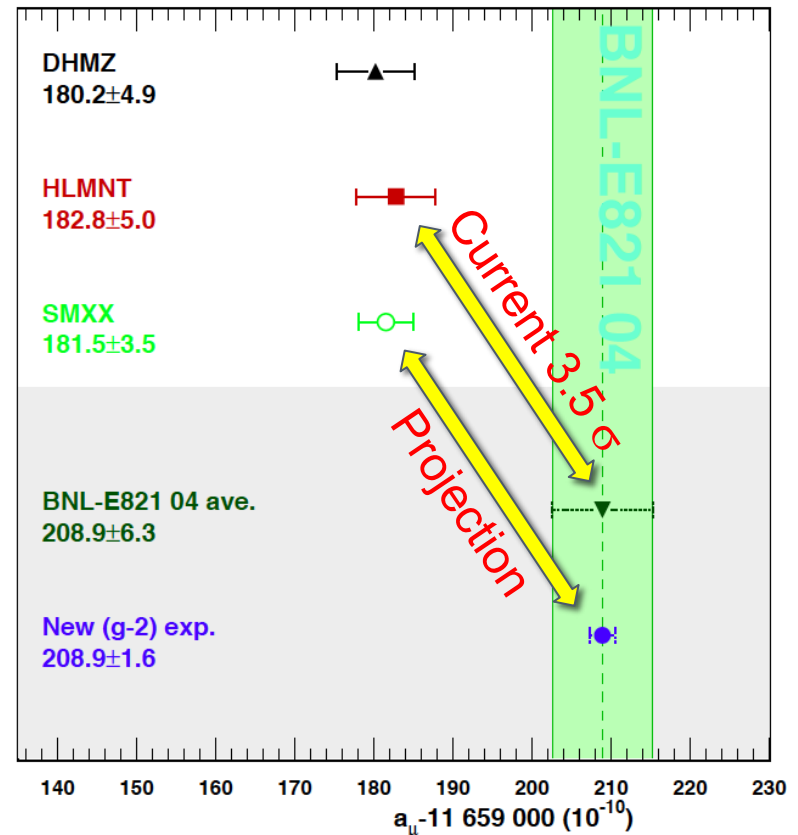
# Точность измерений $a_\mu$

$$a_\mu \times 10^{11}$$



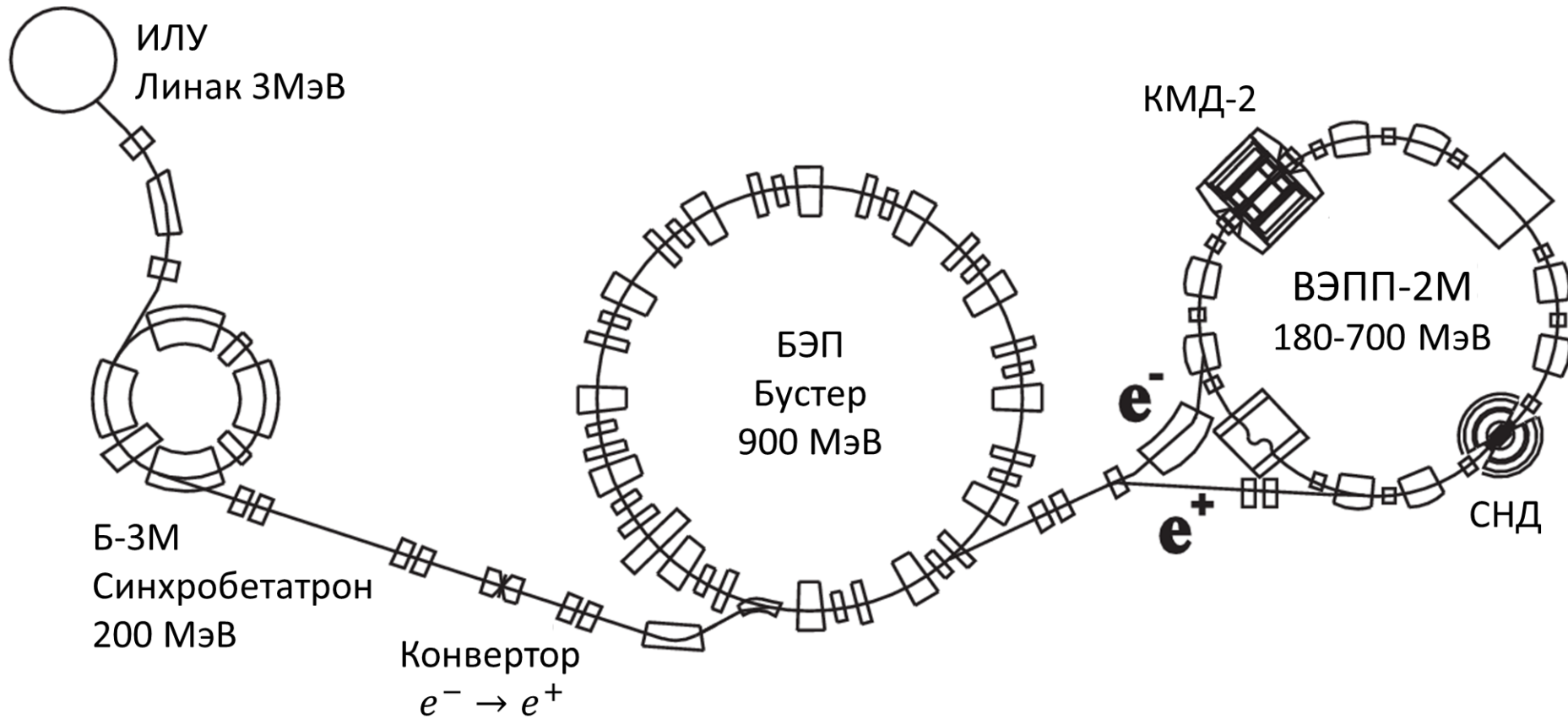
# Дальнейшее развитие

- Начал набор данных новый эксперимент по измерению  $a_\mu$  в Фермилаб. В 2019 году ожидается новое измерение с точностью БНЛ, через несколько лет – с точностью, в 4 раза лучше.
- Благодаря измерениям ВЭПП-2000 и развитию решеточных вычислений КХД, ожидается, что через несколько лет появятся независимые решеточные вычисления адронного вклада и вычисления по прямым измерениям и по измерениям методом радиационного возврата.
- Можно ожидать улучшения точности определения  $a_\mu$  (*New Physics*) в два и более раз.

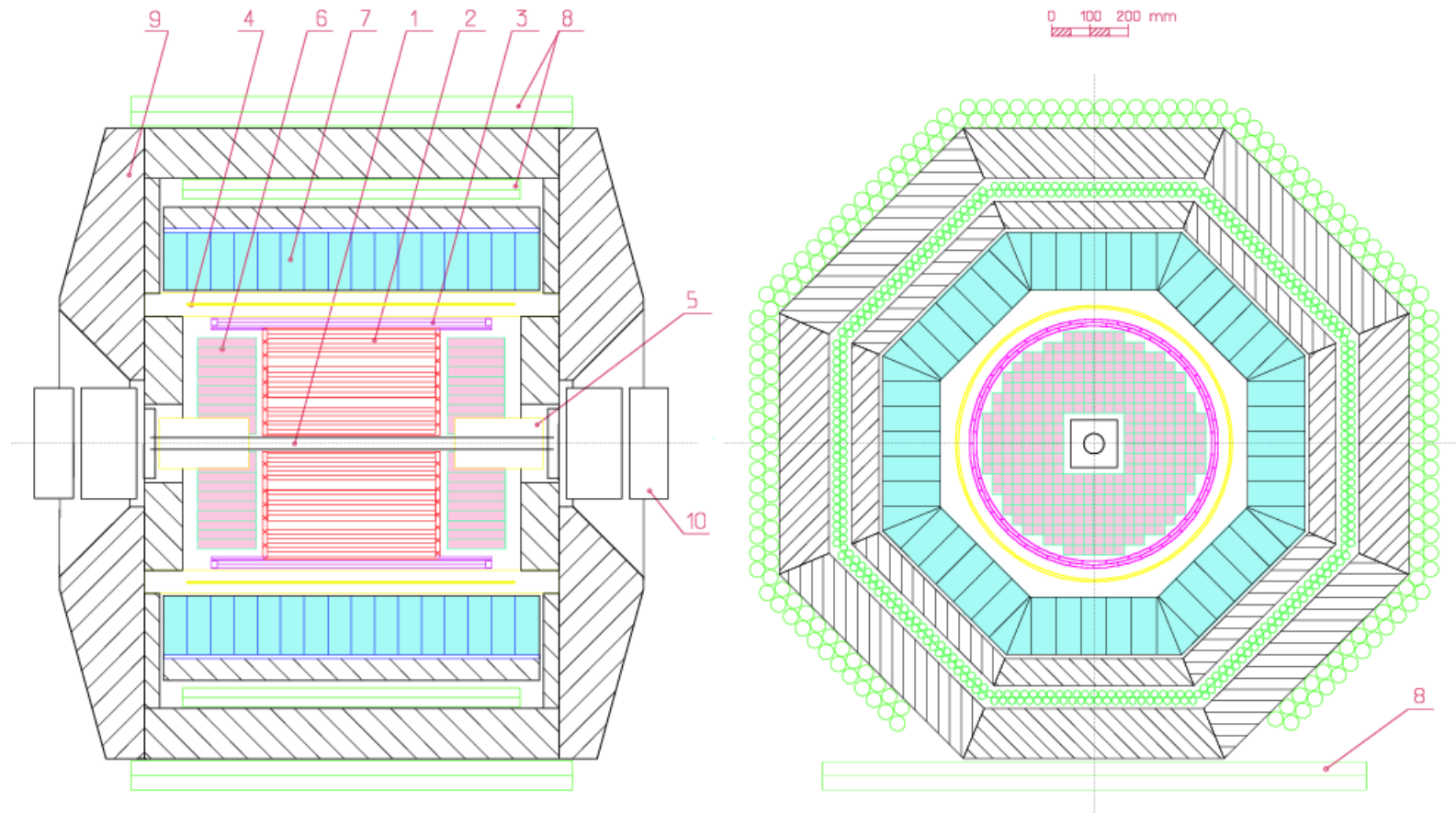


Измерение сечения  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  в  
экспериментах с детектором КМД-2

# ВЭПП-2М



# КМД-2

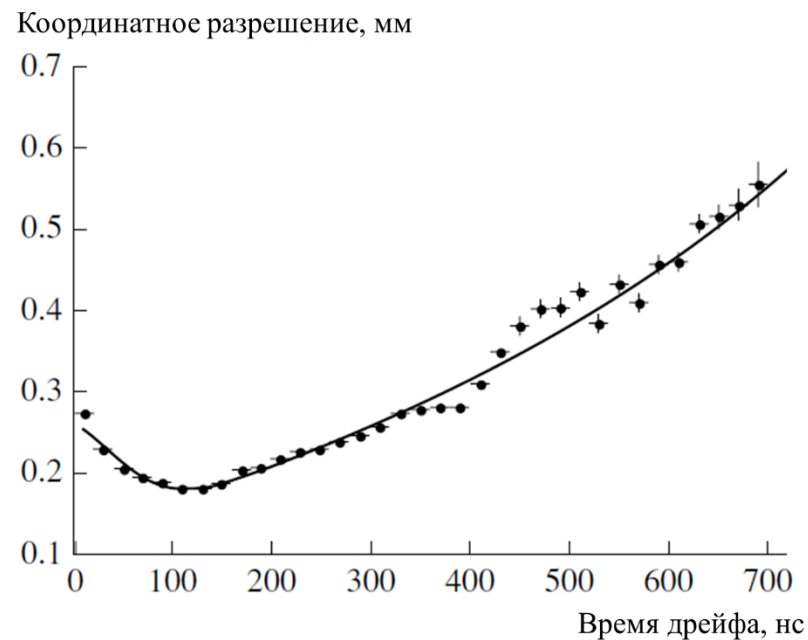
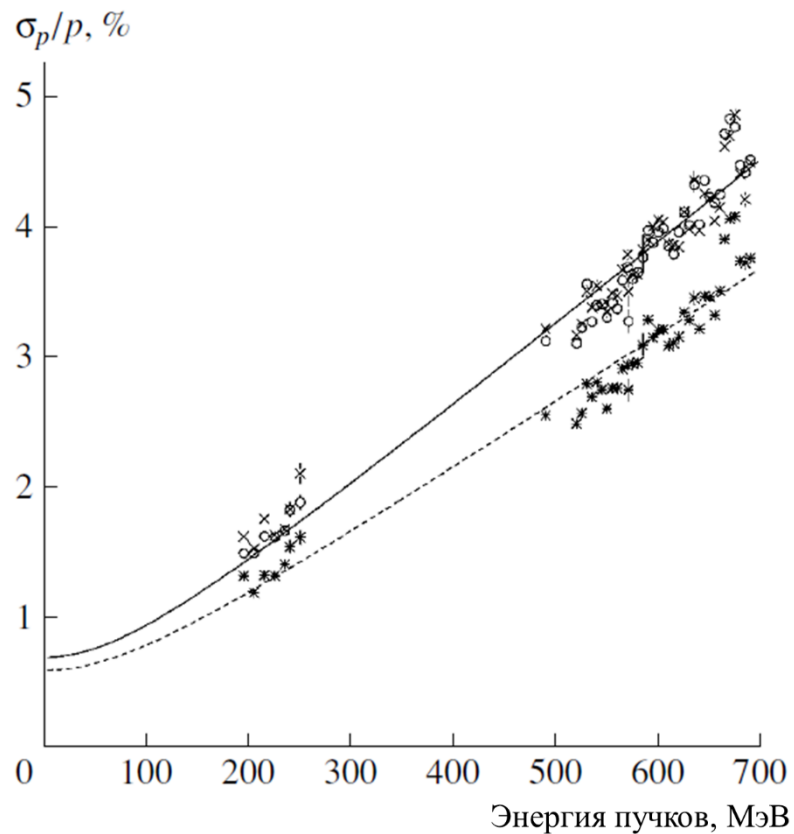


- 1 - vacuum chamber
- 2 - drift chamber
- 3 - **Z**-chamber
- 4 - main solenoid

- 5 - compensating magnet
- 6 - **BGO** endcap calorimeter
- 7 - **CsI** barrel calorimeter
- 8 - muon range system

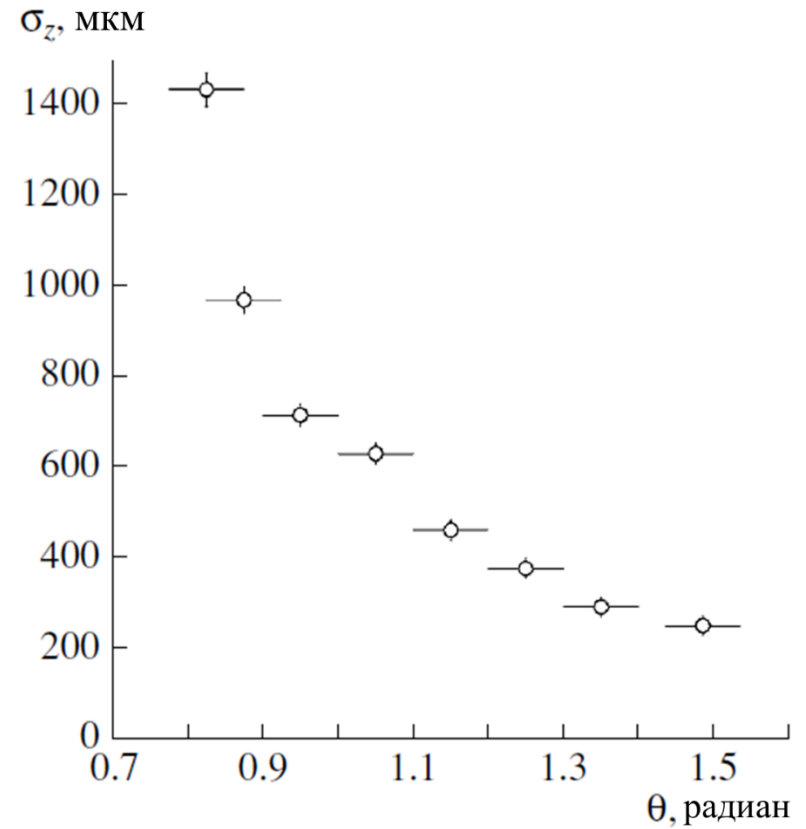
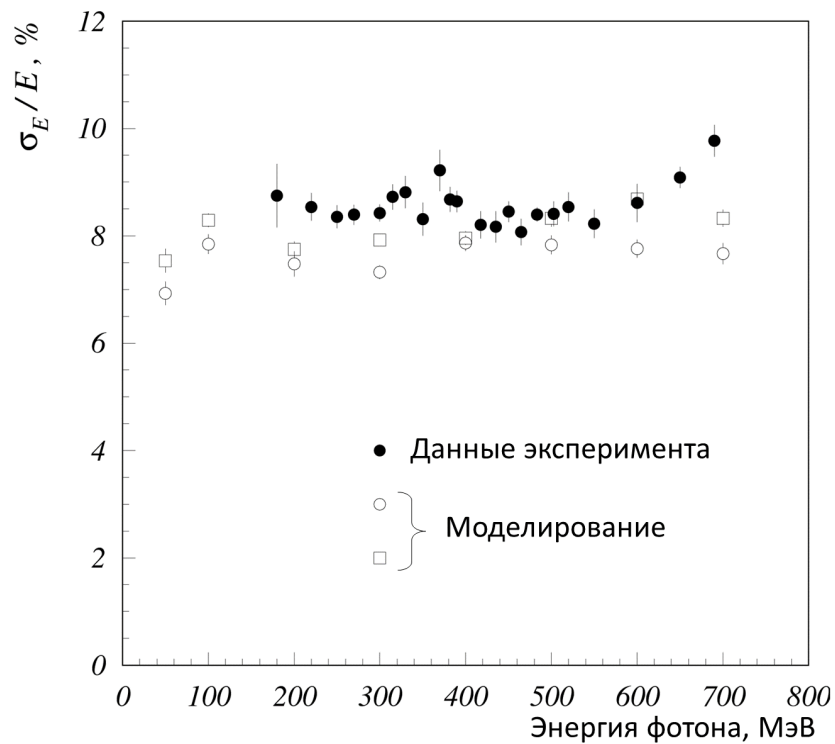
- 9 - iron yoke
- 10 - storage ring lenses

# Параметры детектора





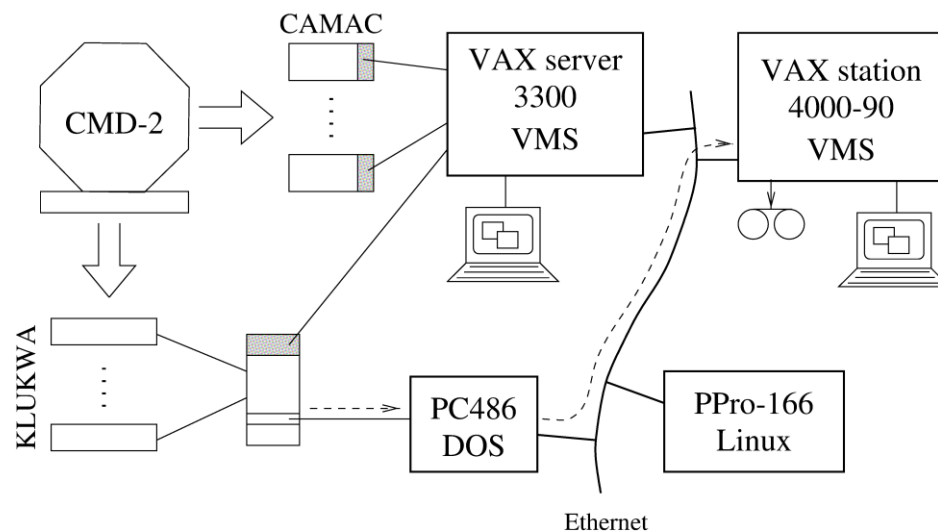
# Параметры детектора



# Система сбора данных КМД-2

В рамках работы был разработан программный комплекс системы сбора данных КМД-2:

- чтение данных
- обработка данных в режиме реального времени
  - третичный триггер
  - оперативный контроль качества данных
- мониторинг детектора
- управление детектором



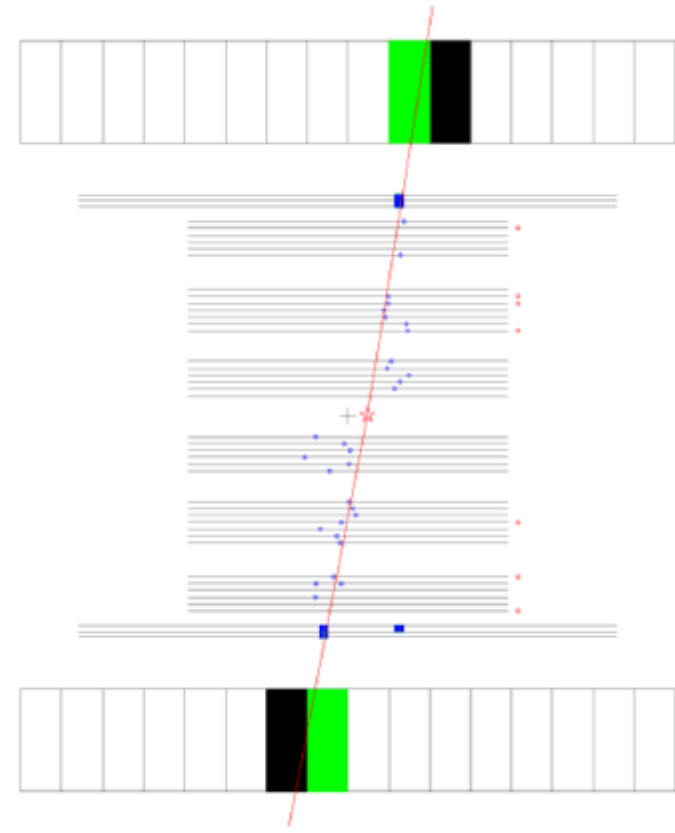
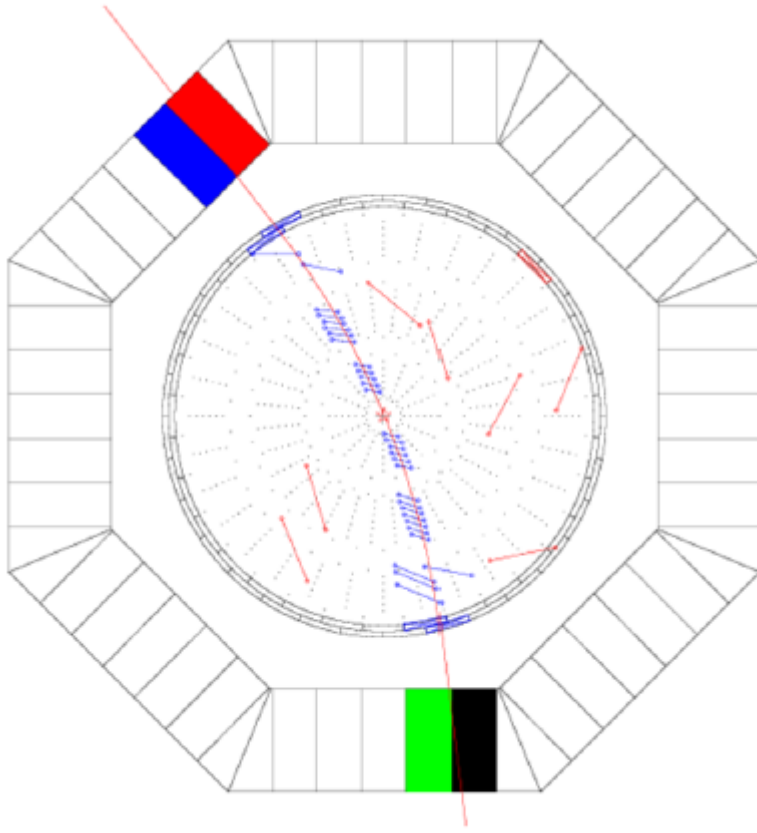
Программный комплекс успешно проработал весь срок эксплуатации детектора.

# Набор данных

Номер сеанса	Дата начала и конца	Энергия в с.д.м., ГэВ	Кол-во точек по энергии	Число событий $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$
1	январь–февраль 1994	0.81–1.02	14	35000
2	ноябрь–декабрь 1994	0.78–0.81	10	66000
3	март–июнь 1995	0.61–0.79	20	85000
4	октябрь–ноябрь 1996	0.37–0.52	10	4500
5	февраль–июнь 1997	0.98–1.32	37	75000
6	март–июнь 1998	0.36–0.97	37	1900000

Таблица 4 — Сезоны по набору статистики со сканированием широких диапазонов энергий.

# Пример события $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$



# Measurement of $2\pi$ cross-section

1. Select final state with 2 back-to-back charged particles

**Cuts:**  $p_{avr}, \Delta p, \Delta\Theta, \Delta\varphi$

**Fiducial volume:**

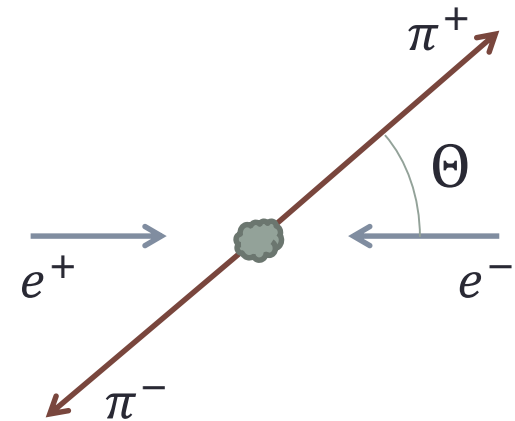
$$\Theta_0 \leq \Theta_{avr} \leq (\pi - \Theta_0), \quad \Theta_0 = 0.9 \dots 1.1$$

2. Identify  $e^+e^-, \pi^+\pi^-, \mu^+\mu^-$  and background
3. Use “master” formula:

$$|F_\pi|^2 = \frac{N_{\pi\pi} \sigma_{ee}^B (1 + \delta_{ee}) \varepsilon_{ee}}{N_{ee} \sigma_{\pi\pi}^B (1 + \delta_{\pi\pi}) \varepsilon_{\pi\pi}}$$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{\pi\alpha^2}{3s} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{s}\right)^{3/2} |F_\pi|^2$$

$\sigma_X^B$  - “Born” cross-section  $e^+e^- \rightarrow X$ , point-like pions;  $\delta_X$  - radiative correction;  $\varepsilon_X$  - detection efficiency (not including acceptance)



# Separation of $e^+e^-$ , $\mu^+\mu^-$ , $\pi^+\pi^-$

Selected event sample consists of  $e^+e^-$ ,  $\mu^+\mu^-$ ,  $\pi^+\pi^-$  final states and cosmic background.

Cosmic background is easily identified by distance from the tracks to beam axis and interaction point.

Separation of different final states is based on [unbinned likelihood minimization](#):

- using energy deposition ( $\sqrt{s} \geq 0.6$  GeV)

$$-\ln L = - \sum_{events} \ln \left[ \sum_{X=ee,\mu\mu,\pi\pi,bg} N_X f_X(E^+, E^-) \right] + \sum_X N_X$$

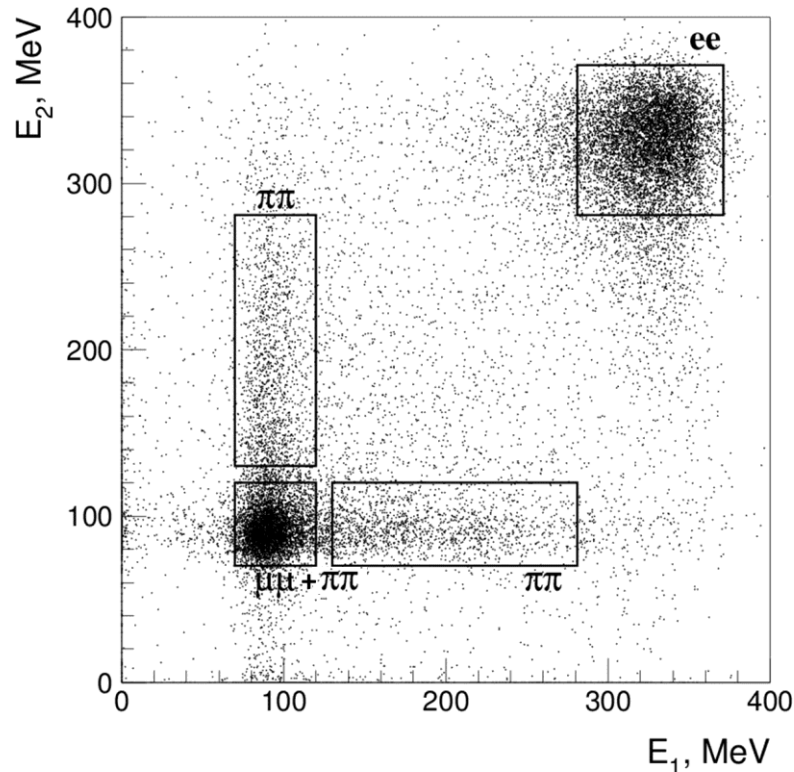
- using momentum ( $\sqrt{s} \leq 0.52$  GeV)

$$-\ln L = - \sum_{events} \ln \left[ \sum_{X=ee,\mu\mu,\pi\pi,bg} N_X f_X(p^+, p^-) \right] + \sum_X N_X$$

$\pm$  sign reflects energy deposition and momentum of particle with corresponding charge

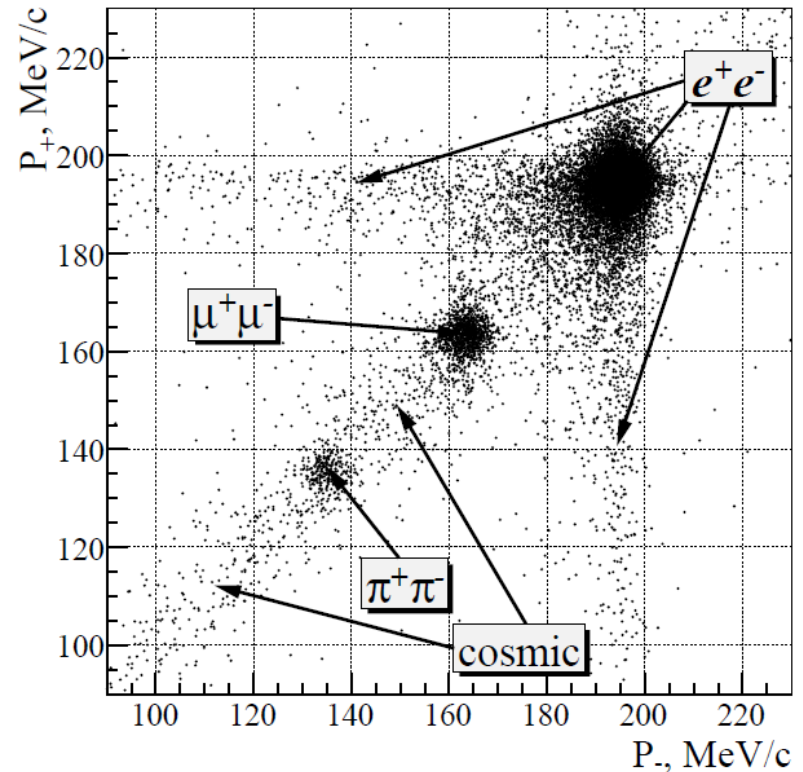
# Примеры распределений

по энергосодержанию



350 МэВ

по импульсу



200 МэВ

# Определение формфактора

$$|F_\pi|^2 = \frac{N_{\pi\pi}}{N_{ee} + N_{\mu\mu}} \cdot \frac{\sigma_{ee}^B \cdot (1 + \delta_{ee}) \varepsilon_{ee} + \sigma_{\mu\mu}^B \cdot (1 + \delta_{\mu\mu}) \varepsilon_{\mu\mu}}{\sigma_{\pi\pi}^B \cdot (1 + \delta_{\pi\pi}) (1 - \Delta_H) (1 - \Delta_D) \varepsilon_{\pi\pi}} - \Delta_{bg},$$

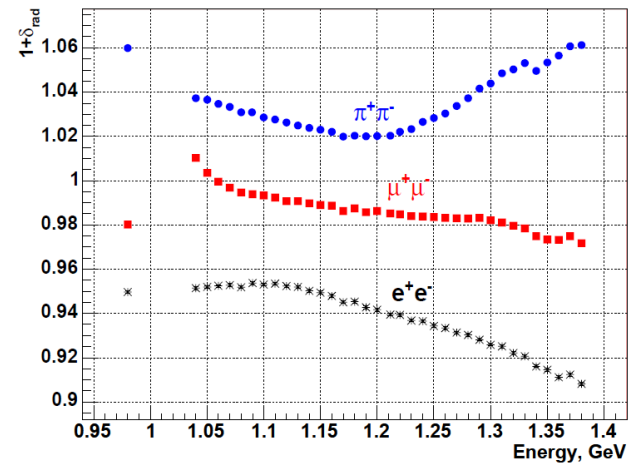
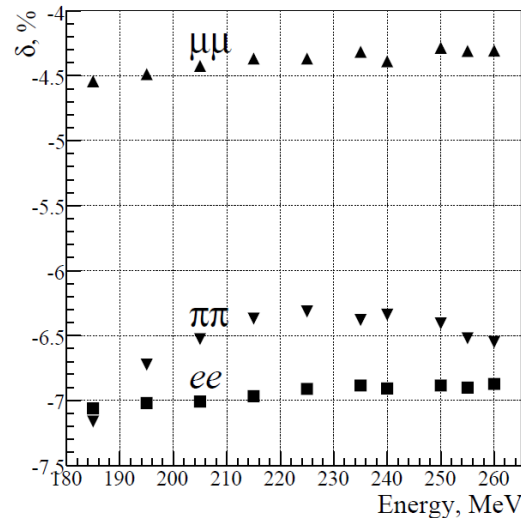
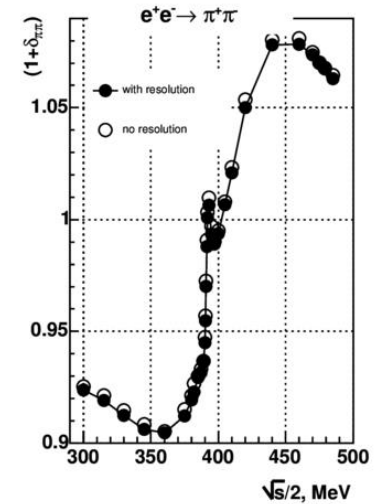
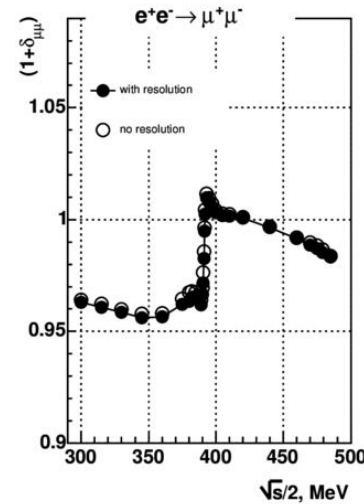
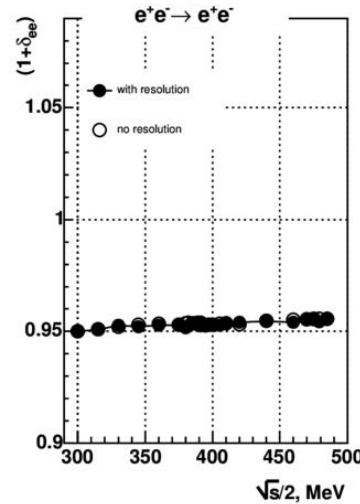
$\frac{N_{\pi\pi}}{N_{ee} + N_{\mu\mu}}$  is measured, other values are calculated:

- $\sigma^B$  – Born cross-section ( $F_\pi=1$ )
- $\delta$  – radiative correction
- $\varepsilon$  – reconstruction efficiency
- $\Delta_N$  – correction for nuclear interactions
- $\Delta_D$  – correction for decay in flight
- $\Delta_{bg}$  – correction for  $e^+e^- \rightarrow 3\pi, 4\pi, 2K$  background
- $\Delta_{corr}$  – correction for  $E^+ \leftrightarrow E^-$  correlation



# Радиационные поправки

- Вычисление радиационных поправок проводилось с помощью генератора MCGPJ

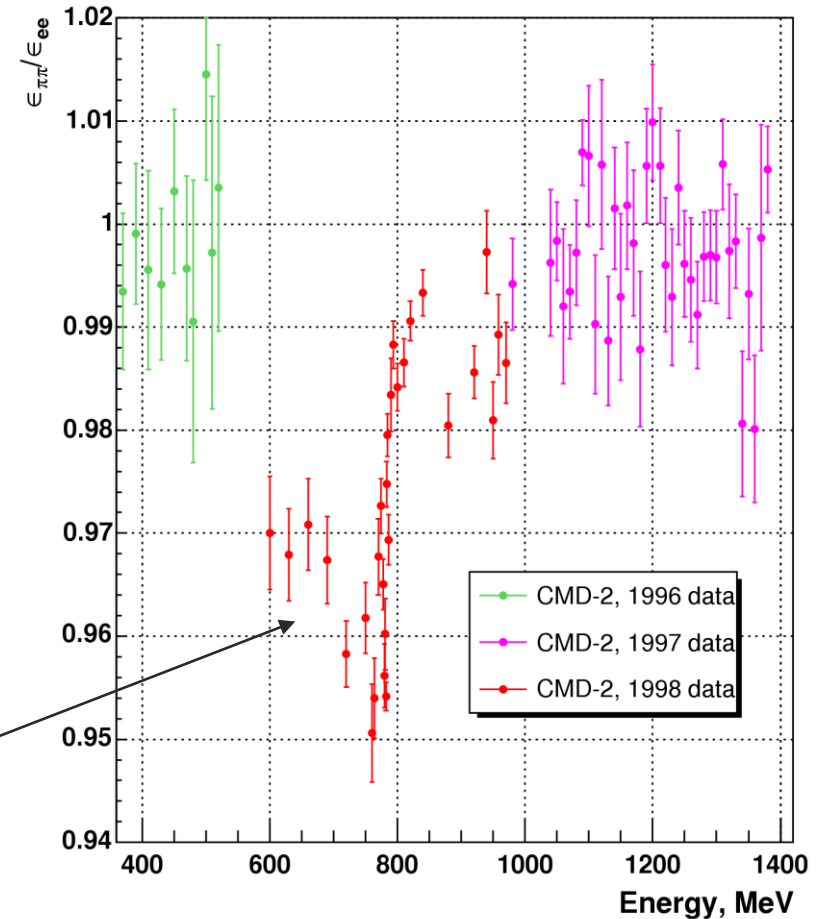


# Поправка на эффективность реконструкции

All selected final states produce very similar signal in the drift chamber.

In the first order, the reconstruction efficiency is cancelled out from the formfactor calculation

Due to drift chamber malfunction, the correction for reconstruction efficiency reach up to 4% percent for 1998 data set.



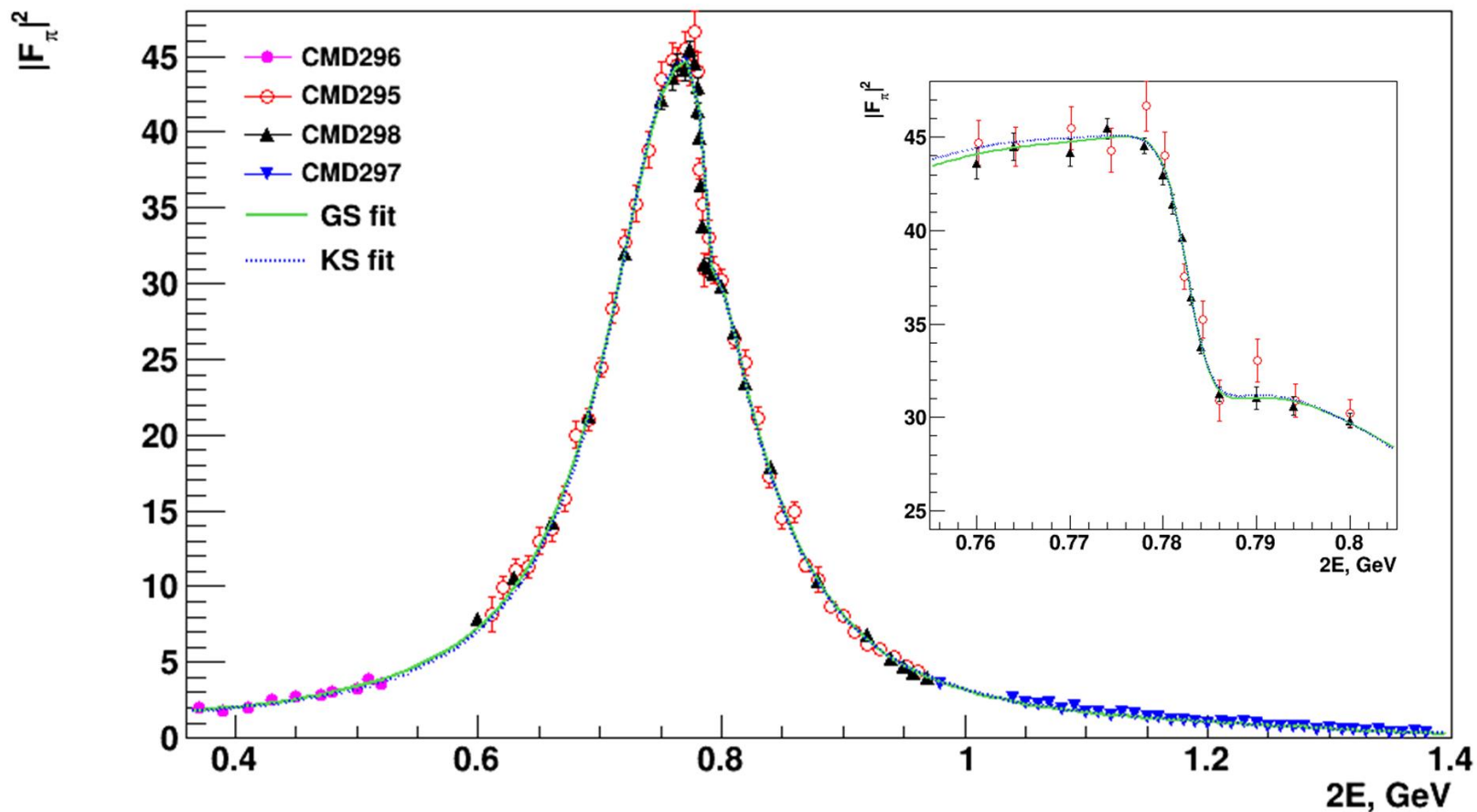
Measured ratio  $\epsilon_{\pi\pi}/\epsilon_{ee}$

# Систематическая точность измерений

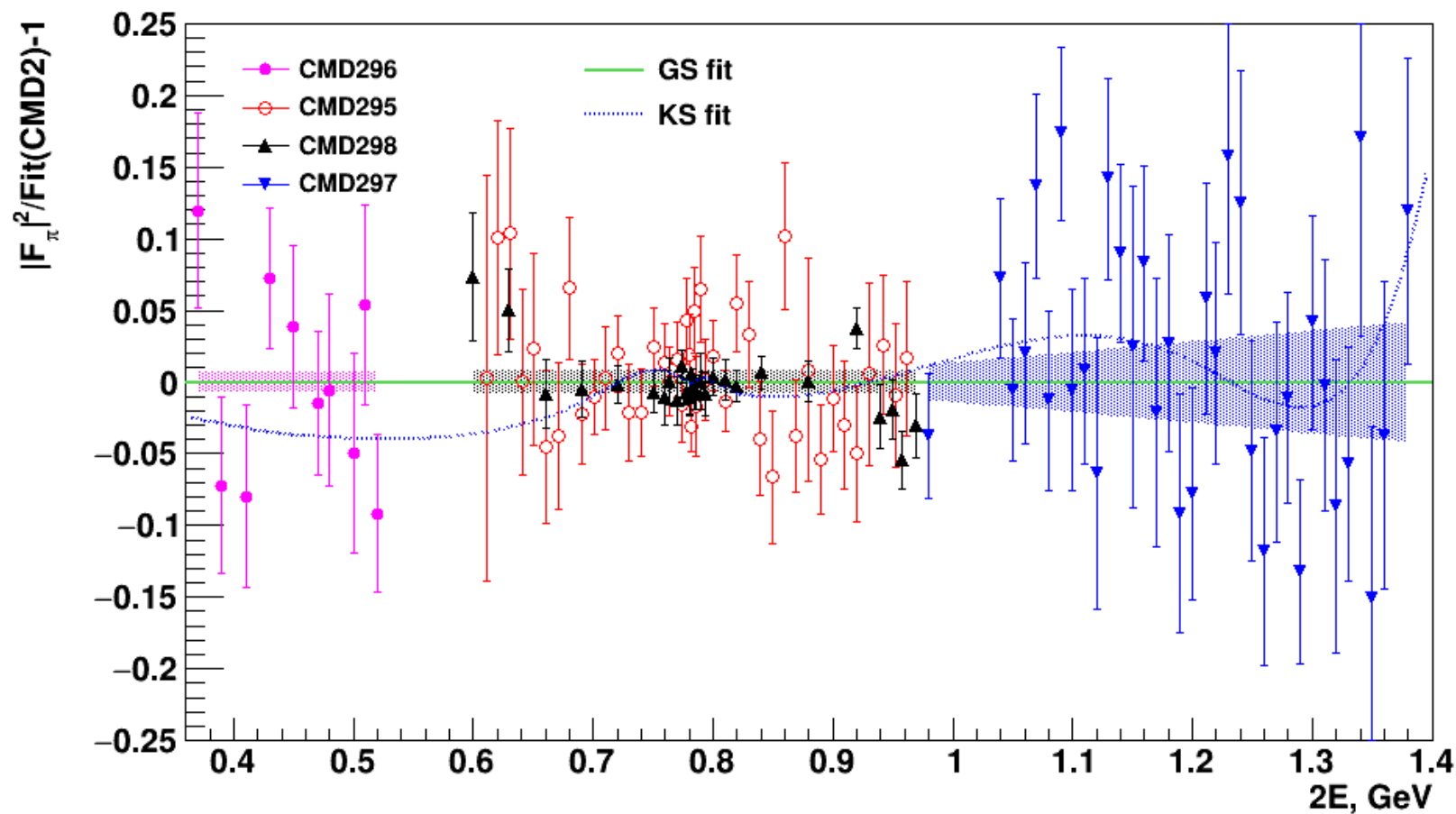
Источник систематической ошибки	Величина			
	0.37-0.52 ГэВ	0.6-1.0 ГэВ		1.04-1.38 ГэВ
	1996	1994-1995	1998	1997
Точность определения энергии накопителя	0.3%	0.1%	0.3%	0.3 ÷ 1.1%
Точность определения телесного угла регистрации	0.2%	0.2%	0.2%	0.2 ÷ 0.5%
Точность определения эффективности регистрации	0.2%	0.2%	0.5%	0.5 ÷ 2%
Систематическая ошибка процедуры разделения частиц	0.4%	0.2%	0.2%	0.2 ÷ 1.5%
Точность определения поправок на потерю пионов	0.2%	0.2%	0.2%	0.2%
Точность вычисления радиационных поправок	0.3%	0.4%	0.4%	0.5 ÷ 2%
Точность вычитания фона	–	–	–	0.6 ÷ 1.6%
Тормозное излучение $e^+$ и $e^-$ на трубе	0.05%	–	–	0.05 ÷ 1.7%
Суммарная систематическая ошибка	0.7%	0.6%	0.8%	1.2 ÷ 4.2%

Таблица 5 — Основные источники систематической ошибки измерения сечения  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  с детектором КМД-2.

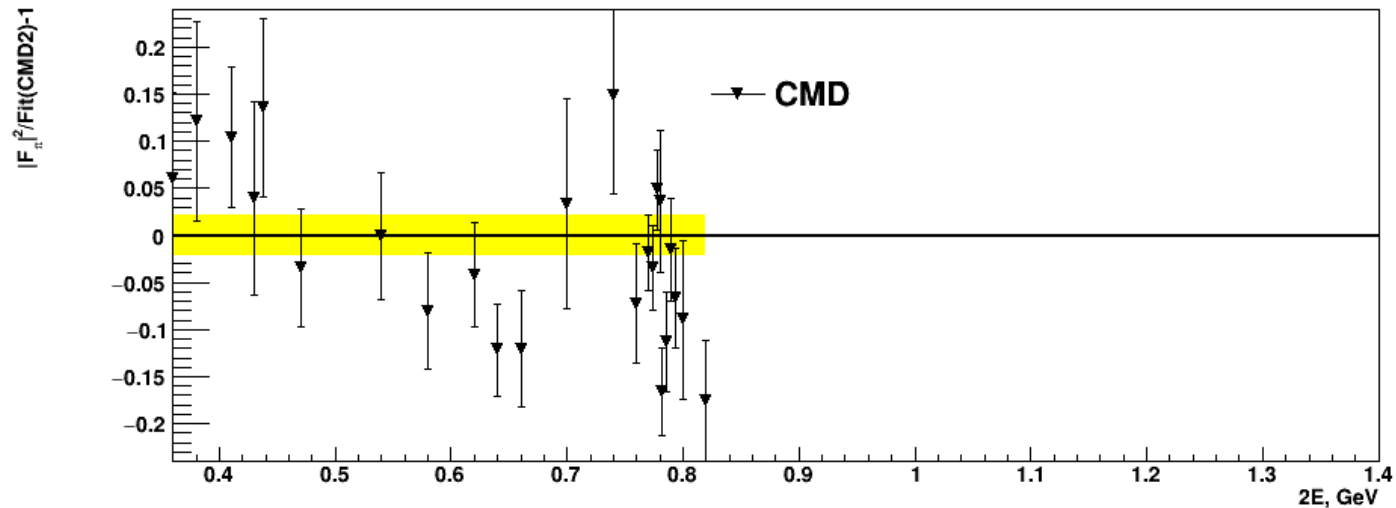
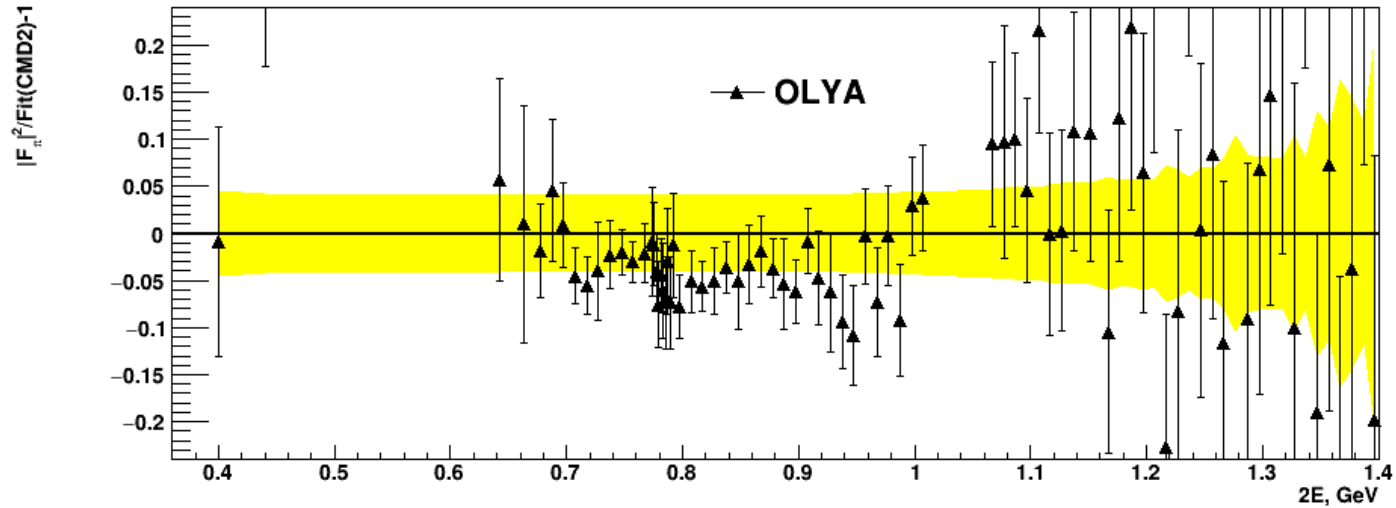
# Результат измерения



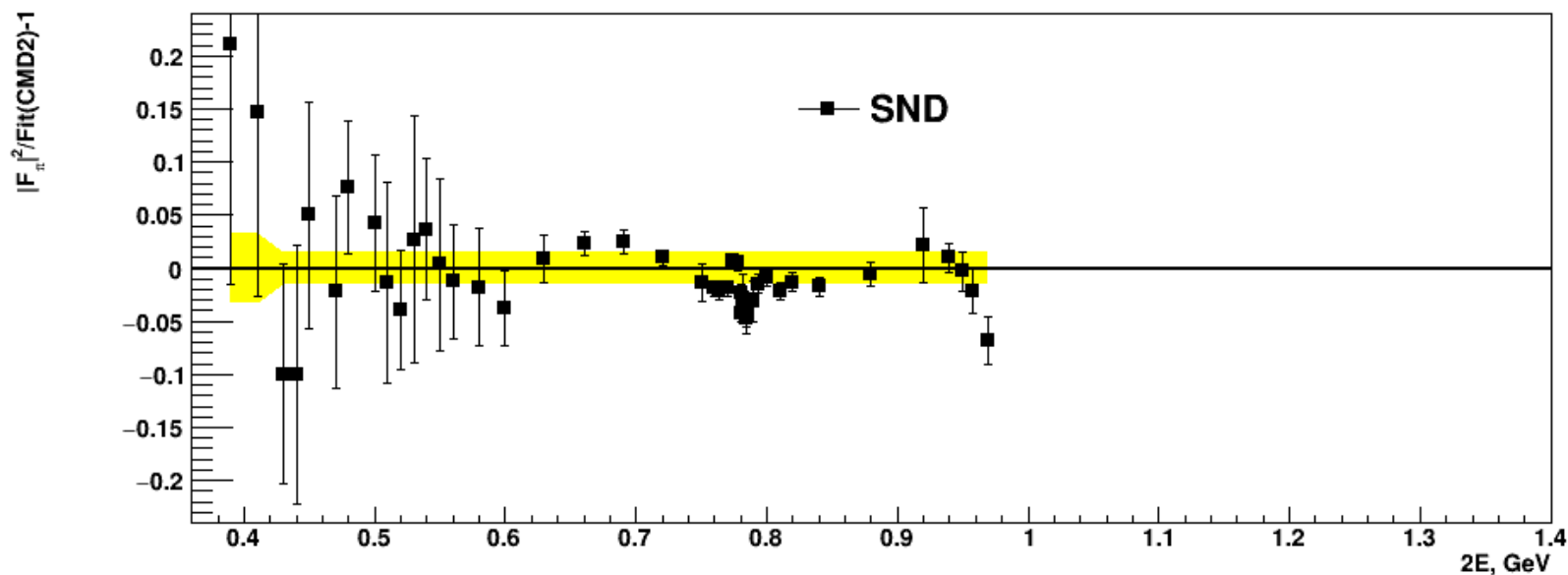
# Результат измерения: отклонения от подгонки



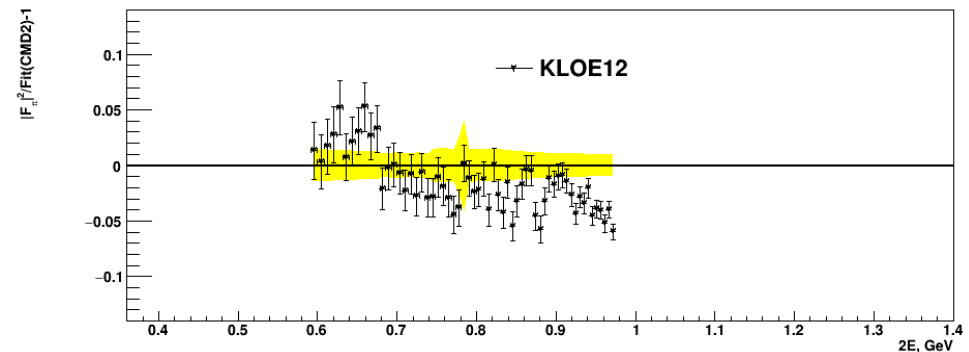
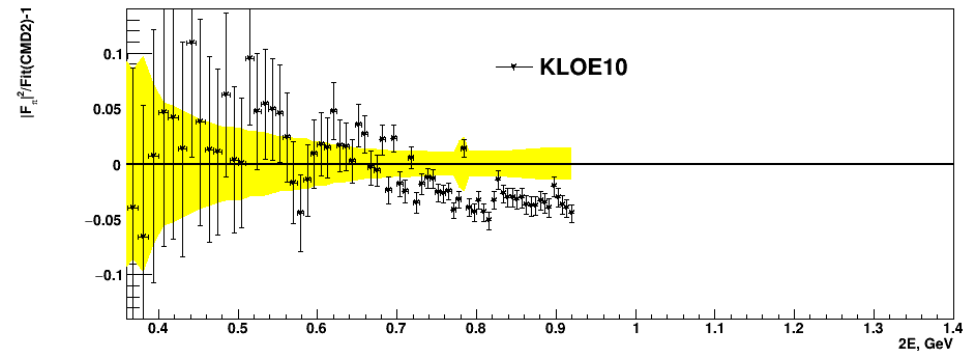
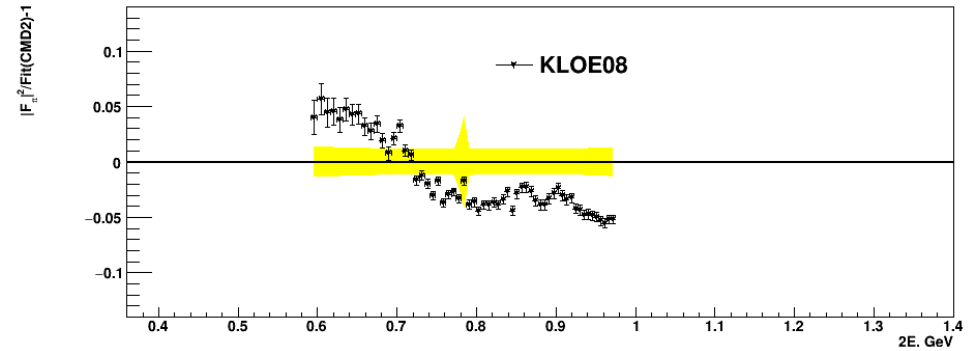
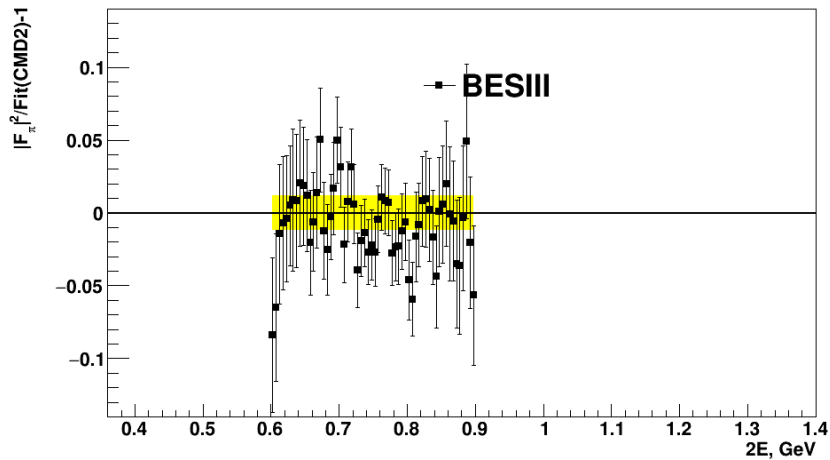
# Сравнение с другими измерениями: ОЛЯ и КМД



# Сравнение с другими измерениями: СНД

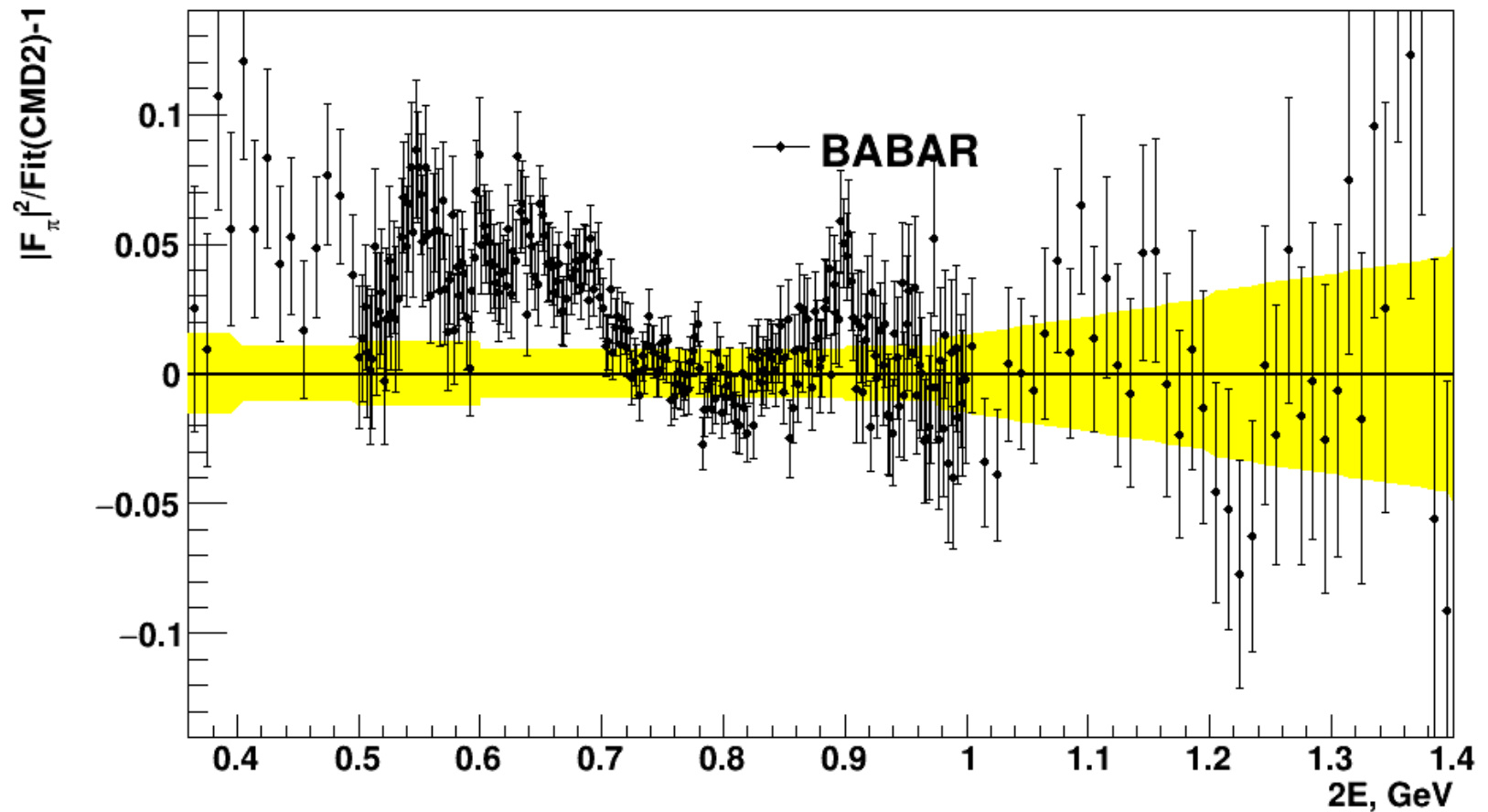


# Сравнение с другими измерениями: BES-III и KLOE

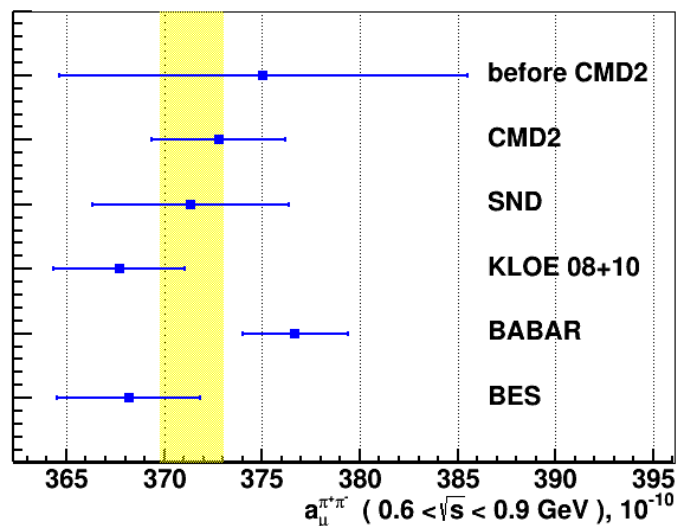
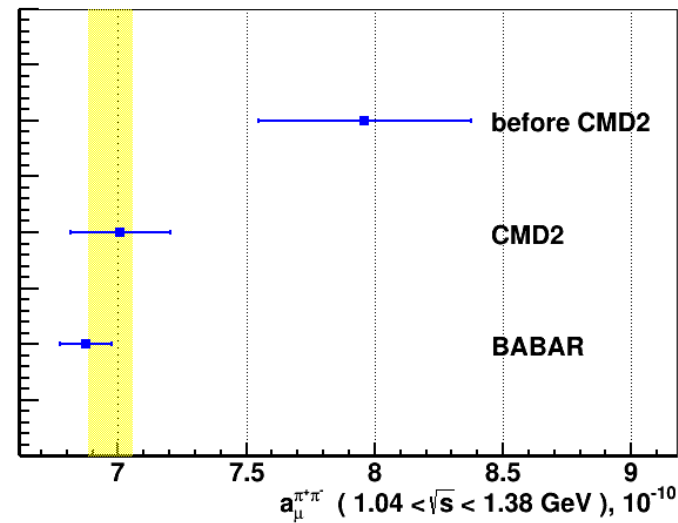
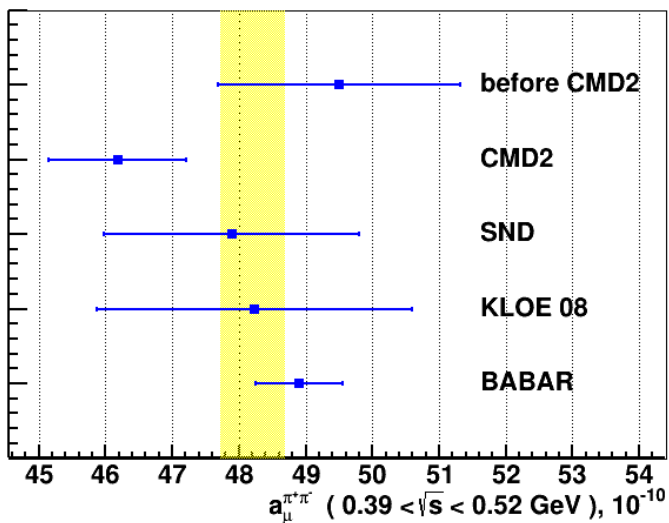




# Сравнение с другими измерениями: BABAR



# Сравнение вкладов в $a_\mu$



# Измерение аномального магнитного момента мюона

# История началась в 1984 году...

**Danby****Field****Farley****Picasso****Krienen****Bailey****Hughes****Combley**

Набор данных начался в 1997 году. Основная статистика набрана в 1999-2001

# Experimental technique since CERN-II

$$a_{\mu} = \frac{g-2}{2} \propto \frac{\omega_a}{B}$$

Polarized  
muons

Make a pion beam, then select highest energy muons from parity violating  $\pi \rightarrow \mu + \nu_{\mu}$  decay

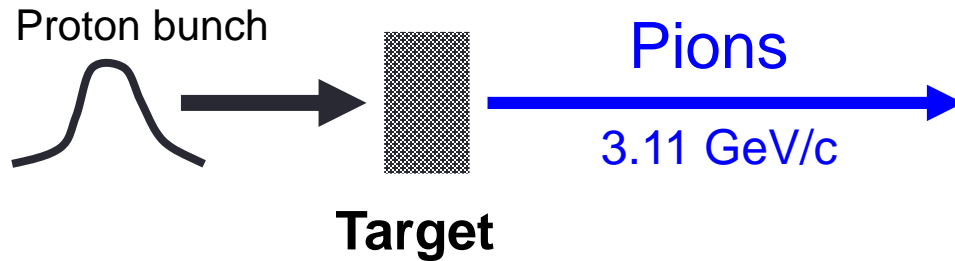
Precession in  
uniform B-field

Storage ring with ultra-precise dipole B-field. Allow muons to precess through as many g-2 cycles as possible.

Measure muon  
spin direction  
vs time

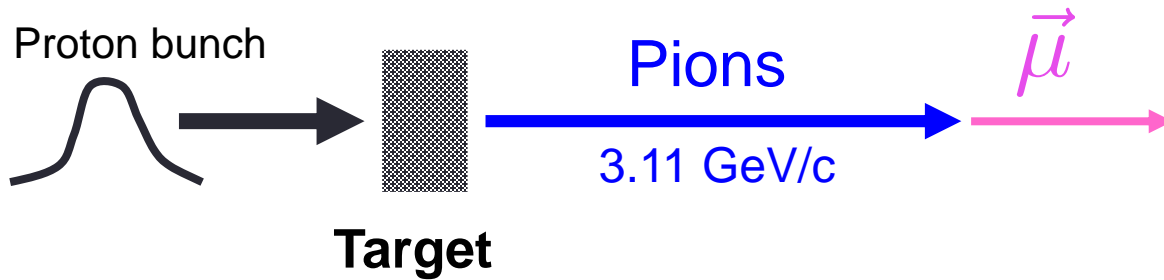
In parity violating decay  $\mu \rightarrow e + \nu_e + \nu_{\mu}$ , the positron is preferentially emitted in the muon spin direction

# Muon g-2: Muon Production

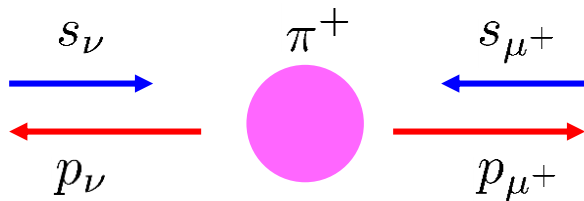


- Outgoing pions focused by a lithium lens and then momentum-selected, centred on 3.11 GeV
- The pions are then collected and sent towards the delivery ring

# Muon g-2: Muon Production



- In the delivery ring, pions decay into negative helicity  $\mu^+$

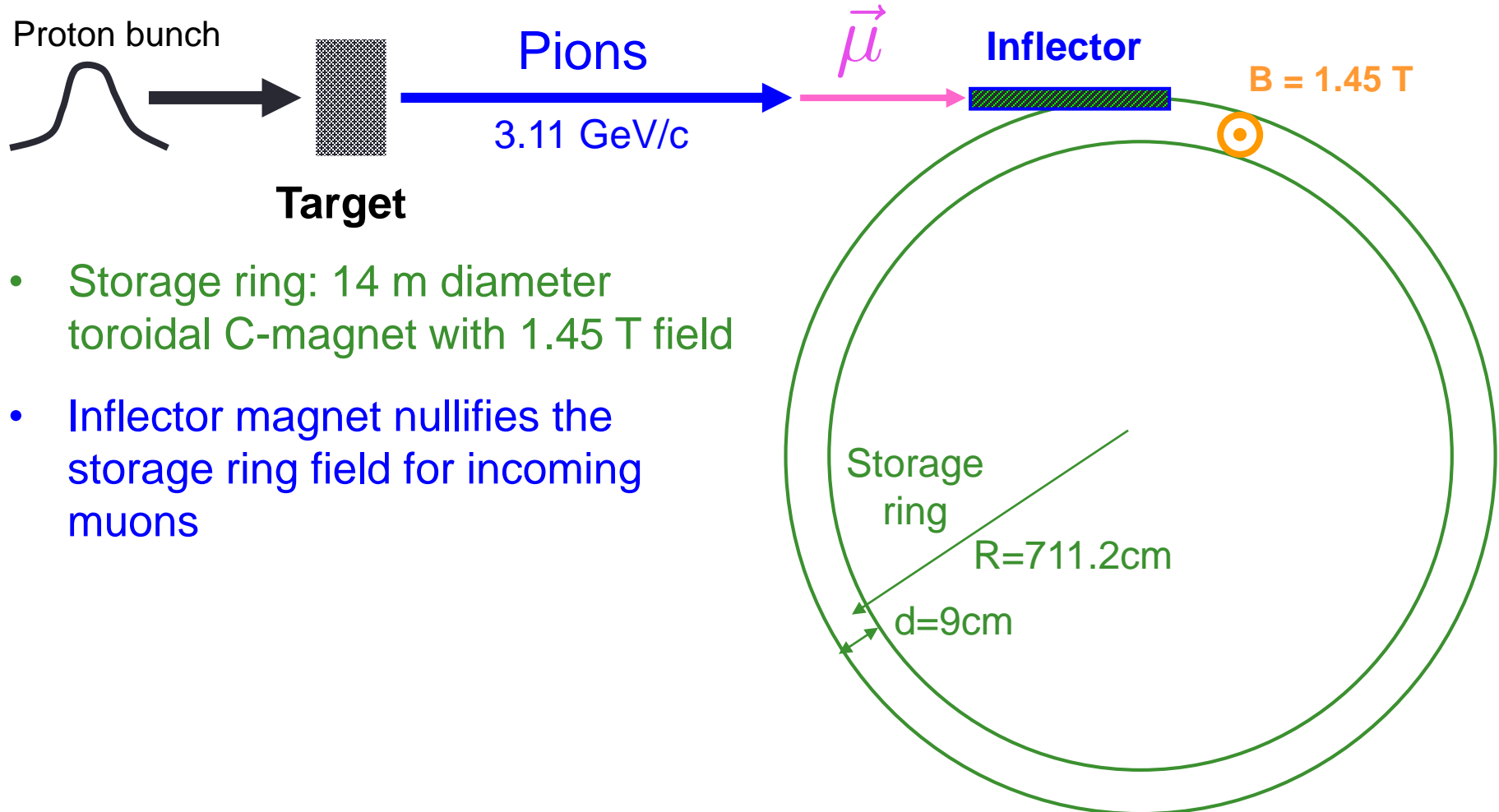


- Create a ~90% polarised beam by selecting highest energy  $\mu^+$
- Momentum of selected  $\mu^+$  centred on 3.09 GeV ( $\gamma = 29.3$ ) to reduce E-field effects:

0 for  $\gamma = 29.3$

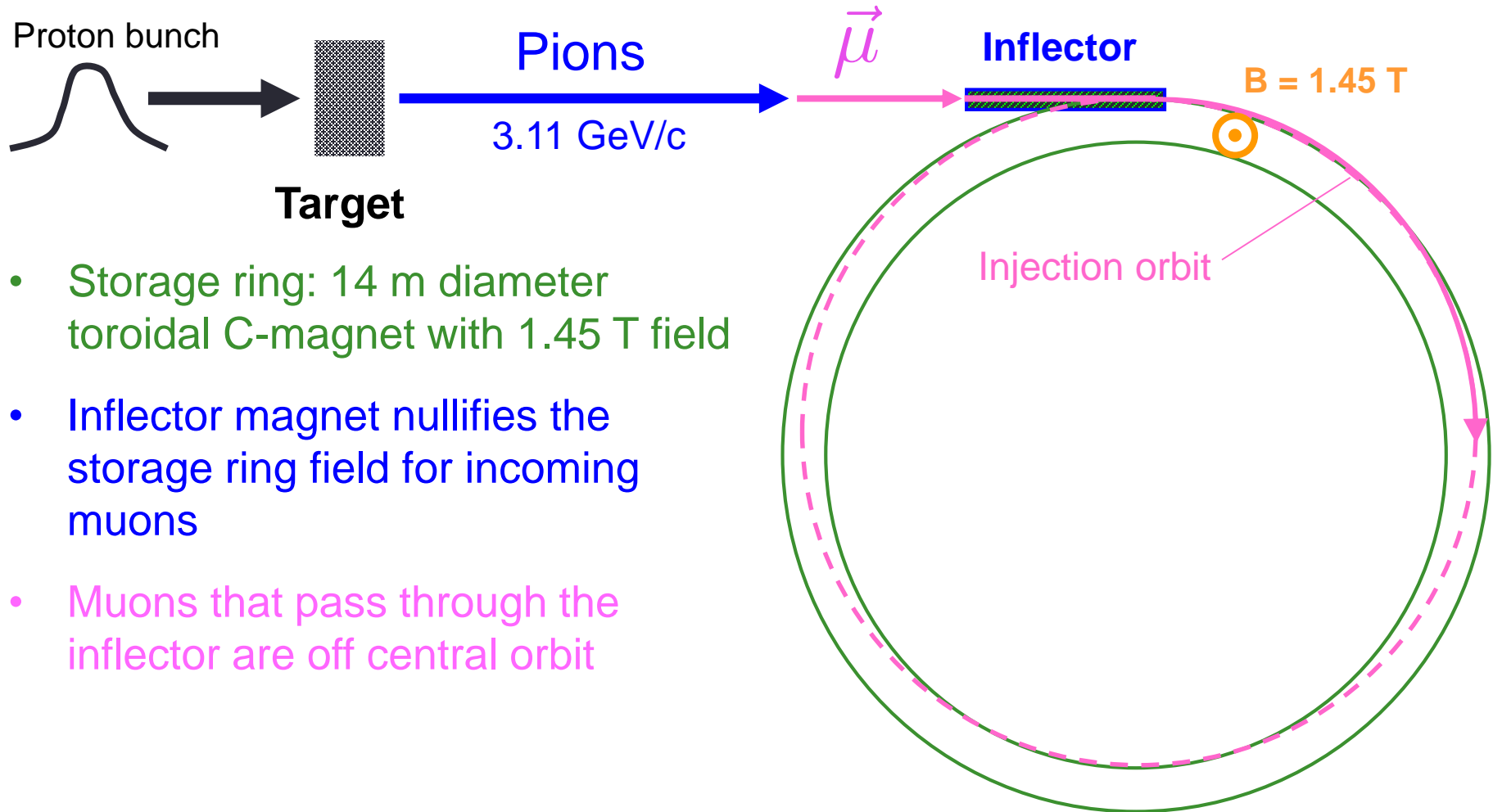
$$\vec{\omega}_a = \frac{e}{mc} \left[ a_\mu \vec{B} - \left( a_\mu - \frac{1}{\gamma^2 - 1} \right) (\vec{\beta} \times \vec{E}) \right]$$

# Muon g-2: Storing Muons

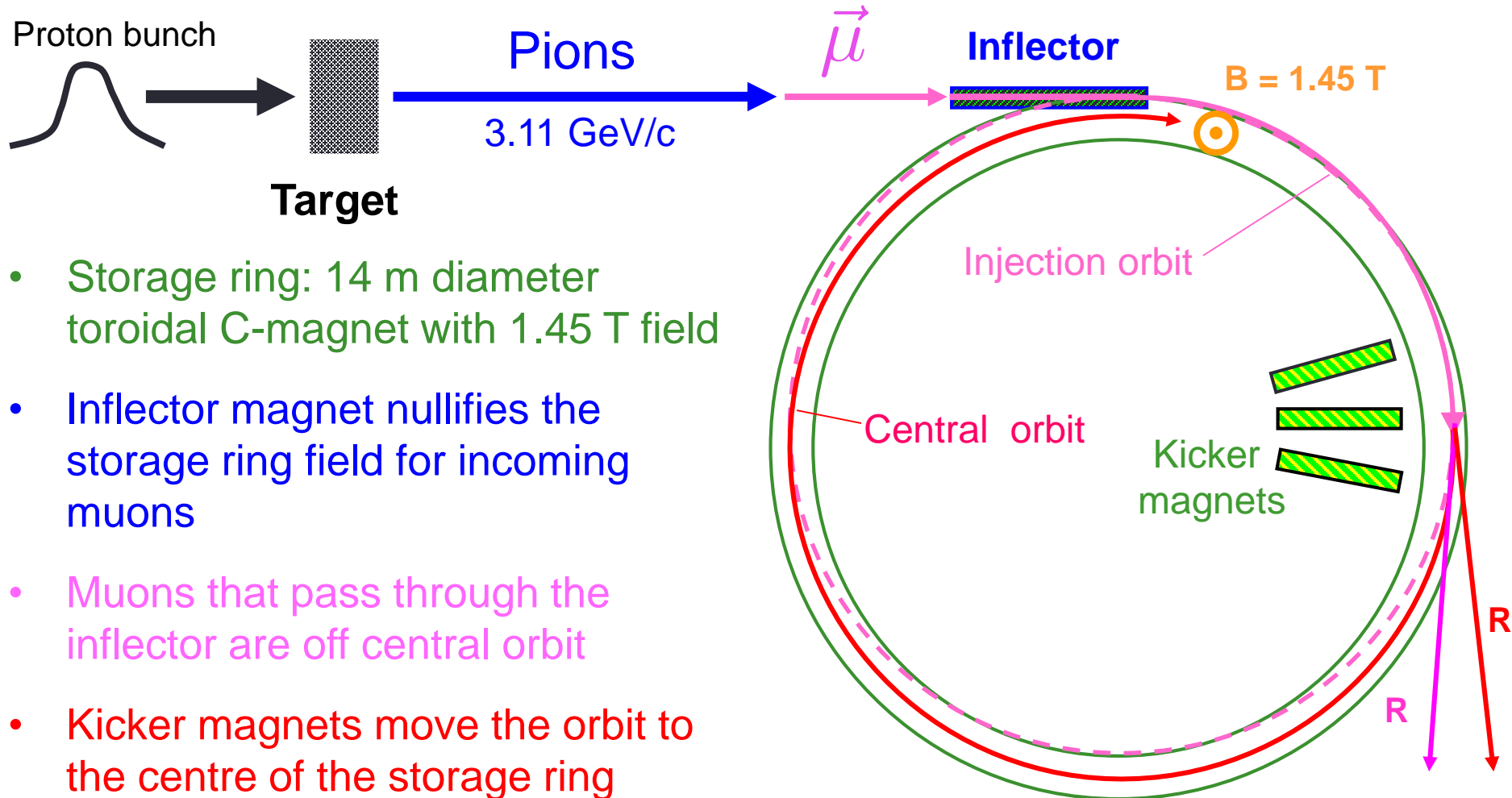




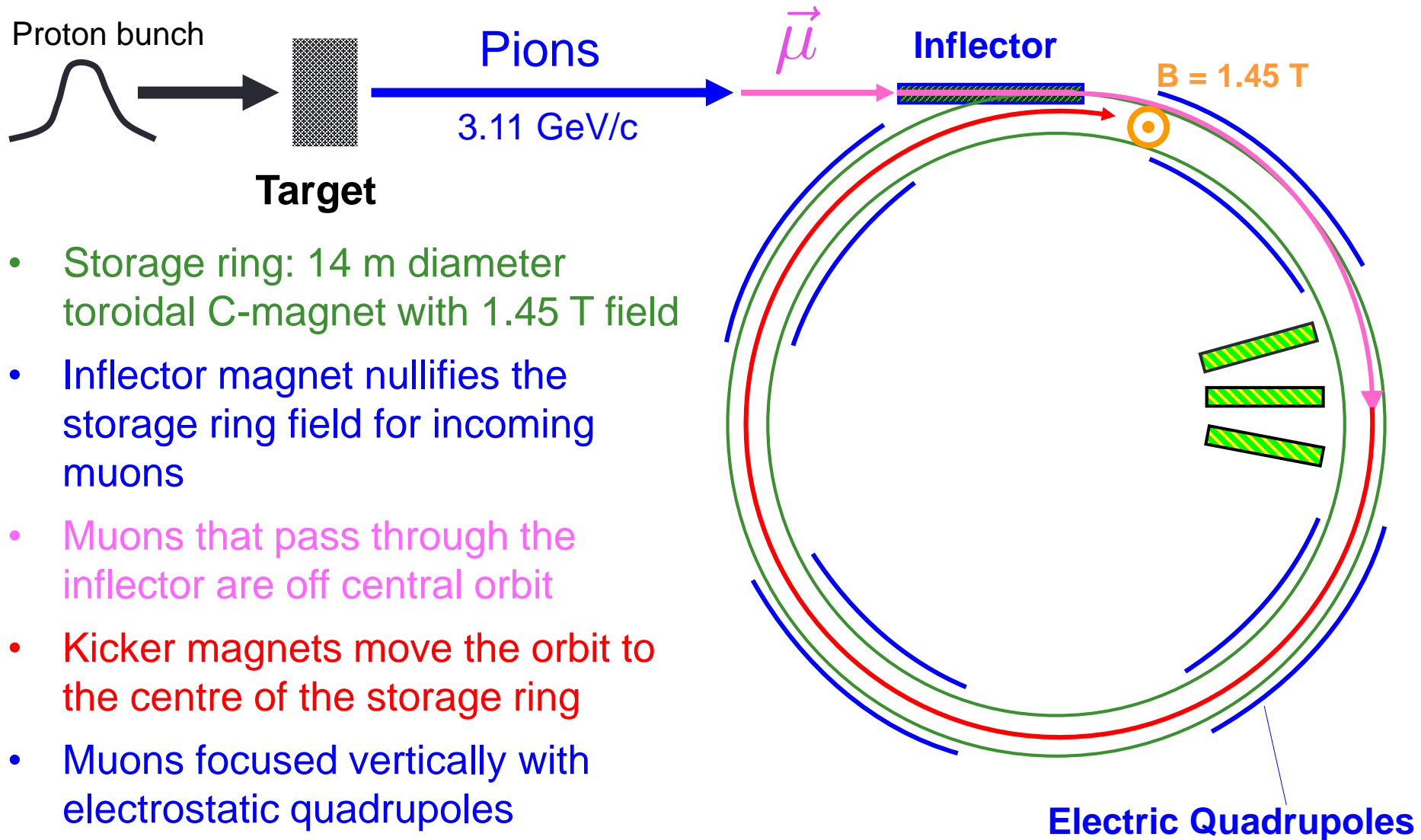
# Muon g-2: Storing Muons



# Muon g-2: Storing Muons

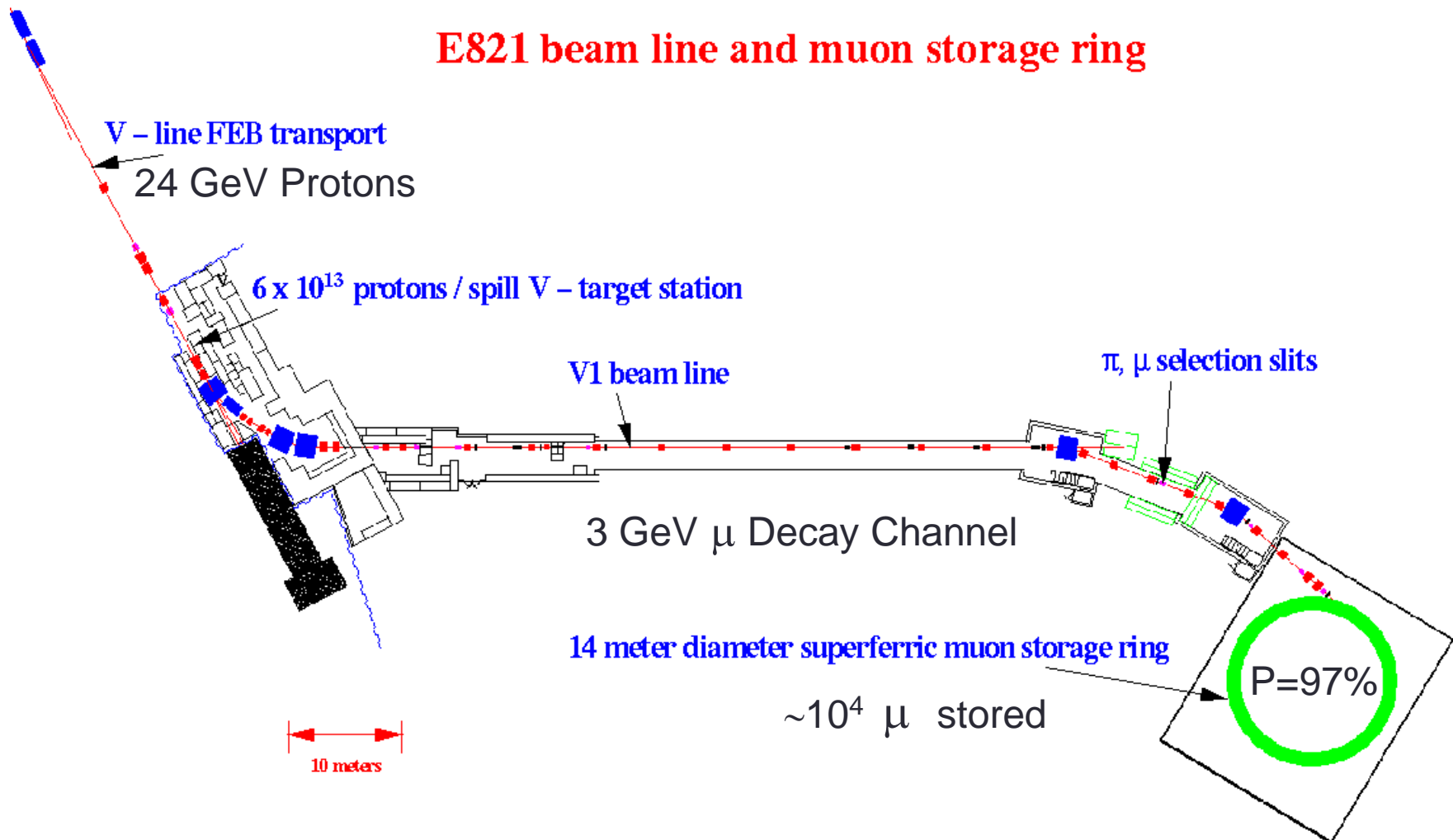


# Muon g-2: Storing Muons



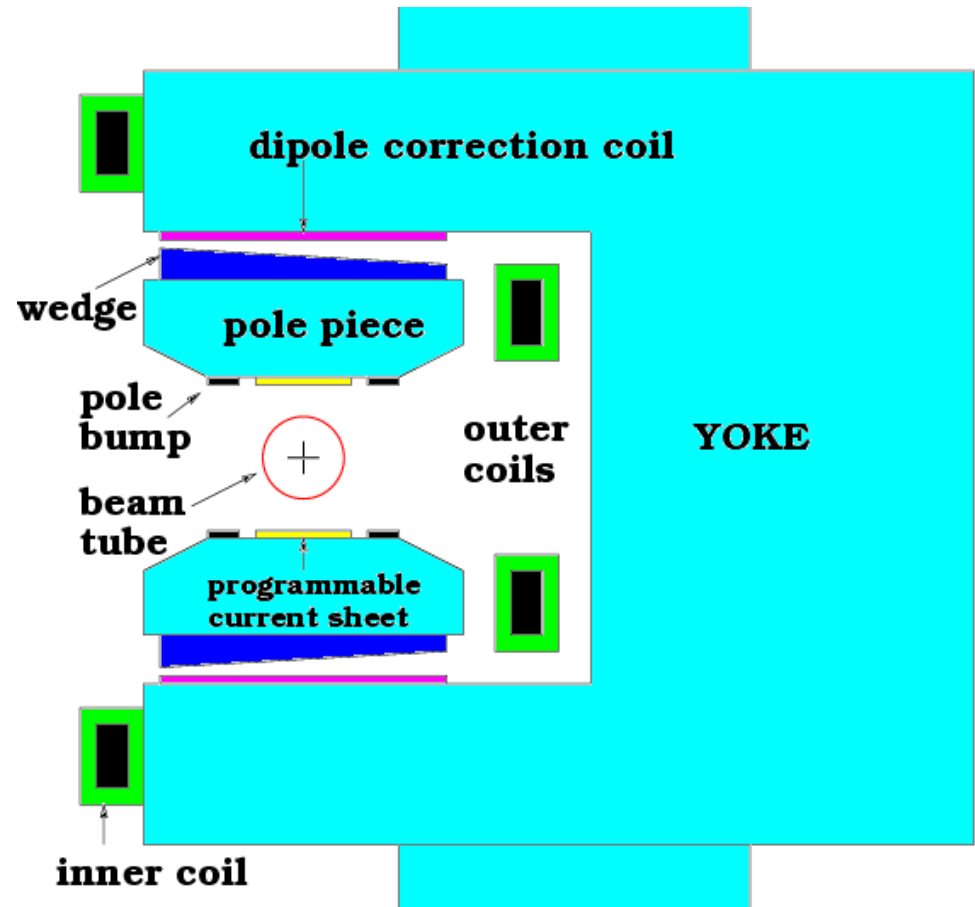
# Layout of BNL experiment

## E821 beam line and muon storage ring



# Measuring $\omega_p$

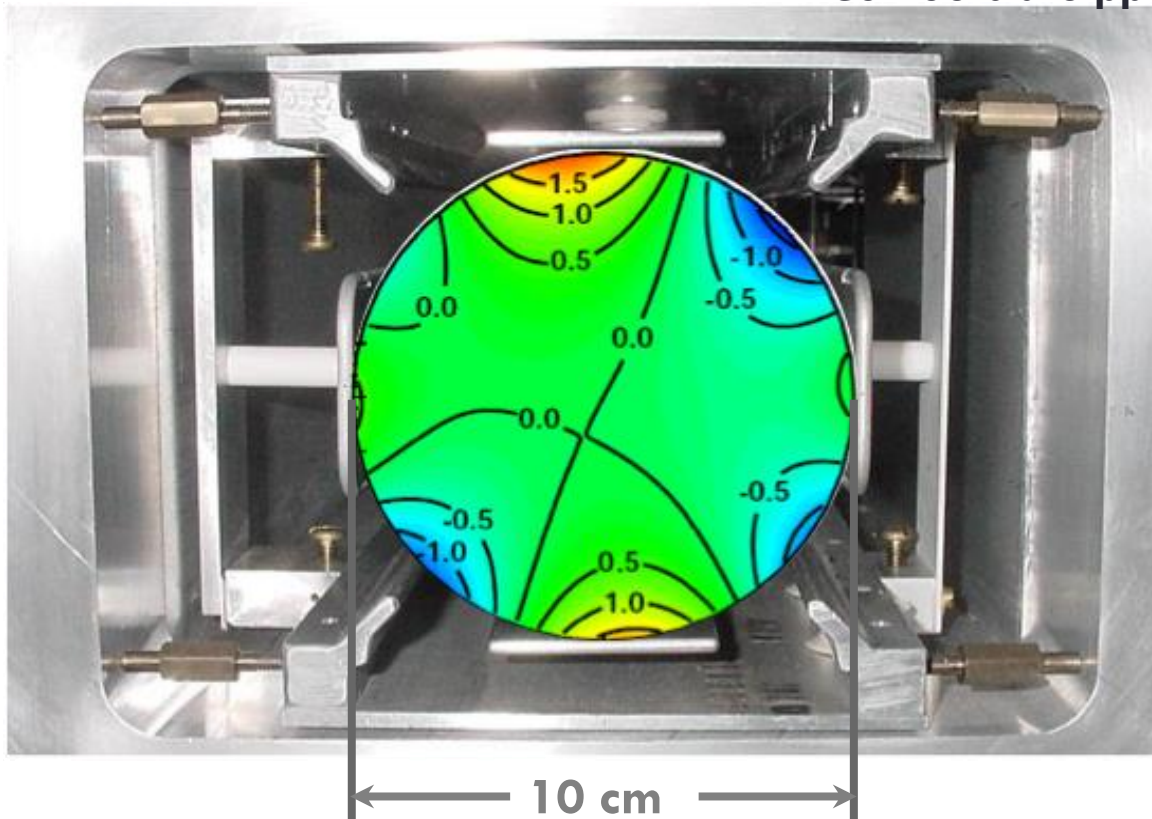
- Absolute calibration from spherical water probe  
    2 times a season
- Field inside the vacuum chamber measured using 17 probes mounted on a “trolley”  
    Every few days
- Constant monitoring of the field (and stabilization via feedback) using ~150 fixed probes above and below the vacuum chamber  
    All time



Field is measured in terms of the free proton NMR frequency ( $\omega_p$ )

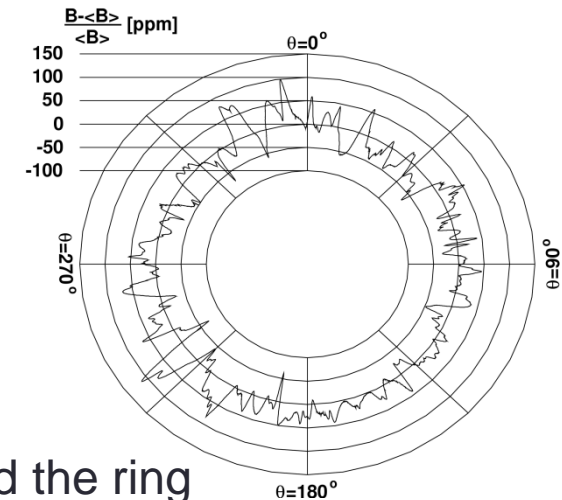
# Field map, BNL experiment

Contours are ppm



Average field, seen by muons

“Trolley”



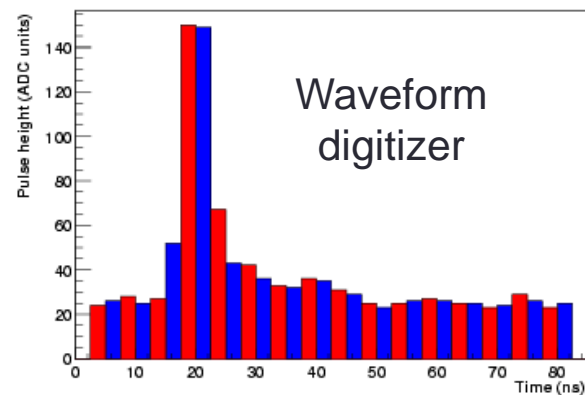
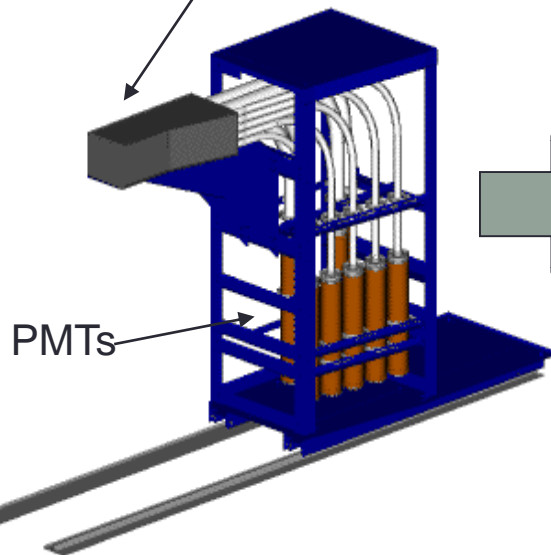
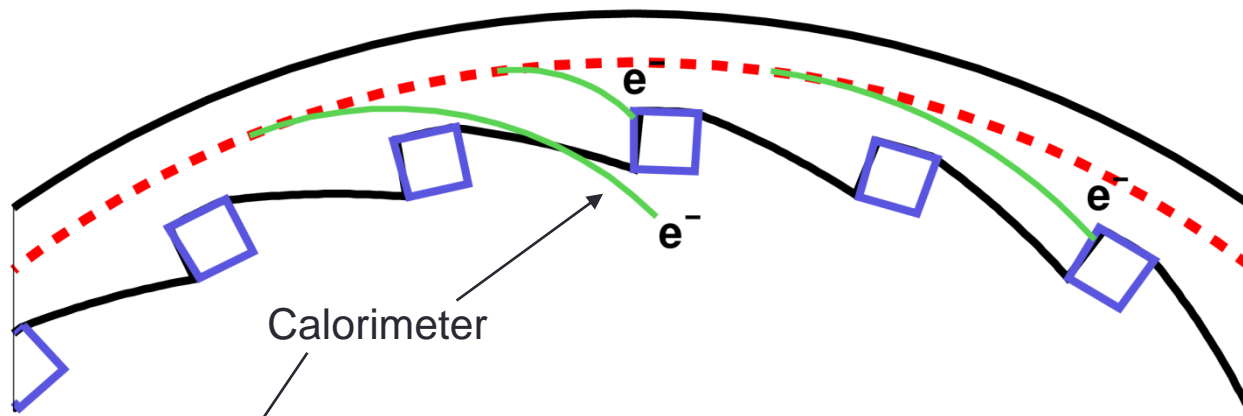
Field around the ring

# Точность измерения магнитного поля

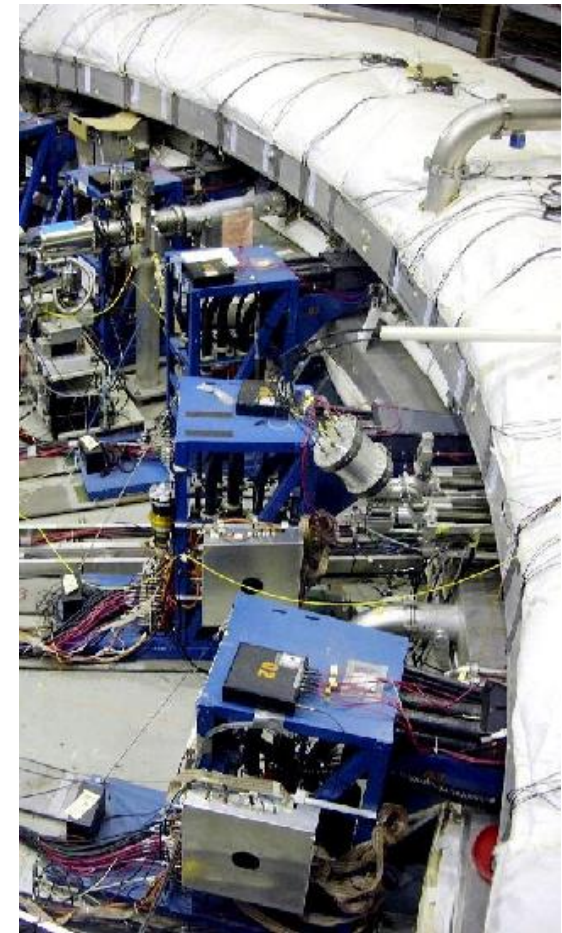
Источник систематической ошибки	1999	2000	2001
Точность датчика абсолютной калибровки	0.05	0.05	0.05
Калибровка датчиков, установленных на тележке	0.20	0.15	0.09
Измерение карты магнитного поля	0.10	0.10	0.05
Интерполяция величины поля с помощью постоянных датчиков	0.15	0.10	0.07
Учет пространственного распределения мюонов	0.12	0.03	0.03
Влияния рассеянного поля инфлектора	0.20	-	-
Другое	0.15	0.10	0.10
Общая систематическая ошибка измерения $\omega_p$	0.4	0.24	0.17

Таблица 11 — Систематическая точность измерения магнитного поля  $\omega_p$ .

# Measuring $\omega_a$

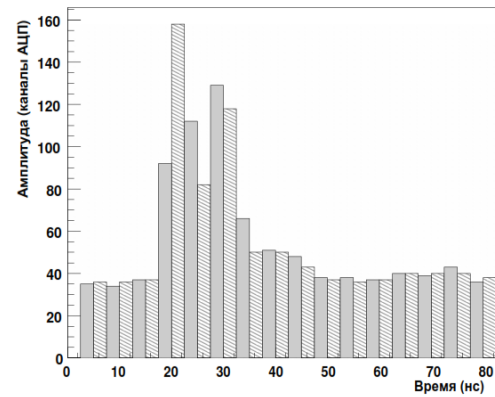
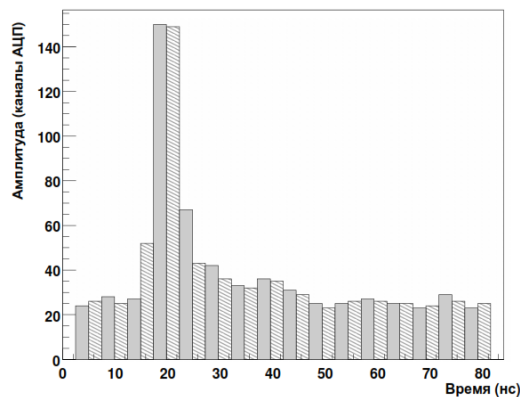
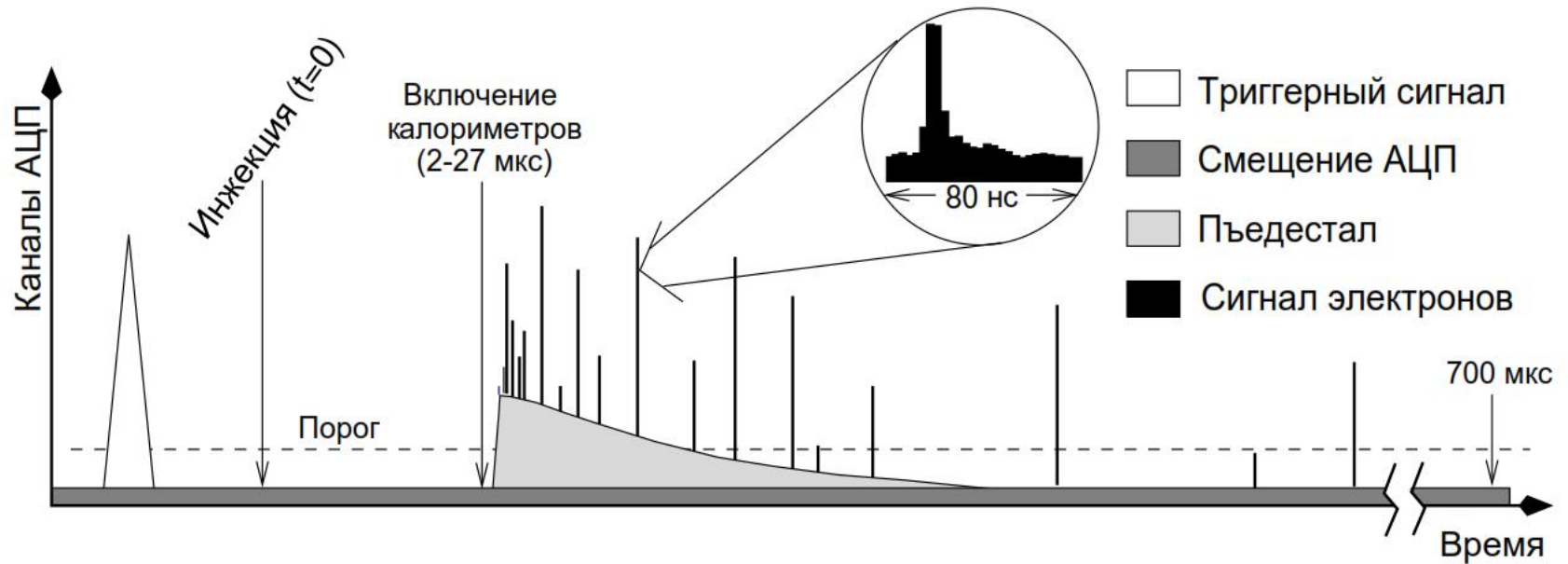


Offline reconstruction of  
energy and time





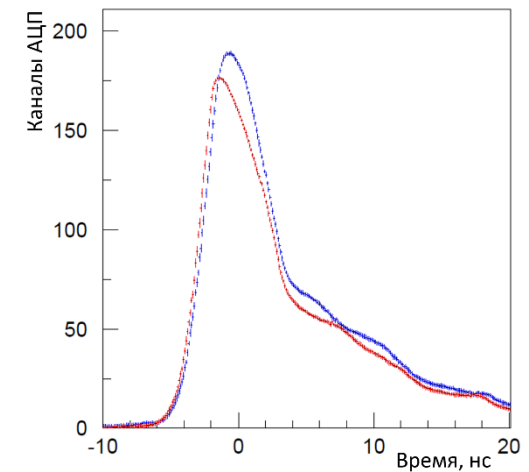
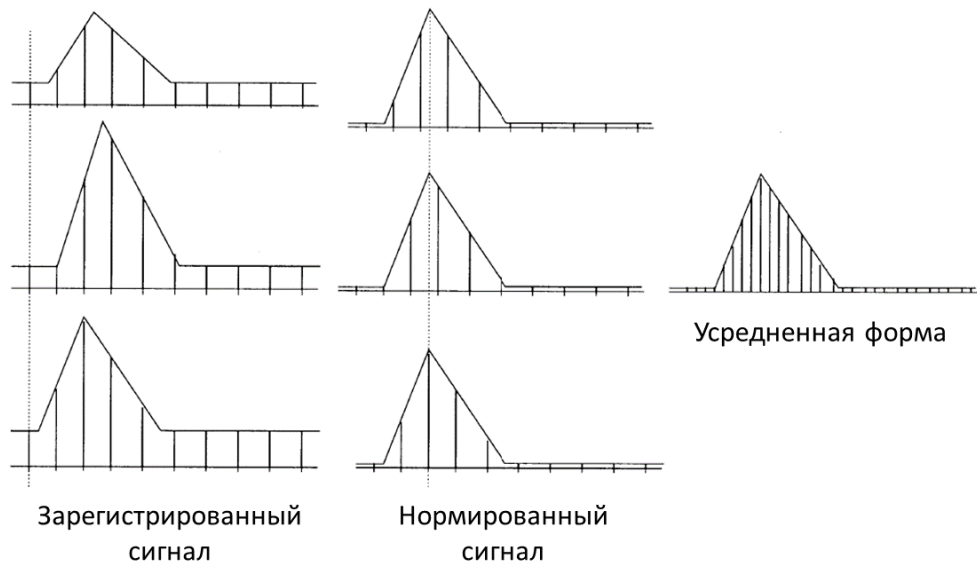
# Структура данных с калориметра



# Реконструкция данных с калориметров

- Основная задача реконструкции – определение времени электронов с систематической точностью 20 пс (early-to-late)
- Время и энергия определяются с помощью подгонки сигналов predeterminedной формой
- Сложности:
  - Оцифровка формы с шагом 2.5 нс – требуемая систематическая точность составляет 1% от периода оцифровки
  - Оцифровка производится двумя АЦП, каждый из которых видит немного разную форму
  - Необходимо определить форму сигналов из самих данных

# Калибровка формы сигналов



Средние формы для  
разных начальных  
приближений

Прямое применение итерационной процедуры приводит к получению искаженной формы сигнала

Требуется использование дополнительных предположений:

- Случайность времени прихода сигналов

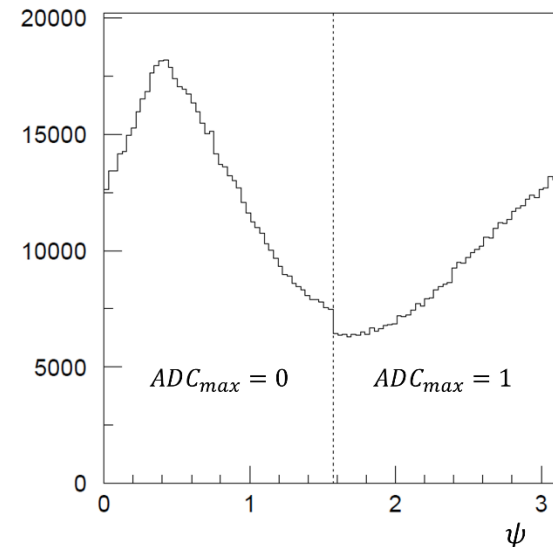
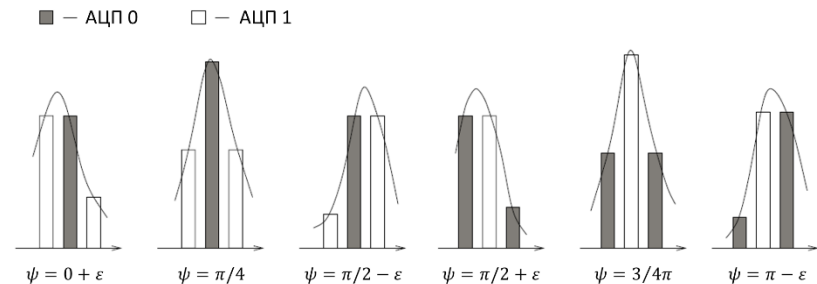
# Калибровка формы сигналов

Псевдовремя:

$$\psi = \frac{\pi}{2} ADC_{max} + \text{arctg} \frac{a_{i_{max}} - a_{i_{max}-1}}{a_{i_{max}} - a_{i_{max}+1}},$$

Предполагая равномерность прихода сигналов внутри шага оцифровки, строим функцию преобразования от псевдовремени к времени:

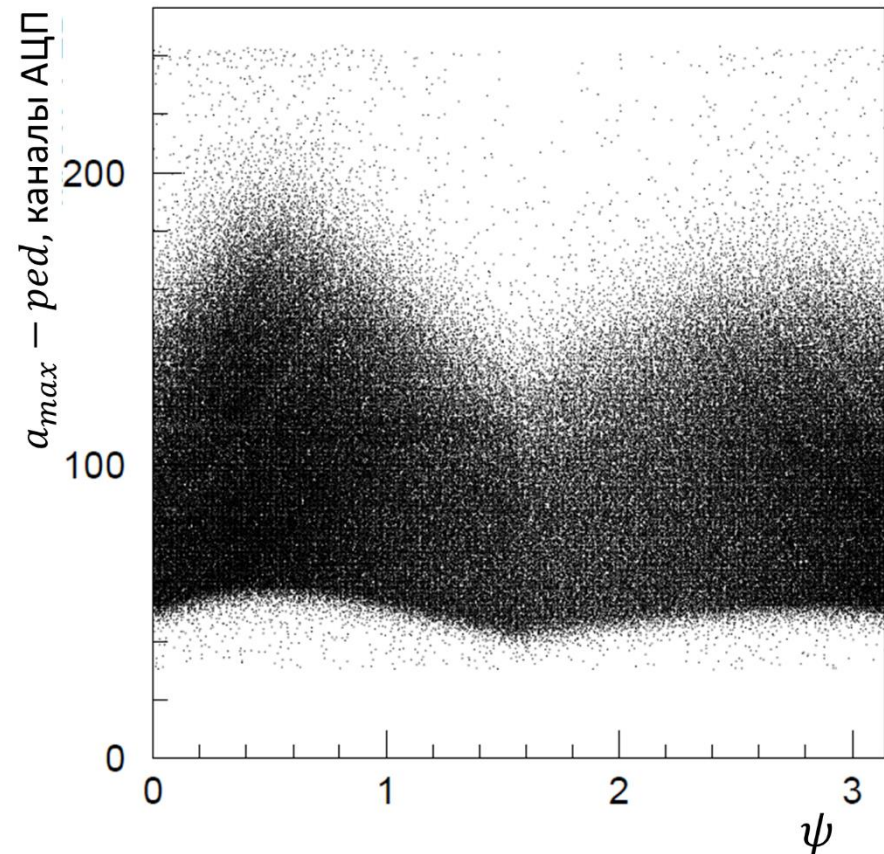
$$t(\psi) = 5 \cdot \int_0^\psi p(\psi') d\psi' / \int_0^\pi p(\psi') d\psi'$$



Распределение псевдовремени

# Калибровка формы сигналов

Поправка к амплитуде сигнала  
(форма макушки сигнала)  
строится из двумерного  
распределения амплитуды и  
псевдовремени

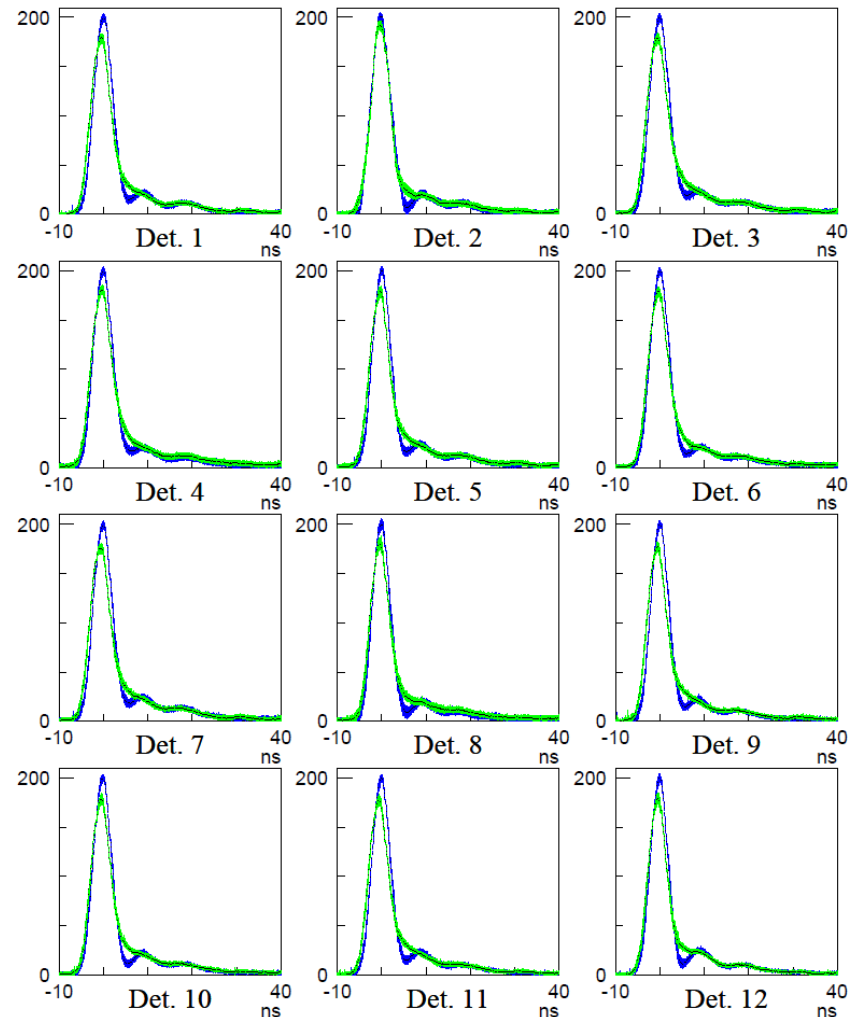


# Формы сигналов

Разработанный алгоритм позволил измерить неискаженные формы сигналов

Калибровка форм сигналов проводилась для каждого сезона

Были проведены исследования стабильности форм сигналов в течение сезона и early-to-late.



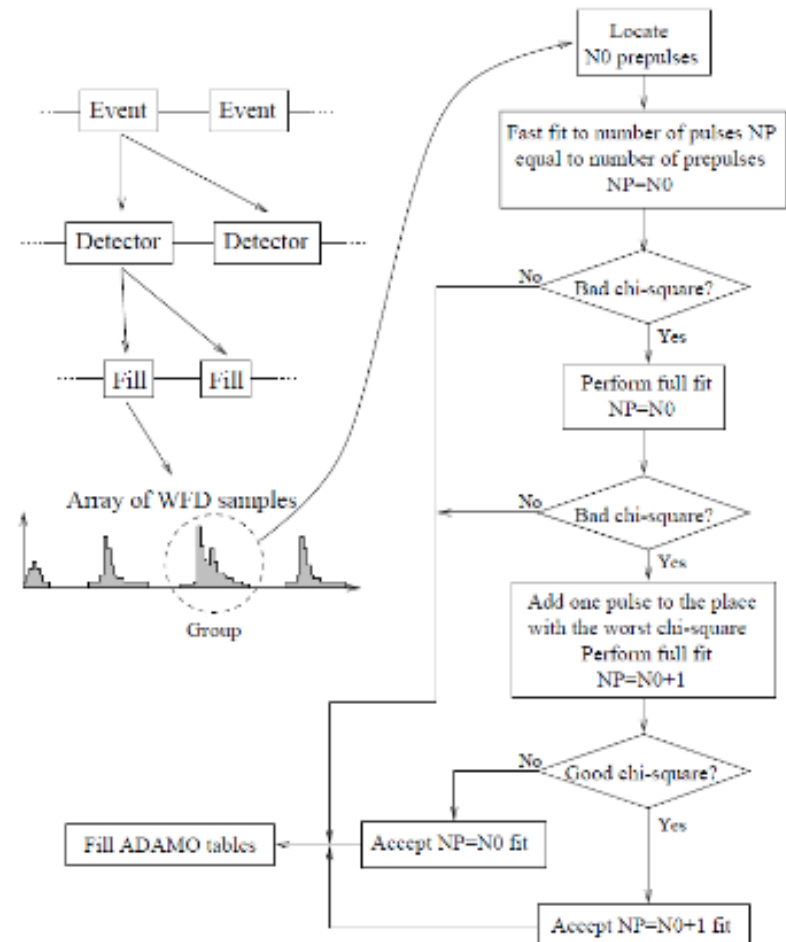
# Алгоритм реконструкции

Был разработан алгоритм реконструкции данных с калориметров, основанный на итеративной минимизации:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{\left[ a_i - P - \sum_{m=1}^N A_m \cdot f(t_i - T_m) \right]^2}{\sigma_i^2},$$

Для большинства сигналов применялась процедура быстрой минимизации, при которой время сигнала фиксировалось равным значению, вычисленному из псевдовремени.

Была реализована система обработки данных (программа g2off).



# Влияние «невидимых» сигналов

Оказалось, что выбор  $\sigma$  в:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{\left[ a_i - P - \sum_{m=1}^N A_m \cdot f(t_i - T_m) \right]^2}{\sigma_i^2},$$

играет важную роль. Было показано, что использование константного значения  $\sigma$  оптимально с точки зрения устойчивости к влиянию «моря» сигналов малой амплитуды, ниже порога регистрации.

$$\Delta A = \delta a \sum_i \frac{\partial A}{\partial a_i} = A(a_1 + \delta a, \dots, a_n + \delta a) - A(a_1, \dots, a_n),$$

Если результат минимизации зависит от уровня пьедестала, то наличие «невидимых» сигналов приводит к систематическому сдвигу early-to-late



# Measuring $\omega_a$

High energy electrons in LAB frame correlate to forward decay electrons in CM frame

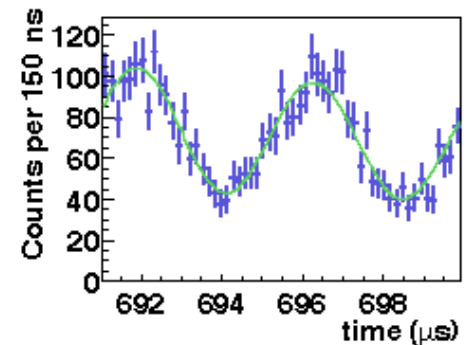
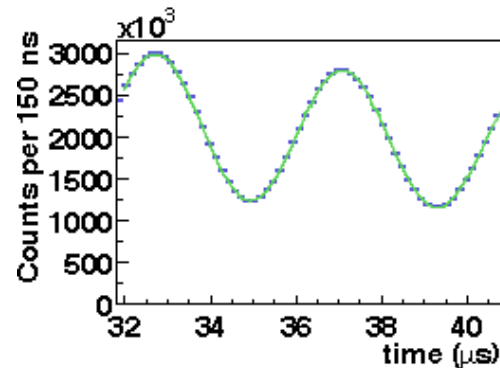
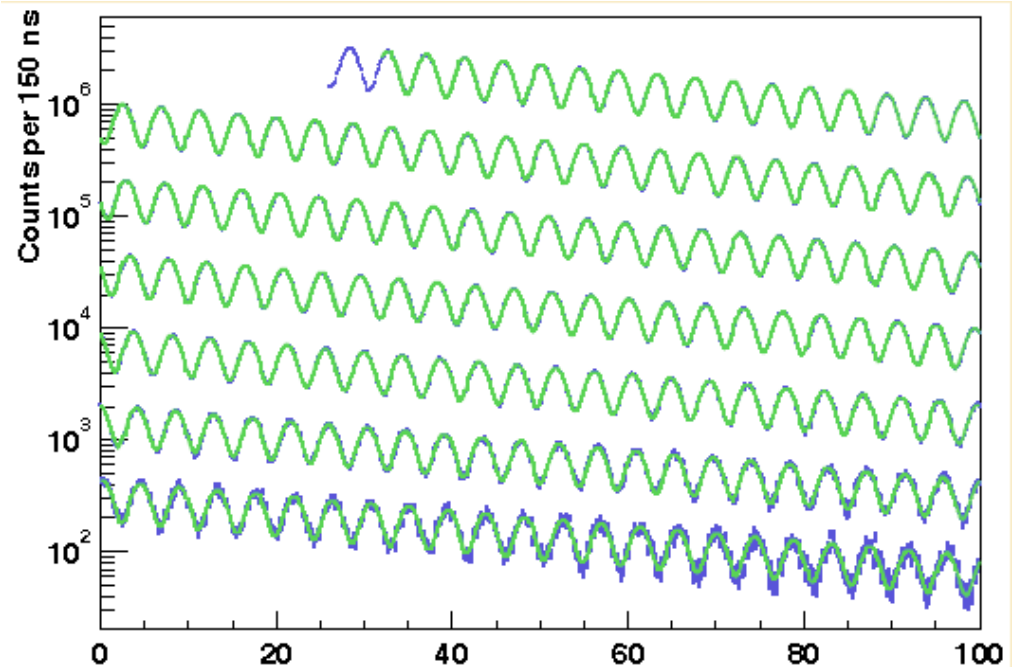
Number of forward decay electrons in CM frame correlates to spin direction

So: count electrons with  $E > E_{thr}$

$$N(t) = N_0 e^{-t/\gamma\tau} [1 + A \cos(\omega t + \varphi)]$$

Simple 5-parameter fit! In real life, it is not that simple:

gain changes, pileup, coherent betatron oscillations (CBO), muon losses, ...



# Полная функция подгонки

$$N(t) = \frac{N_0}{\gamma\tau_\mu} \exp(-t/\gamma\tau_\mu) \cdot \Lambda(t) \cdot V(t) \cdot B(t) \cdot C(t) \cdot [1 - A(t) \cos(\omega_a t + \phi(t))], \quad (3.6)$$

где

$$\Lambda(t) = 1 - A_{loss} \int_0^t L(t') \exp^{-t'/\gamma\tau_\mu} dt', \quad (3.7)$$

$$V(t) = 1 - e^{-t/\tau_{VW}} A_{VW} \cos(\omega_{VW} t + \phi_{VW}), \quad (3.8)$$

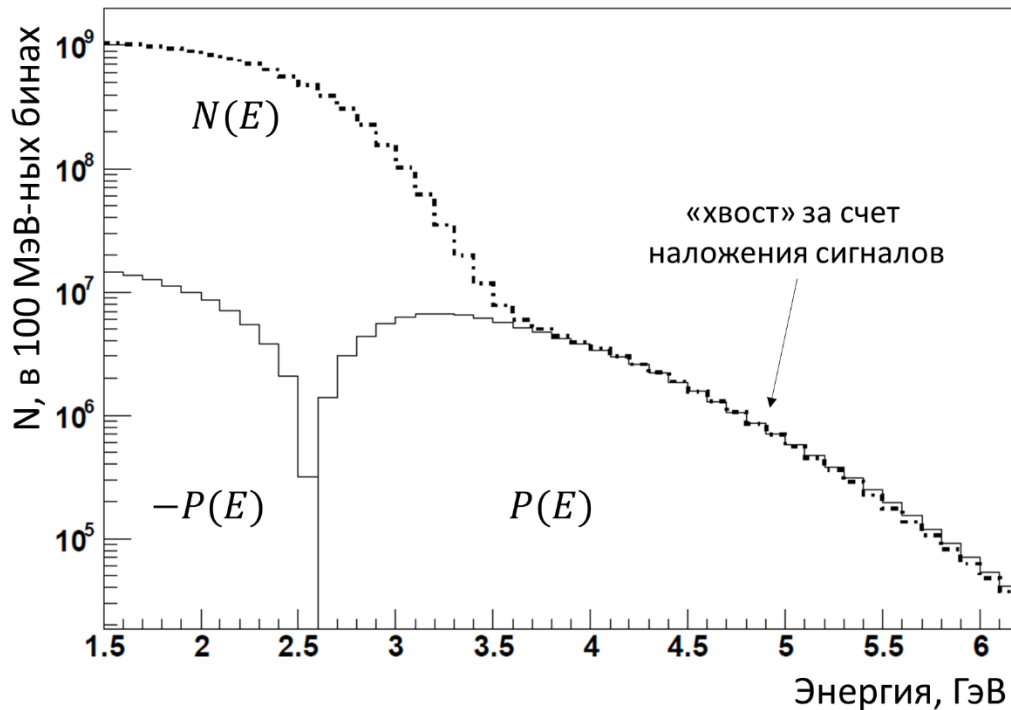
$$B(t) = 1 - A_{br} e^{-t/\tau_{br}}, \quad (3.9)$$

$$C(t) = 1 - e^{-t/\tau_{cbo}} A_1 \cos(\omega_{cbo} t + \phi_1), \quad (3.10)$$

$$A(t) = A \cdot \left[ 1 - e^{-t/\tau_{cbo}} A_2 \cos(\omega_{cbo} t + \phi_2) \right], \quad (3.11)$$

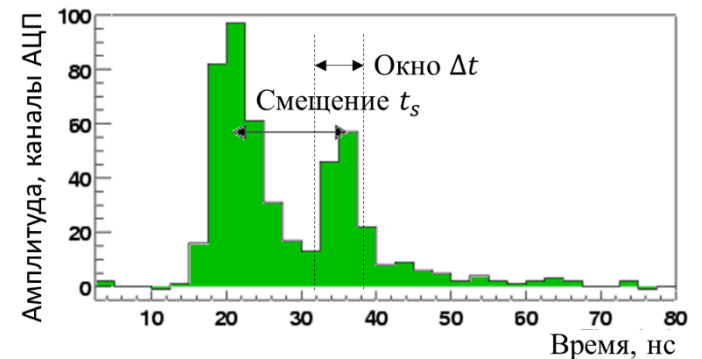
$$\phi(t) = \phi_0 + e^{-t/\tau_{cbo}} A_3 \cos(\omega_{cbo} t + \phi_3). \quad (3.12)$$

# Вычитание вклада от наложения сигналов



Доля сигналов с наложением меняется early-to-late (от 1% до 0), что приводит к большому систематическому сдвигу  $\omega_a$

Вклад от сигналов с наложением определяется статистически из самих данных и вычитается из спектра.

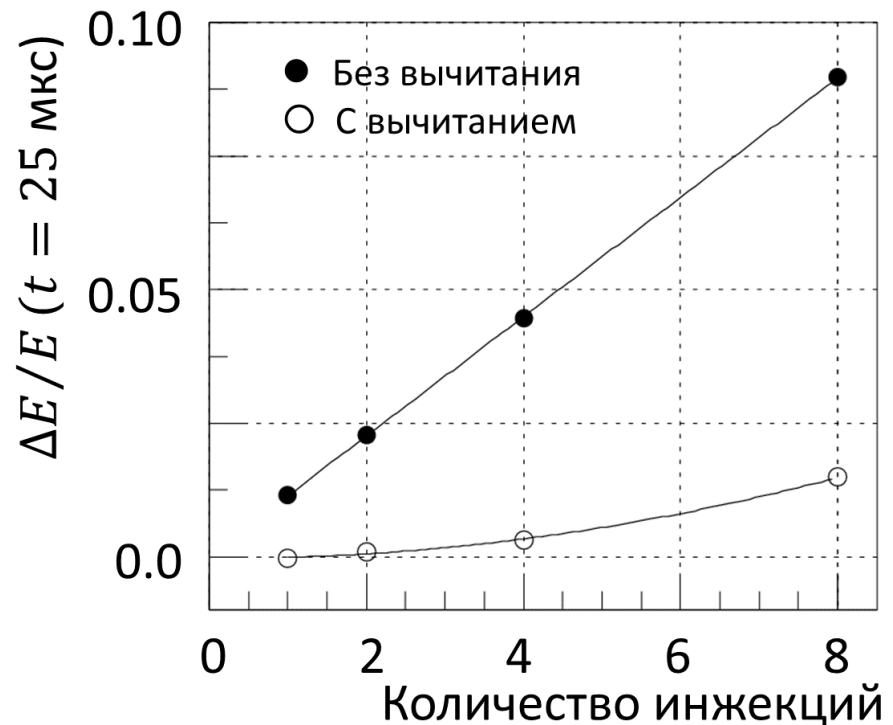
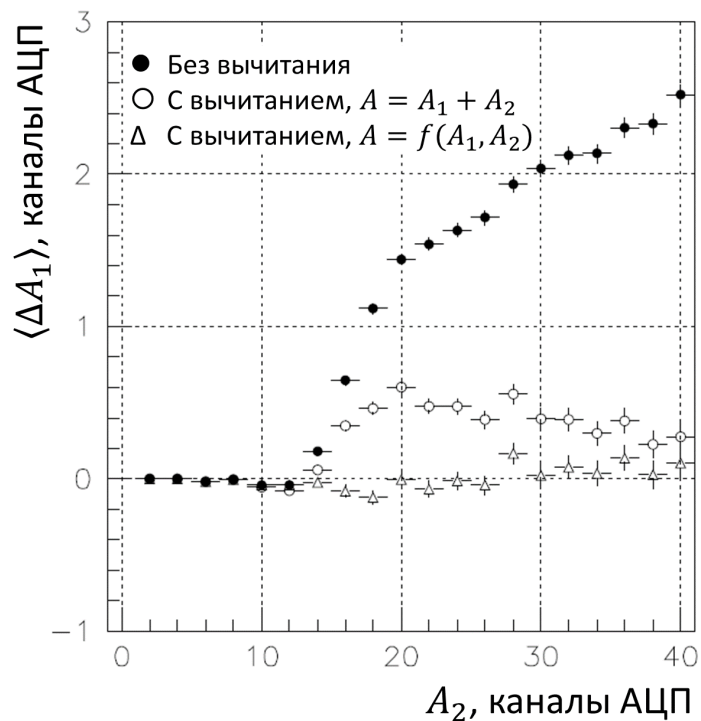


Для этого используются сигналы, зарегистрированные на «хвосте» основного сигнала.

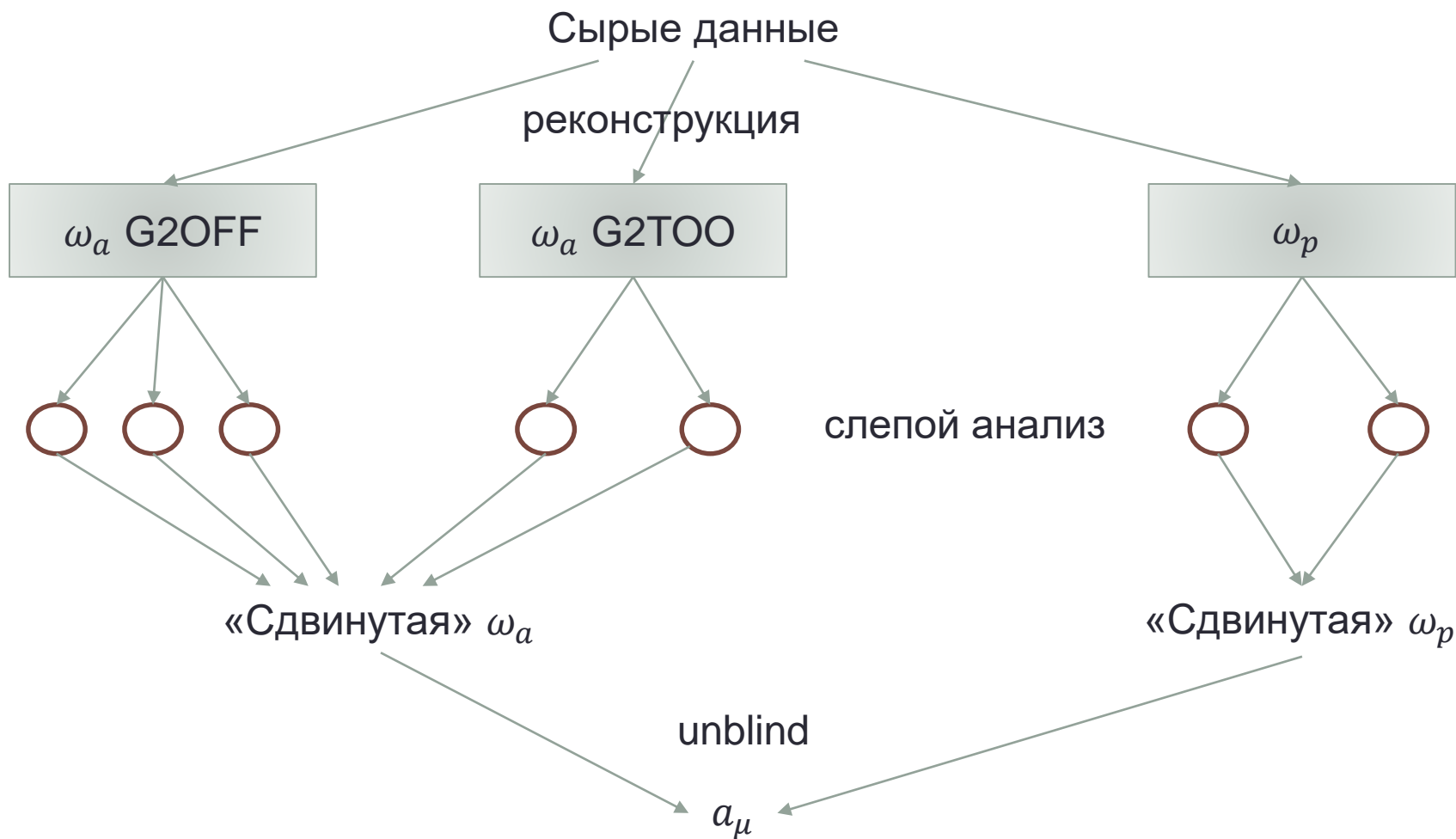
# Вычитание вклада от наложения сигналов

Был проведен ряд исследований процедуры вычитания фона от наложений сигналов и разработана оптимальная процедура.

Был проведен анализ систематических ошибок, связанных с остаточным фоном от наложений сигналов.



# Организация анализа данных



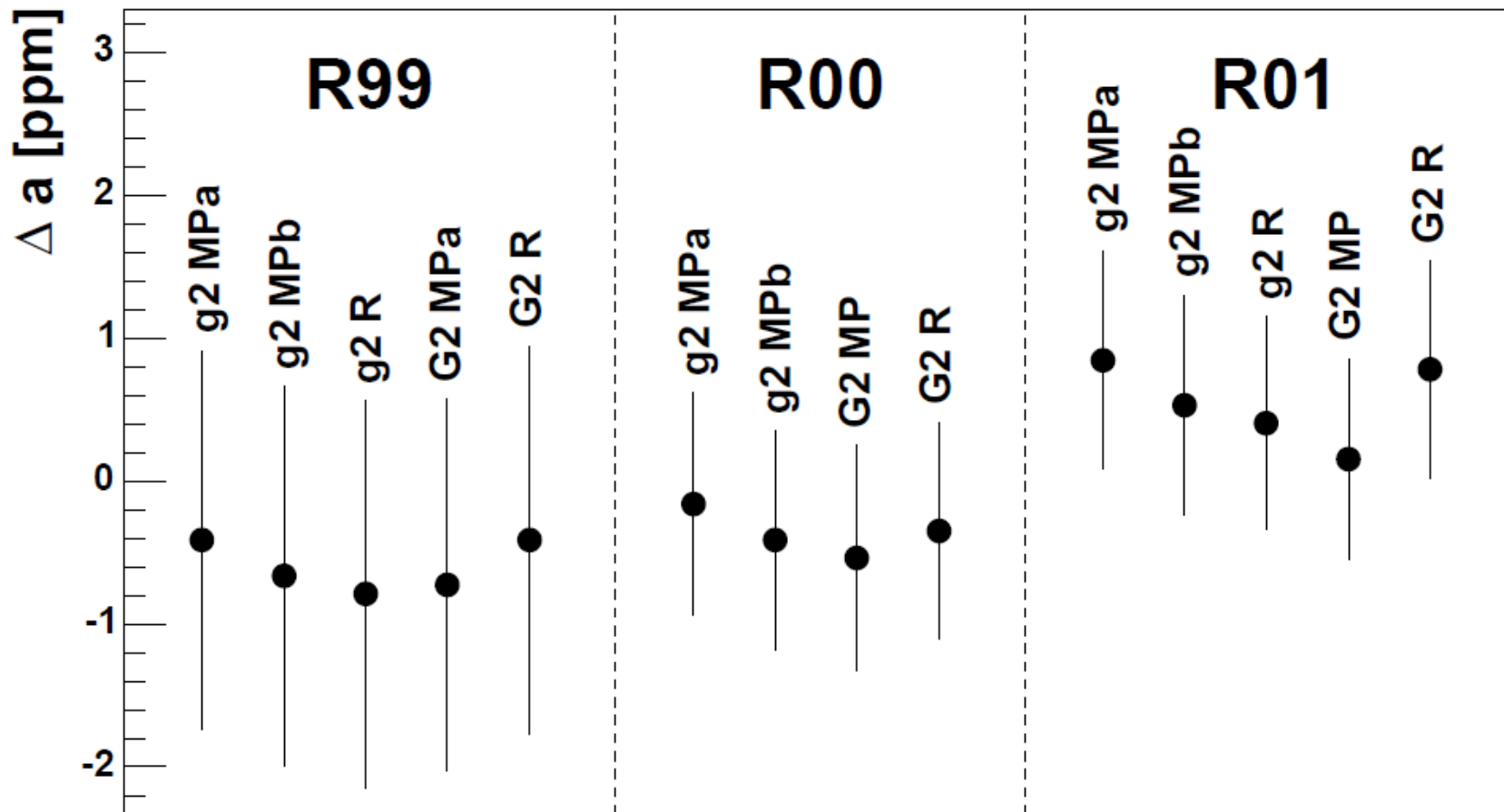
# Точность измерения частоты прецессии

Источник систематической ошибки	1999	2000	2001
Стабильность энергетической калибровки	0.02	0.13	0.12
Наложение сигналов	0.13	0.13	0.08
Когерентные бетатронные колебания	0.05	0.21	0.07
Пучковый фон	0.10	0.01	*
Выбывание мюонов	0.10	0.10	0.09
Точность измерения времени	0.10	0.02	*
Поправки, связанные с наличием электрического поля и бетатронных колебаний	0.08	0.06	0.03
Процедура подгонки	0.07	0.06	*
Общая систематическая ошибка измерения $\omega_a$	0.3	0.31	0.21

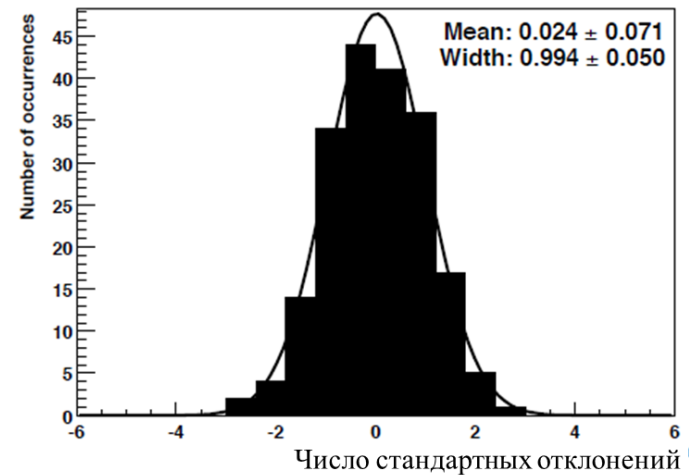
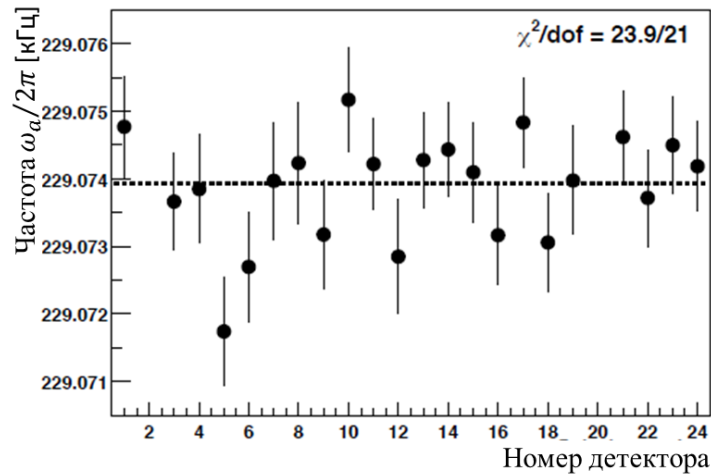
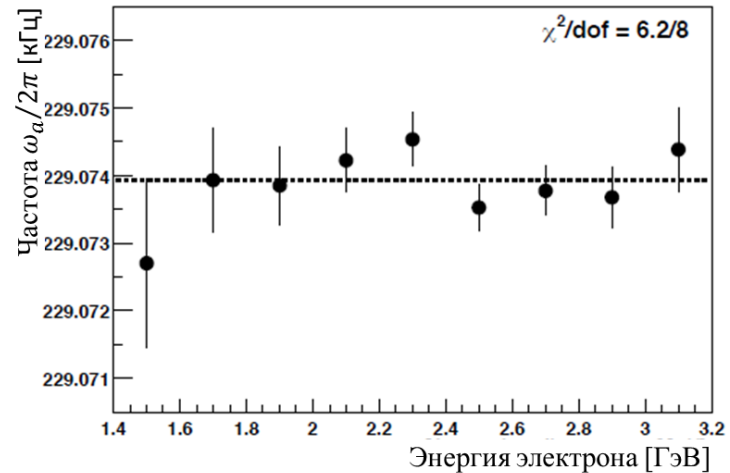
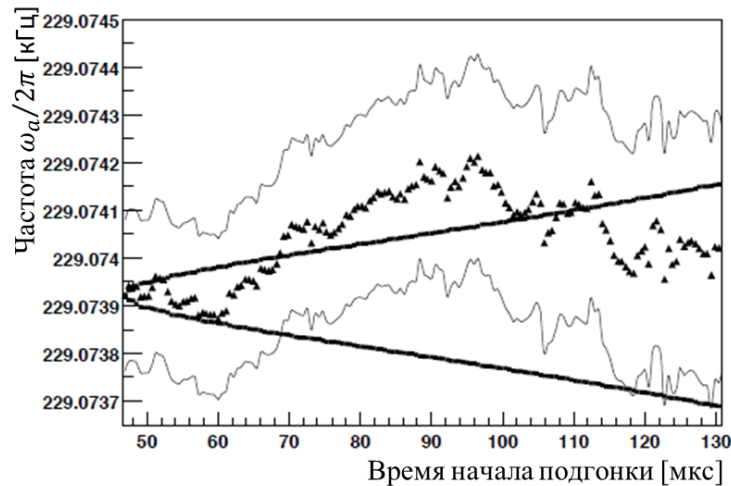
Таблица 13 — Систематическая точность измерения частоты прецессии  $\omega_a$ .

Для данных сезона 2001 года суммарная систематическая ошибка для вкладов, отмеченных \*, составляет 0.11 ppm.

# Сравнение результатов разных групп

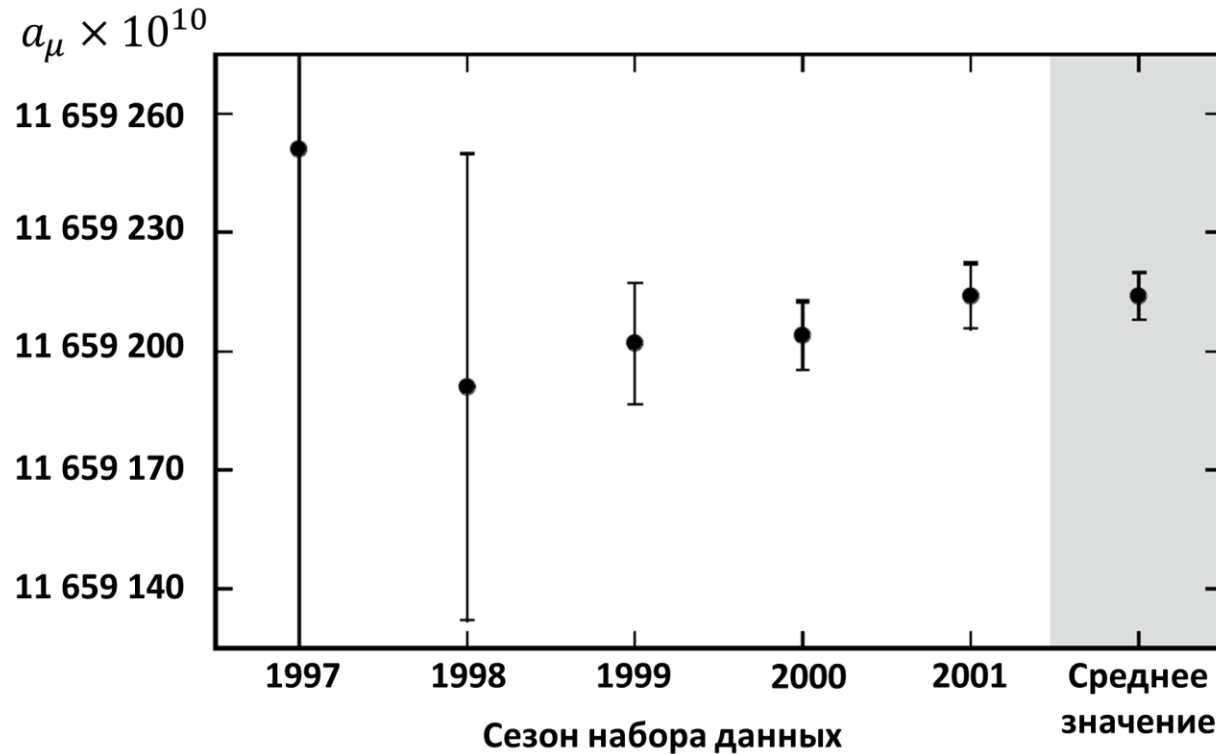


# Проверка стабильности результатов





# Результат измерений



$$a_\mu(E821) = 11\,659\,208.9(6.3) \times 10^{-10} \quad (0.54 \text{ ppm}).$$

$$\text{CPT:} \quad \frac{\omega_a}{\omega_p}(\mu^+) - \frac{\omega_a}{\omega_p}(\mu^-) = (36 \pm 37) \times 10^{-10}.$$

# Заключение

# Результаты, выносимые на защиту

1. Разработана система автоматизации детектора КМД-2, включающая в себя комплекс программного обеспечения, предназначенного для выполнения следующих задач: чтения данных из электроники детектора; анализа данных в режиме реального времени и реализации на его основе третичного триггера и системы оперативного контроля качества данных; организации системы мониторинга детектора; организации системы управления детектором. Система автоматизации успешно проработала в течение всего срока эксплуатации детектора КМД-2.
2. Разработана методика измерения сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$  с детектором КМД-2, включая методики отбора и идентификации событий и вычисления необходимых поправок. Проведен анализ возможных вкладов в систематическую ошибку.
3. Проведен цикл экспериментов с детектором КМД-2 по измерению сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ . Набран интеграл светимости в диапазоне энергий от 0.37 до 1.38 ГэВ в системе центра масс. Достигнута наилучшая в мире систематическая точность прямого измерения сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ . Результаты измерений используются для вычисления адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона.
4. Разработаны алгоритмы реконструкции и калибровки данных с калориметров эксперимента E821. Реализован комплекс программного обеспечения для обработки данных эксперимента. Проведен анализ возможных вкладов в систематическую ошибку измерения частоты прецессии мюона, связанных с реконструкцией данных и с наложением сигналов от нескольких электронов.
5. Проведен цикл экспериментов по измерению аномального магнитного момента мюона. Достигнута точность измерения 0.54 ppm, что в 14 раз лучше точности предыдущих измерений.

# Публикации

1. R. M. Carey, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “New measurement of the anomalous magnetic moment of the positive muon,” *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1632 (1999).
2. H. N. Brown, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Improved measurement of the positive muon anomalous magnetic moment,” *Phys. Rev. D* **62**, 091101 (2000)
3. H. N. Brown, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Precise measurement of the positive muon anomalous magnetic moment,” *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2227 (2001)
4. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the positive muon anomalous magnetic moment to 0.7 ppm,” *Phys. Rev. Lett.* **89**, 101804 (2002) Erratum: [*Phys. Rev. Lett.* **89**, 129903 (2002)]
5. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of  $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$  cross-section with CMD-2 around rho meson,” *Phys. Lett. B* **527**, 161 (2002)
6. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Reanalysis of hadronic cross-section measurements at CMD-2,” *Phys. Lett. B* **578**, 285 (2004)
7. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the negative muon anomalous magnetic moment to 0.7 ppm,” *Phys. Rev. Lett.* **92**, 161802 (2004)
8. V. M. Aulchenko, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the pion form-factor in the range 1.04-GeV to 1.38-GeV with the CMD-2 detector,” *JETP Lett.* **82**, 743 (2005) [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **82**, 841 (2005)]
9. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Final Report of the Muon E821 Anomalous Magnetic Moment Measurement at BNL,” *Phys. Rev. D* **73**, 072003 (2006)
10. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Measurement of the  $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$  cross section with the CMD-2 detector in the 370 - 520-MeV c.m. energy range,” *JETP Lett.* **84**, 413 (2006) [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **84**, 491 (2006)]
11. E. V. Anashkin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “The CMD-2 cryogenic magnetic detector,” *Instrum. Exp. Tech.* **49**, 798 (2006) [*Prib. Tekh. Eksp.* **49**, 63 (2006)].
12. R. R. Akhmetshin, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “High-statistics measurement of the pion form factor in the rho-meson energy range with the CMD-2 detector,” *Phys. Lett. B* **648**, 28 (2007)
13. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “Search for Lorentz and CPT violation effects in muon spin precession,” *Phys. Rev. Lett.* **100**, 091602 (2008)
14. G. W. Bennett, . . . I. B. Logashenko *et al.*, “An Improved Limit on the Muon Electric Dipole Moment,” *Phys. Rev. D* **80**, 052008 (2009)
15. T. Blum, A. Denig, I. Logashenko, E. de Rafael, B. Lee Roberts, T. Teubner and G. Venanzoni, “The Muon ( $g-2$ ) Theory Value: Present and Future,” arXiv:1311.2198 [hep-ph].