

Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ХОЛОДНОГО  
ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА  
В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ. VI.

ИЯФ 2001-16

НОВОСИБИРСК  
2001

# **Неустойчивость холодного электронного пучка в неоднородной плазме. VI.**

*N.S. Бучельникова, В.Э. Карлин*

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера 630090 Новосибирск, Россия

## **Аннотация**

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов с параметрами  $V_o/V_T = 15, 9$ ;  $n_b/n_o \sim 4 \cdot 10^{-2}$  в плазме с ионно-звуковой волной ( $\lambda_i/r_d = 33.3$ ;  $N_i = L/\lambda_i = 3$ ;  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01; 0.05; 0.20$ ;  $L/r_d = 100$ ;  $M/m = 10^2$ ).

Показано, что развитие пучковой неустойчивости сопровождается сателлитной неустойчивостью и конверсией на возмущении плотности, которая приводит к возбуждению гармоник с номерами  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ . Параллельно развивается модуляционная неустойчивость, которая приводит к росту возмущения плотности и, как следствие, к росту скорости конверсии. Развитие модуляционной неустойчивости и конверсии сопровождается сильной стохастической неустойчивостью движения электронов плазмы в районе областей захвата гармоник конверсии, которая приводит к поглощению электрического поля электронами плазмы. Энергия поля поглощается "хвостами" ускоренных электронов.

## **The instability of cold electron beam in inhomogeneous plasma. VI.**

*N.S. Buchelnikova, V.E. Carlin*

Budker Institute of Nuclear Physics 630090 Novosibirsk, Russia

## **Abstract**

The instability of a cold electron beam ( $V_o/V_T = 15, 9$ ;  $n_b/n_o = 4 \cdot 10^{-2}$ ) in a plasma with an ion-sound wave ( $\lambda_i/r_d = 33.3$ ;  $N_i = L/\lambda_i = 3$ ;  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01; 0.05; 0.20$ ;  $L/r_d = 100$ ;  $M/m = 10^2$ ). was studied in numerical experiments (PIC – method).

It was shown that the evolution of the beam-plasma instability is followed by the sideband instability and by the conversion on the density perturbation, which leads to the excitation of the conversion modes with mode numbers  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ . In parallel the modulational instability is excited, which leads to the increase of the density perturbation and, as a consequence, to the increase of the conversion rate. The evolution of the modulational instability and the conversion is followed by the large scale stochasticity of the plasma electrons motion in the region of the trapping regions of the conversion modes, which leads to the absorption of the electric field energy by the plasma electrons. The energy is absorbed by the "tails" of accelerated electrons.

©Институт ядерной физики, им. Г.И. Будкера СО РАН

---

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию неустойчивости холодного пучка электронов с большой скоростью и большой плотностью в плазме с возмущением плотности (ионно-звуковой волной).

Ранее исследовалась неустойчивость пучка электронов с большой скоростью и малой плотностью ( $V_o/V_T = 15.9$ ;  $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$ ) в однородной [1] и неоднородной плазме с неподвижными [2] и подвижными ионами [1,3]. Было найдено, что начальная пучковая неустойчивость, приводит к возбуждению ленгмюровской волны – гармоники с максимальным инкрементом. Захват электронов пучка этой волной и их «размешивание» приводят к формированию волны БГК. В системе, исключающей сателлитную неустойчивость, в однородной плазме волна БГК имеет квазистационарный характер и сохраняет устойчивость в течение длительного времени [1]. В неоднородной плазме (плазме с ионно-звуковой волной) [2,3] параллельно с пучковой неустойчивостью развивается конверсия волн на возмущении плотности, которая приводит к возбуждению прямых и обратных ленгмюровских волн с волновыми векторами  $k_N = k_e \pm \beta k_i$  и номерами гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ , что эквивалентно модуляции волны. Скорость развития конверсии растет с ростом амплитуды возмущения  $\tilde{n}/n_o$  [2].

При возмущениях плотности с малой амплитудой  $\tilde{n}/n_o < 0.1$ , когда скорость конверсии мала по сравнению со скоростью развития захвата и «размешивания» электронов пучка, конверсия практически не играет роли и волна БГК сохраняет квазистационарный характер [2,3]. При больших  $\tilde{n}/n_o \geq 0.1$  конверсия приводит к затуханию. Однако, волна БГК формируется и в этих случаях и существует длительное время, медленно затухая [2,3]. Модуляционная неустойчивость в плазме с подвижными ионами не развивается, несмотря на модуляцию волны при конверсии (отметим, что максимальная плотность энергии модулированной волны не превышает величины  $E_m^2/8\pi n_o T \sim 0.3 \div 0.5$ ) [3].

В работах [4,5] исследовалась неустойчивость пучков с большой плотностью ( $V_o/V_T = 15.9; n_b/n_o \sim 0.01 \div 0.3$ ), в частности, с плотностью  $n_b/n_o = 0.04$  [5], в однородной плазме с подвижными ионами ( $M/m = 10^2$ ). Было найдено, что амплитуда волны, развивающейся при пучковой неустойчивости растет при увеличении  $n_b/n_o$ . Параллельно с пучковой неустойчивостью и формированием волны БГК развивается сателлитная неустойчивость, которая приводит к возбуждению ленгмюровских волн – гармоник основной волны с фазовыми скоростями, близкими к фазовой скорости основной волны. Модуляция поля волны при развитии гармоник-сателлитов приводит к модуляционной неустойчивости, которая сопровождается конверсией на возникающем возмущении плотности. Развитие модуляционной неустойчивости и конверсии приводит к затуханию поля и разрушению формирующейся волны БГК.

В настоящей работе исследуется неустойчивость пучка с параметрами  $V_o/V_T = 15.9, n_b/n_o = 0.04$  в неоднородной плазме с подвижными ионами ( $M/m = 10^2$ ). Параметры возмущения плотности ионно-звуковой волны:  $N_i = 3; \lambda_i/r_d = 33.3; \tilde{n}/n_o = 0.01 \div 0.20$ . Найдено, что амплитуда волны, развивающейся при пучковой неустойчивости, в этих случаях в несколько раз больше, чем в работах [1,2,3]. Параллельно с пучковой неустойчивостью развивается сателлитная неустойчивость и конверсия основной волны и гармоник-сателлитов на возмущении плотности.

Модуляция поля гармониками-сателлитами приводит к развитию модуляционной неустойчивости и вторичной конверсии того же типа, что и в работе [5]. Возмущение плотности в ионно-звуковой волне и модуляция поля гармониками конверсии приводят к развитию модуляционной неустойчивости, при которой поле концентрируется во впадинах плотности ионно-звуковой волны.

При малых амплитудах ионно-звуковой волны  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01$  определяющую роль играет сателлитная неустойчивость и модуляционная неустойчивость, обусловленная гармониками-сателлитами, а первичная конверсия незначительно меняет характер развития. При увеличении амплитуды  $\tilde{n}/n_o$  модуляционная неустойчивость, обусловленная возмущением плотности и конверсией, начинает играть роль, сравнимую с модуляционной неустойчивостью, обусловленной сателлитами. При больших амплитудах  $\tilde{n}/n_o \geq 0.2$  конверсия и модуляционная неустойчивость, обусловленная конверсией, играют определяющую роль. Развитие этих процессов во всех случаях приводит к затуханию поля и препятствует формированию волны БГК.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной  $L/r_d = 100$  с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задаётся максвелловское распределение с  $T_e/T_i = 30$ ,  $M/m = 10^2$ , обрезанное на скорости  $V \sim \pm 2.8 V_T$  из-за ограниченности числа счетных частиц ( $N^e \sim 10^5$ ).

Задаётся холодный (монохроматический) пучок со скоростью  $V_o/V_T \sim 15.9$ , с числом частиц  $N^b = 4 \cdot 10^3$ , плотностью  $n_b/n_o \sim 4 \cdot 10^{-2}$  и энергией  $W_b^o/W_e^o = 10.375$  ( $W_e^o$ - тепловая энергия электронов плазмы). Параметры пучка те же, что в случае 1-4 в работе [5].

Для эффективного увеличения числа частиц пучка при сохранении отношения  $n_b/n_o$  применяется метод «взвешивания». «Взвешивание» эквивалентно тому что один электрон дробится на  $\alpha$  частиц с массой  $m/\alpha$  и зарядом  $e/\alpha$ , но с тем же отношением  $e/m$  как у электрона. В рассматриваемых случаях  $\alpha = 2.5$  и число частиц (назовем их b-электроны)  $N^{b'} = 1 \cdot 10^4$ .

Для сокращения времени счета в начальный момент задается затраченная ленгмюровская волна малой амплитуды  $E_o/(\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}) = 1$  с фазовой скоростью  $V_\Phi/V_T = 16.1$  и длиной волны  $\lambda/r_d = 100$ , соответствующей гармонике с максимальным инкрементом.

Задается ионно-звуковая волна с длиной волны  $\lambda_i/r_d = 33.3$ , номером гармоники  $N_i = L/\lambda_i = 3$ . Первый максимум плотности находится на  $x = 0$ . Амплитуда волны различна в разных случаях:

Случай	1п	2п	4п
$\hat{n}/n_o$	0.01	0.05	0.20

Параметры возмущения плотности в случаях 1п, 2п, 4п те же, что в случаях 1, 2, 4 в работе [2] соответственно, так что эти случаи отличаются плотностью пучка  $n_b/n_o = 4 \cdot 10^{-2}$  и  $5 \cdot 10^{-3}$  [2] и отношением  $M/m = 10^2$  и  $10^{10}$  [2].

Задается 100 пробных частиц ( $e = m = 0$ ,  $e/m$  то же, что и у электрона). Прослеживается 18 траекторий пробных частиц на фазовой плоскости. Задаются распределения пробных частиц по начальным координатам  $x_N^o$ ,  $V_N^o$ , в частности, равномерное распределение 100 частиц с  $V_N^o = 0$  в интервале  $x/r_d \sim 0 \div 100$ . Фазовые плоскости приводятся для типичного распределения: 20 частиц с  $V_N^o/V_T = 15.9 = V_o/V_T$ , равномерно распределенные в интервале  $x/r_d \sim 20 - 60$ ; по 40 частиц со скоростями  $V_N^o/V_T = 2.84$  (верхняя граница плазмы) и  $V_N^o/V_T = -2.84$  (нижняя граница плазмы), равномерно распределенные по  $x_N^o$  в интервале  $x/r_d \sim 0 - 100$ .

Подробности постановки и описания численного эксперимента приведены в работах [1,2].

Отметим, что в тексте и на рисунках  $E$  нормируется на  $mr_d/eT_{oe}^2$ .

Рассмотрим случаи 1п, 2п, 4п. В этих случаях задан пучок с  $V_o/V_T = 15.9$ ;  $n_b/n_o = 4 \cdot 10^{-2}$  и ионно-звуковая волна  $N_i = 3$ ,  $\lambda_i/r_d = 33.3$  с амплитудой  $\tilde{n}/n_o = 0.01$  (случай 1п), 0.05 (случай 2п) и 0.20 (случай 4п).

Кривые, описывающие случай 1п приведены на Рис.1 ÷ 9, случай 2п – на Рис.10 ÷ 18, случай 3п – на Рис.19 ÷ 27. Для каждого случая показана зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  ( $W_e^o$  – тепловая энергия электронов плазмы) и потеря энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ ; зависимость от времени амплитуды  $E^N$  основной волны  $N_e = 1$  и гармоник (об особенностях этих кривых см ниже); фазовые плоскости электронов в разные моменты времени; функции распределения электронов плазмы  $f_e(V)$  и пучка (b-электронов)  $f_b(V)$  по скорости, нормированные на свой максимум  $f_{max}$  или максимум начальной функции распределения  $f_{0\ max}$ , в линейном и логарифмическом масштабе; распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ ; зависимость от времени амплитуды гармоник плотности ионов  $\tilde{n}^N/n_o(t)$ , зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$  ( $W_i^o$  – тепловая энергия ионов); фазовые плоскости ионов в разные моменты времени.

Сравнение кривых  $E^I(t)$  (Рис.2,11,20), фазовых плоскостей электронов в (Рис.4,13,22) показывает, что в случаях 1п, 2п и 4п так же, как в случае 1-4 [5] пучка в однородной плазме начальная стадия определяется пучковой неустойчивостью и захватом электронов пучка. Действительно, по кривым  $E^I(t)$  видно, что во всех случаях возбуждается основная волна – гармоника с максимальным инкрементом  $N_e = 1$ . Амплитуда волны проходит через максимум в  $t = t_{max}^I$ , когда захваченные электроны совершают половину оборота на фазовой плоскости (Рис.4,13,22,  $t/T_{oe} = 6$ ). В таблице 1 приведены значения  $t_{max}^I$ ,  $E_{max}^I$  и соответствующее ей  $V_{z\ max}^I$  ( $V_z = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}} = 2\sqrt{\frac{eE}{m} \cdot \frac{\lambda}{2\pi}}$ ), а также максимальные значения  $\Delta W_b$ ,  $W_E$ ,  $\Delta W_e$  в  $t = t_{max}^I$  (отметим что  $t$ , когда достигаются максимумы кривых  $W(t)$ , немного отличаются от  $t_{max}^I$  и различаются между собой, если есть затухание).

Таблица 1.

**Амплитуда волны  $N_e = 1$  и энергии  $\Delta W_b, W_E, \Delta W_e$  в первом максимуме кривой  $E^I(t)$  или  $W(t)$**

Случай	1–4 [5]	1п	2п	4п
$\tilde{n}/n_o$	—	0.01	0.05	0.20
$t_{\max}^I/T_{oe}$	5.3	5.3	5.3	5.3
$E_{\max}^I$	73.2	73.7	75.1	75.7
$(E_{\max}^I)^2/8\pi n_o T$	1.71	1.73	1.80	1.83
$V_{3\max}^I/V_T$	10.9	10.9	11.0	11.0
$\Delta W_b/W_e^o$	5.02	5.03	5.05	5.21
$W_E/W_e^o$	2.15	2.18	2.30	2.72
$\Delta W_e/W_e^o$	2.85	2.87	2.97	3.45
$\Delta W_b/W_b^o$	0.48	0.48	0.49	0.50
$W_E/W_b^o$	0.21	0.21	0.22	0.26
$\Delta W_e/W_b^o$	0.27	0.28	0.29	0.33

$E_{\max}^I$  – максимальная амплитуда волны  $N_e = 1$  в  $t = t_{\max}^I$ ;  $E$  нормировано на  $\frac{mr_d}{eT_{oe}^2}$ ;  $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\phi}{m}}$ ;  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$  – потери энергии электронов пучка;  $W_E$  – энергия электрического поля;  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  – энергия электронов плазмы;  $W_b^o/W_e^o = 10.375$  – начальная энергия электронов пучка.

Из таблицы 1 видно, что случай 1п практически не отличается от случая 1–4 [5], а случаи 2п, 4п незначительно отличаются от него. Это показывает, что в интервале времени  $t \sim 0 \div t_{\max}^I$  определяющую роль играет пучковая неустойчивость и захват электронов пучка волной  $N_e = 1$ . Отметим, что максимальная амплитуда  $E_{\max}^I$  в рассматриваемых случаях много больше, чем в случаях работ [2,3], а плотность энергии  $(E_{\max}^I)^2/8\pi n_o T > 1$  (таблица 1).

В работе [5] показано, что в случае 1–4 развитие пучковой неустойчивости и захвата приводит к сателлитной неустойчивости (подробнее о сателлитной неустойчивости см. [1,4]). Сателлитная неустойчивость приводит к последовательному возбуждению ленгмюровских волн с номерами гармоник  $N = 2, 3, 4, \dots$ , длинами волн  $\lambda^N/r_d = 50; 33; 25, \dots$  и фазовыми скоростями  $V_{\phi}^N/V_T = 8.18; 5.61; 4.36, \dots$  соответственно. Возбуждение этих гармоник наблюдается и в случаях 1п, 2п и 4п (Рис.3,12,21). В таблице 2 приведены  $t_{\max}^N$ ,  $E_{\max}^N$  для первого максимума кривой  $E^N(t)$  этих гармоник, а также  $t_3^N$  – время начала затухания N-й гармоники (оценка).

**Таблица 2.**  
**Амплитуда волны  $N_e = 1$  и основных гармоник**  
**в максимуме кривой  $E^N(t)$**

Случай	1-4 [5]	1п	2п	4п
$\tilde{n}/n_o$	—	0.01	0.05	0.20
$t_{\max}^I/T_{oe}$	5.3	5.3	5.3	5.3
$E_{\max}^I$	73.2	73.7	75.1	75.7
$t_3^I/T_{oe}$	35	20	15	6
$t_{\max}^{II}/T_{oe}$	6.4	6.5	6.6	6.6
$E_{\max}^{II}$	48.5	48.4	54.5	69.8
$t_3^{II}/T_{oe}$	33	20	13	7
$t_{\max}^{III*}/T_{oe}$	10.0(35.5)	10.4	10.0(17.3)	5.1
$E_{\max}^{III*}$	20.0(21.3)	20.9	17.7(20.4)	16.7
$t_3^{III}/T_{oe}$	36	20	20	5
$t_{\max}^{IV}/T_{oe}$	43.4	25.2	15.7	9.2
$E_{\max}^{IV}$	14.3	12.3	15.6	23.8
$t_3^{IV}/T_{oe}$	43	30	20	9
$t_{\max}^V/T_{oe}$		28.1	18.3	7.3
$E_{\max}^V$		20.7	13.3	20.2
$t_3^V/T_{oe}$		28	18	7

\* Первый максимум  $E^{III}(t)$ , в скобках абсолютный максимум.

$t_{\max}^N$  – момент максимума кривой  $E^N(t)$ ;  $E_{\max}^N$  – максимальная амплитуда N-й гармоники;  $E$  нормировано на  $\frac{mrd}{eT_{oe}^2}$ ;  $t_3^N$  – начало затухания N-й гармоники (оценка).

Из таблицы 2 видно, что  $t_{\max}^N$ ,  $E_{\max}^N$  гармоник  $N = 2$  и  $3$ , в случае 1п практически не отличаются от случая 1-4 [5]. В случае 2п близки к случаю 1-4  $t_{\max}^N$  гармоник  $N = 2$  и  $3$ , а в случае 4п – только  $t_{\max}^N$  гармоники  $N = 2$ , а  $E_{\max}^N$  отличаются от случая 1-4. Это подтверждает развитие сателлитной неустойчивости, но указывает, что в случаях 2п, 4п к  $t \sim t_{\max}^N$  становятся существенными и другие процессы.

В работах [2,3] показано, что развитие пучковой неустойчивости в неоднородной плазме сопровождается развитием конверсии возбуждающейся волны на возмущении плотности. Конверсия приводит к возбуждению прямых и обратных ленгмюровских волн с номерами гармоник  $N = N_e \pm \beta N_i$ ;  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ . Для  $N_e = 1$ ,  $N_i = 3$  рассматриваемых в работах [2,3] и в настоящей работе, основные ( $\beta = 1$ ) гармоники конверсии  $N = N_e + N_i = 4$  и  $N = N_e - N_i = -2$  (знаком «-» будем обозначать

обратные волны) с длиной волны и фазовой скоростью  $\lambda^{IV}/r_d = 25$ ,  $V_\Phi^{IV}/V_T = 4.36$  и  $\lambda^{II}/r_d = 50$ ,  $V_\Phi^{-II}/V_T = -8.18$

Такие же гармоники должны возбуждаться и в случаях 1п, 2п, и 4п. Однако в этих случаях кроме конверсии основной волны, возможна и конверсия гармоник-сателлитов, так что набор возбуждающихся гармоник может быть очень широким. В таблице 3 приведены номера гармоник конверсии и их фазовые скорости для  $N_i = 3$ ,  $N_e = 1$  и 2.

**Таблица 3.**  
**Номера и фазовые скорости гармоник конверсии**  $N = N_e \pm \beta N_i$   
**для**  $N_i = 3$ ;  $N_e = 1$  и 2

		$N = N_e + \beta N_i$				$N = N_e - \beta N_i$				
		$N_e = 1$								
$\beta$		1	2	3	4	1	2	3	4	5
$N$		4	7	10	13	-2	-5	-8	-11	-14
$V_\Phi^N/V_T$		4.36	2.87	2.36	2.12	-8.18	-3.64	-2.65	-2.26	-2.08
		$N_e = 2$								
$N$		5	8	11	14	-1	-4	-7	-10	-13
$V_\Phi^N/V_T$		3.64	2.65	2.26	2.08	-16.09	-4.36	-2.87	-2.36	-2.12

$N$ ,  $V_\Phi^N$  – номер гармоники и ее фазовая скорость.

Отметим, что длины волн и фазовые скорости гармоник конверсии, номера которых приведены в таблице 3, лежат в интервале  $\lambda^N/r_d \sim 25 \div 7.1$ ,  $V_\Phi^N/V_T \sim 4.4 \div 2.1$  в области  $V_\Phi^N > 0$  и в интервале  $\lambda^N/r_d \sim 100 \div 7.1$ ,  $V_\Phi^N/V_T \sim -(16.1 \div 2.1)$  в области  $V_\Phi^N < 0$ .

Из таблицы 3 видно, что некоторые гармоники конверсии имеют те же номера гармоник, что и сателлиты, так что кривые  $E^N(t)$  (Рис.3,12,21) имеют сложный характер и определяются развитием гармоники-сателлита и гармоник конверсии. Так  $E^{II}(t)$  определяется сателлитом  $N = 2$  и гармоникой конверсии  $N = -2$ ,  $E^{IV}(t)$  – сателлитом  $N = 4$  и гармониками конверсии  $N = 4$  и  $N = -4$  и т.д.

Скорость развития конверсии и амплитуды гармоник конверсии растут при увеличении амплитуды начального возмущения плотности  $\tilde{n}/n_o$  [2], так что можно ожидать, что вклад гармоник конверсии в  $E^N(t)$  будет расти с ростом  $\tilde{n}/n_o$ . Действительно, из таблицы 2 видно, что  $E_{\max}^{II}$ ,  $E_{\max}^{IV}$  растут с ростом  $\tilde{n}/n_o$ .

В работе [5] показано, что развитие гармоник-сателлитов эквивалентно модуляции поля основной волны  $E(x)$ . Модуляция поля служит за-травкой модуляционной неустойчивости, которая приводит к возмущению плотности плазмы, концентрации поля во впадинах плотности и росту впадин. По кривым  $\tilde{n}^N(t)$  в случае 1-4 [5] видно, что впадины образуются гармониками  $N_i = 1 \div 4$ . Рост впадин плотности приводит к вторичной конверсии. Развитие модуляционной неустойчивости и конверсии приводит к затуханию поля и «схлопыванию» впадин плотности [5]. Можно ожидать, что этот процесс будет наблюдаться и в рассматриваемых случаях.

Развитие гармоник конверсии также эквивалентно модуляции поля  $E(x)$ , более коротковолновой, чем от гармоник сателлитов. Можно ожидать, что задание возмущения плотности ионно-звуковой волны и модуляция поля гармониками конверсии в случаях 1п, 2п, 4п послужат за-травкой модуляционной неустойчивости, которая приведет к концентрации поля во впадинах плотности ионно-звуковой волны. Одновременно может развиться и модуляционная неустойчивость, обусловленная сателлитами.

Рассмотрим распределение поля  $E(x)$  и возмущения плотности  $\tilde{n}(x)$  (Рис.6,15,24), кривые  $\tilde{n}^N(t)$  (Рис.7,16,25) и фазовые плоскости ионов (Рис.9,18,27) в случаях 1п, 2п и 4п. По этим рисункам видно, что во всех случаях развивается модуляционная неустойчивость – глубина впадин и соответственно амплитуда гармоник  $\tilde{n}^N(t)$  растут. Поле концентрируется во впадинах плотности. Во всех случаях уже в  $t/T_{oe} \geq 4$  максимальная величина  $E(x)$  превышает  $E_m \sim 56$ , а плотность энергии превышает величину  $E_m^2/8\pi n_o T \sim 1$ . С течением времени  $E_m$  растет, достигая максимума  $E_{\max}$  в  $t = t_{\max}$ . После затухания поля впадины плотности продолжают расти, достигая максимальной глубины  $\tilde{n}_{\min}/n_o$  в  $t = t_{\min}$ , после чего впадины «схлопываются».

Максимальные амплитуды основных гармоник плотности  $\tilde{n}_{\max}^N$  приведены в таблице 4,  $t_{\max}$ ,  $E_{\max}$  и  $t_{\min}$ ,  $\tilde{n}_{\min}$  – в таблице 5. Отметим, что на Рис.6,15,24 в некоторых случаях распределения приведены не в  $t = t_{\max}$ ,  $t_{\min}$ , а в близкие к ним моменты времени, где  $E(x)$ ,  $\tilde{n}(x)$  незначительно отличаются от распределений в  $t_{\max}$ ,  $t_{\min}$ .

Таблица 4.

Амплитуды гармоник плотности в максимуме кривой  $\tilde{n}^N(t)$ 

Случай	1–4 [5]	1п	2п	4п
$\tilde{n}/n_o$	—	0.01	0.05	0.20
$t_{\max}^{(3)}/T_{oe}$	43.3	32.0	24.4	14.3
$\tilde{n}_{\max}^{(3)}/n_o$	0.14	0.23	0.26	0.27
$t_{\max}^{(4)}/T_{oe}$	43.3	29.5	21.9	16.4
$\tilde{n}_{\max}^{(4)}/n_o$	0.17	0.20	0.17	0.08
$t_{\max}^{(1)}/T_{oe}$	65	62.2	53.6	43.5
$\tilde{n}_{\max}^{(1)}/n_o$	0.14	0.16	0.09	0.05
$\tilde{n}_{\max}^{(1)}/\tilde{n}_{\max}^{(3)}$	1.0	0.70	0.33	0.18

$t_{\max}^N$  – момент максимума кривой  $\tilde{n}^N(t)$ ;  $\tilde{n}_{\max}^N$  – максимальная амплитуда N-й гармоники.

Таблица 5.  
Максимум  $E(x)$  и минимум  $n(x)$

Случай	1–4 [5]	1п	2п	4п
$\tilde{n}/n_o$	—	0.01	0.05	0.20
$t_{\max}/T_{oe}$	12.7	12.0	12.0	8.0
$E_{\max}$	99.43	101.79	113.37	96.24
$E_{\max}^2/8\pi n_o T$	3.16	3.31	4.10	2.96
$E_{\max}^2/8\pi n T$	3.20	3.42	4.66	4.16
$t_{\min}/T_{oe}$	47	32	22	18
$\tilde{n}_{\min}/n_o$	0.49	0.51	0.44	0.39

$t_{\max}$ ,  $E_{\max}$  – момент времени, когда  $E(x)$  имеет максимальное значение  $E_{\max}$ ;  $E$  нормировано на  $\frac{m r_d}{e T_{oe}^2}$ ;  $t_{\min}$ ,  $\tilde{n}_{\min}$  – момент времени, когда  $n(x)$  имеет минимальное значение, а глубина впадины плотности  $\tilde{n}_{\min}$  максимальна.

Из таблицы 4 видно, что в случаях 1п, 2п, 4п выделена гармоника  $N_i = 3$ , что свидетельствует о развитии модуляционной неустойчивости, обусловленной ионно-звуковой волной и гармониками конверсии. Однако, и  $N_i = 1$ , свидетельствующая о развитии модуляционной неустойчивости, обусловленной сателлитами, также выделена, хотя отношение  $\tilde{n}_{\max}^{(1)}/\tilde{n}_{\max}^{(3)}$  уменьшается при увеличении  $\tilde{n}/n_o$ . Это показывает, что сравнительная роль двух типов модуляционной неустойчивости различна в разных случаях.

В случае 1п с  $n/n_o = 0.01$  модуляционная неустойчивость, обусловленная ионно-звуковой волной, играет роль почти с самого начала. Это видно по росту впадин плотности (Рис.6) и росту амплитуды гармоники  $N_i = 3$  (Рис.7). Однако, впадины плотности растут неравномерно. Появление огибающей  $\tilde{n}(x)$  в  $t/T_{oe} > 6$  и рост амплитуды гармоники  $N_i = 1$  свидетельствуют о развитии модуляционной неустойчивости, обусловленной сателлитами. По фазовым плоскостям ионов (Рис.9,  $t/T_{oe} \sim 20, 40$ ) видно характерное для модуляционной неустойчивости возмущение скоростей ионов, подобное случаю 1-4 [5]. В  $t/T_{oe} \sim 25 \div 30$  в распределении  $\tilde{n}(x)$  четко выделяется одна впадина (Рис.6). Это показывает, что в случае 1п определяющую роль играет модуляционная неустойчивость, обусловленная сателлитами.

Возмущение скоростей ионов при модуляционной неустойчивости приводит к возбуждению обратной ионно-звуковой волны. При встрече фронтов при «схлопывании» впадин происходит захват ионов прямой и обратной волной (Рис.9). После «схлопывания» развивается более мелкомасштабная ионно-звуковая турбулентность (Рис.6,9). Эти процессы приводят к росту энергии ионов (Рис.8). Энергия ионов в максимуме кривой  $\Delta W_i(t)$  и в  $t/T_{oe} = 200$  приведена в таблице 6.

**Таблица 6.**  
**Энергия ионов в  $t = 0$ ,  $t_{\max}$  и  $t/T_{oe} = 200$**

Случай	1п	2п	4п
$\tilde{n}/n_o$	0.01	0.05	0.20
$W_i^o/W_e^o$	$3.465 \cdot 10^{-2}$	$3.465 \cdot 10^{-2}$	$3.465 \cdot 10^{-2}$
$\Delta W_i^o/W_e^o$	$5.49 \cdot 10^{-5}$	$1.290 \cdot 10^{-3}$	$2.059 \cdot 10^{-2}$
$t_{i \max}/T_{oe}$	40.7	15.9	5.9
$\Delta W_{i \max}/W_e^o$	$7.24 \cdot 10^{-2}$	$6.90 \cdot 10^{-2}$	$6.00 \cdot 10^{-2}$
$\delta W_{i \max}/W_e^o$	$7.23 \cdot 10^{-2}$	$6.77 \cdot 10^{-2}$	$3.94 \cdot 10^{-2}$
$t/T_{oe}$	200	200	200
$\Delta W_i/W_e^o$	$5.07 \cdot 10^{-2}$	$4.33 \cdot 10^{-2}$	$4.26 \cdot 10^{-2}$
$\delta W_i/W_e^o$	$5.06 \cdot 10^{-2}$	$4.20 \cdot 10^{-2}$	$2.20 \cdot 10^{-2}$
$\delta W_i/W_b^o$	$4.88 \cdot 10^{-3}$	$4.05 \cdot 10^{-3}$	$2.12 \cdot 10^{-3}$
$\delta W_i/W_i^o$	1.46	1.21	0.64

$W_i^o$ ,  $W_e^o$  – тепловая энергия ионов и электронов;  $\Delta W_i^o = W_i - W_i^o$  в  $t = 0$  – энергия ионов в ионно-звуковой волне;  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ ;  $\delta W_i = \Delta W_i - \Delta W_i^o$ ;  $\Delta W_{i \max}$  – максимальное значение  $\Delta W_i(t)$  в  $t = t_{i \max}$ ;  $W_b^o/W_e^o = 10.375$  – начальная энергия электронов пучка.

В случае 2п с  $n/n_o = 0.05$  начальная стадия определяется модуляционной неустойчивостью, обусловленной ионно-звуковой волной и конверсией. Действительно, почти с самого начала растет гармоника  $N_i = 3$  (Рис.16) и равномерно растут три впадины плотности (Рис.15). Позже начинает расти и гармоника  $N_i = 1$  и появляется огибающая  $\tilde{n}(x)$ . Однако, в этом случае до  $t \sim t_{\min}$  четко выделены все три впадины плотности, хотя глубина их различна. Это показывает, что в случае 2п модуляционная неустойчивость, обусловленная конверсией и обусловленная сателлитами, играют сравнимую роль.

По фазовым плоскостям ионов (Рис.18) видно, что возмущение скорости ионов в  $t/T_{oe} = 20$  заметно отличается от случая 1-4 [5] и случая 1п, но дальнейшее развитие так же, как в этих случаях, определяется «схлопыванием» впадин и захватом ионов. Изменение энергии ионов (Рис.17, таблица 6) имеет такой же характер, как в случае 1п.

В случае 4п с  $\tilde{n}/n_o = 0.20$  определяющую роль играет модуляционная неустойчивость, обусловленная ионно-звуковой волной и конверсией. Действительно, в этом случае амплитуда гармоники  $N_i = 3$  до  $t/T_{oe} \sim 100$  заметно превышает все остальные, включая  $N_i = 1$  (Рис.25), а три впадины плотности растут равномерно – огибающей  $\tilde{n}(x)$  не появляется до  $t \sim t_{\min}$  (Рис.24).

По фазовым плоскостям ионов в  $t/T_{oe} = 20$  (Рис.27) видно, что кроме возмущения скорости модуляционной неустойчивостью в трех впадинах, появляется новый эффект – укручение ионно-звуковой волны. Этот эффект в  $t/T_{oe} \sim 20 - 40$  играет определяющую роль и приводит к захвату ионов основной ионно-звуковой волной. «Схлопывание» впадин развивается параллельно и приводит к развитию мелкомасштабной ионно-звуковой турбулентности так же, как в случаях 1п, 2п. Энергия ионов благодаря этим процессам растет (Рис.26, таблица 6).

Отметим, что возмущения плотности при мелкомасштабной турбулентности имеют довольно большую амплитуду – максимальные значения  $\tilde{n}(x)$  во всех случаях сохраняются на уровне  $\tilde{n}_m/n_o \sim 0.2 - 0.3$ , так что конверсия может продолжаться и после «схлопывания» впадин, приводя к возбуждению более коротковолновых гармоник.

По кривым  $W(t)$  (Рис.1,10,19) и  $E^N(t)$  (Рис.2,3,11,12,20,21) видно, что во всех случаях 1п, 2п и 4п происходит затухание – амплитуда основной волны и гармоник и энергия поля  $W_E$  падают, а энергия электронов плазмы  $\Delta W_e$  растет. Затухание начинается тем раньше, чем больше начальная амплитуда ионно-звуковой волны (Рис.1,10,19, таблица 2), и развива-

ется за время  $\Delta t/T_{oe} \sim 10$ . В результате почти вся энергия, потеряная пучком  $\Delta W_b$ , поглощается электронами плазмы, так что  $\Delta W_e \sim \Delta W_b$ . После быстрого затухания продолжается очень медленный рост  $\Delta W_b$  и поглощение этой энергии электронами плазмы. Это видно из сравнения  $\Delta W_b$ ,  $\Delta W_e$  в разные моменты времени. В таблице 7 приведены  $\Delta W_b$ ,  $W_E$ ,  $\Delta W_e$  в  $t/T_{oe} = 60$  и 200.

**Таблица 7.**  
**Энергии**  $\Delta W_b$ ,  $W_E$ ,  $\Delta W_e$  в  $t/T_{oe} = 60$  и 200

Случай	1–4 [5]	1п	2п	4п
$\bar{n}/n_o$	—	0.01	0.05	0.20
$t/T_{oe} = 60$				
$\Delta W_b/W_e^o$	~ 2.65	3.02	3.48	4.33
$W_E/W_e^o$		$6.2 \cdot 10^{-3}$	$8.8 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-2}$
$\Delta W_e/W_e^o$	~ 2.60	2.98	3.44	4.31
$t/T_{oe} = 200$				
$\Delta W_b/W_e^o$	~ 2.75	3.07	3.52	4.37
$W_E/W_e^o$		$3.8 \cdot 10^{-3}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$	$4.2 \cdot 10^{-3}$
$\Delta W_e/W_e^o$	~ 2.70	3.04	3.51	4.38
$\Delta W_b/W_b^o$	~ 0.26	0.30	0.34	0.42
$W_E/W_b^o$		$3.7 \cdot 10^{-4}$	$3.5 \cdot 10^{-4}$	$4.0 \cdot 10^{-4}$
$\Delta W_e/W_b^o$	~ 0.26	0.29	0.34	0.42

Пояснения – см таблицу 1.

Из таблицы 7 видно, что энергия, потеряная пучком, и соответственно энергия поглощенная электронами плазмы растет при увеличении начальной амплитуды ионно-звуковой волны.

После основного затухания средние амплитуды основной волны и основных гармоник остаются практически постоянными (Рис.2,3,11,12,20,21). Средние и максимальные амплитуды основной волны и гармоник в  $t/T_{oe} \sim 150 \div 200$  приведены в таблице 8. Отметим, что  $E_{cp}^N$  и  $E_{max}^N$  имеют оценочный характер.

В работах [4,5] было показано, что параллельно с сателлитной неустойчивостью развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов пучка (b-электронов) в районе областей захвата основной волны и гармоник-сателлитов. Это приводит к формированию на фазовой плоскости области стохастического движения (назовем ее b-область). Такая же неустойчивость движения b-электронов наблюдается

Таблица 8.

**Средние и максимальные амплитуды волны  $N_e = 1$  и основных гармоник  $N = 2 \div 5$ .  $t/T_{oe} \sim 150 \div 200$**

Случай	1-4 [5]	1п	2п	4п
$\bar{n}/n_o$	—	0.01	0.05	0.20
$E_{cp}^I$	2.0	2.0	2.0	2.0
$E_{\max}^I$	4.8	5.0	4.3	5.0
$E_{cp}^{II}$	1.5	1.5	1.2	1.5
$E_{\max}^{II}$	3.2	3.3	3.0	3.2
$E_{cp}^{III}$	1.0	1.0	1.0	0.9
$E_{\max}^{III}$	2.0	2.2	2.3	2.3
$E_{cp}^{IV}$	0.8	1.0	0.9	0.9
$E_{\max}^{IV}$	1.6	2.5	2.3	2.0
$E_{cp}^V$		1.0	0.9	0.8
$E_{\max}^V$		2.0	2.4	1.7

$$E \text{ нормировано на } \frac{mr^d}{eT_{oe}^2}.$$

и в рассматриваемых случаях. Действительно, по фазовым плоскостям электронов в случаях 1п, 2п, 4п (Рис.4,13,22) видно, что в районе областей захвата волны  $N_e = 1$  и гармоник  $N = 2 \div 4$  происходит интенсивное «размешивание» b-электронов, так что к  $t/T_{oe} \sim 15 \div 20$  вся область заполняется b-электронами.

По мере роста амплитуды сателлита  $N = 2$  и развития сателлитов  $N = 3, 4\dots$  нижняя граница b-области приближается к границе плазмы. В результате в b-область начинают захватываться электроны плазмы (p-электроны). Попадая в b-область, p-электроны включаются в стохастическое движение, в частности, некоторые из них ускоряются в районе областей захвата гармоник  $N = 4 - 3 - 2 - 1$ , набирая большую скорость до  $V > V_\phi^I$ . Анализируя функции распределения p-электронов по скорости и сравнивая максимальные скорости  $V_{\max}^e$  в разные моменты времени, можно определить интервалы времени, в которые происходит ускорение p-электронов до скоростей  $V_{\max}^e > V_\phi^I$ . В таблице 9 приведены интервалы времени  $t_1$ , в которые происходит ускорение p-электронов до  $V > V_\phi^I$ . В таблице приведены также  $t_2$  – моменты времени, когда возмущение плотности при модуляционной неустойчивости достигает величины  $\bar{n}/n_o \sim 0.1$ ;  $t_3$  – интервалы времени, когда  $V_{\min}^e$  достигает величины  $|V_{\min}^e| > |V_\phi^{-II}|$ ;  $t_4$  – интервалы времени, когда поле затухает, а также  $t_{\max}$  и  $t_{\min}$  из таблицы 5, характеризующие развитие модуляционной неустойчивости.

**Таблица 9.**  
**Характерные моменты и интервалы времени**

Случай	1–4 [5]	1п	2п	4п
$\tilde{n}/n_o$	—	0.01	0.05	0.20
$t_{\max}/T_{oe}$	12.7	12	12	8
$t_1/T_{oe}$	10 – 14	6 – 12	4 – 10	4 – 8
$t_2/T_{oe}$	30	18	12	0
$t_3/T_{oe}$	30 – 40	18 – 30	12 – 20	4 – 12
$t_4/T_{oe}$	30 – 40	20 – 30	12 – 20	5 – 15
$t_{\min}/T_{oe}$	47	32	22	18

$t_{\max}$  – момент времени, когда  $E(x)$  имеет максимальное значение;  $t_1$  – интервал времени, когда максимальная скорость электронов плазмы растет до величины  $V_{\max}^e > V_{\Phi}^I$ ;  $t_2$  – время, когда возмущение плотности достигает величины  $\tilde{n}/n_o \geq 0.1$ ;  $t_3$  – интервал, когда минимальная скорость электронов плазмы растет до величины  $|V_{\min}^e| > |V_{\Phi}^{-II}|$ ;  $t_4$  – интервал времени, когда затухает электрическое поле;  $t_{\min}$  – момент времени, когда  $n(x)$  имеет минимальное значение.

Максимальные и минимальные скорости электронов плазмы, а также ионов и электронов пучка в  $t/T_{oe} = 200$  приведены в таблице 10.

**Таблица 10.**  
**Максимальные и минимальные скорости электронов пучка и  
плазмы и ионов в  $t/T_{oe} \sim 200$**

Случай	1–4 [5]	2п	3п	4п
$\tilde{n}/n_o$	—	0.01	0.05	0.20
$V_{\max}^b/V_T$	26.40	27.34	26.88	27.24
$V_{\min}^b/V_T$	-0.87	-4.20	-2.30	-1.17
$V_{\max}^e/V_T$	23.34	22.94	24.39	23.07
$V_{\min}^e/V_T$	-10.57	-11.74	-11.34	-11.91
$V_{\max}^i/V_T$	0.248	0.257	0.245	0.234
$V_{\min}^i/V_T$	-0.216	-0.258	-0.233	-0.188
$V_{\max}^i/V_T^i$	13.60	14.06	13.40	12.81
$V_{\min}^i/V_T^i$	-11.86	-14.11	-12.78	-10.29

$V_{\max}^b$ ,  $V_{\min}^b$  – максимальная и минимальная скорость электронов пучка;  $V_{\max}^e$ ,  $V_{\min}^e$  – максимальная и минимальная скорость электронов плазмы;  $V_{\max}^i$ ,  $V_{\min}^i$  – максимальная и минимальная скорость ионов;  $V_T, V_T^i$  – тепловая скорость электронов плазмы и ионов. ( $V_T/V_T^i = 54.783$ ).

Из таблицы 9 видно, что время  $t_1$ , когда р-электроны начинают ускоряться, уменьшается с ростом начальной амплитуды ионно-звуковой волны  $\tilde{n}/n_o$ . Это неудивительно, так как конверсия приводит к возбуждению гармоник, в частности, гармоники  $N = 4$ , которые облегчают ускорение р-электронов, а скорость конверсии растет с ростом  $\tilde{n}/n_o$ . Из таблицы 10 видно, что максимальные скорости, до которых ускоряются р-электроны, близки во всех случаях –  $V_{\max}^e \sim 23 \div 24$ .

Ускорение р-электронов в поле гармоник-сателлитов и основной волны приводит к затуханию поля. Однако, из таблицы 9 видно, что ускорение происходит раньше, чем основное затухание  $t < t_4$ . Анализ функций распределения показывает, что во всех случаях, кроме случая 4п, в интервале  $t_1$  ускоряется очень небольшое число р-электронов. Затухание сателлитов при ускорении этих электронов приводит к отрыву в-области от плазмы. При этом ускорение р-электронов и затухание прекращаются. На некоторое время это приводит к почти квазистационарному состоянию, когда мало меняется амплитуда основных гармоник, энергия поля и энергия электронов. Это видно по кривым  $W(t)$ ,  $E^N(t)$  особенно четко в случае 1-4 [5] в  $t/T_{oe} \sim 12 \div 33$  и в случае 1п в  $t/T_{oe} \sim 12 \div 20$  (Рис.1,2).

В работах [2,3] исследовалась неустойчивость пучка малой плотности ( $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$ ) в плазме с возмущением плотности [2] -ионно-звуковой волнной [3] с теми же параметрами, что и в настоящей работе. Было найдено, что развитие пучковой неустойчивости приводит к формированию волны БГК, квазистационарной при малых амплитудах  $\tilde{n}/n_o > 0.1$ .

В работах [4,5] показано, что при больших плотностях пучка, когда развивается сателлитная неустойчивость и сильная стохастическая неустойчивость движения в-электронов, в районе областей захвата основной волны и сателлитов на функции распределения по скорости формируется плато. В некоторых случаях, в частности, в случае 1-4 [5], на плато сохраняется слабо выраженный пик в районе  $V \sim V_\phi^I$ , свидетельствующий о сохранении сгустка захваченных частиц, то есть о сохранении в стохастической области волны БГК  $N_e = 1$  малой амплитуды.

По функциям распределения (Рис.5,14,23) видно, что в рассматриваемых случаях на функциях распределения в-электронов также формируется плато и сохраняется небольшой пик в районе  $V \sim 12 \div 13V_T \sim V_\phi^I$  (отметим, что  $V_\phi^I$  волны БГК уменьшается при увеличении  $\tilde{n}/n_o$  [2]). Этот пик хорошо выражен на начальной стадии, но становится менее четким по мере развития сильной стохастической неустойчивости, которая приводит к формированию плато. После основного затухания поля вид функции распределения в районе плато почти не меняется. Сохраня-

ется и слабо выраженный пик, свидетельствующий о сохранении волны БГК  $N_e = 1$ .

В работах [2,6] показано, что возбуждение гармоник конверсии приводит к развитию сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы в районе областей захвата этих гармоник с  $V_\phi^N > 0$  и  $V_\phi^N < 0$ . В результате в плазме формируются две области стохастического движения р-электронов – в районе областей захвата гармоник конверсии с  $V_\phi^N > 0$  (назовем ее область  $V > 0$ ) и с  $V_\phi^N < 0$  (область  $V < 0$ ). Кроме того формируется область стохастического движения в районе областей захвата ионно-звуковой волны (i-область). Образуются такие области и в рассматриваемых случаях. Это можно видеть по движению на фазовой плоскости пробных частиц с начальными скоростями  $V_N^o = 2.84$  и  $-2.84$  (черные кружки на Рис.4,13,22) и  $V_N^o = 0$  (не показаны на Рис.). По фазовым плоскостям (Рис.4,13,22) видно, что с течением времени эти частицы постепенно разбрасываются по фазовой плоскости, причем области  $V > 0$  и  $V < 0$  длительное время не пересекаются.

Развитие стохастических областей начинается с захвата р-электронов основными гармониками конверсии. В случаях 1п, 2п с малыми начальными амплитудами ионно-звуковой волны, когда скорость конверсии и амплитуды гармоник конверсии малы, на начальной стадии захватывают электроны только гармоники  $N = 4$  и  $N = -5$ , гармоника  $N = -2$  не участвует в захвате из-за большой фазовой скорости (таблица 3). В случае 4п с большой начальной амплитудой  $\tilde{n}/n_o$  начинают захватывать электроны также гармоники  $N = 4$  и  $N = -5$ , но уже в  $t/T_{oe} > 6$  начинает развиваться сильная стохастическая неустойчивость (Рис.22).

Дальнейшее развитие во всех случаях определяется модуляционной неустойчивостью, которая приводит к росту впадин плотности, а это в свою очередь приводит к росту скорости конверсии.

В работе [5] показано, что рост впадин плотности при модуляционной неустойчивости в начально однородной плазме приводит к вторичной конверсии. При этом возбуждаются более коротковолновые, чем возмущение плотности, прямые и обратные волны. Развитие гармоник вторичной конверсии приводит к захвату ими р-электронов и к развитию сильной стохастической неустойчивости. В случае 1-4 [5] вторичная конверсия становится существенной в  $t/T_{oe} > 30$ , когда возмущение плотности достигает величины  $\tilde{n}/n_o \geq 0.1$ .

В рассматриваемых случаях вторичная конверсия наряду с основной

также играет существенную роль, особенно в случаях 1п, 2п. Это приводит к расширению набора возбуждающихся гармоник. Роль конверсии возрастает с ростом возмущения плотности. В таблице 9 приведено время  $t_2$ , когда возмущение плотности достигает величины  $\tilde{n}/n_o \geq 0.1$ . По фазовым плоскостям (Рис.4,13,22) видно, что в  $t > t_2$  ( $t_2/T_{oe} \sim 20, 12$  и 0 в случаях 1п, 2п и 4п) интенсивно развиваются гармоники с  $V_\Phi^N > 0$  и  $V_\Phi^N < 0$ . Особенno четко это видно в области  $V < 0$ .

Развитие сильной стохастической неустойчивости в районе областей захвата гармоник с  $V_\Phi^N < 0$  приводит к ускорению р-электронов. В таблице 9 приведены интервалы времени  $t_3$ , когда минимальная скорость р-электронов растет до величины  $|V_{min}^e| > |V_\Phi^{-II}| \sim -8.2V_T|$ . Интервал  $t_3$  соответствует времени, когда в сильную стохастическую неустойчивость в стохастической области  $V < 0$  включаются все гармоники  $N \geq |-2|$ , включая  $N = -2$ . Отметим, что во всех случаях  $|V_{min}^e| < |V_\Phi^{-I}| \sim -16V_T|$  (таблица 10). Это показывает, что гармоника  $N = -1$  в сильной стохастической неустойчивости не участвует. Из таблицы 9 видно, что  $t_3 \geq t_2$ . Это подтверждает, что сильная стохастическая неустойчивость в области  $V < 0$  развивается, когда возмущение плотности возрастает до величины  $\tilde{n}/n_o \geq 0.1$ . По функциям распределения электронов плазмы  $f_e(V)$  видно, что развитие сильной стохастической неустойчивости в области  $V < 0$  приводит к образованию «хвоста» функции распределения (Рис.5,14,23).

Одновременно развивается сильная стохастическая неустойчивость в районе областей захвата гармоник конверсии с  $V_\Phi^N > 0$ . При этом стохастическая область  $V > 0$  начинает пересекаться с b-областью и некоторая часть р-электронов ускоряется до больших скоростей, включая  $V > V_\Phi^I$  (таблица 10), так что на функциях распределения  $f_e(V)$  образуется «длинный хвост» в области  $V > 0$  (Рис.5,14,23).

Пересечение b-области с областью  $V > 0$  приводит к тому, что некоторая часть b-электронов попадает в стохастическую область  $V > 0$ , а с течением времени в i-область и даже в область  $V < 0$ . Это видно по функциям распределения b-электронов  $f_b(V)$  (Рис.5,14,23) и минимальным скоростям b-электронов  $V_{min}^b$  (таблица 10).

Дальнейшее развитие сильной стохастической неустойчивости в стохастических областях  $V > 0$  и  $V < 0$  приводит к «размешиванию» р-электронов на фазовой плоскости (Рис.4,13,22). Стохастические процессы продолжаются и после основного затухания поля (напомним, что в это время средние амплитуды гармоник имеют конечную величину). Так в  $t/T_{oe} \sim 40 \div 200$  минимальные скорости b-электронов меняются в случае 1п от  $V_{min}^b/V_T \sim -1.7$  до  $-4.2$ ; в случае 2п от  $V_{min}^b/V_T \sim -1.6$  до  $-2.3$ ,

то есть b-электроны продолжают дрейфовать в стохастической области  $V < 0$ .

Границы стохастических областей можно оценить так же, как в работах [2,6], по максимальным и минимальным скоростям групп пробных частиц с разными начальными скоростями, а также по максимальным и минимальным скоростям электронов плазмы и минимальным скоростям электронов пучка. Отметим, что эти оценки могут различаться, так как число пробных частиц в группе много меньше числа p- и b-электронов. Эти границы и ширина областей стохастического движения (оценка по максимальным и минимальным скоростям в  $t/T_{oe} = 200$ ) приведены в таблице 11.

Из таблицы 11 видно, что i-область пересекается со стохастическими областями  $V > 0$  и  $V < 0$ , что и позволяет b-электронам из области  $V > 0$  перейти в область  $V < 0$ .

Ускорение электронов плазмы при развитии захвата и сильной стохастической неустойчивости приводит к затуханию поля и поглощению его энергии электронами. Это видно по кривым  $W(t)$  (Рис.1,10,19) и таблице 9, где приведены интервалы времени  $t_4$ , когда происходит основное затухание. Видно, что во всех случаях затухание происходит в то же время, что и развитие сильной стохастической неустойчивости  $t_4 \sim t_3$ .

После основного затухания потери энергии b-электронов  $\Delta W_b$  и энергия электронов плазмы  $\Delta W_e$  продолжают расти, хотя и очень медленно, причем  $\Delta W_e \sim \Delta W_b$  (Рис.1,10,19, таблица 7). Это указывает на процессы, подобные рассмотренным в работах [6]. В этих работах было показано, что после основного затухания стохастические области приобретают квазистационарный характер. Такой характер b-области поддерживается притоком энергии в основную волну и сателлиты в результате «размешивания» b-электронов и потерями энергии на конверсию. Квазистационарный характер стохастических областей  $V > 0$  и  $V < 0$  поддерживается притоком энергии в гармоники конверсии и поглощением энергии электронами плазмы при дрейфе и «размешивании». В результате амплитуды гармоник остаются в среднем постоянными, а энергия, потеряянная b-электронами, поглощается электронами плазмы, так что  $\Delta W_e \sim \Delta W_b$ . В рассматриваемых случаях так же, как в работах [6], квазистационарный характер стохастических областей поддерживается сохранением средних амплитуд основной волны и гармоник (Рис.2,3,11,12,20,21).

Таблица 11. Границы и ширина стохастических областей в плазме

$t/T_{oe} = 200$

Случай	1–4 [5]	1п	2п	4п
$\tilde{n}/n_o$	—	0.01	0.05	0.20
$V_3^i/V_T$	—	0.20	0.45	0.89
Границы	Область $V > 0$ . $V_N^o/V_T = 2.84$			
<b>Верхняя</b>				
$V_N^{\max}/V_T$	—	21.84	20.98	19.56
$V_{\max}^e/V_T$	23.34	22.94	24.39	23.07
<b>Нижняя</b>				
$V_N^{\min}/V_T$	—	1.17	0.68	1.17
$V_{\min}^b/V_T$	-0.87	-4.20	-2.30	-1.17
<b>Ширина области</b>				
$\delta V_N/V_T$	—	20.67	20.30	18.39
$\delta V_{eb}/V_T$	24.21	26.04	26.69	24.24
i-область $V_N^o = 0$				
<b>Верхняя</b>				
$V_N^{\max}/V_T$		1.24	1.63	4.08
<b>Нижняя</b>				
$V_N^{\min}/V_T$		-1.28	-1.82	-0.86
<b>Ширина области</b>				
$\delta V_N/V_T$		2.52	3.45	4.94
Область $V < 0$ . $V_N^o/V_T = -2.84$				
<b>Верхняя</b>				
$V_N^{\max}/V_T$	-1.9	0.19	0.40	-0.98
<b>Нижняя</b>				
$V_N^{\min}/V_T$		-10.68	-10.55	-10.04
$V_{\min}^e/V_T$	-10.57	-11.74	-11.34	-11.91
<b>Ширина области</b>				
$\delta V_N/V_T$		10.87	10.95	9.06
$\delta V_e/V_T$	8.67	11.93	11.74	9.93

$V_3^i = 2\sqrt{\frac{e\phi_i}{m}} \approx 2(\frac{\tilde{n}}{n_o})^{\frac{1}{2}}V_T$ ;  $V_N^o$  – начальная скорость пробных частиц;  $V_N^{\max}$ ,  $V_N^{\min}$  – максимальная и минимальная скорость пробных частиц;  $V_{\max}^e$ ,  $V_{\min}^e$  – максимальная и минимальная скорость электронов плазмы;  $V_{\min}^b$  – минимальная скорость электронов пучка;  $\delta V_N = (V_N^{\max} - V_N^{\min})$  – ширина области по пробным частицам;  $\delta V_{eb} = (V_{\max}^e - V_{\min}^b)$  – ширина области по электронам пучка и плазмы;  $\delta V_e = (V_N^{\max} - V_{\min}^e)$  – ширина области по пробным частицам и электронам.

Отметим, что примерное равенство  $\Delta W_e \sim \Delta W_b$  показывает, что рост  $\Delta W_e$  не связан с взаимодействием электронов плазмы с паразитными шумами, так как такое взаимодействие привело бы к росту  $\Delta W_e$  независимо от  $\Delta W_b$ .

Анализ функций распределения электронов плазмы по скорости показывает, что практически вся энергия поглощается «хвостами» функции распределения. Действительно, из Рис.5,14,23 видно, что основная часть  $f_e(V)/f_{\max}$  мало отличается от начальной функции распределения. Это показывает, что температура плазмы практически не меняется. Существенно различаются эти функции только на уровне  $f(V)/f_{\max} < 0.135$ , соответствующем скоростям  $|V| > |\pm 2V_T|$ .

Энергия, поглощенная электронами плазмы, составляет заметную долю начальной энергии пучка – к  $t/T_{oe} \sim 200$  она достигает величины  $\Delta W_e/W_b^o \sim 0.3 \div 0.4$  и немного растет при увеличении начальной амплитуды ионно-звуковой волны  $\tilde{n}/n_o$  (таблица 7).

Отметим, что энергия ионов заметно возрастает по сравнению с начальной  $W_i^o$ . Однако, энергия, поглощенная ионами, составляет очень малую долю энергии пучка –  $\delta W_i/W_b^o \sim (2 \div 5) \cdot 10^{-3}$ , причем  $\delta W_i$  уменьшается при увеличении амплитуды  $\tilde{n}/n_o$  (таблица 6) из-за более раннего начала затухания.

В работе [3] исследовалась неустойчивость пучка электронов с большой скоростью  $V_o/V_T = 15.9$  и малой плотностью  $n_b/n_o = 5 \cdot 10^{-3}$  в плазме с длинноволновой ионно-звуковой волной ( $\lambda_i/r_d = 33.3$ ;  $N_i = 3$ ;  $\tilde{n}/n_o \sim 0.05 \div 0.20$ ;  $M/m = 2 \cdot 10^3$  и  $10^2$ ). Было показано, что развитие неустойчивости такого пучка приводит к формированию волны БГК, квазистационарной при малых амплитудах ионно-звуковой волны  $\tilde{n}/n_o < 0.1$  и медленно затухающей при больших  $\tilde{n}/n_o \geq 0.1$ . Затухание определяется конверсией волны на возмущении плотности и развитием сильной стохастической неустойчивости движения электронов плазмы в районе областей захвата гармоник конверсии. Модуляционная неустойчивость не развивается из-за малой плотности энергии в волне, не пре-восходящей величины  $E^2/8\pi n_o T \sim 0.3 \div 0.5$ .

В настоящей работе исследуется неустойчивость пучка с такой же скоростью  $V_o/V_T = 15.9$  и большой плотностью  $n_b/n_o = 4 \cdot 10^{-2}$  в плазме с длинноволновой ионно-звуковой волной с такими же параметрами, как в работе [3] ( $\lambda_i/r_d = 33.3$ ;  $N_i = 3$ ;  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01 \div 0.20$ ;  $M/m = 10^2$ ).

Найдено, что изменение плотности пучка кардинально меняет харак-

тер развития неустойчивости. Пучковая неустойчивость в этом случае приводит к развитию волны большей амплитуды, чем в работе [3] (уже на начальной стадии плотность энергии превышает величину  $E^2/8\pi n_o T \sim 1$ ) и сопровождается сателлитной и модуляционной неустойчивостью, а также конверсией на возмущении плотности.

Развитие сателлитной неустойчивости приводит к возбуждению гармоник с фазовыми скоростями, близкими к фазовой скорости основной волны. Сильная стохастическая неустойчивость движения электронов пучка в районе областей захвата основной волны и гармоник-сателлитов приводит к быстрому «размешиванию» b-электронов, образованию плато на функции распределения по скорости  $f_b(V)$  и формированию квазистационарной области стохастического движения на фазовой плоскости.

Одновременно с пучковой и сателлитной неустойчивостью развивается конверсия основной волны и сателлитов на возмущении плотности, которая приводит к возбуждению гармоник с номерами  $N = N_e \pm \beta N_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$  и с фазовыми скоростями  $V_\Phi^N > 0$  и  $V_\Phi^N < 0$ .

Возмущение плотности в ионно-звуковой волне и модуляция поля основной волны сателлитами и гармониками конверсии служат затравкой модуляционной неустойчивости. Развитие модуляционной неустойчивости приводит к росту впадин плотности, к быстрому росту скорости конверсии и к вторичной конверсии.

При малых амплитудах ионно-звуковой волны  $\tilde{n}/n_o \sim 0.01$  определяющую роль играет сателлитная неустойчивость и модуляционная неустойчивость, обусловленная гармониками-сателлитами, а первичная конверсия незначительно меняет характер развития. При увеличении начальной амплитуды  $\tilde{n}/n_o$  модуляционная неустойчивость, обусловленная возмущением плотности и гармониками конверсии, начинает играть роль, сравнимую с модуляционной неустойчивостью, обусловленной сателлитами. При больших амплитудах  $\tilde{n}/n_o \geq 0.2$  конверсия и модуляционная неустойчивость, обусловленная гармониками конверсии, играют определяющую роль.

В районе областей захвата гармоник конверсии с  $V_\Phi^N > 0$  и  $V_\Phi^N < 0$  развивается сильная стохастическая неустойчивость движения электронов плазмы, которая приводит к поглощению энергии электрического поля электронами плазмы и к формированию квазистационарных областей стохастического движения на фазовой плоскости, подобных рассмотренным в работе [6].

Как показано в работе [6], квазистационарный характер стохастической области в районе областей захвата основной волны и сателлитов поддерживается за счет притока энергии в основную волну и сателлиты

при «размешивании» и замедлении электронов пучка и потеря энергии на конверсию, а квазистационарный характер стохастических областей в плазме – за счет притока энергии в гармоники конверсии и потеря энергии на затухание при «размешивании» и ускорении электронов плазмы. В результате амплитуды гармоник остаются в среднем постоянными, а энергия, потеряянная пучком, практически полностью поглощается электронами плазмы.

В рассматриваемых случаях с длинноволновым начальным возмущением плотности энергия поля поглощается, в основном, «хвостами» ускоренных электронов, причем в области  $V > 0$  электроны ускоряются до скоростей, превышающих фазовую скорость основной волны. Температура плазмы практически не меняется.

## Список литературы

- [1] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. Препринт ИЯФ 98-36, Новосибирск, 1998.
- [2] Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин. Препринты ИЯФ 99-21, 99-22, Новосибирск, 1999.
- [3] Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин. Препринт ИЯФ 2001-15, Новосибирск, 2001.
- [4] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. Препринт ИЯФ 98-37, Новосибирск, 1998.
- [5] Г.А. Артин, Н.С. Бучельникова. Препринт ИЯФ 98-38, Новосибирск, 1998.
- [6] Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин. Препринты ИЯФ 2000-6, 2000-58, Новосибирск, 2000.

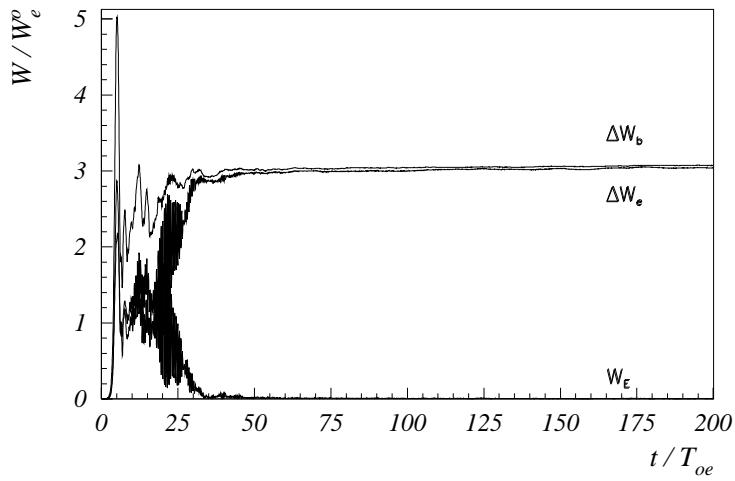


Рис. 1: Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ . Случай 1п.

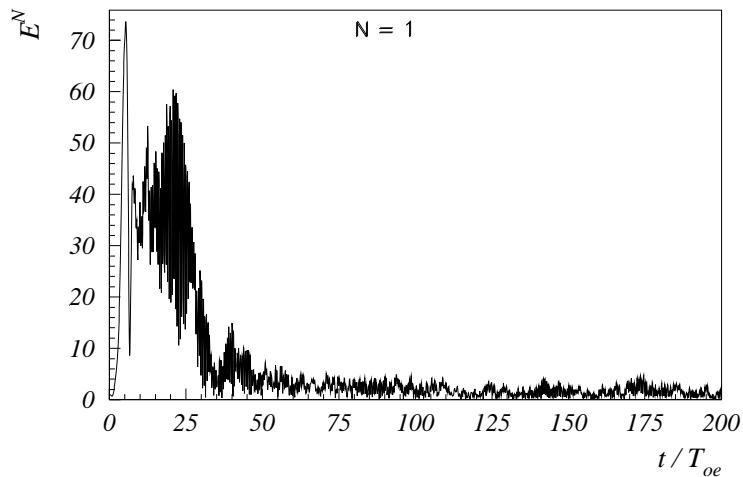


Рис. 2: Зависимость от времени амплитуды волны  $N_e = 1$ . Случай 1п.

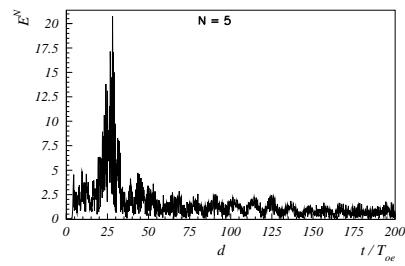
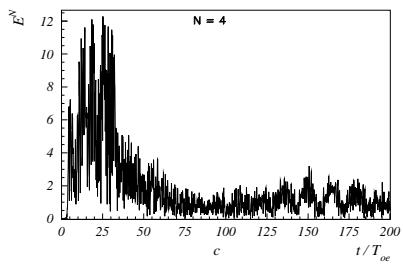
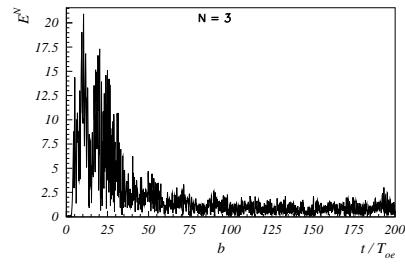
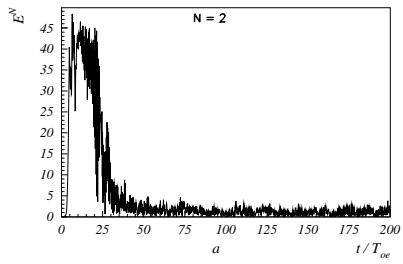


Рис. 3: Зависимость от времени амплитуды гармоник  $N = 2 \div 5$ .  
Случай 1п.

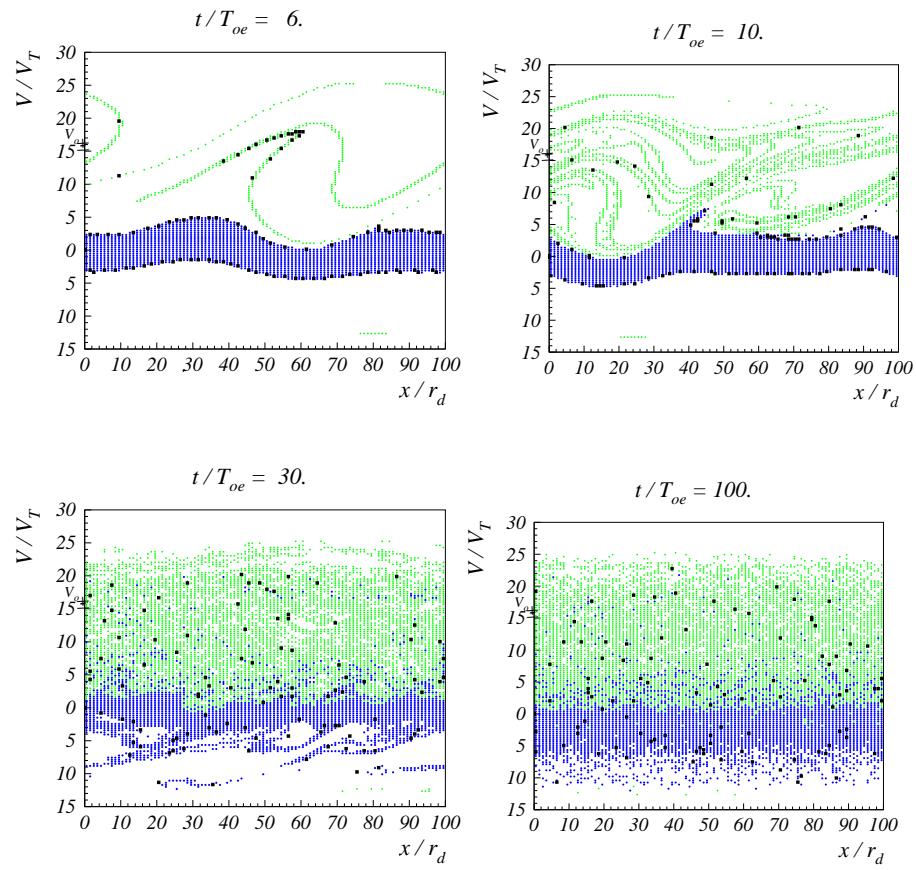


Рис. 4: Фазовые плоскости электронов. Случай 1п.

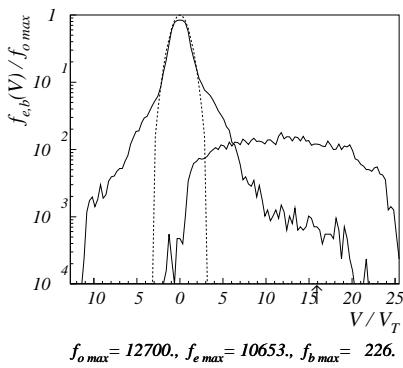
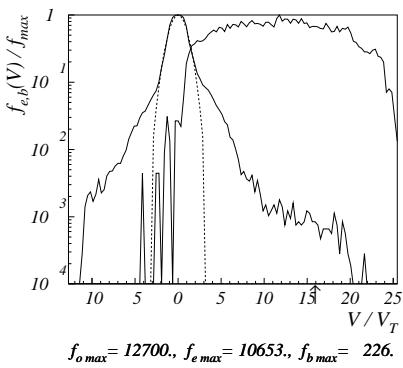
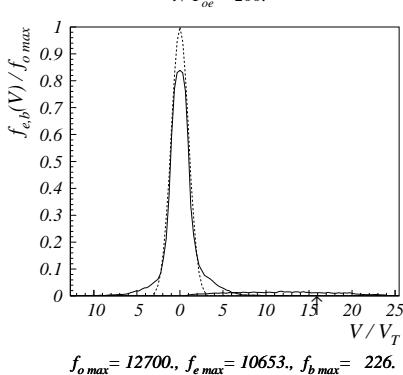
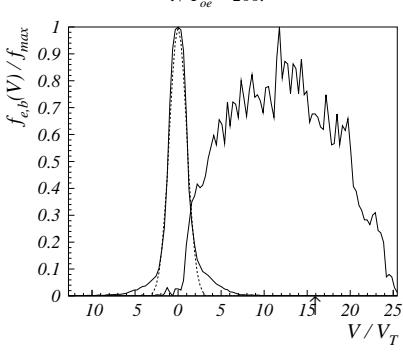


Рис. 5: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 1п. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка  $V_o/V_T = 15.9$ . Пунктир – начальная функция распределения.

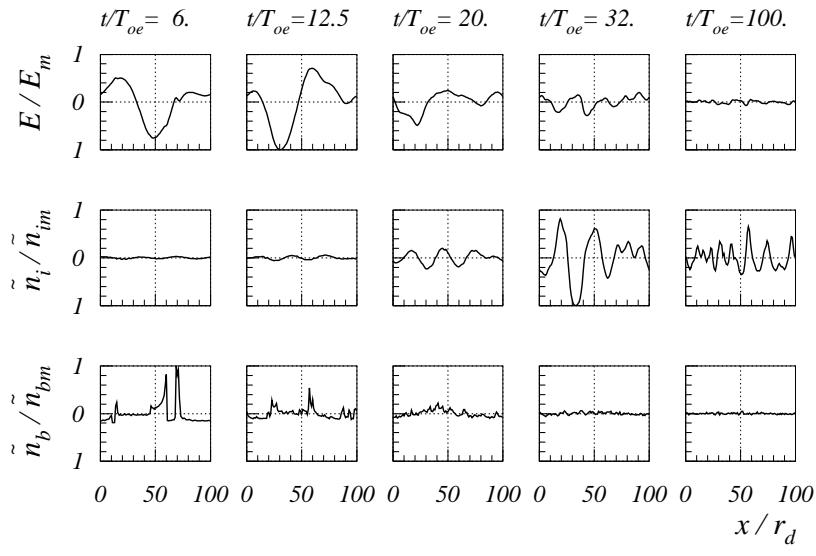


Рис. 6: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 1п.  $E_m = 98.74$ ,  $\tilde{n}_m/n_o = 0.51$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 5.22$ ;  $n_b^o/n_o = 0.04$ .

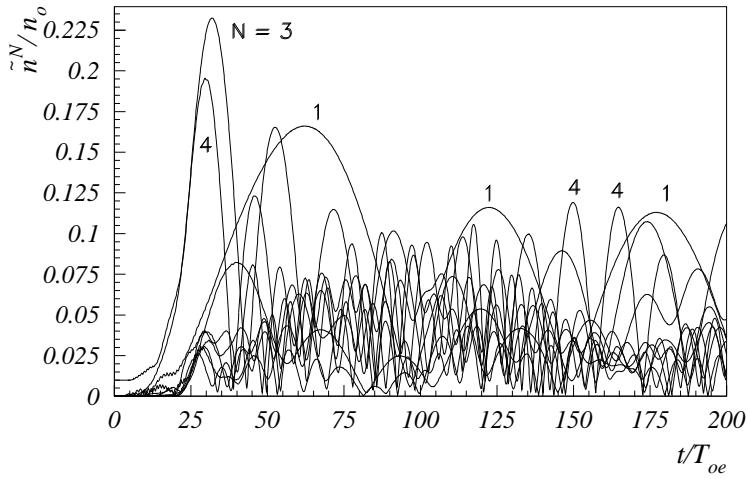


Рис. 7: Зависимость от времени амплитуды ионно-звуковой волны  $N_i = 3$  и гармоник  $N_i = 1 \div 10$ . Случай 1п.

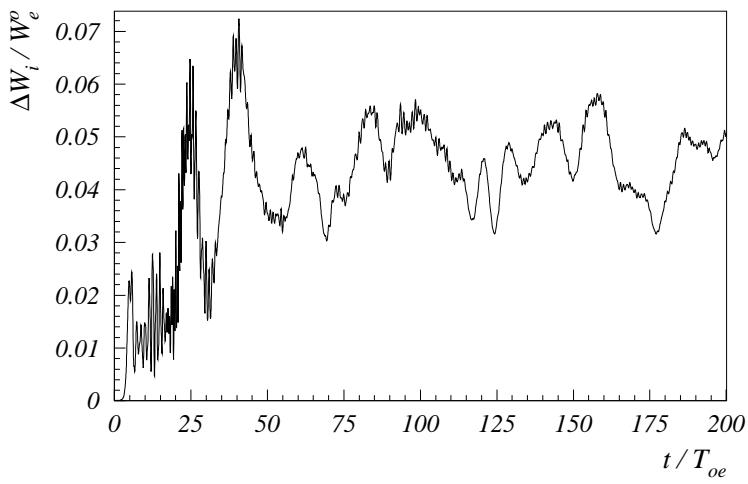


Рис. 8: Зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ . Случай 1п.

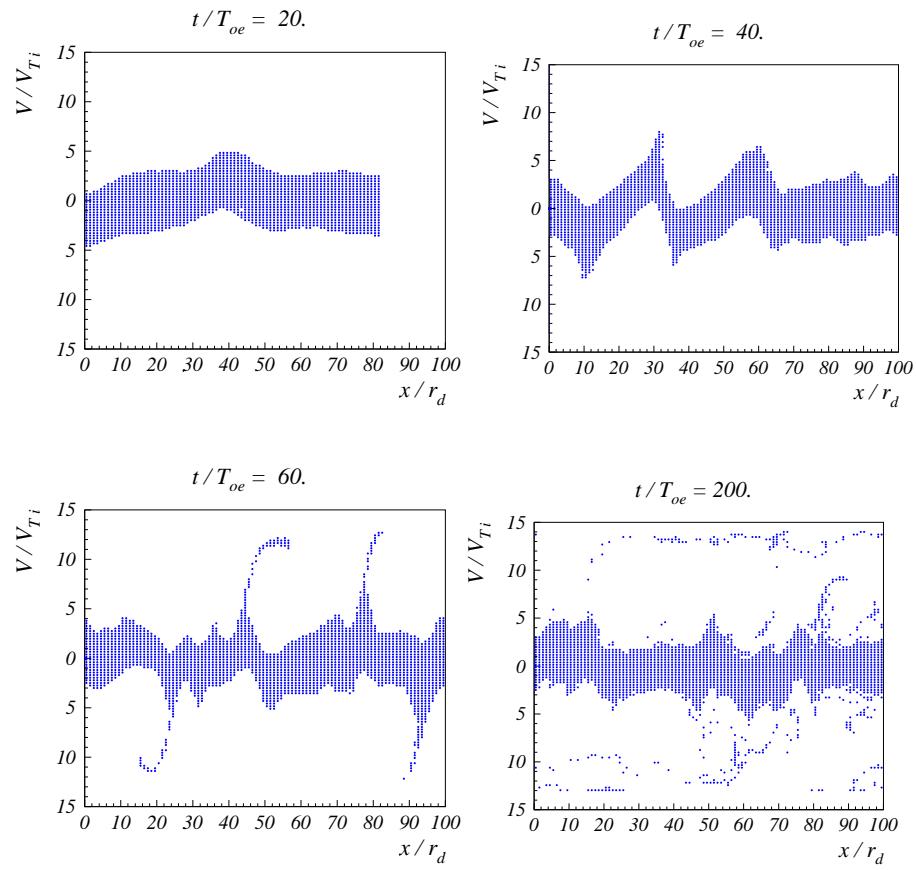


Рис. 9: Фазовые плоскости ионов. Случай 1п.

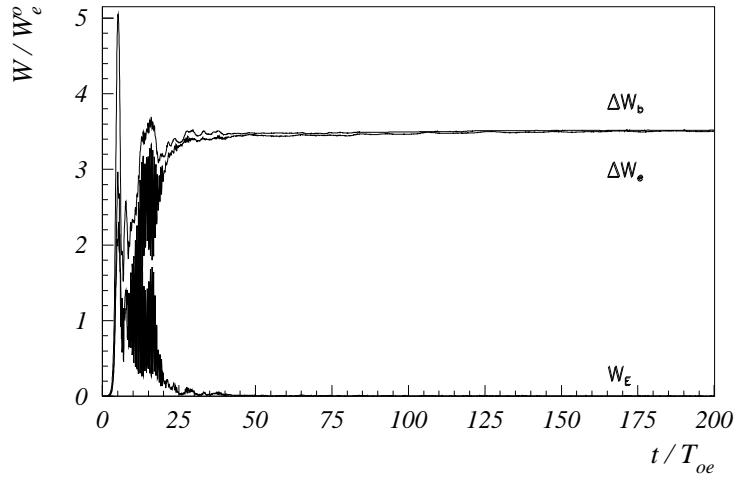


Рис. 10: Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ . Случай 2п.

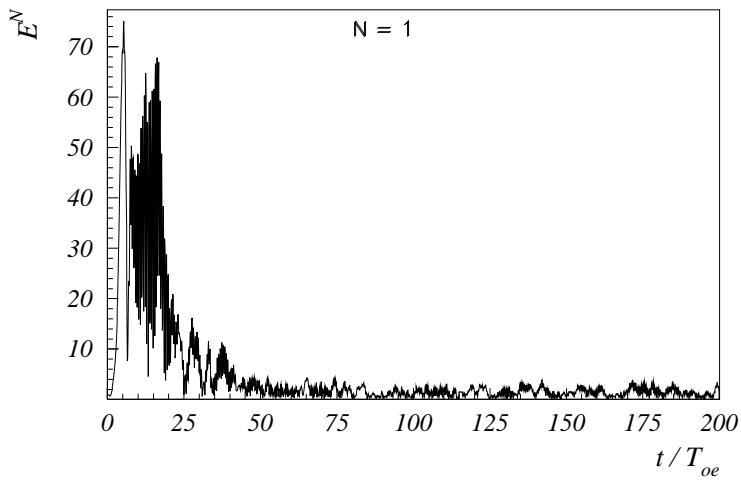


Рис. 11: Зависимость от времени амплитуды волны  $N_e = 1$ .  
Случай 2п.

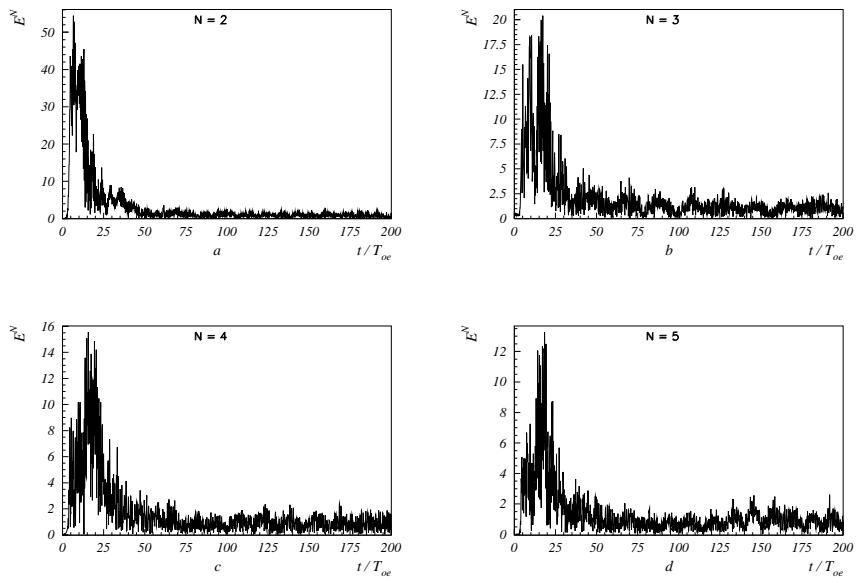


Рис. 12: Зависимость от времени амплитуды гармоник  $N = 2 \div 5$ .  
Случай 2п.

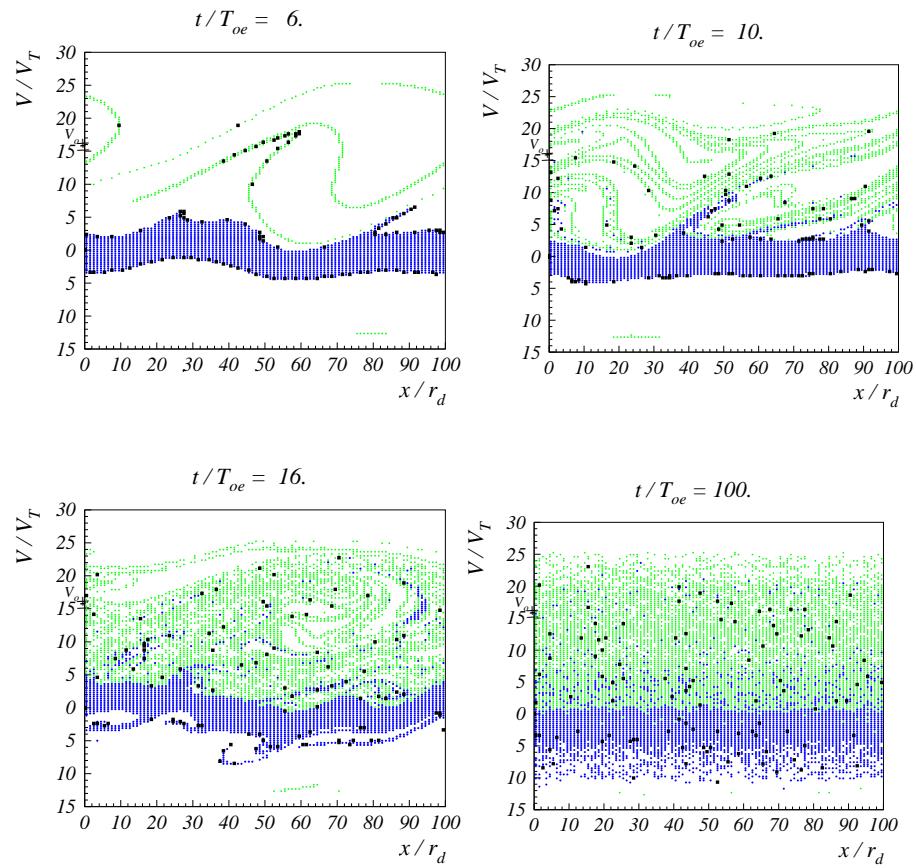


Рис. 13: Фазовые плоскости электронов. Случай 2п.

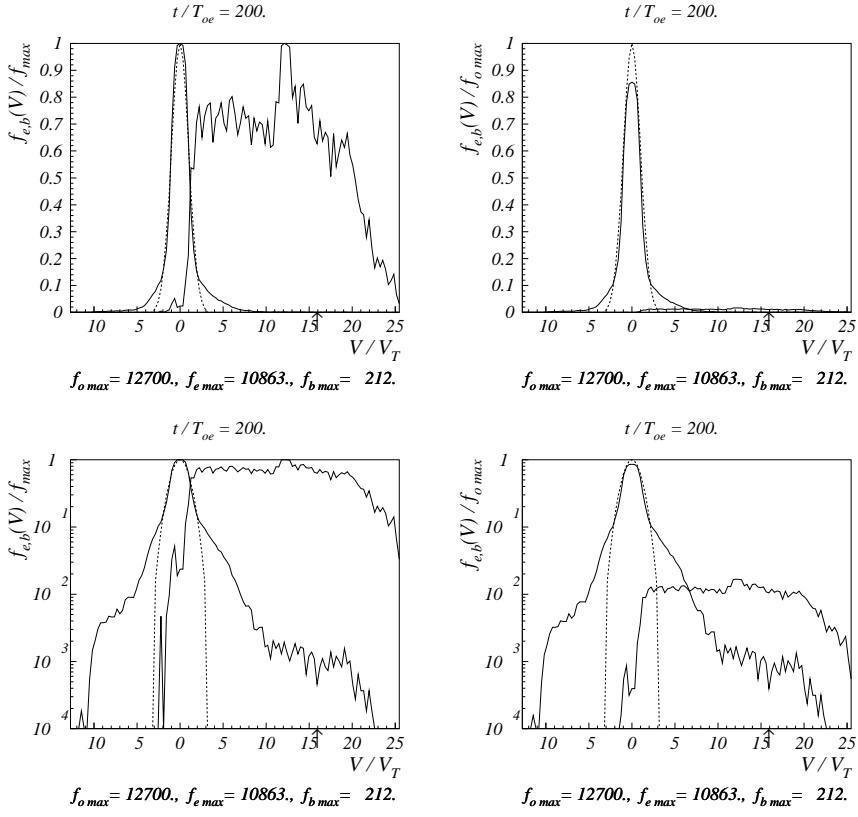


Рис. 14: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 2п. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка  $V_o/V_T = 15.9$ . Пунктир – начальная функция распределения.

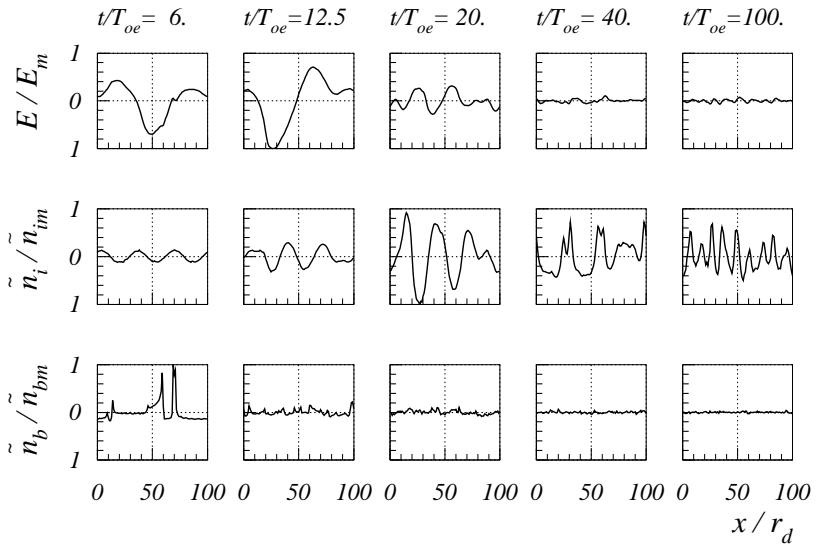


Рис. 15: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 2п.  $E_m = 108.12$ ,  $\tilde{n}_m/n_o = 0.43$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 5.66$ ;  $n_b^o/n_o = 0.04$ .

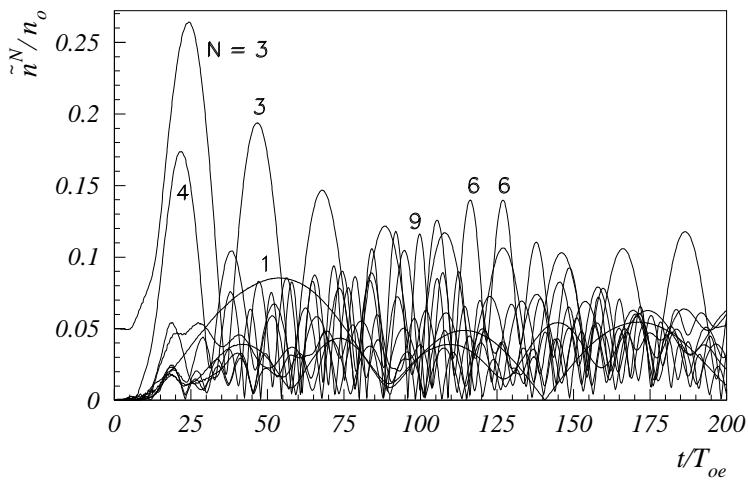


Рис. 16: Зависимость от времени амплитуды ионно-звуковой волны  $N_i = 3$  и гармоник  $N_i = 1 \div 10$ . Случай 2п.

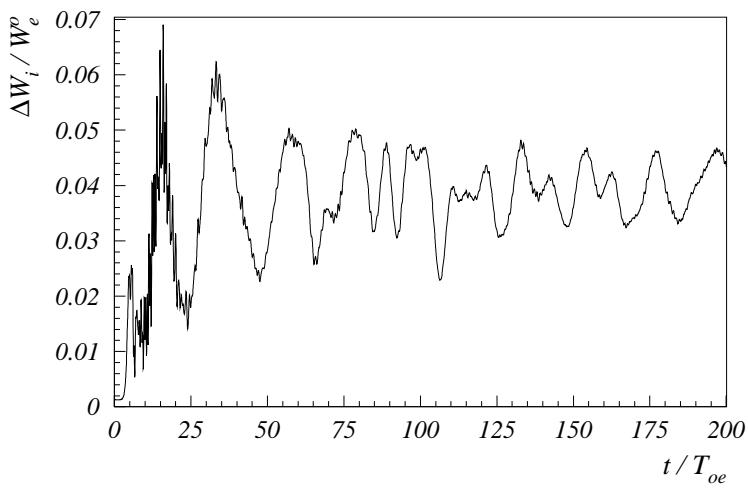


Рис. 17: Зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ . Случай 2п.

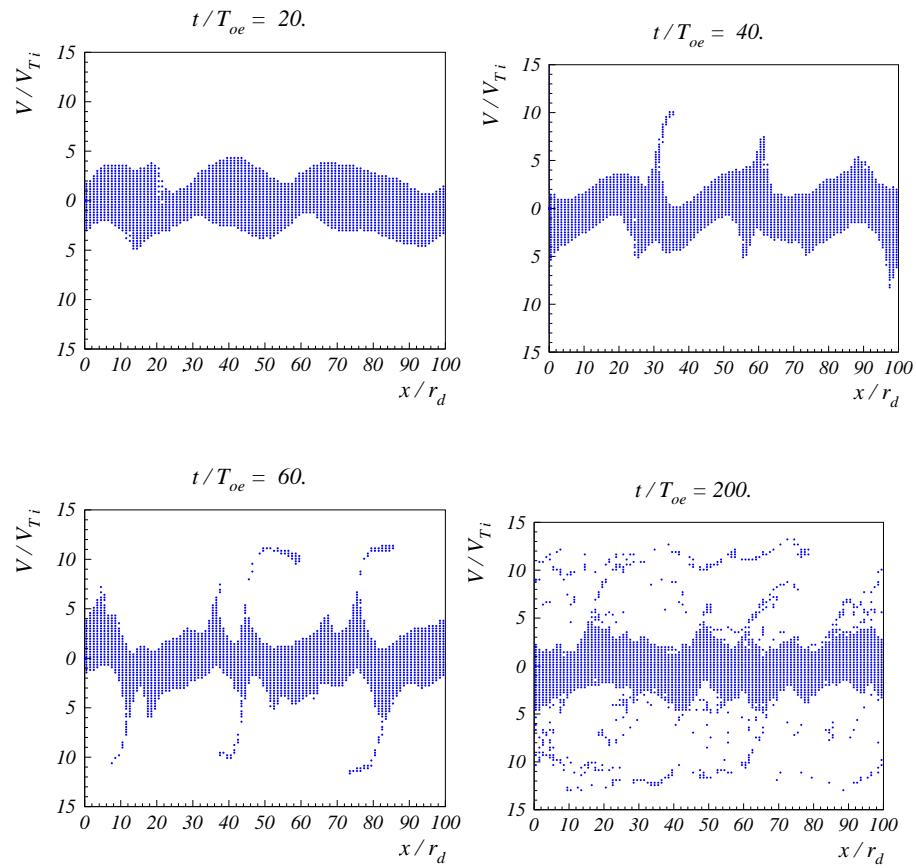


Рис. 18: Фазовые плоскости ионов. Случай 2п.

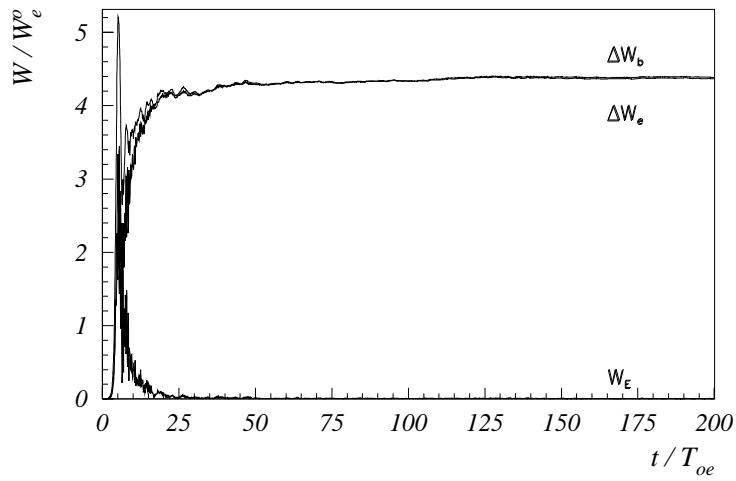


Рис. 19: Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$ , энергии электронов плазмы  $\Delta W_e = W_e - W_e^o$  и потерь энергии электронов пучка  $\Delta W_b = -(W_b - W_b^o)$ . Случай 4п.

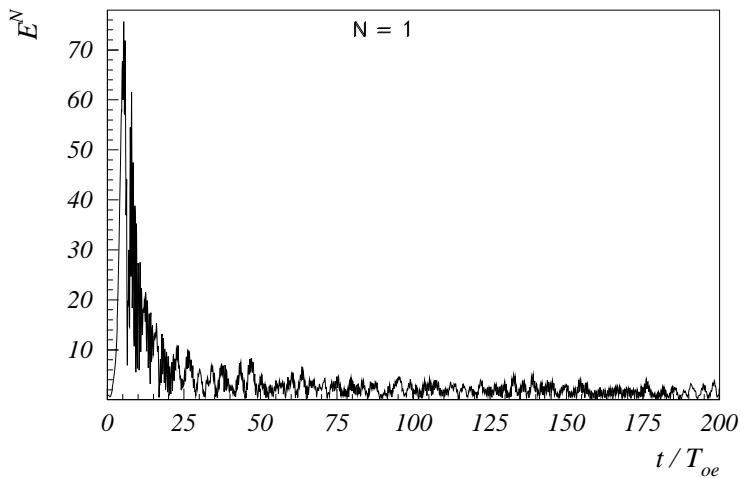


Рис. 20: Зависимость от времени амплитуды волны  $N_e = 1$ . Случай 4п.

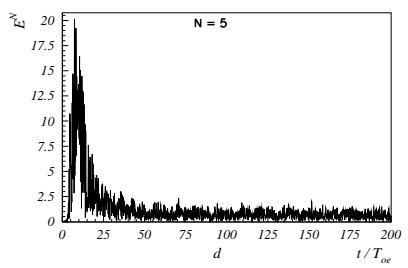
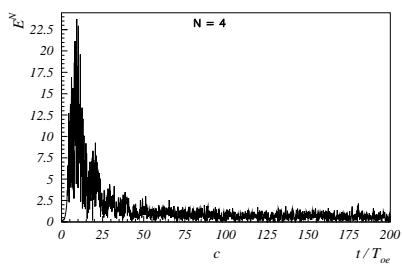
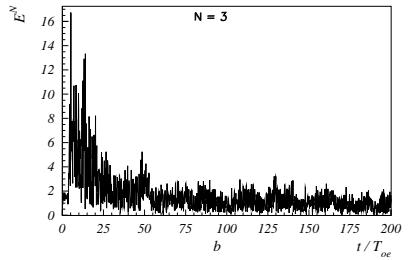
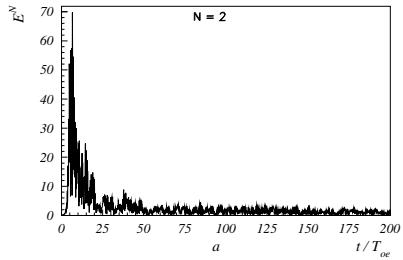


Рис. 21: Зависимость от времени амплитуды гармоник  $N = 2 \div 5$ .  
Случай 4п.

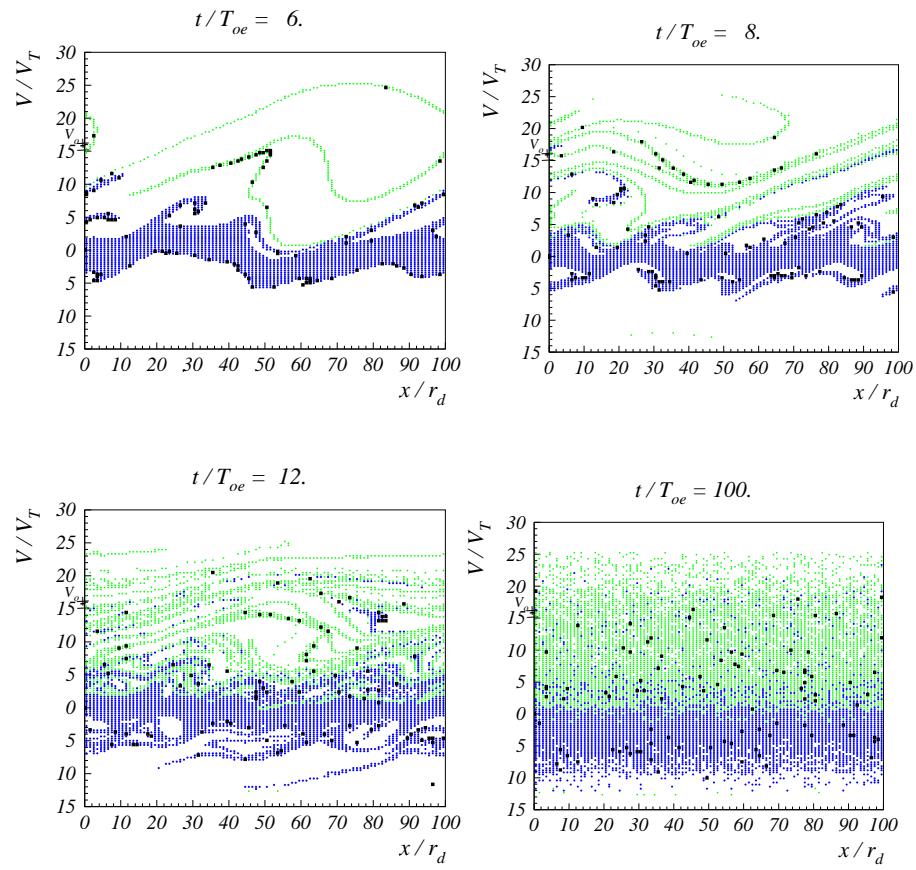


Рис. 22: Фазовые плоскости электронов. Случай 4п.

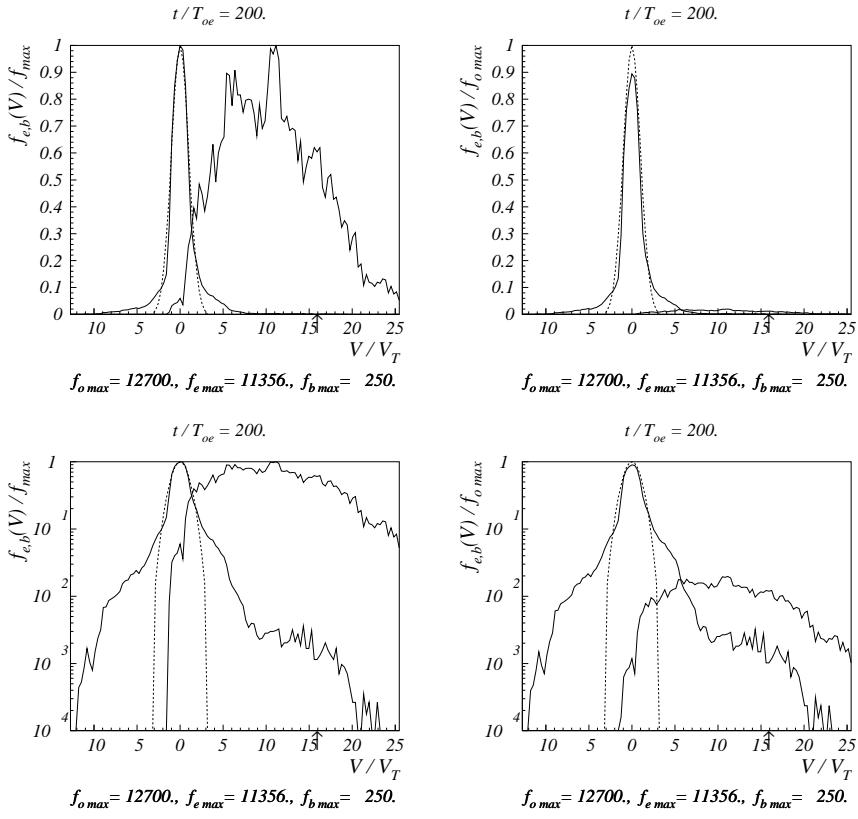


Рис. 23: Функции распределения по скоростям электронов плазмы и пучка. Случай 4п. Стрелкой отмечена начальная скорость пучка  $V_o / V_T = 15.9$ . Пунктир – начальная функция распределения.

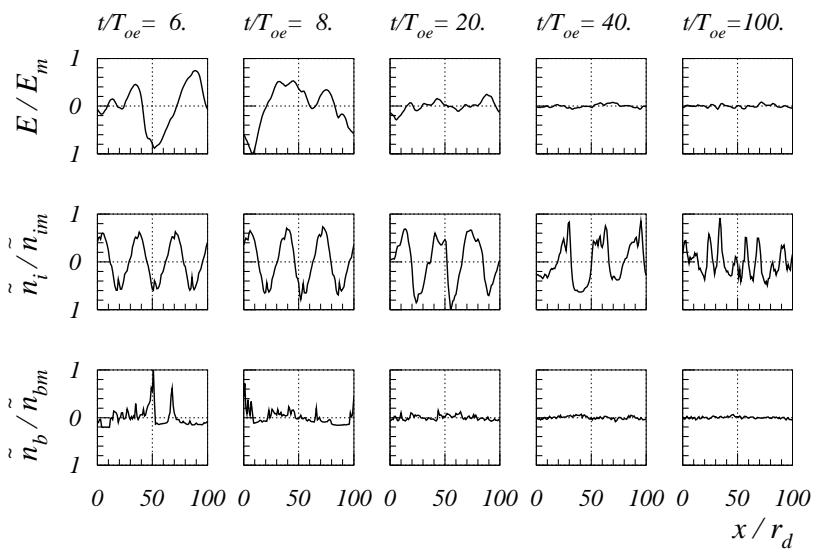


Рис. 24: Распределение поля  $E(x)$ , возмущения плотности плазмы  $\tilde{n}(x)$  и возмущения плотности электронов пучка  $\tilde{n}_b(x)$ . Случай 4п.  $E_m = 96.24$ ,  $\tilde{n}_m/n_o = 0.37$ ,  $\tilde{n}_{bm}/n_b^o = 4.95$ ;  $n_b^o/n_o = 0.04$ .

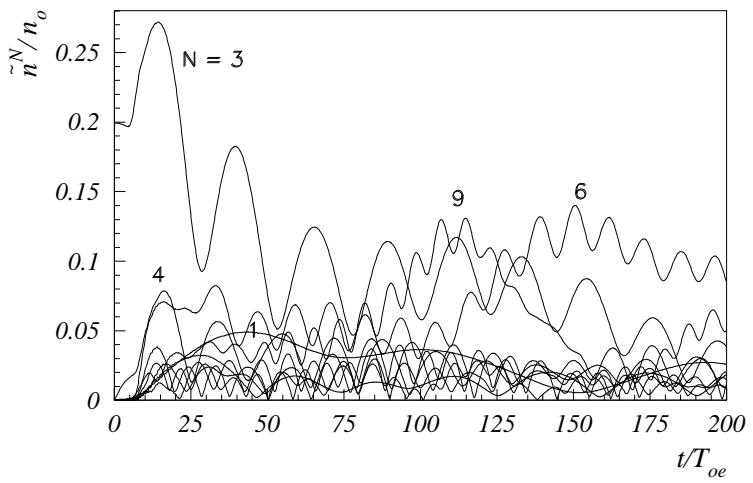


Рис. 25: Зависимость от времени амплитуды ионно-звуковой волны  $N_i = 3$  и гармоник  $N_i = 1 \div 10$ . Случай 4п.

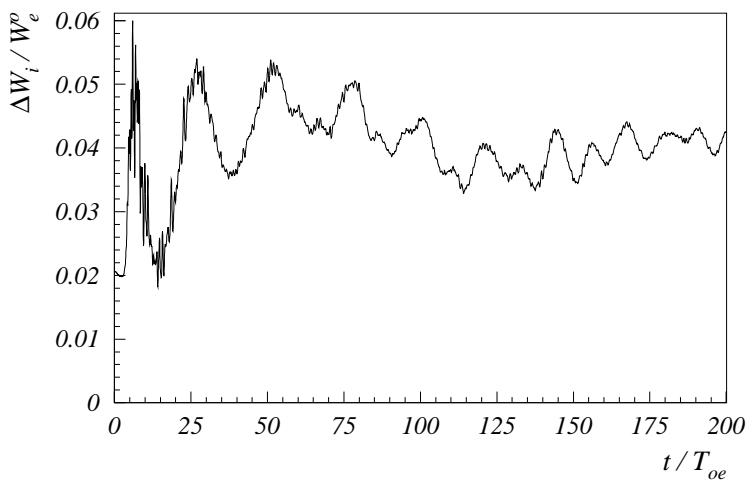


Рис. 26: Зависимость от времени энергии ионов  $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ . Случай 4п.

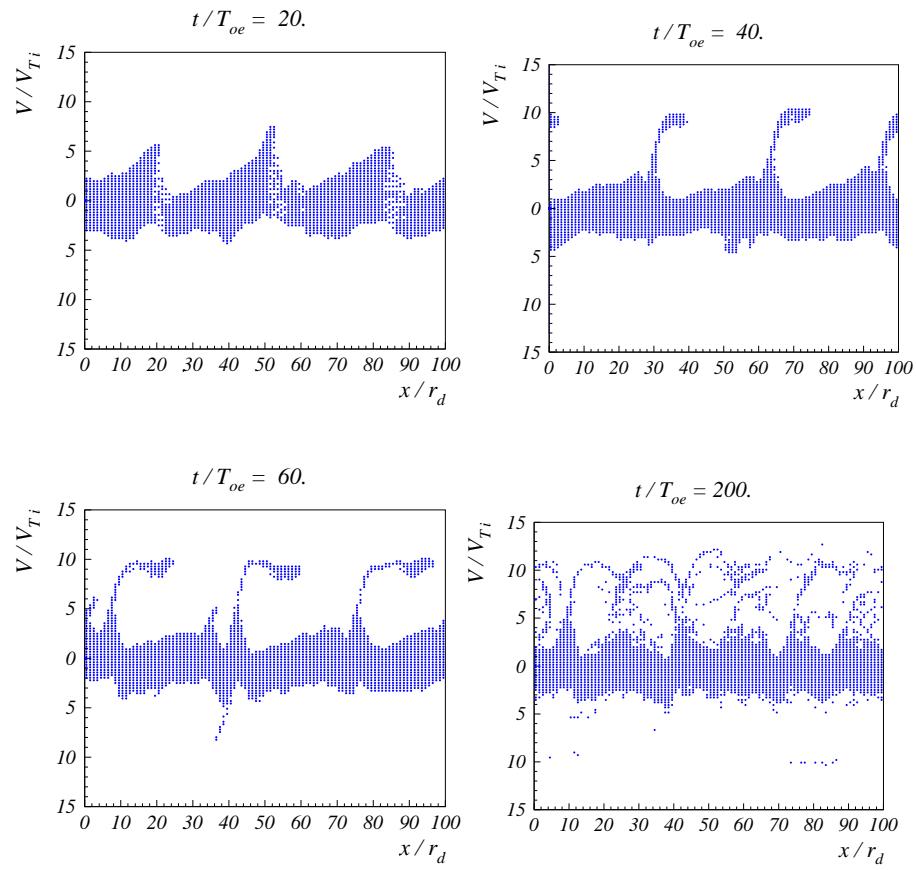


Рис. 27: Фазовые плоскости ионов. Случай 4п.

*Н.С. Бучельникова, В.Э. Карлин*

**Неустойчивость холодного электронного пучка  
в неоднородной плазме. VI.**

*N.S. Buchelnikova, V.E. Carlin*

**The instability of cold electron beam  
in inhomogeneous plasma. VI.**

ИЯФ 2001-16

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев  
Работа поступила 9.04.2001 г.

---

Сдано в набор 12.04.2001 г.

Подписано в печать 14.04.2001 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.9 печ.л., 2.4 уч.-изд.л.

---

Тираж 105 экз. Бесплатно. Заказ № 16

---

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН  
*Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*