

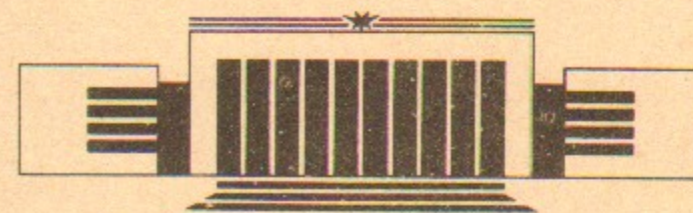


12  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

НАЧАЛЬНЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ И  
ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ  
В ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПЛАЗМЕ

ПРЕПРИНТ 92-16



НОВОСИБИРСК

Начальные возмущения и ленгмюровские волны  
в электрон-позитронной плазме

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера  
630090, Новосибирск 90,

АННОТАЦИЯ

В численных экспериментах (метод частиц в ячейках) изучено развитие начальных возмущений плотности и скорости разного типа в электрон-позитронной плазме. Показано, что различные возмущения приводят к возбуждению ленгмюровской волны и (или) квазинейтрального возмущения плотности. В ленгмюровской волне возмущения  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  и  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$  сдвинуты по фазе на  $\Delta x = \lambda/2$ . Частота ленгмюровской волны  $\omega^2 = \omega_{ep}^2 [1 + 3(kr_d^{ep})^2]$ ,  $\omega_{ep} = \sqrt{2}\omega_{oe}$ ;  $r_d^{ep} = \frac{1}{\sqrt{2}}r_d$ . Квазинейтральное возмущение плотности при  $\tilde{v}_{e,p} = 0$  устойчиво, если температура  $T_{e,p} = 0$ , расплывается, если  $T_{e,p} \neq 0$ , а при  $\tilde{v}_{e,p} \neq 0$  опрокидывается.

Показано, что электрон-позитронная плазма является моделью плазмы, образованной положительными и отрицательными ионами равной массы.

ABSTRACT

The evolution of the initial density and velocity perturbations of a different type in the electron-positron plasma was studied in the numerical experiments (PIC-method). It was shown that the different perturbations lead to the excitation of the Langmuir wave and (or) the quasineutral density perturbation. In the Langmuir wave the perturbations  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  and  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$  have a phase shift  $\Delta x = \lambda/2$ . The frequency of the wave is  $\omega^2 = \omega_{ep}^2 [1 + 3(kr_d^{ep})^2]$ ,  $\omega_{ep} = \sqrt{2}\omega_{oe}$ ;  $r_d^{ep} = \frac{1}{\sqrt{2}}r_d$ . The quasineutral density perturbation is stable if  $\tilde{v}_{e,p} = 0$ ,  $T_{e,p} = 0$ , decays if  $\tilde{v}_{e,p} = 0$ ,  $T_{e,p} \neq 0$  and breaks if  $\tilde{v}_{e,p} \neq 0$ .

It is shown that electron-positron plasma can be used as a model of the plasma of the equal mass negative and positive ions.

© Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Ранее нами проводились численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию ленгмюровских волн в электрон-ионной ( $e^- - i$ ) плазме (см., например, [1, 2]). Для задания бегущей ленгмюровской волны в  $e^- - i$ -плазме задаются возмущения плотности и скорости электронов, соответствующие линейной ленгмюровской волне  $E(x, t) = -E_0 \cos(\omega t - kx)$ ;  $\tilde{n}(x, t) = k \frac{E_0}{4\pi e} \sin(\omega t - kx)$ ;  $\tilde{v}(x, t) = \omega \frac{E_0}{4\pi e n_0} \sin(\omega t - kx)$ , при этом  $\tilde{n}/n_0 = \tilde{v}/v_\phi$ . При задании возмущения только скорости или только плотности электронов возбуждается стоячая ленгмюровская волна. При задании этих возмущений со сдвигом фазы возбуждается компонента бегущей и компонента стоячей волны.

В настоящей работе исследуются различные начальные возмущения в электрон-позитронной ( $e^+ - e^-$ )-плазме. Работа имеет характер вспомогательной для исследования развития ленгмюровских волн в  $e^+ - e^-$ -плазме. Естественно ожидать, что в  $e^+ - e^-$ -плазме в ленгмюровской волне возмущены плотности и скорости и электронов и позитронов. Исследование ленгмюровских волн, возбуждаемых при пучковой неустойчивости, показывает, что в бегущей ленгмюровской волне возмущения плотности и скорости электронов  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  и позитронов  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$  сдвинуты на  $\Delta x = \lambda/2$ , т.е. находятся в противофазе. При этом в  $e^+ - e^-$ -плазме согласно [3]

$$\omega_N^2 = \omega_{ep}^2 [1 + 3(k_N r_d^{ep})^2]; \quad \omega_{ep} = \sqrt{2}\omega_{oe}; \quad r_d^{ep} = \frac{1}{\sqrt{2}}r_d.$$

При задании  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  и  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$ , соответствующих линейной ленгмюровской волне и сдвинутых на  $\Delta x = \lambda_N/2$ , возбуждается бегущая ленгмюровская волна. При задании возмущений только  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{n}_p(x)$  или  $\tilde{v}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$ , сдвинутых на  $\Delta x = \lambda_N/2$ , возбуждается стоячая ленгмю-

ровская волна. При других видах начальных возмущений  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$  существенную роль играет образование квазинейтрального возмущения плотности  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ . Такое возмущение при  $\tilde{v}_{e,p} = 0$  устойчиво в холодной плазме, расплывается при  $T_{e,p} \neq 0$  и опрокидывается, если есть возмущение скорости.

В работе рассматриваются также некоторые процессы, характерные для ленгмюровских волн в  $e^+ - e^-$ -плазме—конверсия на квазинейтральном возмущении плотности и самоконверсия ленгмюровской волны, подобные процессу конверсии ленгмюровской волны на возмущении плотности в  $e - i$ -плазме [4, 5]. Этот процесс приводит к возбуждению гармоник ленгмюровской волны прямых и обратных волн с волновыми числами  $k_N = k_e \pm \beta k_i$ ,  $\beta = 1, 2, 3 \dots$ , где  $k_e$ ,  $k_i$ —волновые числа ленгмюровской волны и возмущения плотности [4, 5].

Кроме того, в настоящей работе показано, что  $e^+ - e^-$ -плазма является моделью  $i^+ - i^-$ -плазмы, образованной положительными и отрицательными ионами равной массы.

Численный эксперимент выполняется методом частиц в ячейках. Рассматривается одномерная система длиной  $L/r_d = 100$  с периодическими граничными условиями. Для электронов и позитронов задается максвелловское распределение по скоростям с равными (как правило) температурами  $T_e = T_p$ . Из-за ограниченности числа счетных частиц ( $N^e = N^p = 10^4$ ) функции распределения обрезаны на скорости  $v \sim \pm 2v_T$ .

В  $e^+ - e^-$ -плазме—дебаевский радиус  $r_d^{ep}$ , плазменная частота  $\omega_{ep}$  и производные от них величины отличаются от аналогичных величин в  $e - i$ -плазме [3]

$$r_d^{ep} = \frac{1}{\sqrt{2}} r_d; \quad \omega_{ep} = \sqrt{2} \omega_{oe}; \quad T_{ep} = \frac{1}{\sqrt{2}} T_{oe};$$

$$T_{oe} = \frac{2\pi}{\omega_{oe}}; \quad \omega_{oe}^2 = \frac{4\pi n e^2}{m}.$$

Однако, в настоящей работе по техническим причинам для нормировки используются  $r_d, \omega_{oe}$  и т.п. Так  $x^* = x/r_d$ ;  $t^* = t/T_{oe}$ ;  $E^* = E/(m r_d / e T_{oe}^2)$ . При такой нормировке  $x/r_d^{ep} = \sqrt{2} x/r_d$ ;  $t/T_{ep} = \sqrt{2} t/T_{oe}$ ;  $T_{ep}/T_{oe} = 1/\sqrt{2} = 0,707$ . Отметим, что далее мы опускаем звездочку для  $E^*$ , так что  $E$  означает нормированную величину.

Для выяснения характера волны, которая является собственной ленгмюровской волной в  $e^+ - e^-$ -плазме, проводится численный эксперимент

по возбуждению ленгмюровских волн при взаимодействии пучка электронов с  $e^+ - e^-$ -плазмой. В случае 1 в начальный момент времени задается пучок электронов с  $n_b/n_0 = 2 \cdot 10^{-2}$ ;  $v_b/v_T = 22,6$ ;  $T_b = 0$ . При взаимодействии пучка с плазмой развивается пучковая неустойчивость—возбуждается бегущая ленгмюровская волна с  $\lambda/r_d = 100$ , что видно по возмущениям  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $E(x)$  в разные моменты времени. Амплитуда волны растет со временем, начиная от уровня шумов  $E \sim 10^{-6}$  (рис. 1,а). Скорость роста амплитуды совпадает с расчетной для пучковой неустойчивости [6]

$$E/E_0 = \exp(\gamma_{\max} t); \quad \gamma_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \omega_{oe} (n_b/n_0)^{1/3}.$$

Это видно из рис. 1,а, где разными знаками отмечены расчетные точки (за  $E_0$  бралось  $E$  в  $t/T_{oe} = 4$ ) и точки из численного эксперимента.

Анализ распределений  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$  в разные моменты времени показывает, что в наблюдающейся волне возмущения  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  сдвинуты по фазе относительно  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$  на  $\Delta x = \lambda/2$ . Схема распределения  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$ ,  $E(x)$ , а также сепаратрисы  $v_{e,p}^s(x)$  для электронов и позитронов в бегущей ленгмюровской волне показаны на рис. 2. Отметим, что при таком распределении соотношение амплитуды поля  $E_0$  и возмущений  $\tilde{n}_{e,p}^0$  и  $\tilde{v}_{e,p}^0$  в линейной ленгмюровской волне имеет вид

$$\tilde{n}_e^0 = \tilde{n}_p^0 = k \frac{E_0}{8\pi e}; \quad \tilde{v}_e^0 = \tilde{v}_p^0 = \omega \frac{E_0}{8\pi e n_0}.$$

В случае 2 в  $t = 0$  задается пучок электронов  $n_b/n_0 = 9,9 \cdot 10^{-2}$ ;  $v_b/v_T = 22,6$ ;  $T_b = 0$  и начальная ленгмюровская волна с амплитудой  $E_0 = 2$  и распределением  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$ ,  $E(x)$ , соответствующим рис. 2. При взаимодействии с пучком амплитуда волны возрастает и при не очень больших амплитудах практически не отличается от расчетной. Это видно из рис. 1,б, где разными знаками отмечены расчетные точки (за  $E_0$  бралось  $E$  в  $t/T_{oe} = 1$ ) и точки из численного эксперимента. Некоторые различия при больших амплитудах волны определяются нелинейными эффектами. Характер распределения  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$ ,  $E(x)$  все время сохраняется таким же как на рис. 2.

Таким образом, распределение  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$ ,  $E(x)$ , показанное на рис. 2, является характерным для бегущей ленгмюровской волны в  $e^+ - e^-$ -плазме.

Для окончательного доказательства, что наблюдаемые волны являются ленгмюровскими, проверяется закон дисперсии. В начальный момент

времени задается ленгмюровская волна с  $\lambda_N/r_d = 10 - 100$ ,  $E = 1$  с распределением  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$  таким же, как на рис. 2 и с  $\tilde{n}_e^0$ ,  $\tilde{v}_e^0$  и  $\tilde{n}_p^0$ ,  $\tilde{v}_p^0$ , соответствующими линейной ленгмюровской волне. По сдвигу фазы в разные моменты времени определяется фазовая скорость ленгмюровской волны  $v_{\Phi}^N = \Delta x / \Delta t$ . Найденные фазовые скорости сравниваются с расчетными [3]

$$v_{\Phi}^N = \omega_N / k_N; \quad \omega_N^2 = \omega_{ep}^2 [1 + 3(k_N r_d^{ep})^2].$$

Из табл. 1 и рис. 3, где приведены расчетная кривая  $v_{\Phi}^N / v_T$  и точки из численного эксперимента видно, что наблюдается хорошее согласие.

Рассматривается развитие начальных возмущений разного типа, длина волны задается равной длине системы  $\lambda/r_d = 100$ , возмущение синусоидальное.

1. Квазинейтральное возмущение  $\tilde{n}_{e,p}(x) - \tilde{n}_e(x) = \tilde{n}_p(x)$  в фазе ( $\Delta x/r_d = 0$ ), возмущения скорости нет. В холодной плазме ( $T_e = T_p = 0$ ) такое возмущение устойчиво. Например, в случае 3 с  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 0,5$ ,  $\tilde{n}_{e,p}(x)$  остается постоянным в течение  $t > 10 - 15 T_{ep}$  (проследить за возмущением дольше мешают шумы). В теплой плазме с  $T_e = T_p$  или  $T_e \neq T_p$  возмущение постепенно уменьшается, оставаясь квазинейтральным. Изменение  $\tilde{n}(t)$  показано на рис. 4 для случаев 4—6.

Случай	4	5	6
$T_e/T_p$	1	1	30
$\tilde{n}_{e,p}/n_0$	0,01	0,5	0,5

Из рис. 4 видно, что скорость распада возмущения одинакова, если  $T_e = T_p$ , независимо от величины возмущения. Скорость распада уменьшается, если уменьшается одна из температур (в случае 6  $T_e$  та же, что в случаях 4 и 5, а  $T_i$  меньше).

2. Квазинейтральное возмущение плотности  $\tilde{n}_e(x) = \tilde{n}_p(x)$  в фазе и в фазе с ним возмущение скорости  $\tilde{v}_e(x) = \tilde{v}_p(x)$ . Такое возмущение укрупняется и опрокидывается, оставаясь квазинейтральным. Рассматриваются случаи 7 ( $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 3,5 \cdot 10^{-2}$ ,  $\tilde{v}_{e,p}/v_T = 0,8$ ) и 8 ( $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 0,5$ ;  $\tilde{v}_{e,p}/v_T = 11$ ). Развитие возмущения скорости и плотности на стадии укрупнения можно видеть на рис. 5, а, б, где показаны фазовые плоскости электронов и позитронов (рис. 5, а) и распределение плотности (рис. 5, б) в разные моменты времени для случая 7. Видно, что  $\tilde{v}_{e,p}(x)$  укрупняется, а  $\tilde{n}_{e,p}(x)$  обостряется, оставаясь нейтральным. С увеличением  $\tilde{n}_{e,p}$ ,  $\tilde{v}_{e,p}$  скорость укрупнения и опрокидывания возрастает. Развитие

большого возмущения в случае 8 приводит к быстрому опрокидыванию. Развитие опрокидывания в этом случае практически не отличается от рассмотренного ниже (см., 3) случая 10 (рис. 6, а, б) в котором задано только возмущение скорости.

Таблица 1

N	$\lambda^N/r_d$	$\lambda^N/r_d^{ep}$	$\omega_{ep}^N/\omega_{ep}$	$v_{\Phi}^N/v_T$	$v_{\Phi e}^N/v_T$	$v_{\Phi i}^N/v_T$
1	100	141,4	1,003	22,58	22,76	22,64
2	50	70,7	1,012	11,39	11,43	
3	33,33	47,1	1,026	7,70	7,70	
4	25	35,4	1,046	5,88	5,86	
5	20	28,3	1,072	4,82	4,78	4,83
6	16,67	23,6	1,102	4,13	4,08	
7	14,29	20,2	1,136	3,65	3,58	
8	12,50	17,7	1,174	3,30		
9	11,11	15,7	1,216	3,04		
10	10	14,1	1,262	2,84	2,78	2,92

$r_d = \sqrt{T/4\pi n e^2}$ ;  $r_d^{ep} = \frac{1}{\sqrt{2}} r_d$ ;  $\omega_{ep}^N \equiv \omega_N = \omega_{ep} [1 + 3(k_N r_d^{ep})^2]^{1/2}$ ;  $\omega_{ep} = \sqrt{2} \omega_{oe}$ ;  $v_{\Phi}^N/v_T = \omega_{ep}^N/k_N v_T$ —расчет;  $v_{\Phi e}^N, v_{\Phi i}^N = \Delta x/\Delta t$ —результаты численного эксперимента в  $e^+$ - $e^-$ -плазме и  $i^+$ - $i^-$ -плазме с  $M/m = 4$ .

3. Возмущение скорости  $\tilde{v}_e(x) = \tilde{v}_p(x)$  в фазе ( $\Delta x/r_d = 0$ ), возмущения плотности нет. Такое возмущение также укрупняется и опрокидывается, оставаясь квазинейтральным. Рассматриваются случаи 9 с  $\tilde{v}_{e,p}/v_T = 0,2$  и случаи 10 с  $\tilde{v}_{e,p}/v_T = 11$ . Увеличение  $\tilde{v}_{e,p}$  приводит к увеличению скорости укрупнения и опрокидывания. Развитие опрокидывания в случае 10 можно видеть на рис. 6, а, б, где показаны фазовые плоскости электронов и позитронов (рис. 6, а) и возмущение плотности (рис. 6, б), которое возникает при укрупнении и опрокидывании начального возмущения  $\tilde{v}_{e,p}(x)$ . Отметим, что при опрокидывании возмущение остается квазинейтральным.

4. Возмущение  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{n}_p(x)$  в противофазе, т.е.  $\tilde{n}_e(x)$  сдвинуто относительно  $\tilde{n}_p(x)$  на  $\Delta x = \lambda/2$ —например, случай 11 с  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ ,  $\tilde{v}_{e,p} = 0$ .

Возмущение  $\tilde{v}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$  в противофазе, т.е.  $\tilde{v}_e(x)$  сдвинуто относительно  $\tilde{v}_p(x)$  на  $\Delta x = \lambda/2$ —например, случай 12 с  $\tilde{v}_{e,p}/v_T = 0,2$ ,  $\tilde{n}_{e,p} = 0$ .

В обоих случаях возбуждается стоячая ленгмюровская волна с  $\lambda/r_d = 100$ . Это видно на рис. 7, 8, где показано изменение амплитуды поля  $E(t)$  и возмущения плотности  $\tilde{n}(t)$  в случаях 11 (рис. 7) и 12 (рис. 8). В последующих работах исследуется развитие стоячих ленгмюровских волн в широком диапазоне параметров  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 \sim 1 \cdot 10^{-2} - 0,4$ .

5. Возмущения  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  и  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$  в противофазе и соответствуют рис. 2. Как уже показано, в этом случае возбуждается бегущая ленгмюровская волна. В последующих работах исследуется развитие бегущих ленгмюровских волн в широком диапазоне параметров  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 \sim 2 \cdot 10^{-2} - 0,4$  при  $T_e/T_p = 1$  и 30.

6. Возмущения  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  сдвинуты по фазе относительно  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$  на  $\Delta x \sim 0 - \lambda/2$ . Рассматриваются случаи 7, 13-19

Случай	7	13	14	15	16	17	18	19
$\Delta x/r_d$	0	5	10	20	30	40	50	30

В случаях 7, 13-18  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 3,5 \cdot 10^{-2}$ ; в случае 19  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ . Во всех случаях  $T_e = T_p$ ;  $\lambda/r_d = 100$ .

В случае 7 с  $\Delta x = 0$  (рассмотрен выше в 2) образуется квазинейтральное возмущение плотности. Это возмущение с течением времени укрупняется и опрокидывается (рис. 5,а,б), оставаясь квазинейтральным. В случае 18 с  $\Delta x/r_d = 50 = \lambda/2$  возбуждается бегущая ленгмюровская волна с распределением  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$ ,  $E(x)$ , соответствующим рис. 2. В промежуточных случаях 13-17, развитие возмущения приводит к формированию квазинейтрального возмущения и бегущей ленгмюровской волны с распределением  $\tilde{n}_{e,p}$ ,  $\tilde{v}_{e,p}$ ,  $E$ , соответствующим рис. 2. Это хорошо видно по рис. 9, где показано распределение  $E(x)$ ,  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ , а также распределение  $\tilde{n}_{e,p}^E(x)$ , соответствующее полю  $E(x)$  в ленгмюровской волне (согласно рис. 2 и формуле  $\tilde{n}_{e,p} = kE/8\pi e$ ) и компонента плотности  $\Delta\tilde{n}_{e,p}(x) = \tilde{n}_{e,p}(x) - \tilde{n}_{e,p}^E(x)$  для случая 19 с  $\Delta x/r_d = 30$ ,  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ . По  $\tilde{n}_{e,p}^E(x)$ ,  $E(x)$  видно, что возбуждается бегущая волна  $N = 1$  с  $v_\phi/v_T = 22,6$ . По  $\Delta\tilde{n}_{e,p}(x)$  видно, что формируется квазинейтральное возмущение. Развитие обострения этого возмущения подобно случаю 7 (рис. 5,б) и свидетельствует о его укрупнении и опрокидывании.

При увеличении сдвига фаз  $\Delta x$  в случаях 7, 13-18 возрастает начальное поле (рис. 10,а) и соответственно возбуждается ленгмюровская волна большей амплитуды, а амплитуда квазинейтрального возмущения уменьшается (рис. 10,б). При этом уменьшается и скорость опрокидывания квазинейтрального возмущения.

7. Возмущения плотности электронов и позитронов разной амплитуды  $\tilde{n}_e \neq \tilde{n}_p$  с  $\Delta x = 0$ . Развитие такого возмущения приводит к образованию квазинейтрального возмущения с амплитудой  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = \tilde{n}_e + \Delta\tilde{n}/2$  (если  $\tilde{n}_e < \tilde{n}_p$ ) и возбуждению стоячей волны с амплитудой  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = \Delta\tilde{n}/2$ , где  $\Delta\tilde{n} = \tilde{n}_p - \tilde{n}_e$ . Рассмотрим для примера случай 20 с  $\tilde{n}_e/n_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $\tilde{n}_p/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ ,  $\tilde{v}_{e,p} = 0$ ;  $T_{e,p} = 0$ . На рис. 11,а,б показано распределение  $E(x)$ ,  $\tilde{n}_{e,p}(x)$  и зависимость от времени амплитуды  $\tilde{n}_e$ ,  $\tilde{n}_p$  и  $E$ . Из рис. 11,а,б четко видно формирование квазинейтрального возмущения и стоячей волны с периодом  $\sim 0,7T_{oe} \sim T_{ep}$ . В рассматриваемом случае холодной плазмы квазинейтральное возмущение меняется. В теплой плазме с  $T_{e,p} \neq 0$  квазинейтральное возмущение расплывается, а если имеется возмущение скорости, то оно опрокидывается.

Предельным случаем возмущения  $\tilde{n}_e \neq \tilde{n}_p$  является возмущение только  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{n}_p = 0$  или только  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{n}_e = 0$ . В дальнейшем мы рассмотрим подобные случаи более подробно. Здесь отметим только, что при задании  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  или  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$ , соответствующих линейной волне, наблюдается образование квазинейтрального возмущения и бегущей ленгмюровской волны, а в  $t \sim 0 - 2T_{ep}$  наблюдается затухающая компонента стоячей волны. Квазинейтральное возмущение с течением времени укрупняется и опрокидывается. Процессы, определяющие развитие волны, определяются ее амплитудой.

Рассматриваются некоторые процессы в  $e^+ - e^-$ -плазме—конверсия ленгмюровской волны на квазинейтральном возмущении плотности, самоконверсия ленгмюровской волны.

При задании квазинейтрального возмущения плотности  $\tilde{n}_{e,p}(x)$  и ленгмюровской волны (или рассмотренных выше возмущений)  $\tilde{n}_{e,p}(x)$  развивается практически независимо—оно расплывается, если  $\tilde{v}_{e,p} = 0$ , а  $T_{e,p} \neq 0$  и опрокидывается, если  $\tilde{v}_{e,p} \neq 0$ . При взаимодействии ленгмюровской волны с возмущением плотности идет конверсия—тот же процесс, который наблюдается в  $e^-$ -плазме при взаимодействии ленгмюровской волны с возмущением плотности или ионно-звуковой волной [4, 5]. Конверсия приводит к возбуждению гармоник ленгмюровской волны прямых и обратных волн с волновыми числами  $k_N = k_1 \pm \beta k_2$ ;  $\beta = 1, 2, 3, \dots$  и номерами гармоник  $N = N_1 \pm \beta N_2$ . В рассматриваемом случае  $k_1$ ,  $N_1$  относятся к ленгмюровской волне  $k_2$ ,  $N_2$ —к квазинейтральному возмущению.

Рассматриваются случаи 21 и 22. В обоих случаях  $T_{e,p} = 0$ ; ленгмюровская волна  $N_1 = 1$ ,  $\tilde{n}_1/n_0 = 8,75 \cdot 10^{-3}$ , возмущение плотности  $\tilde{n}_2/n_0 = 3,5 \cdot 10^{-2}$ . В случае 21  $N_2 = 1$ , в случае 22  $N_2 = 2$ . Наблюдается,

что в случае 21 возбуждаются гармоники  $N = 2 - 3 - 4 - \dots$  и обратные волны  $N = -(1 - 2 - 3 - \dots)$ , в случае 22— $N = 3 - 5 - 7 - \dots$  и обратные волны  $N = -(1 - 3 - 5 - \dots)$ , как и должно быть при конверсии. Характерной особенностью конверсии является то, что  $E^N(t)$  одинаково для прямых и обратных гармоник с одинаковым  $\beta - E_\beta^N/E_0 = J_\beta \left( \frac{1}{2} \frac{\tilde{n}}{n_0} \omega_{oe} t \right)$ . Это также наблюдается в рассматриваемых случаях. Действительно, из рис. 12 для случая 22 видно, что  $E^N(t)$  совпадает для гармоник  $N = 3$  и  $(-1)$  с  $\beta = 1$  и  $N = 5$  и  $(-3)$  с  $\beta = 2$ .

Наблюдается конверсия и при задании начальных возмущений, при развитии которых образуется квазинейтральное возмущение плотности и ленгмюровская волна. Так в случаях 13–17 с разным сдвигом фаз образуется возмущение плотности  $N_2 = 1$  и ленгмюровская волна  $N_1 = 1$ . Во всех случаях наблюдается возбуждение гармоник  $N = 2 - 3 - 4 - \dots$  и  $N = -(1 - 2 - 3 - \dots)$ . С увеличением  $\Delta x$  и уменьшением квазинейтрального возмущения  $\tilde{n}_2/n_0$  скорость роста гармоник  $E^N(t)$  уменьшается.

В случае, когда  $\tilde{n}_e(x)$ ,  $\tilde{v}_e(x)$  и  $\tilde{n}_p(x)$ ,  $\tilde{v}_p(x)$  в начальный момент сдвинуты на  $\Delta x = \lambda/2$  и квазинейтральное возмущение не образуется, проявляется самоконверсия ленгмюровской волны. Действительно, ленгмюровскую волну в  $e^+ - e^-$ -плазме можно рассматривать как две волны—“электронную”, связанную с возмущением  $\tilde{n}_e(x)$ , и “позитронную”—с  $\tilde{n}_p(x)$ . Тогда для “электронной” волны  $\tilde{n}_p(x)$  является возмущением плотности, так что должен идти процесс конверсии, приводящий к генерации гармоник  $N^e = N_e \pm \beta N_p$ . Аналогично для “позитронной” волны возмущением плотности является  $\tilde{n}_e(x)$  и должны генерироваться гармоники  $N^p = N_p \pm \beta N_e$ . Так как  $N_e = N_p$ , то  $N^e$  и  $N^p$  при равных  $\beta$  одинаковы, но соответствующие гармоники сдвинуты по фазе, так как  $\tilde{n}_e(x)$  и  $\tilde{n}_p(x)$  сдвинуты на  $\Delta x = \lambda/2$ , а связанное с ними поле имеет разный знак. В результате четные гармоники компенсируются и остаются только нечетные. Таким образом, самоконверсия ленгмюровской волны  $N = 1$  должна приводить к генерации гармоник  $N = 1 \pm \beta$ ,  $\beta = 2 - 4 - 6 - \dots - N = 3 - 5 - 7 - \dots$  и обратных волн  $N = -(1 - 3 - 5 - \dots)$ . Мы рассмотрим самоконверсию более подробно в последующих работах, а здесь для примера приведем случай 23 с  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 2,5 \cdot 10^{-2}$ ,  $N = 1$ . На рис. 13 приведены кривые  $E^N(t)$  для этого случая. Видно, что возбуждаются гармоники  $N = 3 - 5$  и  $N = -(1 - 3)$ , причем совпадает скорость роста гармоник  $N = 3$  и  $(-1)$   $\beta = 2$  и  $N = 5$  и  $(-3)$   $\beta = 4$ , что свидетельствует о самоконверсии ленгмюровской волны.

Электрон-позитронная плазма может служить моделью плазмы поло-

жительных и отрицательных ионов равной массы ( $i^+ - i^-$ ). Естественно, что в  $i^+ - i^-$ -плазме величины, зависящие от массы, отличаются от  $e^+ - e^-$ -плазмы

$$v_T^i = \frac{1}{\sqrt{M/m}} v_T; \quad \omega_{ii} = \frac{1}{\sqrt{M/m}} \omega_{ep} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{M/m}} \omega_{oe}$$

$$T_{ii} = \sqrt{M/m} T_{ep} = \frac{\sqrt{M/m}}{\sqrt{2}} T_{oe}; \quad T_{ii} = \frac{2\pi}{\omega_{ii}}$$

$$(\omega_{iN}^i)^2 = \frac{M}{m} \omega_{ep}^2 [1 + 3(k_N r_d^{ep})^2] = 2 \frac{M}{m} \omega_{oe}^2 \left[ 1 + \frac{3}{2} (k_N r_d)^2 \right]$$

$$v_{\Phi i}^N = \omega_{iN}^i / k_N.$$

Не зависят от массы  $r_d^{ii} = r_d^{ep} = \frac{1}{\sqrt{2}} r_d$ ;  $v_{\Phi i}^N / v_T^i = v_{\Phi}^N / v_T$  ( $v_{\Phi i}^N$ ,  $v_{\Phi}^N$ —фазовая скорость ленгмюровской волны в  $i^+ - i^-$ - и  $e^+ - e^-$ -плазме).

Для проверки закона дисперсии в  $i^+ - i^-$ -плазме рассматривается случай  $M/m = 4$ . В начальный момент времени распределением  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ,  $\tilde{v}_{e,p}(x)$  подобным рис. 2 задается бегущая ленгмюровская волна с  $\lambda_N / r_d \sim 10 - 100$ . По сдвигу фазы в разные моменты времени определяется ее фазовая скорость  $v_{\Phi i}^N = \Delta x / \Delta t$ . Найденные  $v_{\Phi i}^N / v_T^i$  нанесены на рис. 3, где представлена зависимость  $v_{\Phi}^N / v_T$  от длины волны  $\lambda_N / r_d$ . Видно, что точки  $v_{\Phi i}^N / v_T^i$  лежат на расчетной кривой также как и точки  $v_{\Phi}^N / v_T$  для  $e^+ - e^-$ -плазмы.

Для проверки подобия  $i^+ - i^-$  и  $e^+ - e^-$ -плазмы сравнивается развитие ленгмюровских волн с одинаковыми параметрами в  $e^+ - e^-$ - и  $i^+ - i^-$ -плазме с разными  $M/m$ . Рассматриваются случаи 24–26.

Случай	24	25	26	$\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 0,31$ ; $E_0^I = 387$ ;
$M/m$	1	4	9	$E_0^2 / 8\pi n T = 48$ .

Случай 24 будет подробно рассмотрен в другой работе, поэтому мы не будем здесь анализировать развитие волны. Отметим только, что в этом случае проявляется несколько характерных для  $e^+ - e^-$ -плазмы процессов, связанных с электронной и позитронной нелинейностью, самоконверсией, захватом положительных и отрицательных частиц. Такие же процессы должны проявляться и в  $i^+ - i^-$ -плазме. Сравним распределение  $\tilde{n}(x)$ ,  $E(x)$  в одинаковые моменты  $t/T_{ep}$  в  $e^+ - e^-$ -плазме и  $t/T_{ii}$  в  $i^+ - i^-$ -плазме. В единицах  $t/T_{oe}$  таким моментам соответствуют в случае 24  $t/T_{oe} = 0 - 1 - 2 - 3$ , в случае 25  $t/T_{oe} = 0 - 2 - 4 - 6$ , в случае 26

$t/T_{oc} = 0 - 3 - 6 - 9$ . Эти распределения для случаев 24 и 26 показаны на рис. 14, а, б. Видно, что они практически не различаются. Не отличается от них и случай 25. Практически одинаковы также и фазовые плоскости. Таким образом, можно утверждать, что развитие ленгмюровских волн в  $e^+ - e^-$ - и  $i^+ - i^-$ -плазме практически не различается, так что  $e^+ - e^-$ -плазма может быть использована как модель  $i^+ - i^-$ -плазмы.

Отметим, что плазма положительных и отрицательных ионов может играть роль, например, при образовании шаровой молнии или при разрядах в электро-отрицательных газах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бучельникова Н.С., Маточкин Е.П. Физика плазмы, 7, 383, 1981.
2. Buchelnikova N.S., Matochkin E.P. Plasma Phys, 23, 35, 1981.
3. Tsytovich V., Wharton C.B. Comments Plasma Phys. Contr. Fusion, 4, 101, 1978.
4. Kaw P.K., Lin A.T., Dawson J.M. Phys. Fluids, 16, 1967, 1973.
5. Buchelnikova N.S., Matochkin E.P. Physica Scripta, 24, 566, 1981.
6. Опищенко И.Н., Линецкий А.Ф., Мациборко Н.Г., Шапиро В.Д., Шевченко В.И. Письма ЖЭТФ, 12, 407, 1970; Мациборко Н.Г., Опищенко И.Н., Шапиро В.Д., Шевченко В.И. Plasma Physics, 14, 591, 1972.

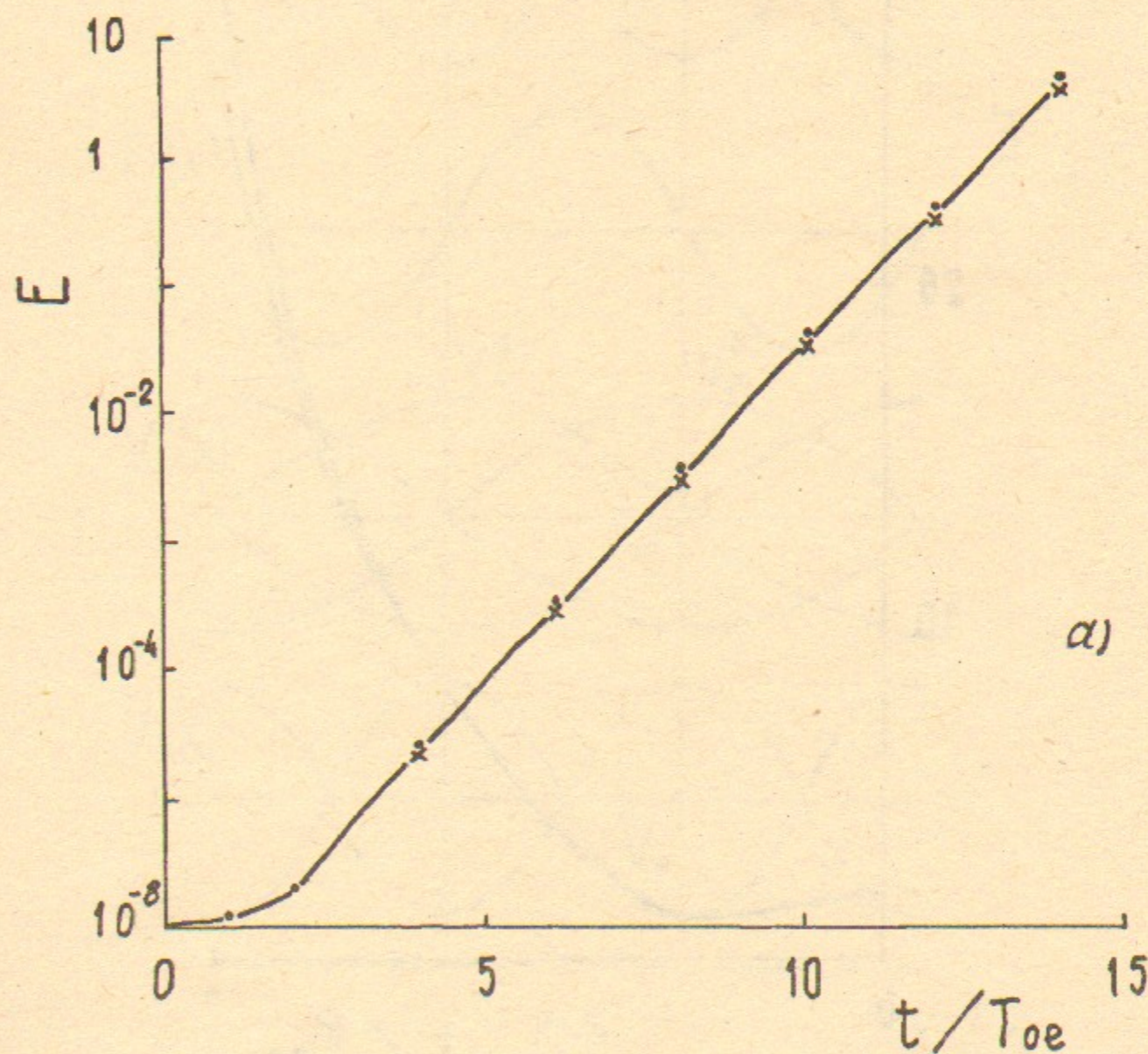


Рис. 1. Зависимость от времени амплитуды волны ( $\lambda/\tau_d = 100$ ) при пучковой неустойчивости: а) — случай 1  $n_b/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ ;  $v_b/v_T = 22,6$ .  $\times$  — расчет по формуле  $E/E_0 = \exp(\gamma_{\max} t)$ ,  $\gamma_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \omega_{oc} (n_b/n_0)^{1/3}$  [6];  $o$  — численный эксперимент.

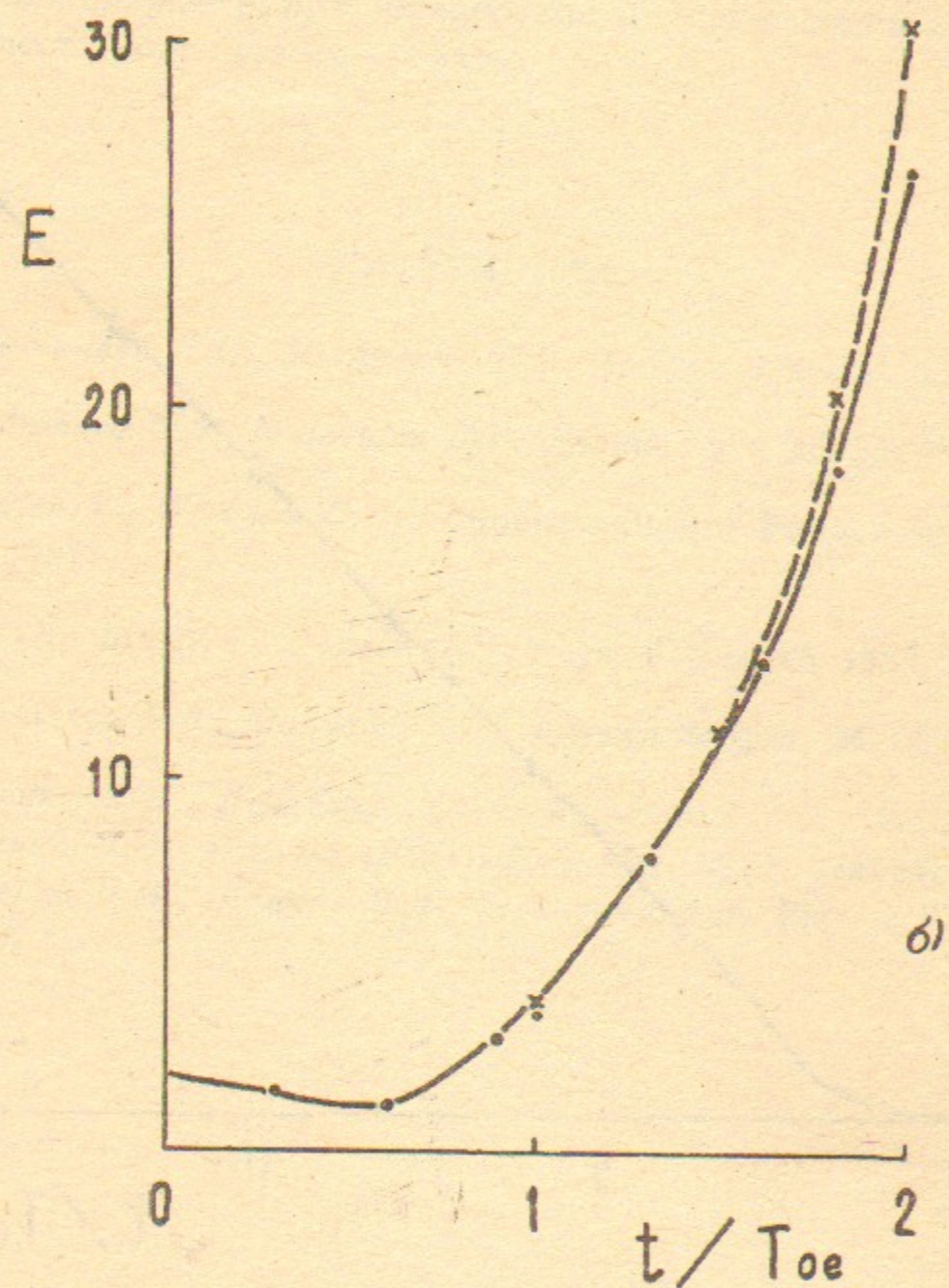


Рис. 1. Зависимость от времени амплитуды волны ( $\lambda/r_d = 100$ ) при пучковой неустойчивости: б) — случай  $2 n_b/n_0 = 9,9 \cdot 10^{-2}$ ;  $v_b/v_T = 22,6$ .  $\times$  — расчет по формуле  $E/E_0 = \exp(\gamma_{\max} t)$ ,  $\gamma_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2^{2/3}} \omega_{oe} (n_b/n_0)^{1/3}$  [6];  $\circ$  — численный эксперимент.

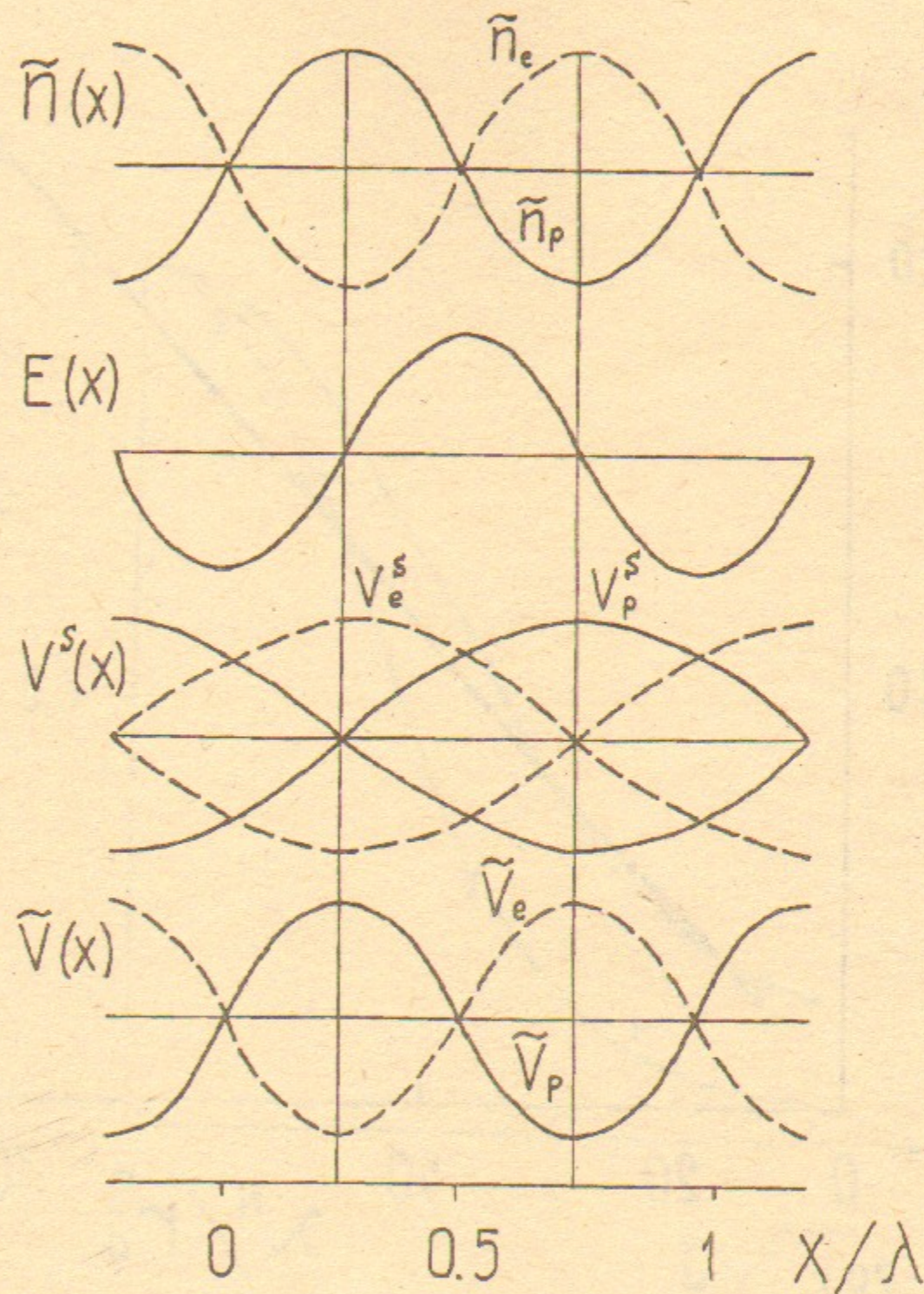


Рис. 2. Распределение плотности  $\tilde{n}_{e,p}(x)$  и скорости  $\tilde{v}_{e,p}(x)$  электронов и позитронов, распределение электрического поля в ленгмюровской волне в  $e^+ - e^-$ -плазме, сепаратрисы  $v_{e,p}^s(x)$  электронов и позитронов.



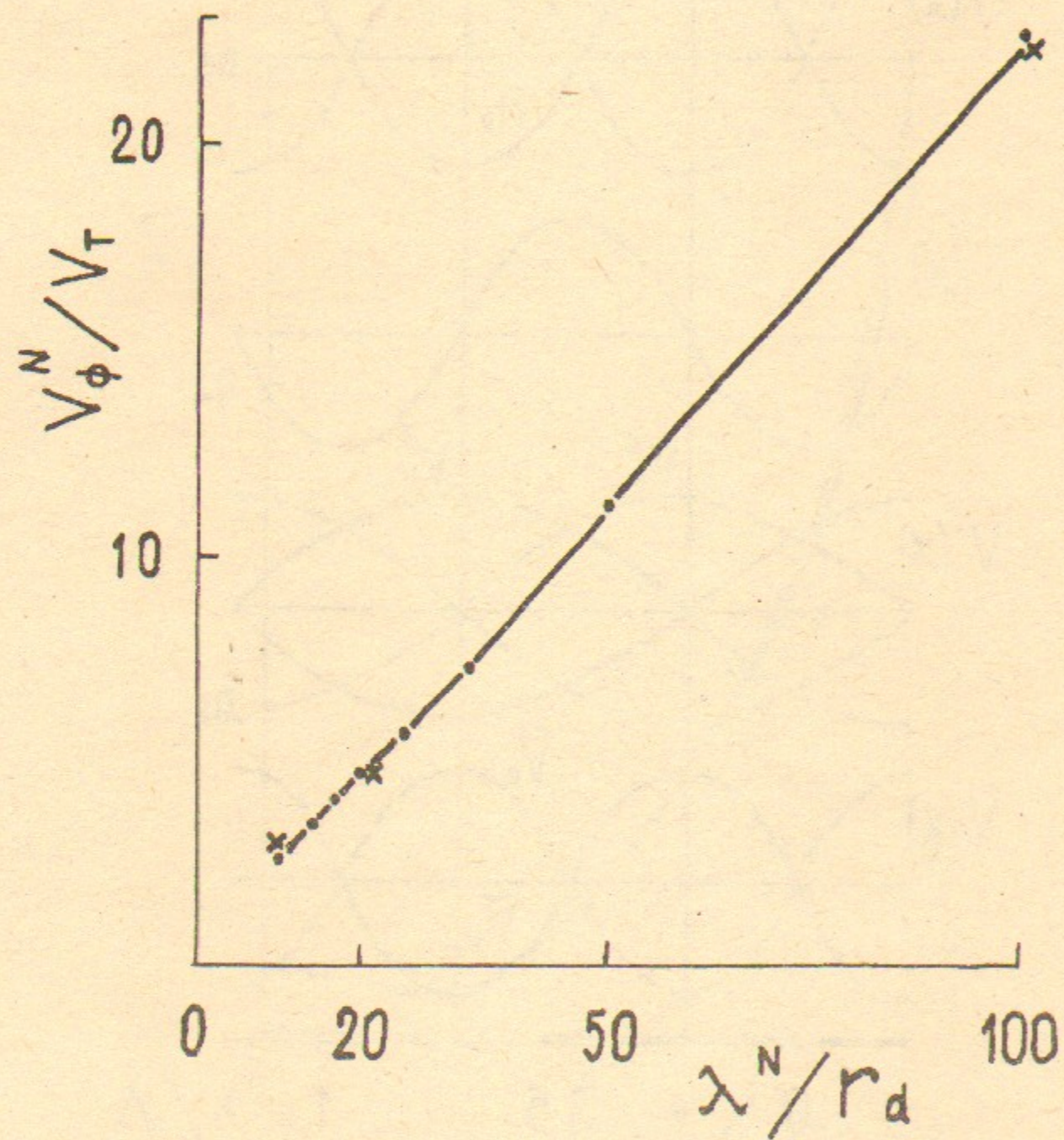


Рис. 3. Зависимость фазовой скорости ленгмюровской волны  $v_{\phi}^N$  от ее длины волны  $\lambda^N$ . Сплошная линия—расчет по формуле  $v_{\phi}^N = \omega_N / k_N$ ,  $\omega_N = \omega_{ep} [1 + 3(k_N r_d^{ep})^2]^{1/2}$ ; о, ×—численный эксперимент в  $e^+ - e^-$  (о) и  $i^+ - i^-$ -плазме (×).

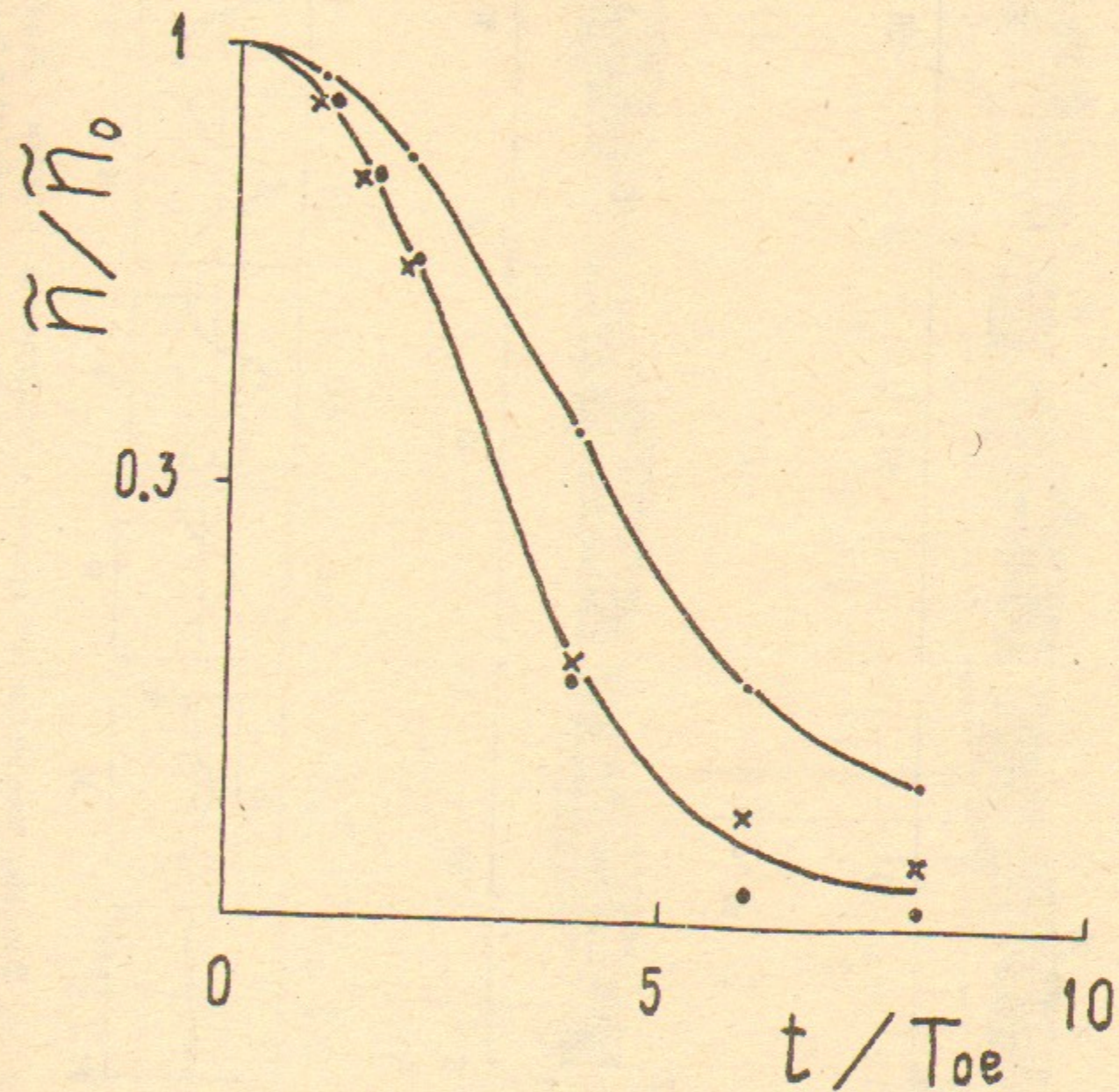


Рис. 4. Зависимость от времени амплитуды возмущения плотности.  $\tilde{n}_0$ — амплитуда начального возмущения  $\tilde{n}_{e,p}(z)$ . о—случай 4  $\tilde{n}_0/n_0 = 0,01$ ; ×—случай 5  $\tilde{n}_0/n_0 = 0,5$ , оба  $T_e = T_p$ ; •—случай 6  $\tilde{n}_0/n_0 = 0,5$ ,  $T_p = \frac{1}{30} T_e$ .

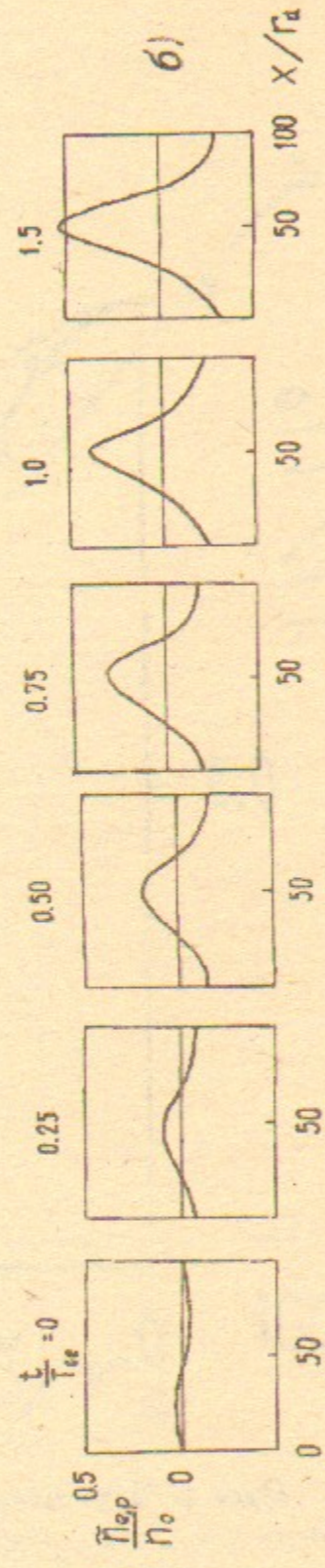
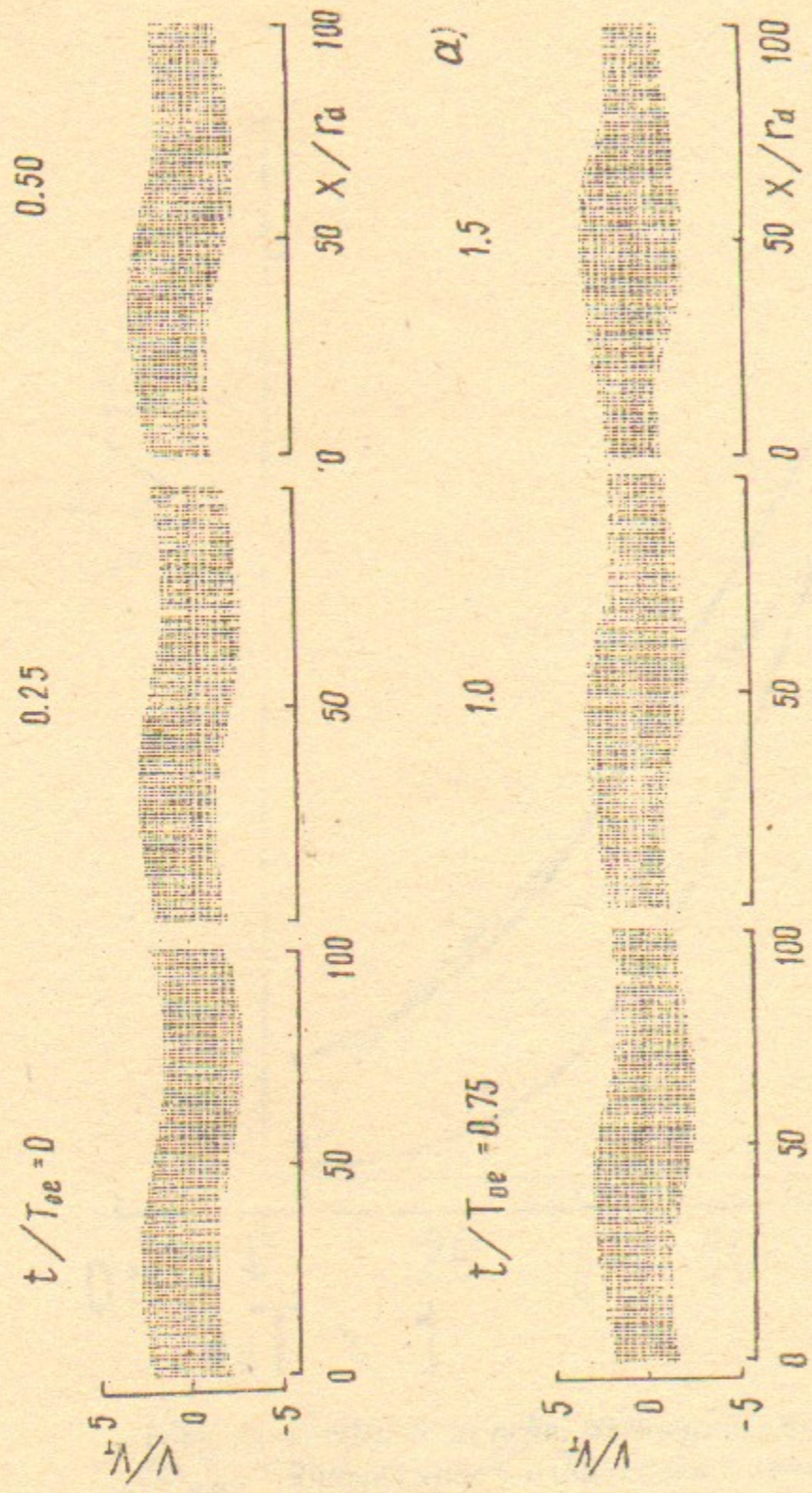


Рис. 5. а) Фазовые плоскости электронов и позитронов. Случай 7  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 3,5 \cdot 10^{-2}$ ;  $\tilde{v}_{e,p}/v_T=0,8$ ; б) Распределение плотности электронов и позитронов  $\tilde{n}_e(x) = \tilde{n}_p(x)$ . Случай 7.

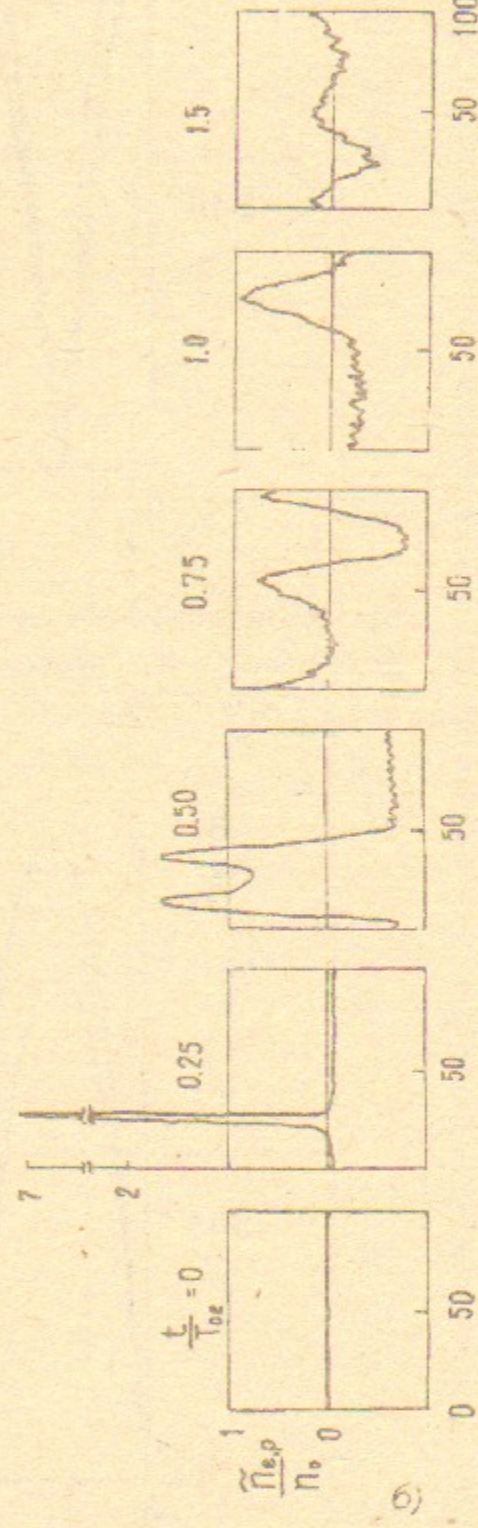
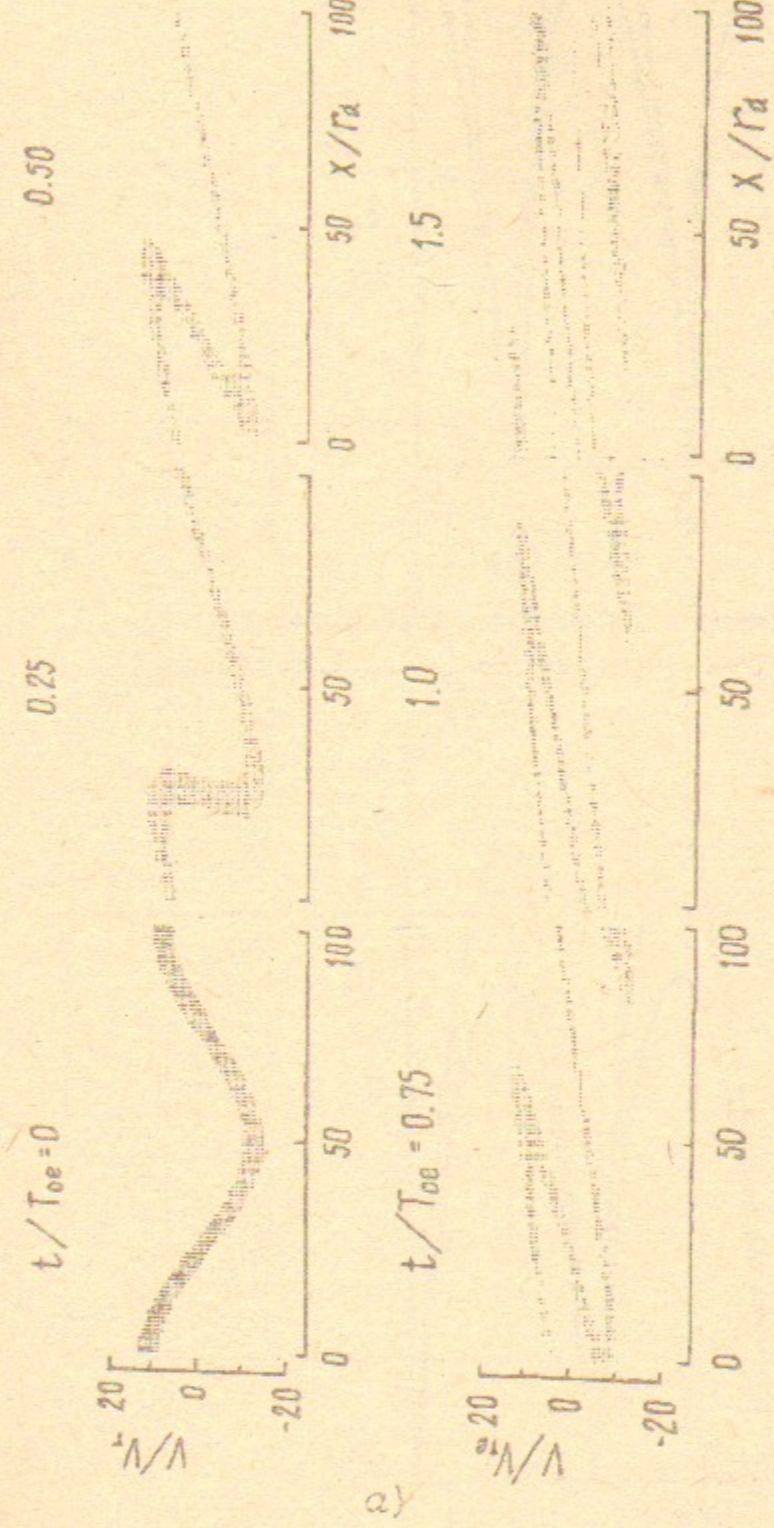


Рис. 6. а) Фазовые плоскости электронов и позитронов. Случай 10.  $\tilde{v}_{e,p}/v_T=11$ ; б) Распределение плотности электронов и позитронов  $\tilde{n}_e(x) = \tilde{n}_p(x)$ . Случай 10.

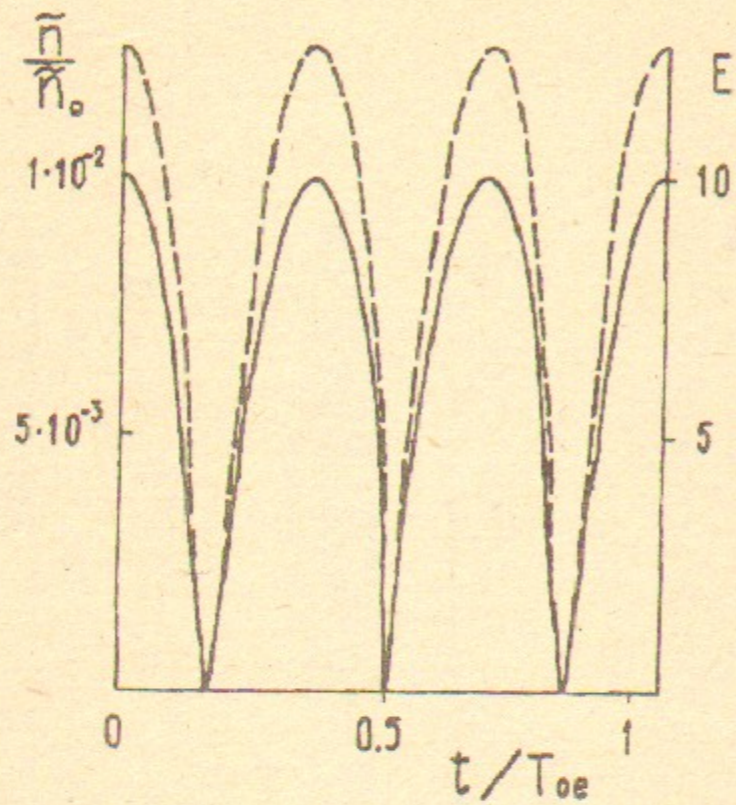


Рис. 7. Зависимость от времени амплитуды электрического поля (пунктир) и возмущения плотности. Случай 11.  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ ;  $\tilde{v}_{e,p} = 0$ .

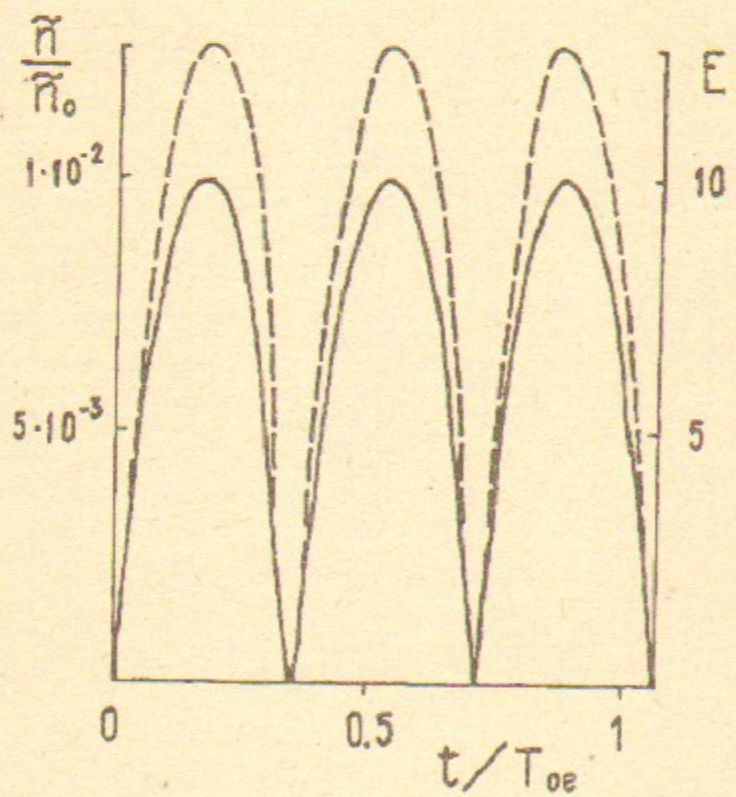


Рис. 8. Зависимость от времени амплитуды электрического поля (пунктир) и возмущения плотности. Случай 12.  $\tilde{v}_{e,p}/v_T = 0, 2$ ;  $\tilde{n}_{e,p} = 0$ .

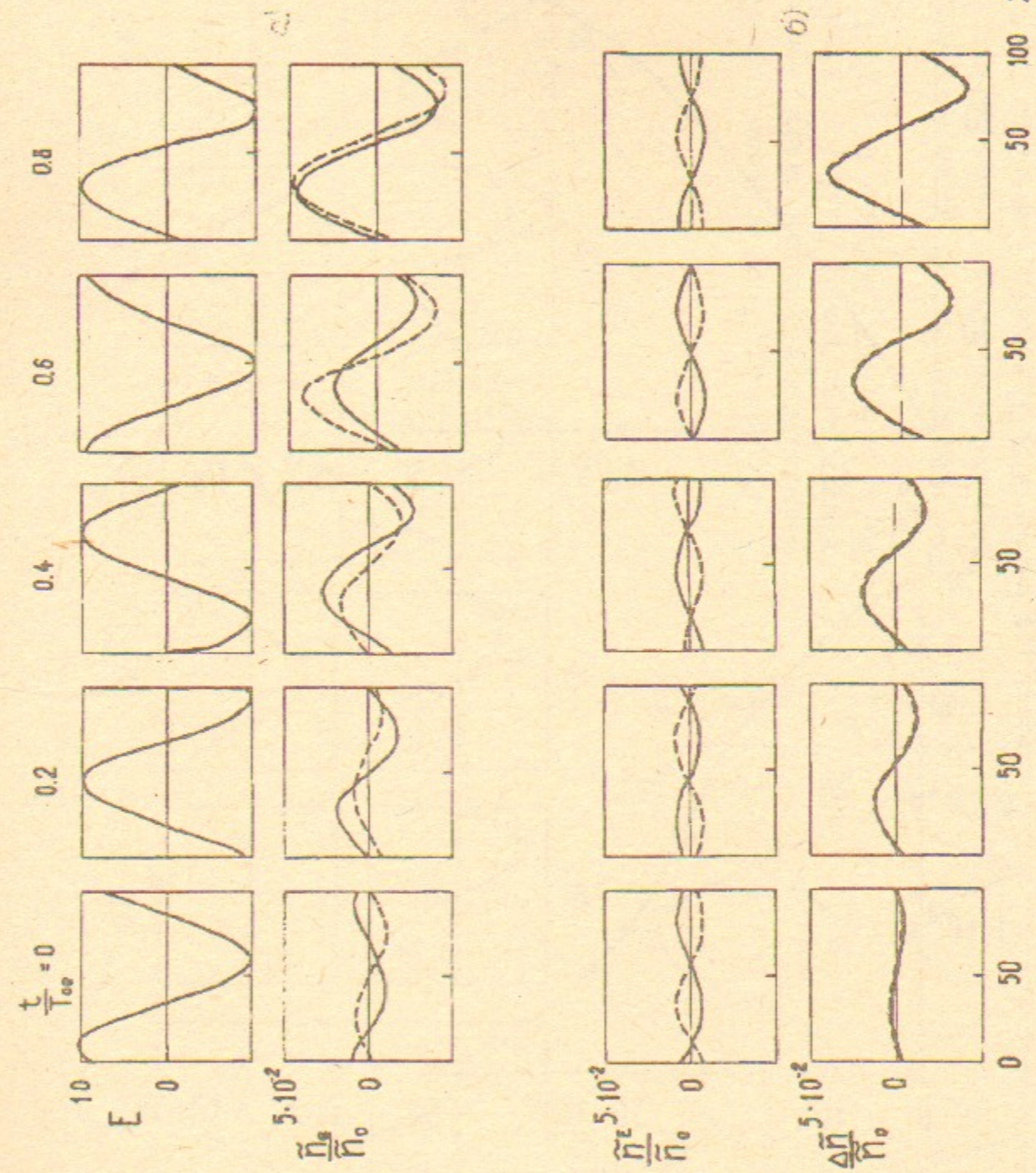


Рис. 9. Распределение поля  $E(x)$  и возмущения плотности электронов (пунктир) и позитронов  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ ; распределение  $\tilde{n}_{e,p}^E(x)$  в компоненте бегущей волны и  $\Delta \tilde{n}_{e,p}(x) = \tilde{n}_{e,p}(x) - \tilde{n}_{e,p}^E(x)$ . Случай 19  $\tilde{n}_{e,p}/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ ;  $\tilde{v}_{e,p}/v_T = 0, 2$ ;  $\Delta x/r_d = 30$ .

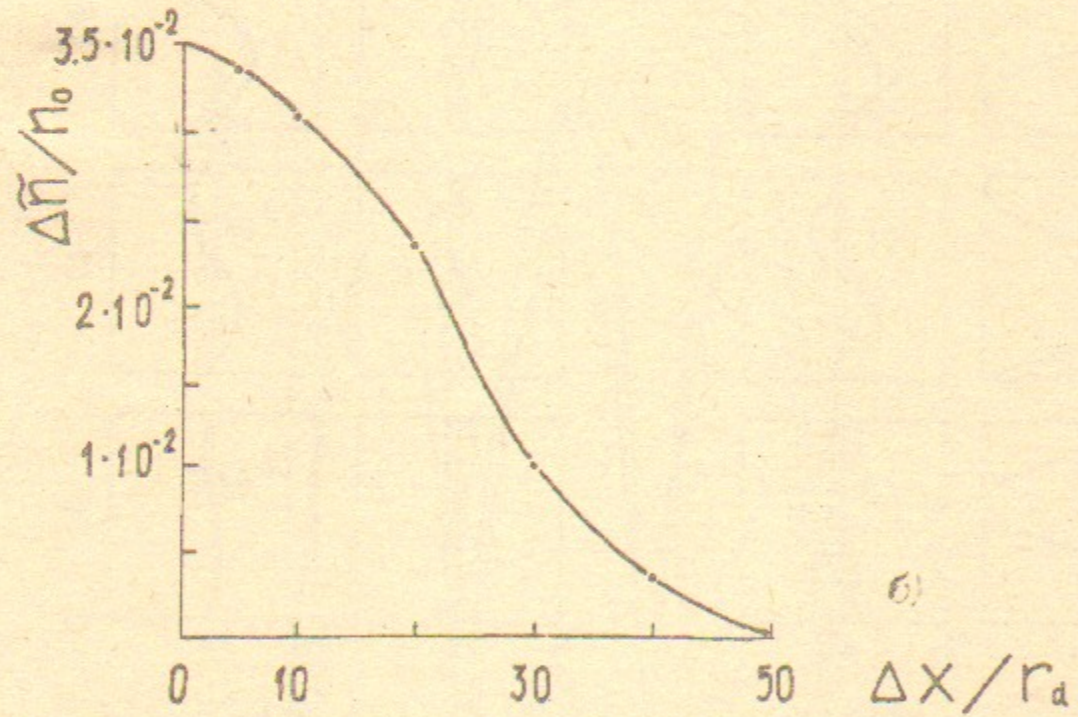
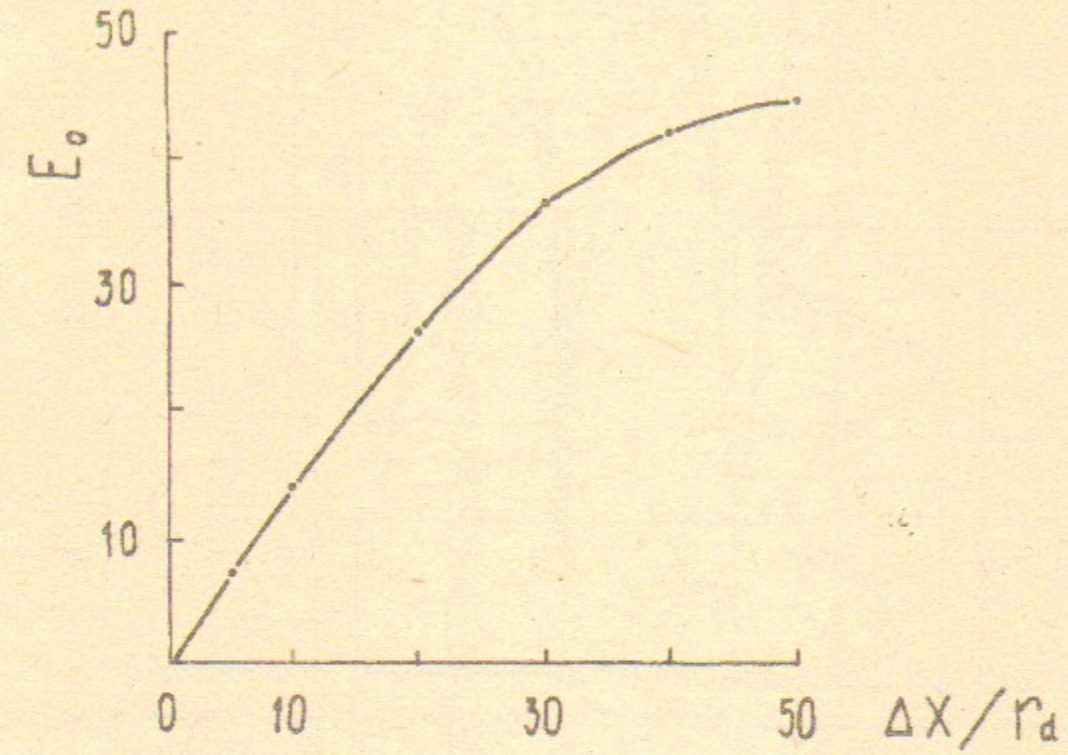


Рис. 10. Зависимость от сдвига фазы  $\Delta z$  начальной амплитуды поля (а) и квазинейтрального возмущения плотности  $\Delta \tilde{n}_{e,p}$  (б). Случай 7, 13-18.

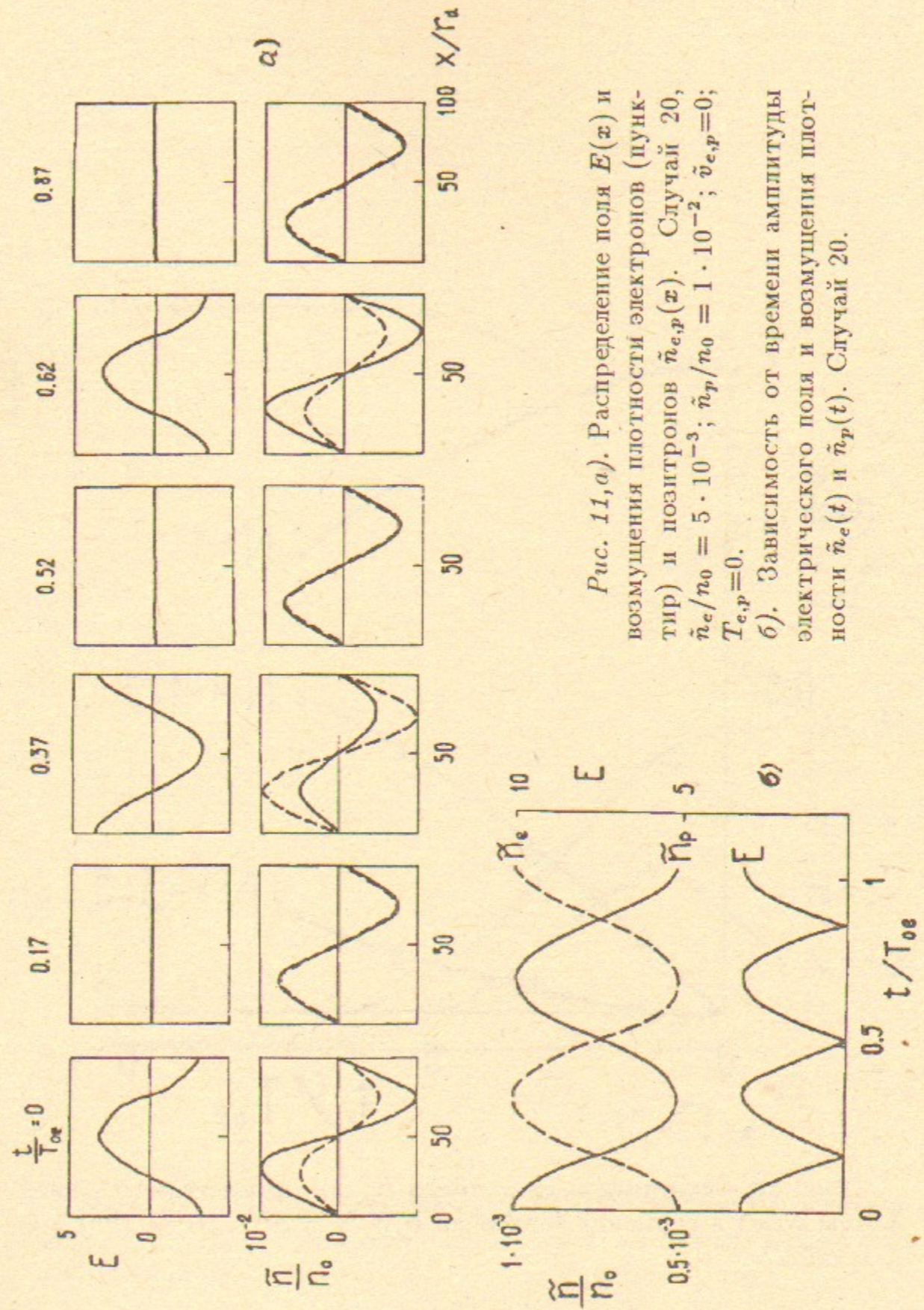
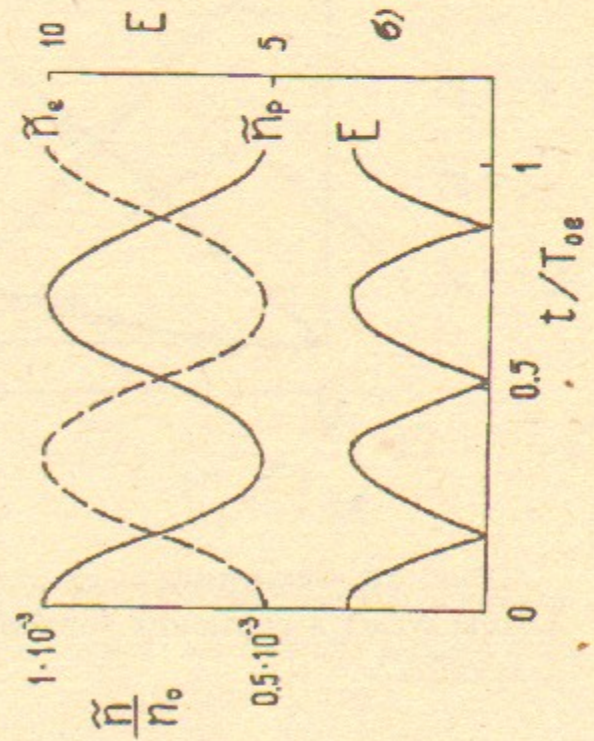


Рис. 11, а). Распределение поля  $E(x)$  и возмущения плотности электронов (пунктир) и позитронов  $\tilde{n}_{e,p}(x)$ . Случай 20,  $\tilde{n}_e/n_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ ;  $\tilde{n}_p/n_0 = 1 \cdot 10^{-2}$ ;  $\tilde{v}_{e,p} = 0$ ;  $T_{e,p} = 0$ .  
б). Зависимость от времени амплитуды электрического поля и возмущения плотности  $\tilde{n}_e(t)$  и  $\tilde{n}_p(t)$ . Случай 20.



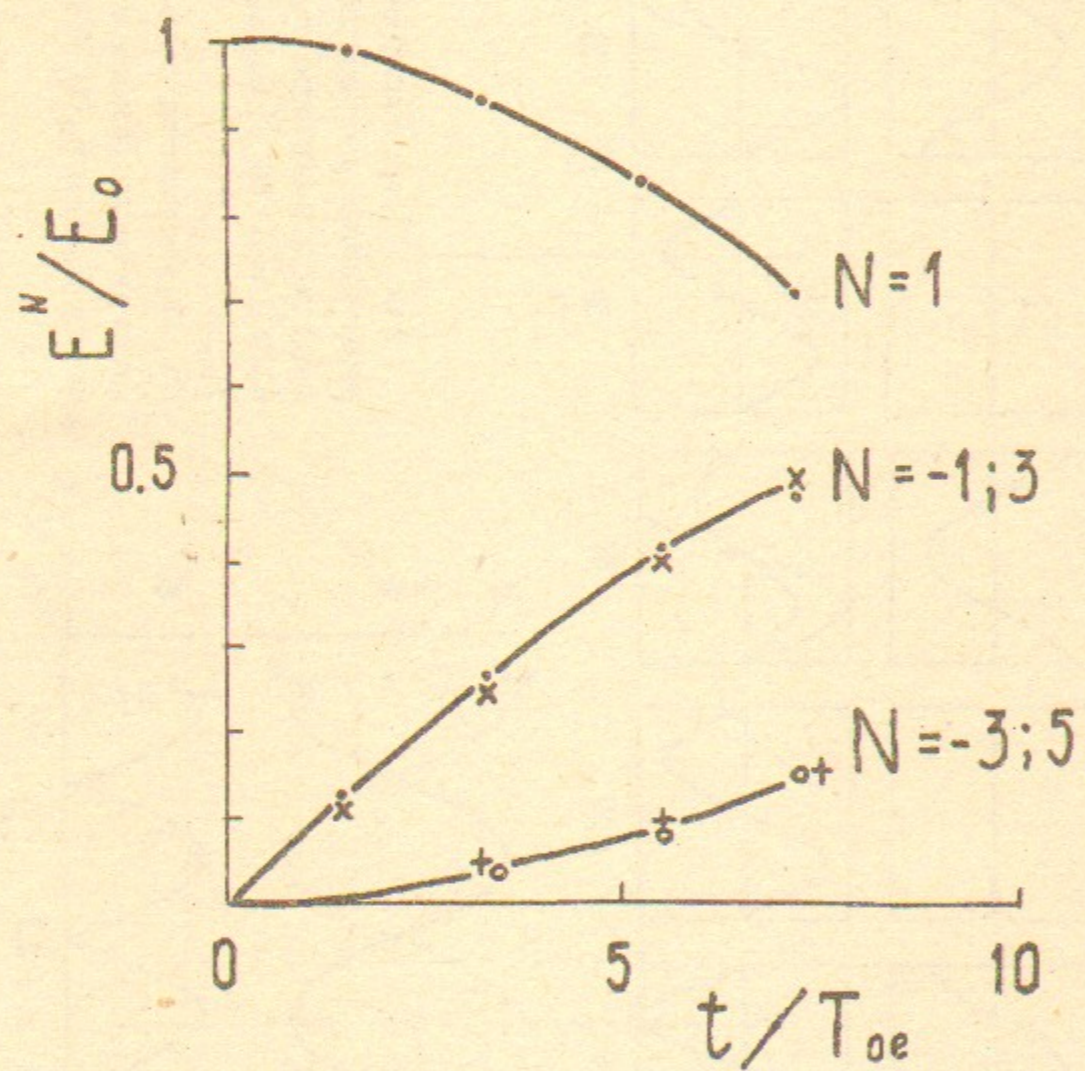


Рис. 12. Зависимость от времени  $E^N(t)$ —амплитуды основной волны  $N_1=1$  и гармоник конверсии  $N = N_1 \pm \beta N_2$ ,  $N_2=2$ ,  $\beta=1$  и 2. Случай 22.

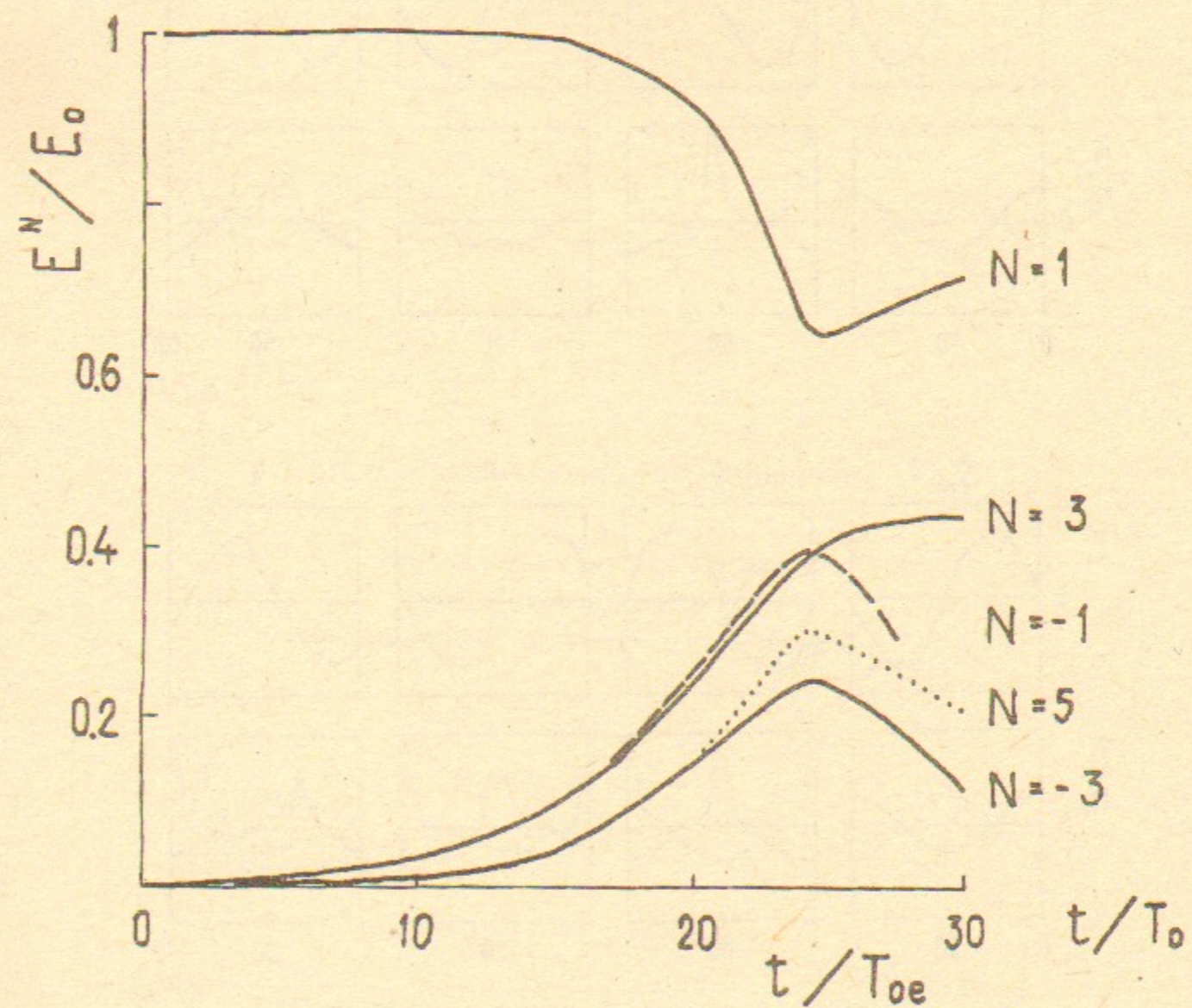


Рис. 13. Зависимость от времени  $E^N(t)$ —амплитуды основной волны  $N_e = N_p = 1$  и гармоник самоконверсии  $N = N_e \pm \beta N_p$ ,  $\beta=2$  и 4. Случай 23.

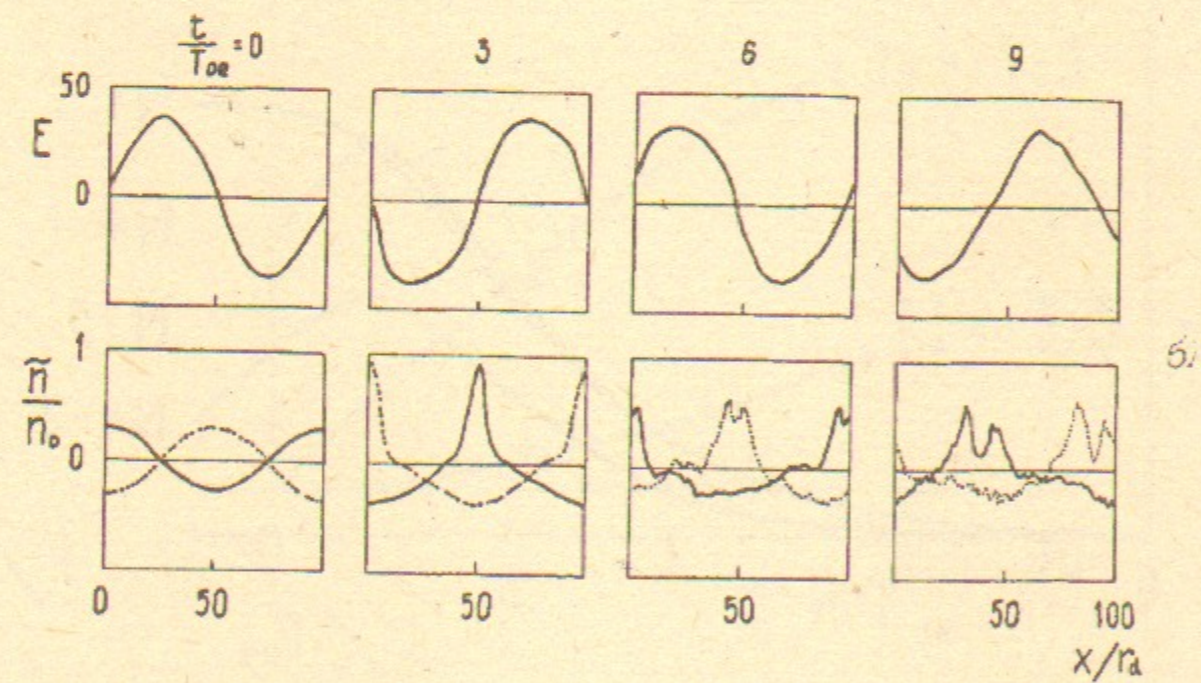
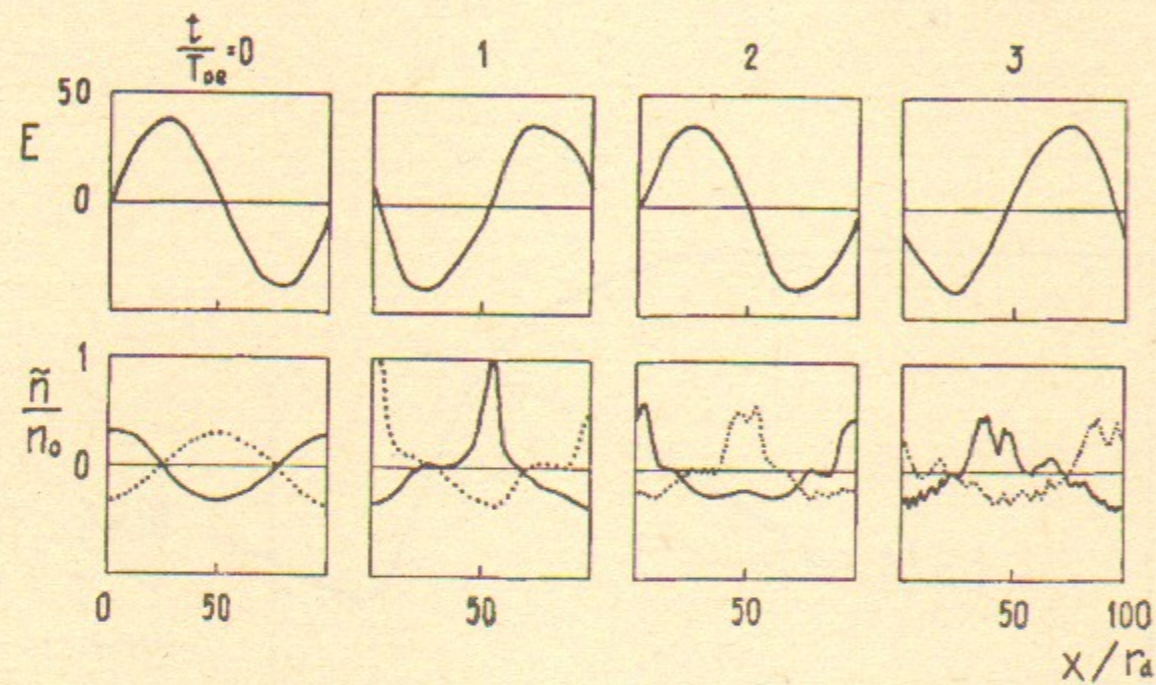


Рис. 14. Распределение поля  $E(x)$  и возмущения плотности электронов (пунктир) и позитронов  $\tilde{n}_{e,p}(x)$  в  $e^+ - e^-$  и  $i^+ - i^-$ -плазме: а) — случай 24,  $e^+ - e^-$ -плазма,  $M/m=1$ ; б) — случай 26,  $i^+ - i^-$ -плазма,  $M/m=9$ .

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

Начальные возмущения и  
ленгмюровские волны  
в электрон-позитронной плазме

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Работа поступила 24 февраля 1992 г.

Подписано в печать 2.03.1992 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2,0 печ.л., 1,6 уч.-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ N 16

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.