

Сибирское отделение Российской Академии наук  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Г.И. Будкера

В.В. Кубарев

ПРИНЦИП БАБИНЕ  
И ДИФРАКЦИОННЫЕ ПОТЕРИ  
В ЛАЗЕРНЫХ РЕЗОНАТОРАХ

ИЯФ 99-72

Новосибирск

1999

**Принцип Бабине и дифракционные потери  
в лазерных резонаторах**

*В.В. Кубарев*

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера  
630090, Новосибирск, Россия

Аннотация

Описывается основанный на принципе Бабине метод простого аналитического вычисления малых дифракционных потерь различного рода в лазерных резонаторах. Приводится сравнение результатов этого метода с известными численными расчётами дифракционных потерь для определённых лазерных резонаторов.

**Babine principle and diffraction losses in laser resonators**

*V.V. Kubarev*

Budker Institute of Nuclear Physics  
630090 Novosibirsk, Russia, Email: kubarev@inp.nsk.su

Abstract

Method of simple analytical calculation of various diffraction losses in laser resonators, which is based on Babine principle, is described. Comparison of results carried out by this method with known numerical calculations of diffraction losses for definite laser resonators is presented.

E mail: kubarev@inp.nsk.su

© *Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера*

---

## Введение

Дифракционные потери в лазерных резонаторах часто являются одним из компонентов его внутренних потерь. Эти потери возникают из-за различного рода возмущений внутри резонатора: отверстий в зеркалах, «скреперов» (зеркал для вывода излучения из наружной области пучка), различных диафрагм, поляризаторов и т.д. Дифракционными потерями являются также потери из-за конечной апертуры зеркал в открытых лазерных резонаторах. Наибольший интерес для практики представляют резонаторы с малыми дифракционными потерями. Распространено мнение, что такие потери невозможно удовлетворительно рассчитать простым методом возмущений, т. к. погрешность их определения якобы оказывается порядка истинной величины потерь. Поэтому обычно дифракционные потери рассчитываются довольно сложными и громоздкими методами решения интегральных уравнений. Целью настоящей работы является показать, что простейший метод возмущений, при корректном его использовании, в большинстве практически важных случаев даёт погрешность много меньшую, чем сами определяемые потери.

### 1. Формулировка метода

Будем рассматривать одномодовый режим работы лазера на одной из низших мод открытого или волноводного резонатора. Будем рассматривать возмущения с характерным линейным размером  $\delta$  малым по сравнению с линейным размером рабочей моды  $a$ , но в тоже время большим по сравнению с длиной волны  $\lambda$ . Это требование в силу гладкости распределения поля в моде автоматически означает малость самого возмущения. За нулевое приближение выберем невозмущённую моду резонатора, т.е. моду резонатора в отсутствии возмущения. Эта мода, как правило, хорошо известна. Тогда в первом приближении суммарные потери на возмущении можно представить в виде двух частей. Первая часть – это «геометрические» потери, т.е. доля излучения, «вырезаемая» из

невозмущённой моды сечением возмущения. Например, в случае отверстия в зеркале «геометрические» потери – это доля падающей на зеркало мощности, выходящая через отверстие, а в случае зеркал конечной апертуры – доля этой мощности, выходящая за их апертуру.

Кроме «геометрических» потерь существуют дополнительные дифракционные потери, обусловленные рассеянием оставшейся доли излучения. Именно эта часть потерь часто упускается из виду, т.е. за первое приближение суммарных потерь берутся чисто «геометрические» потери. Это, по-видимому, и является причиной больших различий расчётов по такому методу последовательных приближений с точными расчётами по методам решения интегральных уравнений. Согласно принципу Бабинне [1] доля рассеянного излучения будет равна доле излучения, перекрываемой сечением возмущения, т.е. «геометрическим» потерям, а угловое распределение этого излучения будет таким же, как у «геометрических» потерь. Таким образом, угловая ширина рассеянного излучения  $\sim \lambda / \delta$  будет много большей, чем угол «захвата» излучения рабочей модой  $\sim \lambda / a$ . Поэтому практически всё рассеянное излучение не попадает в рабочую моду и также теряется. Следовательно, возмущение вызывает дополнительные дифракционные потери, равные по величине «геометрическим» потерям. В результате суммарные потери на малом возмущении будут примерно равны удвоенным «геометрическим» потерям, расчёт которых элементарен.

## 2. Проверка метода

Проверим работу метода и определим область его применимости на частных хорошо известных случаях точного решения дифракционной задачи при помощи интегральных уравнений. Рассмотрим два типа возмущений, для которых имеются такие решения. Это, во-первых, возмущение, возникающее из-за наличия каких-либо отверстий связи в зеркалах резонатора. Такие зеркала часто являются оптимальными для лазеров с оптической накачкой [2], электроразрядных DCN-лазеров, работающих в специфическом режиме взаимоусиления мод [3], субмиллиметровых лазеров с малым усилением активной среды [4], лазеров на свободных электронах и так далее.

В качестве второго примера возьмём возмущение, связанное с обрезанием наружной части поля из-за ограниченной апертуры зеркала

произвольной формы, или обычные дифракционные потери открытого резонатора.

## 2.1. Дифракционные потери на отверстии связи

Схема действия принципа Бабинне для этого случая следующая. Рассмотрим моду, отраженную от зеркала с отверстием. Она имеет вид невозмущённой моды, прошедшей через круглый экран-поглотитель с радиусом равным радиусу отверстия. Этот экран является дополнительным к экрану, который имеет форму зеркала с отверстием. Согласно принципу Бабинне доли мощностей, рассеиваемые дополнительными экранами, и их диаграммы направленности совпадают. Таким образом, угловое распределение рассеянного излучения будет такое же, как у полезного излучения через отверстие и в случае, когда размер отверстия мал по сравнению с характерным размером моды, рассеянное излучение будет потеряно. Следовательно, дополнительные дифракционные потери из-за рассеяния на отверстии будут равны полезным «геометрическим» потерям.

Дифракционные потери для конфокального резонатора с круглыми отверстиями связи в центрах его круглых зеркал вычислены достаточно сложным методом решения интегрального уравнения в работе [5]. На рис.1 показаны взятые из этой работы суммарные дифракционные потери  $c_s$  как функции числа Френеля его зеркал  $N_m = r_m^2 / \lambda l$  ( $r_m$  – радиус зеркала,  $l$  – длина резонатора) для различных значений числа Френеля отверстия  $N_0 = r_0^2 / \lambda l$  ( $r_0$  – радиус отверстия) для TEM<sub>00</sub>-моды. Дифракционные потери, связанные с отверстием, на этом рисунке соответствуют областям, где зависимости выходят на «плато», т.к. здесь эти потери заметно превышают потери на наружной апертуре зеркал  $c_a$ . На этом же рисунке показаны потери на отверстии  $c_h$ , рассчитанные по простейшей формуле для «геометрических» потерь  $c_g$  [6]:

$$c_h = 1 - (1 - c_g)^2 \approx 2c_g, \quad (1)$$

$$c_g = (r_0 / a)^2 = 2\pi N_0. \quad (2)$$

где  $a = (\lambda / 2\pi)^{1/2}$  – характерный радиус распределения интенсивности на зеркале  $I = I_0 \exp[-(r/a)^2]$  для TEM<sub>00</sub>-моды в конфокальном резонаторе [7].

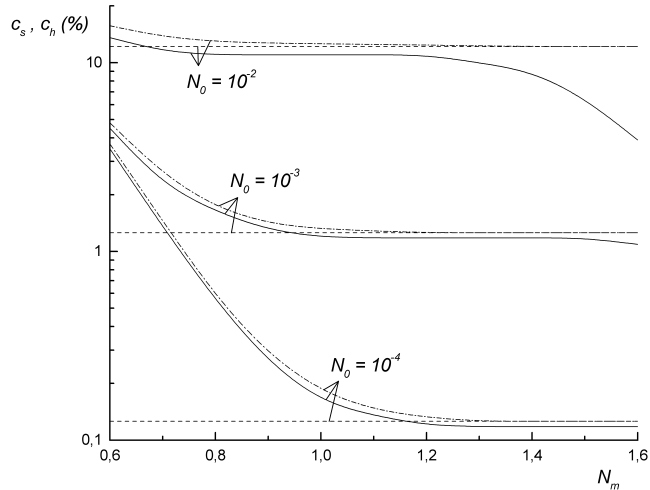


Рис. 1. Зависимости суммарных дифракционных потерь ТЕМ<sub>00</sub>-моды за один проход резонатора  $c_s$  из работы [5] (сплошные линии), потерь на отверстии  $c_h$ , рассчитанных по формулам (1), (2) (штриховая линия), и суммарных потерь  $c_s = 1 - (1 - c_h)(1 - c_a)$ , где  $c_a$  – апертурные потери из работы [5], (штрих-пунктир) от апертурного числа Френеля для различных чисел Френеля отверстия.

Видно, что результаты вычислений по формулам (1), (2) хорошо совпадают с данными работы [5] за исключением области больших  $N_m$  при большом  $N_0$ . Расхождение в этой области из-за спада потерь на кривой  $N_0 = 10^{-2}$  при  $N_m > 1.3$  является некоторой особенностью только лишь конфокального резонатора, у которого моды ТЕМ<sub>0(2n)</sub> взаимно вырождены [8]. При  $N_0 \geq 10^{-2}$  и  $N_m > 1.3$  происходит резонансное взаимодействие – смешивание ТЕМ<sub>00</sub> и ТЕМ<sub>02</sub> мод, приводящее к изменению их радиального распределения интенсивности и к уменьшению потерь ТЕМ<sub>00</sub>-моды [5]. Большее распространение в лазерной технике имеют, однако, устойчивые открытые резонаторы, у которых поперечные моды не вырождены. Поэтому в них можно реализовать одномодовый режим без эффекта смешивания мод. Соответственно, область применимости метода для этих резонаторов должна распространиться и на вышерассмотренную область.

Штрих-пунктирными кривыми на рис.1 показаны суммарные дифракционные потери  $c_s$ , учитывающие дифракционные потери на

наружной апертуре зеркал при отсутствии отверстий из работы [5]  $c_a$  и дифракционные потери на отверстиях  $c_h$ , рассчитанные по формулам (1), (2). Близость этих кривых к кривым из работы [5] показывает, что потери на малом возмущении, как и следовало ожидать, обладают свойством аддитивности. Иначе говоря, они могут рассчитываться независимо, а суммарные потери должны определяться по формуле:  $c_s = 1 - (1 - c_a)(1 - c_h)$ . Для малых  $c_a, c_h$  величина  $c_s \approx c_a + c_h$ .

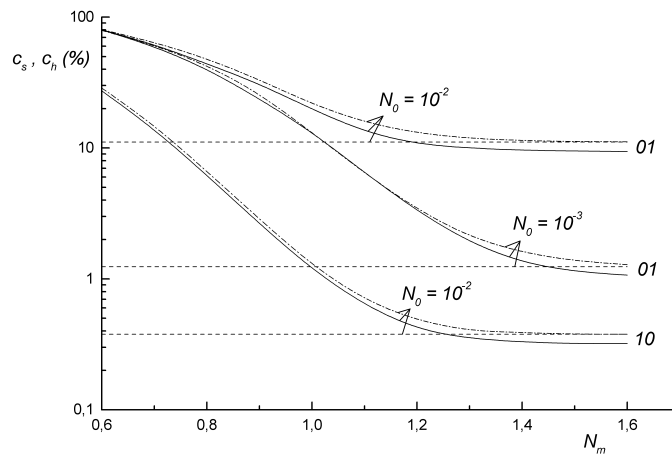


Рис. 2. То же, что на рис.1, для  $TEM_{01}$  и  $TEM_{10}$  мод. Числа у правых концов кривых – индексы моды.

На рис.2 показаны аналогичные зависимости для  $TEM_{01}$  и  $TEM_{10}$  мод\*. Потери на отверстиях связи  $c_h$  здесь вычислены по формуле (1), в которую подставлены величины «геометрических» потерь  $c_g^{01}, c_g^{10}$  для этих мод:

$$c_g^{01} = 1 - [1 + (2\pi N_0)^2] \exp(-2\pi N_0), \quad (3)$$

$$c_g^{10} = 1 - (1 + 2\pi N_0) \exp(-2\pi N_0). \quad (4)$$

\* В обозначении мод используется порядок индексов такой же, как в работе [7], т.е. на первом месте стоит азимутальный индекс, на втором – радиальный.

Видно хорошее соответствие расчётов по описываемому методу с данными работы [5]. Оно наблюдается также и для других параметров  $N_0$ . Так при  $N_0 = 10^{-3}$  из (1), (4) получаем  $c_h^{10} = 0.0039\%$ , которое близко к  $c_h^{10} = 0.0036\%$  из [5]. Для  $N_0 = 10^{-4}$  из (1), (3) имеем  $c_h^{01} = 0.126\%$ , которое близко к  $c_h^{01} = 0.107\%$  из [5].

В целом отличие результатов расчётов по формулам (1) – (4) с данными работы [5] составляет: для  $TEM_{00}$ -моды 6 – 10%, для  $TEM_{10}$ -моды 10 – 15% и для  $TEM_{01}$ -моды 12 – 15%. Как и следовало ожидать, отличие слегка возрастает с уменьшением характерного размера моды.

## 2.2. Дифракционные потери на наружной апертуре зеркал открытого резонатора

Рассмотрим  $TEM_{00}$ -моду симметричного открытого резонатора с бесконечно большими сферическими зеркалами. Как известно, эта мода имеет гауссово распределение интенсивности по радиусу  $I = I_0 \exp[-(r/a)^2]$ , где характерный размер пучка на зеркале равен  $a = (l\lambda/2\pi)^{1/2} (1-g^2)^{-1/4}$  [7]. Здесь  $l$  – длина резонатора,  $g = 1 - l/R$ ,  $R$  – радиус кривизны зеркал.

«Геометрические» потери для круглых зеркал с конечным радиусом  $r_m$  имеют вид:

$$c_g = \exp[-2\pi N_m (1-g^2)^{1/2}], \quad (5)$$

где  $N_m = r_m^2 / \lambda l$ . Отношение характерной ширины «кольца» интенсивности поля за апертурой зеркала  $\Delta r$  к характерному диаметру  $TEM_{00}$ -моды будет равно\*:

$$\frac{\Delta r}{2a} = \sqrt{\pi (\ln 2) N_m \sqrt{1-g^2}} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\ln 2}{2\pi N_m \sqrt{1-g^2}}} \right). \quad (6)$$

\* Величина  $\Delta r$  определена равенством  $I(r_m + \Delta r) = e^{-1} I(r_m)$ .



Требование малости потерь  $2c_g < 0.1$ , согласно (5), приводит к неравенству  $N_m(1-g^2)^{1/2} > 0.5$ . Подставив это неравенство в (6), получаем  $\Delta r/2a < 0.1$ , т.е. ширина «кольца» будет много меньше характерного размера моды.

Применим к рассматриваемому кольцевому возмущению принцип Бабине также, как это сделано для возмущения в форме отверстия в начале п.2.1. В результате получаем, что для малых потерь автоматически реализуется ситуация, когда рассеянное на краю зеркал излучение практически «не захватывается» рабочей  $TEM_{00}$ -модой и теряется. Тогда суммарные потери резонатора на этом возмущении за один проход  $c_a$  можно рассчитать по формуле (1), в которой нужно заменить  $c_h$  на  $c_a$  и в которую следует подставить «геометрические» потери из (5).

На рис.3 показано сравнение потерь, рассчитанных по (1), (5) с данными из «классической» работы [9], в которой эти потери рассчитаны численным методом решения интегрального уравнения. Видно хорошее совпадение потерь для всех кривых за исключением конфокального ( $g=0$ ) и плоскопараллельного ( $g=1$ ) резонаторов.

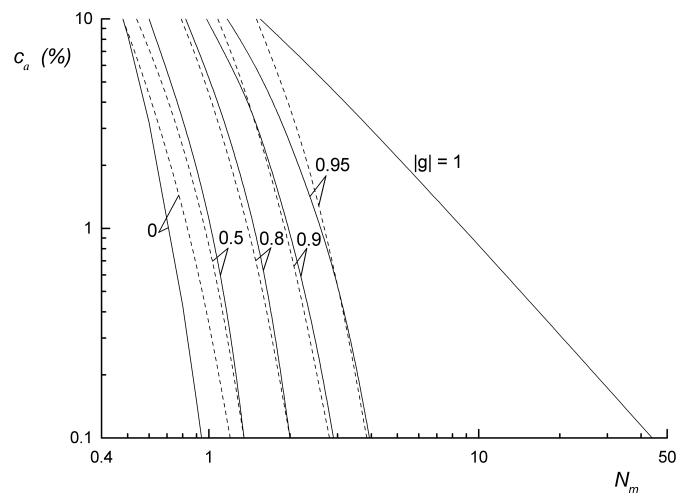


Рис. 3. Зависимости апертурных потерь  $TEM_{00}$ -моды за один проход симметричного резонатора с круглыми зеркалами  $c_a$  от апертурного числа Френеля для различных значений параметра  $g$ : сплошные линии – данные из работы [9], пунктир – расчёт по формулам (1), (5).

Предлагаемый метод очевидно не применим к плоскопараллельному резонатору, т.к. невозмущённая мода такого резонатора имеет бесконечный размер  $a$  и потери для зеркал конечного размера должны быть равны 100%. Как известно, моды с конечным характерным размером в плоскопараллельном резонаторе, имеющие умеренные потери, формируются под воздействием дифракции на краю зеркал [10]. Поэтому конечность апертуры не может рассматриваться как малое возмущение для мод в этом резонаторе. Для конфокального резонатора причиной расхождения является уже упомянутое в п.2.1 резонансное взаимодействие вырожденных поперечных мод, также приводящее к существенной деформации  $TEM_{00}$ -моды.

Однако два этих типа резонаторов сравнительно редко применяются в газовых лазерах из-за их известных недостатков: больших потерь и сильной чувствительности к разъюстировке плоскопараллельного резонатора и неэффективного использования усиливающей среды в случае конфокального резонатора. Гораздо более распространены на практике резонаторы с параметром  $g = 0.5 - 0.9$ . Для них среднее отличие вдоль кривых, рассчитанных по формулам (1), (5) от точных потерь не превышает 15% (рис.3).

В заключение этого раздела отметим, что описываемый метод, в принципе, применим и для расчёта апертурных потерь высших мод открытого резонатора. Однако достаточно хорошую точность он даёт, в силу требования узости кольцевого возмущения по сравнению с характерным размером моды, только при потерях этих мод меньших 0.1%.

## **Заключение**

Описанный выше метод элементарного вычисления малых дифракционных потерь основывается на общих принципах. Это, во-первых, позволяет кардинально упростить вычисления. Во-вторых, метод легко применим к различным вариациям возмущений. Например, его можно использовать для расчёта дифракционных потерь на отверстии произвольной формы, расположенного в произвольной точке зеркала для моды с любым распределением интенсивности, характерный размер которого много больше размера отверстия. Другой пример – расчёт дифракционных потерь из-за конечной апертуры зеркала произвольной формы для некоторой моды. Необходимо только, чтобы характерный размер моды за апертурой зеркала был много меньше характерного размера моды. То же относится и к другим случаям.

В универсальности рассмотренного метода, т.е. возможности его использования для определения ещё не рассчитанных потерь, собственно и заключается его практическая полезность помимо чисто методического упрощения некоторых уже решённых задач. В частности, автор использовал этот метод для расчёта потерь на отверстиях связи в зеркалах газовых волноводных лазеров [3,4] и в лазере на свободных электронах с планарным волноводом [6,11]. Существенным преимуществом метода является также то, что его результаты представлены в аналитическом виде.

В заключение необходимо отметить, что рассмотренный метод хорошо работает в устойчивых невырожденных лазерных резонаторах, но может давать большие погрешности при определённых параметрах конфокального резонатора и не применим к расчёту апертурных потерь плоскопараллельного и конфокального резонаторов. Однако его можно использовать для расчёта определённых дифракционных потерь в двух последних, а также неустойчивых резонаторах. Например, им можно рассчитывать малые дифракционные потери на отверстиях связи в этих резонаторах.

Необходимым условием метода является малость возмущения по сравнению с основным фактором, определяющим структуру невозмущённой моды. В случае плоскопараллельного и конфокального резонаторов этот анализ, в отличие от устойчивых невырожденных резонаторов, нетривиален. В случае неустойчивых резонаторов его обычно легко проделать, используя геометрическую оптику.

## Литература

- [1] Борн М., Вольф Э. *Основы оптики* (М., Наука, 1973).
- [2] Hodges D.T. *Infrared Physics*, **18**, 375 (1978).
- [3] Кубарев В.В., Куренский Е.А. *Квантовая электроника*, **23**, 311 (1996).
- [4] Кубарев В.В., Куренский Е.А. *Квантовая электроника*, **22**, 1179 (1995).
- [5] McCumber D.E. *Bell. Syst. Techn. J.*, **44**, 333 (1965).
- [6] Кубарев В.В. В трудах *XII Национальной конф. по использованию синхротронного излучения* (Новосибирск, Россия, 1998), в печати.
- [7] Kogelnik H., Li T. *Appl. Optics*, **5**, 1550 (1966).
- [8] Мэйтлэнд А., Данн М. *Введение в физику лазеров* (М., Наука, 1978).
- [9] Li T. *Bell. Syst. Techn. J.*, **44**, 917 (1965).
- [10] Вайнштейн Л.А. *Открытые резонаторы и открытые волноводы* (М, Сов. радио, 1966).
- [11] Kubarev V.V. In: Proc. of 4<sup>th</sup> Asian Symposium on Free Electron Lasers (Taejon, Korea, 1999), in print.