Сибирское отделение Российской Академии наук
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им.Г.И. Будкера

В.С. Белкин, В.Г. Соколов, Ю.С. Храмов

ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЭЛЕКТОРОННОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ПЛАЗМЫ ПО ИЗЛУЧЕНИЮ ЛИНИИ H_α НА УСТАНОВКЕ АМБАЛ-М

ИЯФ 98-35

http://www.inp.nsk.su/publications

НОВОСИБИРСК
1998

Томографическое восстановление электронной температуры плазмы по излучению линии H_α на установке АМБАЛ–М

В. С. Белкин, В. Г. Соколов, Ю. С. Храмов

ИЯФ им. Г. И. Будкера, 630090 Новосибирск, Россия

Аннотация

Стартовая плазма в концевом пробкотроне установки АМБАЛ–М характеризуется следующими параметрами: плотность n_e~10^{13} $см^{-3}$, ионная температура T_i~250 *эВ*, электронная температура T_e~$10 \div 50$ *эВ*.

Предлагается томографический метод определения радиального профиля электронной температуры по реконструкции из хордовых измерений интегральной интенсивности излучения линии H_α *(656.3 нм)*, основанный на зависимости коэффициента эмиссии этой линии от T_e в диапазоне $10 \div 80$ *эВ*.

Метод позволяет проследить эволюцию профиля электронной температуры и может служить относительно удобным монитором профиля T_e.

Tomography Reconstruction of Elecron Temperature by H_α Intensity Measurement on the AMBAL–M Machine

V. S. Belkin, V. G. Sokolov, Yu. S. Khramov

Budker Institute of Nuclear Physics, 630090 Novosibirsk, Russia

Abstract

The initial plasma in the end mirror of the AMBAL–M machine is characterised by the following parameters: density n_e~10^{13} cm^{-3}, ion temperature T_i~250 *eV*, electron temperature T_e~$10 \div 50$ *eV*.

The tomographic method of electron temerature radial profile reconstruction through the H_α- line intensity measurement is suggested. This approach is based on the T_e dependence on line emission coefficient in range $10 \div 80$ *eV*.

This method makes possible to examine the electron temperature radial profile evolution and may be used for T_e profile monitoring.

Введение

В плазменном эксперименте важно знание радиального распределения электронной температуры $T_e(r)$ в различные моменты времени. Для определения T_e существуют традиционные способы: зондовые измерения, томсоновское рассеяние и т. п.[1].

В настоящей работе радиальный профиль электронной температуры плазмы определяется по 16-ти хордовым измерениям интенсивности излучения линии H_α . Метод основан на зависимости локального коэффициента эмиссии плазмы ε на линии H_α от T_e [2]:

$$\varepsilon \sim n_e \cdot n_a \cdot \alpha(T_e).$$

Здесь n_e–плотность электронов плазмы, n_a–плотность нейтральных атомов, $\alpha(T_e)$– табулированная [3,4] функция электронной температуры, которая зависит от T_e в диапазоне $10 \div 80$ *эВ* (см рис. 1). Т. о., зная n_e, n_a и ε и имея одну точку с известной T_e в качестве привязки, можно определить радиальный профиль $T_e(r)$. В данной работе $n_e(r)$ полагаем известным из зондовых измерений [5], $n_a(r)$ оцениваем по измерениям давления H_2 у границы плазмы, а ε восстанавливаем томографическим методом из измерений интегральной интенсивности излучения плазмы I на линии H_α. В качестве привязки по T_e используются зондовые измерения на границе плазмы.

Излучение плазмы на линии H_α

В центральной плоскости концевого пробкотрона установки АМБАЛ–М [5] параметры стартовой плазмы следующие: диаметр d~20 *см*, плотность n_e~10^{13} $см^{-3}$, ионная температура T_i~250 *эВ*, электронная температура T_e~$10 \div 50$ *эВ*, давление остаточного молекулярного водорода на границе камеры $p(H_2)$~10^{6} *торр*; время работы источника плазмы t~2 *мс*.

Такая плазма описывается корональной моделью [1] и прозрачна для излучения H_α. Коэффициент эмиссии линии H_α [2]:

$$\varepsilon = \frac{h\nu}{4\pi} n_e n_a \alpha(T_e) \cdot \frac{A_{23}}{A_{13} + A_{23}} \sim n_e n_a \alpha(T_e),$$

где A_{ij}–коэффициенты Эйнштейна спектральной линии $j \rightarrow i$.

Функция $\alpha(T_e)$ для указанных параметров приведена на рис. 1 [3,4].

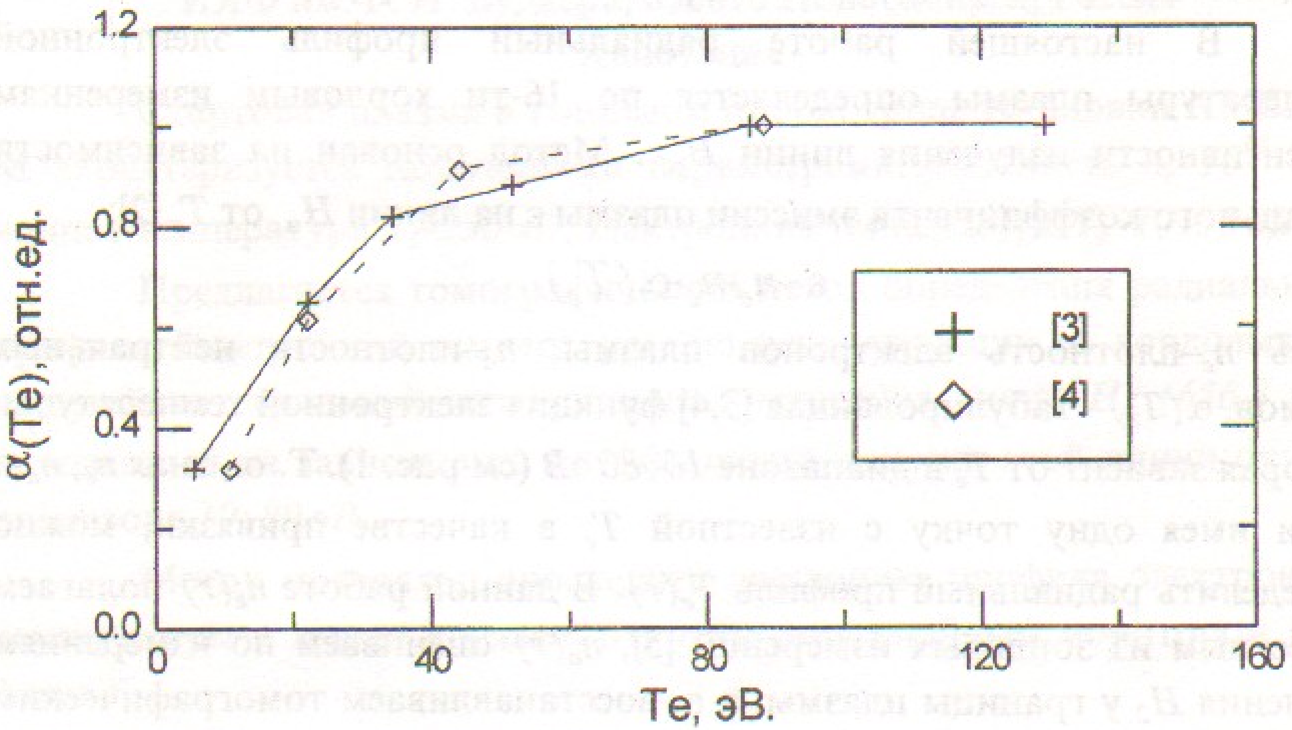

Рис. 1. Функция $\alpha(T_e)$

Плотность плазмы полагаем известной [5]. Плотность нейтральных атомов может быть оценена из следующей модели. Основным источником нейтральных атомов водорода при указанных условиях служит остаточный молекулярный водород. При наших параметрах плазмы по известным скоростям реакций [6] получаем, что молекула на расстояниях *~1 см* от внешней границы плазмы диссоциирует на два атома с энергиями *~2÷4 эВ*, которые на расстояниях *~3 см* перезаряжаются на горячих ионах плазмы, после чего их длина свободного пробега становится значительно больше диаметра плазмы. Т.о., на расстояниях *≥ 3 см* от внешней границы плазма заполнена атомами практически однородно, причем $n_a \sim 10^7 \div 10^8$ $см^{-3}$.

Эмиссионная томография осесимметричных объектов

Радиальный профиль $T_e(r)$ определяется по $\varepsilon(r)$. Для определения $\varepsilon(r)$ проводится томографическая обработка хордовых измерений интегральной интенсивности линии H_α.

Уравнение переноса излучения [1]:

$$\frac{dI(l)}{dl} = \varepsilon(l) + \kappa(l)I(l),$$

где $I(l)$–интенсивность излучения линии H_α, d/dl–производная вдоль направления переноса излучения, ε и κ– локальные коэффициенты эмиссии и абсорбции плазмы для линии H_α. В случае осесимметричной оптически тонкой плазмы интегральное излучение хорды с координатой x:

$$I(x) = 2\int_x^R \frac{\varepsilon(r)\,r\,dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \qquad (1)$$

где R–радиус плазмы, $x=0$ соответсвует центру плазмы. Уравнение *(1)* представляет собой известное уравнение Абеля [1,2,7]. Решив его, можно определить $\varepsilon(r)$ по известной $I(x)$.

Решение уравнения Абеля (при условии $I(R)=0$) имеет вид:

$$\varepsilon(r) = -\frac{1}{\pi}\int_r^R \frac{dI}{dx}\frac{1}{\sqrt{x^2 - r^2}}dx\,. \qquad (2)$$

Обращение уравнения Абеля является некорректной задачей, т.к. требует дифференцирования функции $I(x)$, известной из эксперимента в дискретных значениях координаты x и содержащей шумы измерений. Проинтегрировав *(2)* по частям, получим:

$$\varepsilon(r) = -\frac{1}{\pi}\left[\frac{I(r)}{\sqrt{R^2 - r^2}} - \int_r^R \frac{x[I(x) - I(r)]}{(x^2 - r^2)^{3/2}}dx\right] \qquad (3)$$

Подынтегральная функция при $x=r$ есть неопределенность типа *0/0*. Можно раскрыть эту неопределенность и получить регуляризованное решение уравнения *(1)*, интерполируя функцию $I(x)$ сглаживающим кубическим сплайном [7].

Для исследования возможности реализации предлагаемого метода определения $T_e(r)$ в численном эксперименте определялась чувствительность алгоритма абелевой инверсии к шумам измерений. Задавались модельные функции (как в работе [7]):

$$\varepsilon(r)=17r^4-32r^3+14r^2+1 \text{ и } \varepsilon(r)=(1-r^2)^2+[1-(2r-1)^2]^2.$$

По ним вычислялась функция $I(x)$, на которую накладывался случайный шум с нулевым средним и заданной дисперсией. Затем решалось уравнение Абеля по формуле *(3)* и вычислялось отклонение восстановленной функции от модельной. В силу большой чувствительности алгоритма к ошибкам в центре отдельно вычислялось отклонение при $x/R\leq 0.1$(в центре) и при $x/R>0.1$(на периферии), R–радиус плазмы. Было проведено по 5 экспериментов для каждой модельной функции и для различного уровня шума; максимальное отклонение для каждого шума усреднялось по 10 экспериментам. Результаты вычислительного эксперимента представлены в таблице. Здесь δп и δц – усредненные максимальные отклонения восстановленной функции от модельной на периферии и в центре соответственно.

Шум,%	0	1	3	5	10
δп,%	1	3	6	12	20
δц,%	4	6	13	20	36

Схема регистрации. Обработка экспериментальных данных

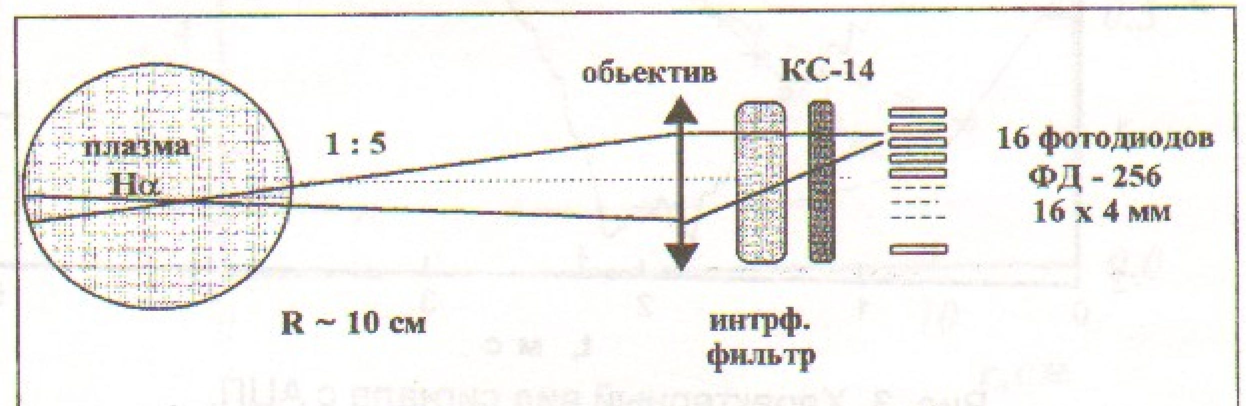

Рис. 2. Схема регистрации излучения H_α.

В эксперименте $I(H_\alpha)$ измерялась следующим образом (рис 2). Излучение плазмы проходит через оптическую систему с коэффициентом уменьшения *1:5*. Линия H_α выделяется красным светофильтром КС-14 и интерференционным фильтром. Излучение регистрируется с помощью системы из 16 фотодиодов, расположенных в линию с шагом *4 мм*, т. о., получаем дискретность хордовых измерений по плазме *2 см*. В качестве светочувствительных элементов используются фотодиоды *ФД-256*. При диаметре корпуса *3,9 мм* эффективная площадь ≈ 5 *мм*^{2}, темновой ток при комнатной температуре *~10 нА*, емкость при обратном смещении *12 В* около *10 пФ*, быстродействие $\leq$*10 мкс*. Разброс чувствительности от экземпляра к экземпляру не превышает *10%*. Усилитель каждого диода двухкаскадный, входное сопротивление *1 МОм*, коэффициент усиления может быть *50*, *250* или *2500*, полоса частот $f_{0,7}$*=30 кГц*. Усилители собраны в одном блоке с линейкой из *16* фотодиодов. Приведенный ко входу шум усилителя, выраженный в виде параллельного генератора шумового тока, составляет $J_ш$ *~10 пА*, что при чувствительности *~0,25 А/Вт* дает эквивалентный шум светового потока $4\cdot 10^{-11}$ *Вт*. При необходимости уровень шума в той же полосе частот может быть снижен в *3÷4* раза за счет увеличения $R_{вх}$ в *10÷20 раз* и введения частотной

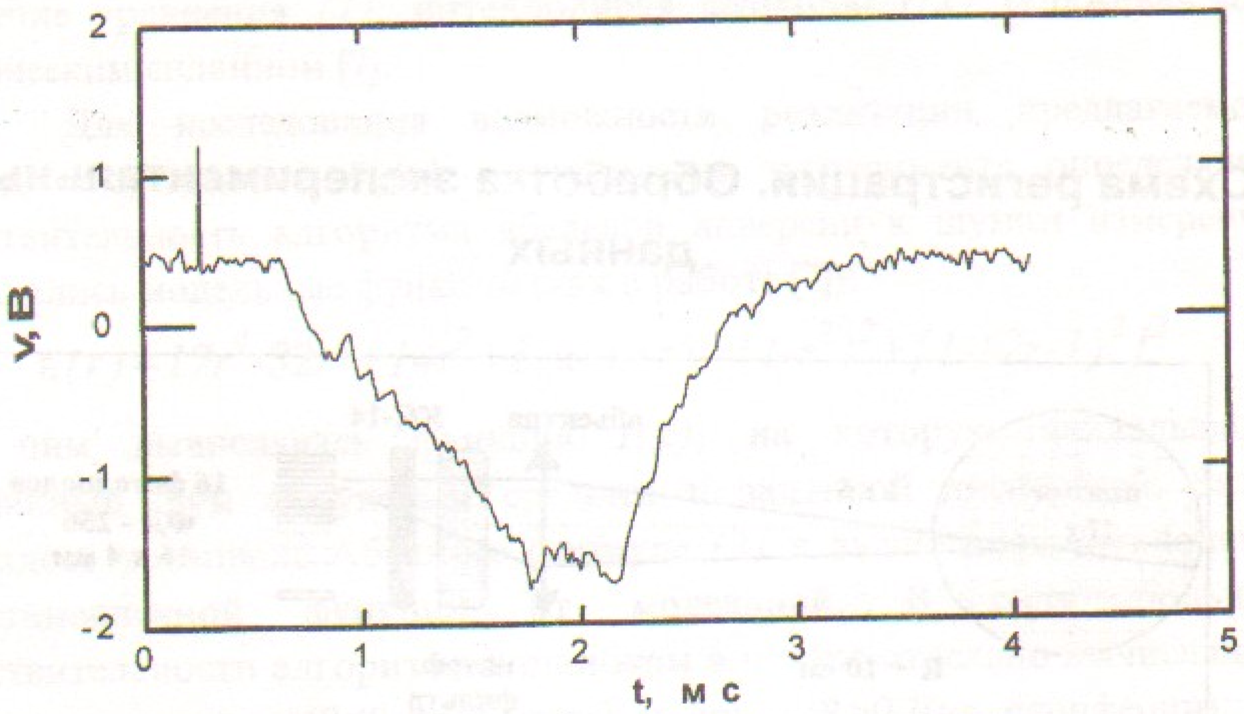

Рис. 3. Характерный вид сигнала с АЦП.

коррекции на выходе усилителя, либо при том же уровня шума полоса частот может быть расширена до *100 кГц*.

Данные оцифровываются с помощью двух АЦП, дискретность опроса каждого канала *8 мкс*. Калибровка всего измерительного тракта (входное окно– объектив– фильтры– фотодиоды– усилители– АЦП) каждого из 16 каналов производится с помощью специальной лампы.

Снятые с АЦП данные представляют собой 16 осциллограмм (рис. 3). Шум измерения не превышает *5%* от максимальной амплитуды сигнала.

Полученные осциллограммы в первую очередь очищаются от явно аномальных погрешностей аппаратуры (напр., пик на *0.3 мс* на рис. 3). Затем данные сглаживаются по времени посредством вырезания гармоник с частотой > *5 кГц*. После этого в каждый момент времени *t* значение интенсивности излучения на данном расстоянии от центра принимается равным полусумме двух равноотстоящих от центра данных, т. е. экспериментальные данные симметризуются относительно центра плазмы. Затем восстанавливается локальный коэффициент эмиссии $\varepsilon(r)$ для данного времени *t* методом, описанным в приложении, причем уровень шума принимается равным *5%* от максимального сигнала.

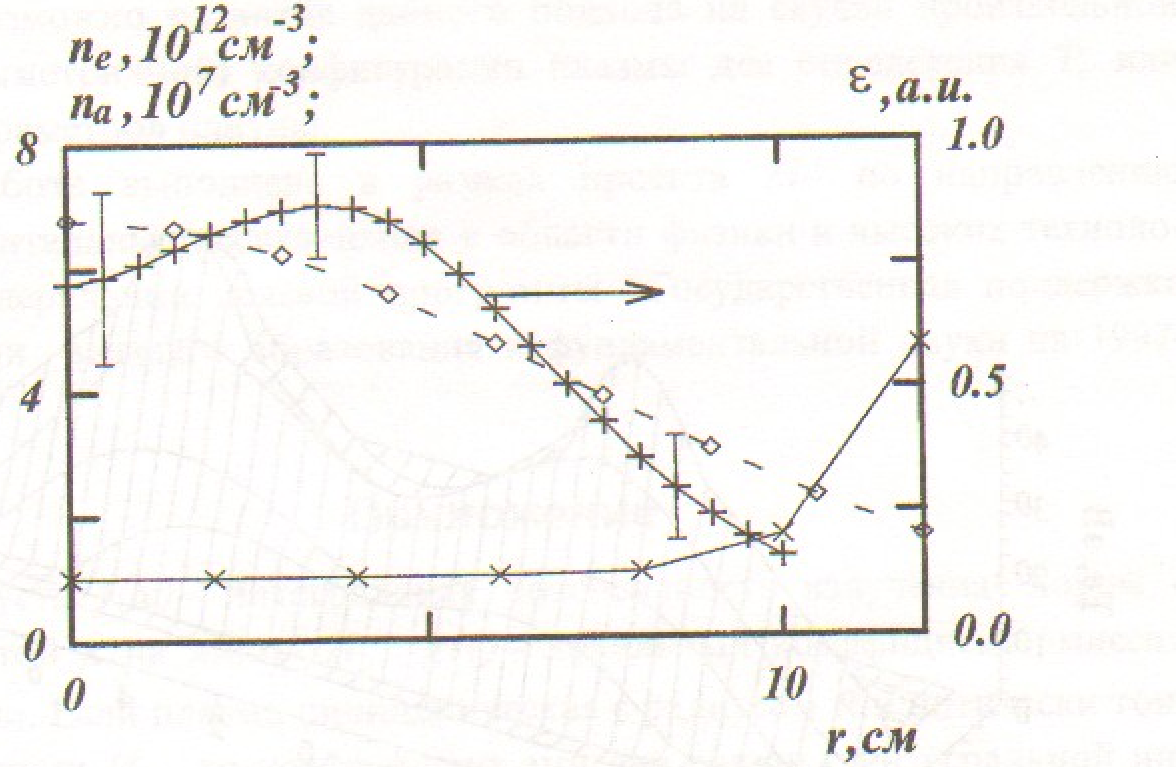

Рис 4. Радиальный профиль плотности плазмы n_e (◊), плотности нейтральных атомов n_a (x) и локального коэффициента эмиссии линии H_α ε (+). Выстрел № 16 от 5.03.97. t=1920 мкс.

Разделив $\varepsilon(r)$ на $n_e(r)$, получим функцию $X(r)=n_a(r)\cdot\alpha(T_e)\sim\alpha(T_e)$. При n_e и n_a ,характерных для центральной плоскости пробкотрона установки АМБАЛ–М, зависимость $\alpha(T_e)$ изображена на рис. 1.

Временная эволюция $\varepsilon(r)$ позволяет судить о временной эволюции $T_e(r)$, если известна зависимость $n_e(t)$.

Характерные экспериментальные результаты приведены на рис. 4, 5. Рис. 4 отражает профиль коэффициента эмиссии плазмы на линии H_α, восстановленный из хордовых измерений с помощью томографического метода, описанного в приложении. Также на рис. 4 приведены радиальный профиль плотности плазмы n_e [5] и оценки профиля плотности атомов n_a. На рис. 5 приведена временная эволюция электронной температуры T_e. Привязка сделана по *max* $T_e \cong 50$ *эВ* на $r=5$ *см*. Эта величина взята по линейной интерполяции значений T_e во входной и выходной пробках ($z=\pm 116$ *см*), известных из зондовых измерений [8].

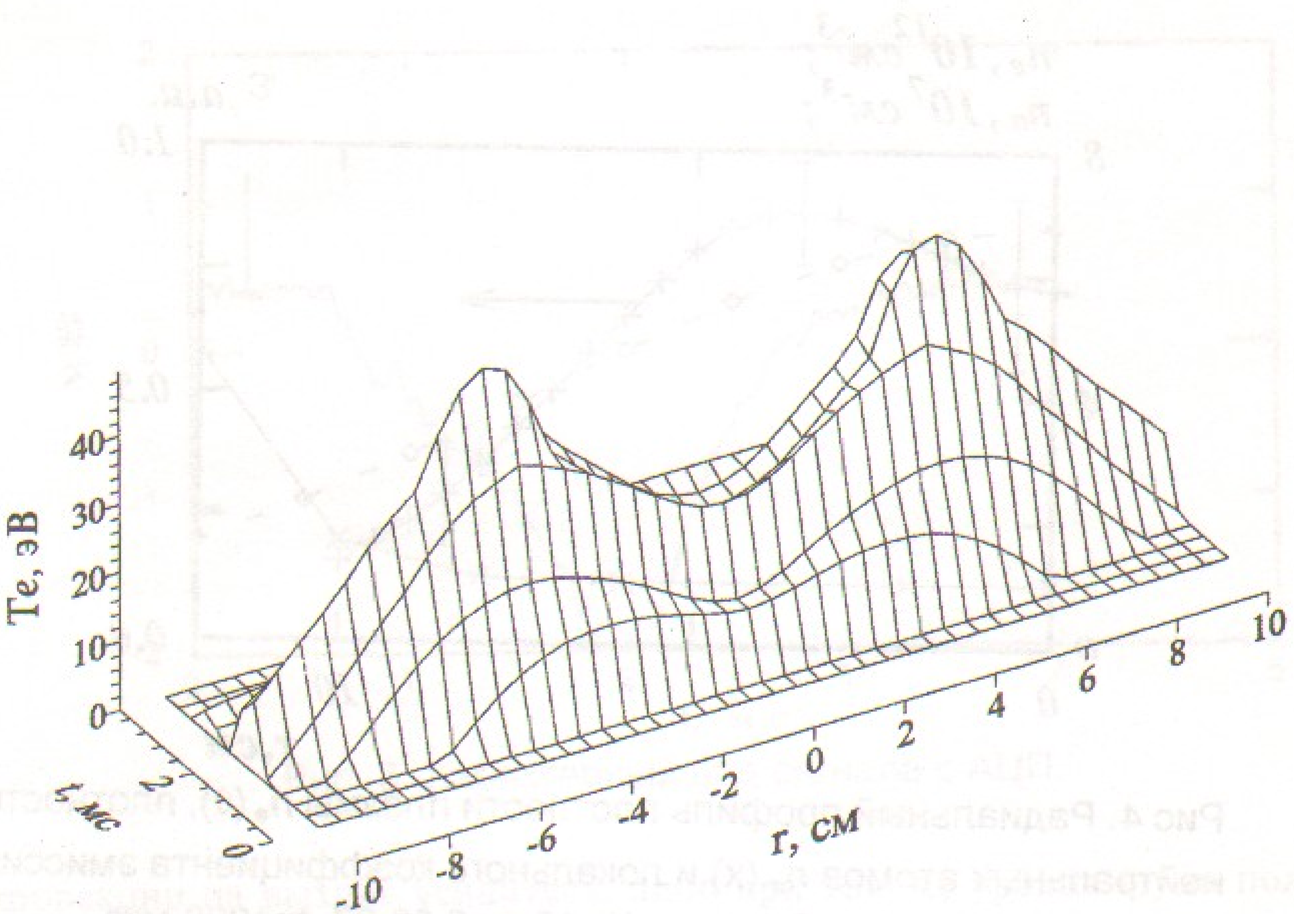

Рис. 5. Электронная температура. Выстрел № 16 от 5.03.97.

Результаты

В настоящей работе реализован томографический метод определения электронной температуры по интенсивности излучения линии H_α. Применение этой диагностики позволяет бесконтактно измерить профиль электронной температуры с достаточным временным разрешением. Для обработки экспериментальных данных применено пространственно-временное сглаживание: фурье-фильтрация по времени и пространственное сглаживание с помощью регуляризующего кубического сплайна с последующей абелевой инверсией.

Полученные результаты находятся в согласии с данными других диагностик и с теоретическими моделями. [5, 8]

Реализованный алгоритм инверсии Абеля с использованием кубического регуляризующего сплайна может найти применение также в диагностических методах, где требуется восстановление локальных характеристик по хордовым.

Возможно развитие данного подхода на случай произвольной (не осесимметричной) конфигурации плазмы для определения T_e или других параметров плазмы.

Работа выполнена в рамках проекта 274 по направлению “Фундаментальные исследования в области физики и высоких технологий” Федеральной целевой программы “Государственная поддержка интеграции высшего образования и фундаментальной науки на 1997-2000 годы”.

Приложение

Пусть $f(x)$– интегральная интенсивность излучения[1] хорды с координатой x на линии H_α , $g(r)$– локальный коэффициент эмиссии этой линии. Если плазма цилиндрическая с радиусом R и оптически тонкая для линии H_α , то коэффициент эмиссии связан с интегральной интенсивностью обратным преобразованием Абеля [1]:

$$g(r) = -\frac{1}{\pi}\int_r^R \frac{f'(x)\,dx}{\sqrt{x^2-r^2}}\,. \qquad (\text{П1})$$

Проинтегрировав $(П1)$ по частям, получим

$$g(r) = -\frac{1}{\pi}\left[\frac{f(r)}{\sqrt{R^2-r^2}} - \int_r^R \frac{x[f(x)-f(r)]}{(x^2-r^2)^{3/2}}\,dx\right] \qquad (\text{П2})$$

Обратное преобразование Абеля $(П1),(П2)$ – некорректная задача. Можно получить устойчивое решение, используя сплайновую аппроксимацию функции $f(x)$.

Пусть функция $f(x)$ задана измеренными в узлах $x_i \in [0,R]$ значениями $F_i = f(x_i) + \xi_i$, $i=0,\dots,n$, $x_0=0$, $x_n=R$; вектор шума ξ имеет нулевое среднее, σ_i – дисперсия шума i-го измерения: $\sigma_i = M[\xi_i^2]$, $M[\cdot]$– математическое ожидание по ансамблю случайных векторов F. Выберем в качестве сглаживающего сплайна функцию $\phi(x)$, минимизирующую функционал [7]:

[1] В приложении рассматривается решение уравнения Абеля с помощью регуляризующего кубического сплайна. Обозначения приложения оставлены как в [7]. Переход к вышеиспользованным обозначениям основной части работы осуществляется заменой $f \to I$, $g \to \varepsilon$.

$$M_\alpha[\phi] = \alpha \int_0^R |\phi''(x)|^2 \, dx + \sum_{i=0}^{n} \frac{[F_i - \phi(x_i)]^2}{\sigma_i^2}, \qquad (П3)$$

где $\alpha \geq 0$ – параметр сглаживания. Требования совпадения сглаживающего сплайна с интерполяционным при $\alpha=0$, условие минимизации функционала *(П3)* и граничные условия $f'(0)=0$, $f(B)=0$ позволяют определить коэффициенты сплайна при заданном α. Параметр сглаживания находится с помощью итерационной процедуры с использованием принципа невязки: выбираем α таким, чтобы норма невязки между исходными данными F_i и значениями сплайна $S(x_i)$

$$r_W = \sum_{i=0}^{n} \frac{F_i[F_i - S(x_i)]}{\sigma_i^2}$$

подчинялась χ^2- распределению с *(n+1)* степенями свободы. Алгоритм определения коэффициентов сплайна и параметра сглаживания α приведен в [7], *§4–8*.

Подынтегральная функция в *(П2)* в нижнем пределе есть неопределенность *0/0*. Используя кубический сплайн

$$S(x) = a_i + b_i(x-x_i) + c_i(x-x_i)^2 + d_i(x-x_i)^3, \quad x_i \leq x < x_{i+1},$$

можно представить интеграл в *(2)* в виде:

$$\int_r^{x_m} \frac{x[S(x) - S(r)]}{(x^2 - r^2)^{3/2}} dx + \sum_{i=m}^{n-1} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{x[S(x) - S(r)]}{(x^2 - r^2)^{3/2}} dx \qquad (П4)$$

где $x_{m-1} \leq r < x_m$. Первый интеграл можно записать в виде несобственного сходящегося интеграла, таким образом раскрыв неопределенность. Зная коэффициенты сплайна, интегралы в *(П4)* легко вычислить аналитически. Тогда [7]:

$$g(r) = -\frac{1}{\pi} \left[\frac{S(R) - S(r)}{\sqrt{R^2 - r^2}} + I_1(r) + I_2(r) \right], \qquad (П5)$$

$$I_1(r) = \sum_{i=1}^{3} A_i I_i^A(r, x_m),$$

$$I_1^A(r,x) = a_{11}(r,x) - a_{12}(r,x)$$

$$I_2^A(r,x) = a_{21}(r,x) - r a_{11}(r,x) + r a_{12}(r,x)$$

$$I_3^A(r,x) = (\frac{1}{2}x - r) a_{21}(r,x) - r^2 a_{12}(r,x) + \frac{3}{2} r^2 a_{11}(r,x)$$

$$a_{11}(r,x) = \ln\left|x + \sqrt{x^2 - r^2}\right| - \ln|r|$$

$$a_{12}(r,x) = \sqrt{\frac{x-r}{x+r}} \qquad a_{21}(r,x) = \sqrt{x^2 - r^2}$$

$$A_1 = b_{m-1} + c_{m-1}(r - 2x_{m-1}) + d_{m-1}(r^2 + 3x_{m-1}^2 - 3r x_{m-1}),$$

$$A_2 = c_{m-1} + d_{m-1}(r - 3x_{m-1}), \; A_3 = d_{m-1};$$

$$I_2(r) = \sum_{i=m}^{n-1} \sum_{j=1}^{4} B_{ji} I_j^B(r, x_i, x_{i+1})$$

$$I_1^B(y, x_i, x_{i+1}) = \left[\frac{1}{b_{11}(y,x)}\right]_{x_i}^{x_{i+1}} \qquad I_2^B(y, x_i, x_{i+1}) = \left[b_{21}(y,x) + \frac{x^2}{b_{11}(y,x)}\right]_{x_i}^{x_{i+1}}$$

$$I_3^B(y, x_i, x_{i+1}) = \left[-b_{11}(y,x) + \frac{y^2}{b_{11}(y,x)}\right]_{x_i}^{x_{i+1}}$$

$$I_4^B(y, x_i, x_{i+1}) = \left[-\frac{x b_{11}(y,x)}{2} + \frac{y^2 x}{b_{11}(y,x)} + \frac{3}{2} y^2 b_{21}(y,x)\right]_{x_i}^{x_{i+1}}$$

$$b_{11}(y,x) = -\sqrt{x^2 - y^2} \qquad b_{21}(y,x) = \ln\left|x + \sqrt{x^2 + y^2}\right|$$

$$B_{1i} = a_i - S(y) - b_i x_i + c_i x_i^2 - d_i x_i^3 \qquad B_{2i} = b_i - 2x_i c_i + 3 d_i x_i^2$$

$$B_{3i} = c_i - 3x_i d_i \qquad B_{4i} = d_i$$

Литература

1. Методы исследования плазмы. Под ред. В. М. Лохте-Хольтгревена. "Мир", 1971.

2. МакУиртер Р. Спектральные интенсивности. // Диагностика плазмы. Под ред. Р. Хаддлстоуна и С. М. Леонарда. "Мир", 1967.

3. Абрамов В. А., Кузнецов Э. И., Коган В. И. Расчет заселенностей уровней водорода и некоторые возможности диагностики высокотемпературной плазмы. // Атомная энергия, т. 26, вып. 6, 1969.

4. Johnson L. C. , Hinnov E. Ionization, Recombination, and Population of Excited Levels in Hydrogen Plasmas. // JQSRT, v. 13, 1973.

5. Ахметов Т. Д. и др. Создание горячей стартовой плазмы в концевой системе АМБАЛ–М. // Физика плазмы, т. 23, № 11, 1997.

6. Лесняков Г. Г. Скорости реакций образования атомов и ионов в водороде и дейтерии. // ВАНТ, серия "Термоядерный синтез", 1980, вып. 1 (5).

7. Воскобойников Ю. Е., Преображенский Н. Г., Седельников А. И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосибирск, "Наука", 1984.

8. Кабанцев А. А., Рева В. Б., Соколов В. Г. Турбулентное динамо в открытых ловушках. Препринт ИЯФ 97-37. Новосибирск, 1997.

В.С. Белкин, В.Г. Соколов, Ю.С. Храмов

Томографическое восстановление электронной температуры плазмы по излучению линии H_α на установке АМБАЛ-М

V.S. Belkin, V.G. Sokolov, Yu.S. Khramov

Tomography reconstraction of electron temperature by H_α intensity measurement on the AMBAL-M machine

ИЯФ 98-35

Ответственный за выпуск А.М. Кудрявцев
Работа поступила 29.04. 1998 г.

Сдано в набор 4.05.1998 г.
Подписано в печать 4.05.1998 г.
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1.0 печ.л., 0.8 уч.-изд.л.
Тираж 110 экз. Бесплатно. Заказ N° 35

Обработано на IBM PC и отпечатано на ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.