

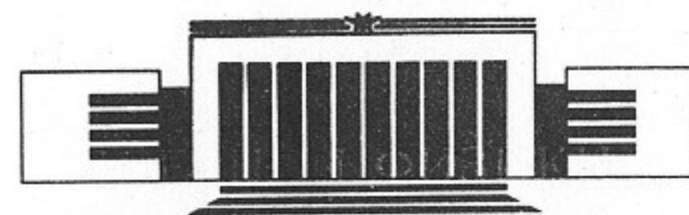


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  
МАГНИТОТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

ПРЕПРИНТ 92-2



НОВОСИБИРСК



В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера  
630090, Новосибирск, Россия

АННОТАЦИЯ

Получены новые представления полной вероятности и интенсивности магнитотормозного излучения в рамках квазиклассического подхода в квантовой электродинамике, имеющие вид однократных интегралов содержащих только элементарные функции, причем подинтегральное выражение не содержит осциллирующих функций и быстро сходится. Рассмотрены также поляризация излучения, излучение поляризованных электронов и радиационная поляризация.

Integral Characteristics  
of the Magnetic Bremsstrahlung

V.N. Baier, V.M. Katkov and V.M. Strakhovenko

Budker Institute of Nuclear Physics  
630090, Novosibirsk, Russia

ABSTRACT

New representations of the total probability and total intensity of the magnetic bremsstrahlung have been obtained in frame of the quasiclassical approach in the quantum electrodynamics which have the form of the one-fold integral where the integrand contains the elementary functions only, does not contain the oscillate functions and converge rapidly. The polarization of the radiation, radiation of the polarized electrons and the radiative polarization have been considered as well.

© Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера, СО РАН

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена получению и анализу новых представлений для интегральных характеристик магнитотормозного излучения в рамках квазиклассического приближения квантовой электродинамики. Как хорошо известно, интегральные характеристики процесса излучения во внешнем поле зависят от инвариантных параметров ( $\hbar = c = 1$ )

$$\begin{aligned} \chi^2 &= -e^2 (F^{\mu\nu} p_\nu)^2 / m^6 = (\gamma |F| / H_0)^2, \quad f^2 = e^2 (F^{\mu\nu})^2 / (2m^4) = \\ &= (H^2 - E^2) / H_0^2, \quad g^2 = -e^2 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} / (2m^4) = EH / H_0^2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $F = E_1 + v \times H$ ,  $E_1 = E - v(vE)$ ,  $E$  и  $H$  - внешнее электрическое и магнитное поле,  $p^\nu = (\epsilon, p = \epsilon v)$  - 4-импульс частицы,  $F^{\mu\nu}$  - тензор электромагнитного поля,  $\gamma = \epsilon / m$ ,  $H_0 = m^2 / e = 4,41 \cdot 10^{13}$  Ое или  $E_0 = m^2 / e = (m^2 c^3 / e \hbar) = 1,32 \cdot 10^{16}$  В/см - критические поля. В случае ультрарелятивистских частиц ( $\gamma \gg 1$ ) величина параметра  $\chi$  значительно превышает параметры  $f$  и  $g$  и при движении в полях малых по сравнению с критическими полями зависимостью от параметров  $f$  и  $g$  можно пренебречь и тогда интегральные характеристики излучения зависят только от  $\chi$ . Именно этот случай рассматривается в квазиклассической теории излучения во внешнем поле [1]. В полях сравнимых с критическими или превышающими их картина излучения заметно отличается от квазиклассической. Этот вопрос рассмотрен недавно авторами [2]. В квазиклассической теории (см., напр., [1], стр. 152-157) полная вероятность  $W_0$  и полная интенсивность излучения  $I_0$  для неполяризованных частиц и излучения представляются в виде интегралов

$$W_0 = \frac{e^2 m^2}{3\sqrt{3}\pi\epsilon} \int_0^\infty \frac{(5 + 7u + 5u^2)}{(1 + u)^3} K_{2/3}(2u/3\chi) du,$$



$$I_0 = \frac{e^2 m^2}{3\sqrt{3}\pi} \int_0^{\infty} \frac{u(4 + 5u + 4u^2)}{(1 + u)^4} K_{2/3}(2u/3\chi) du \quad (1.2)$$

содержащих функцию Мак-Дональда  $K_{2/3}(z)$ . При применении этих представлений в аналитических (напр., при усреднении по полям) и численных расчетах как правило используется интегральное представление функции Мак-Дональда, так что фактически приходится иметь дело с двухкратными интегралами, что заметно усложняет расчет. Другое представление полных вероятности и интенсивности дается формулой содержащей набор функций  $\Phi_\nu$ , каждая из которых есть разность функций Бесселя и Ангера [1], эта разность выражается через однократный интеграл [3], содержащий, однако, осциллирующие функции. К тому же последние выражения являются довольно громоздкими.

Поскольку формулы для интегральных характеристик магнитотормозного излучения имеют обширные применения в астрофизике, физике ускорителей и накопителей, теории излучения в ориентированных кристаллах, физике плазмы и т. д., то крайне важно получить для них простые представления. Одна из возможностей состоит в использовании приближенных выражений для функции Мак-Дональда через элементарные функции. Такие выражения были приведены недавно авторами [4]. Однако желательно иметь точные выражения. Такие формулы получены в этой работе. Они представляют собой однократные интегралы не содержащие осциллирующих функций, причем подинтегральное выражение в них быстро падает.

## 2. ИНТЕГРАЛЬНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ И ИНТЕНСИВНОСТЬ, ПОЛЯРИЗАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ

Мы воспользуемся следующими представлениями функций Мак-Дональда:

$$K_{2/3}(2b/3) = \frac{\sqrt{3}}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} \text{хехр} \left[ ib(x + x^3/3) \right] dx; \quad (2.1)$$

$$K_{1/3}(2b/3) = \frac{\sqrt{3}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[ ib(x + x^3/3) \right] dx, \quad (2.2)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x + i0} \exp \left[ ib(x + x^3/3) \right] dx = \frac{2i}{\sqrt{3}} \int_{2b/3}^{\infty} K_{1/3}(z) dz. \quad (2.3)$$

Для получения искомым выражений можно стартовать из выражений для спектрального распределения интенсивности и вероятности (см. напр., [1]), которые зависят от переменной  $u = \omega/(\epsilon - \omega)$ , где  $\omega$  - энергия фотона. Однако более компактные выражения получаются если исходить из формул (1.2), где проведено интегрирование по частям и подинтегральное выражение уже не представляет спектр. Рассмотрим для определенности выражение для вероятности  $W_0$ . Подставляя в него представление функции Мак-Дональда (2.1) имеем:

$$W_0 = \frac{e^2 m^2}{6\pi\epsilon i} \int_0^{\infty} du \frac{(5+7u+5u^2)}{(1+u)^3} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \tau \exp \left[ iu(\tau + \tau^3/3)/\chi \right]. \quad (2.4)$$

Проведем в этом интеграле замену переменных:

$$v = u(1 + \tau^2/3), \quad \tau = \tau. \quad (2.5)$$

В новых переменных выражение для вероятности приобретает вид:

$$W_0 = \frac{e^2 m^2}{2\pi\epsilon i} \int_0^{\infty} dv \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \tau \frac{(a + b\tau^2 + c\tau^4)}{(3(1+v) + \tau^2)^3} \exp(i\tau v/\chi), \quad (2.6)$$

где  $a = 9(5v^2 + 7v + 5)$ ,  $b = 3(10 + 7v)$ ,  $c = 5$ . Входящие в (2.6) интегралы по  $\tau$  берутся с помощью теории вычетов (они имеются также в справочнике [5]). В результате получаем:

$$W_0 = \frac{e^2 m^2}{2^4 \epsilon} \int_0^{\infty} dv \frac{\exp(-f)}{(1+v)^2} \left[ 40(1+v)^2 - 3fv(4+3v) + 3f^2 v^2 \right], \quad (2.7)$$

где  $f = v(3(1+v))^{1/2}/\chi$ . Видно, что подинтегральное выражение содержит только элементарные функции, внешнее поле ( $\chi$ ) входит в очень простой форме и подинтегральное выражение очень быстро падает при больших  $v$ . Из выражения (2.7) прямым путем могут быть получены асимптотические разложения вероятности при малых и больших  $\chi$ . При  $\chi \ll 1$  основной вклад дает область  $v \sim \chi \ll 1$ , сохраняя в показателе экспоненты  $v^{3/2}/\chi$ , разлагая подинтегральное выражение по степеням  $v$  и взяв получившиеся



элементарные интегралы по  $v$  (гамма функции) получим известный асимптотический ряд по степеням  $\chi$ . При  $\chi \gg 1$  основной вклад дает область  $v \sim \chi^{2/3} \gg 1$ . Поэтому здесь разложение должно проводиться по обратным степеням  $v$ . Получающиеся интегралы, также сводятся к гамма функциям. В итоге получаем известный ряд по обратным (дробным) степеням  $\chi$ . Однако при разложении в (2.7) знаменателя подинтегрального выражения по степеням  $1/v$  в знаменателе накапливаются степени  $v$  и начиная с некоторого члена разложение перестает быть справедливым (интеграл расходится при  $v = 0$ ). Как обойти эту трудность мы рассмотрим на примере, где она возникает уже в старшем члене. Итак, рассмотрим при  $\chi \gg 1$  интеграл

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{dv v^2}{(1+v)^3} \exp(-f). \quad (2.8)$$

Перейдем в этом интеграле к новой переменной  $1 + v = z^{2/3}$ , после чего интеграл приводится к виду:

$$I_1 = (2/3) \int_1^{\infty} dz \exp(-\sqrt{3}z/\chi) \left[ z^{-1} - 2z^{-5/3} + z^{-7/3} \right] (1 + \sqrt{3}z/\chi), \quad (2.9)$$

где опущены члены более высокого порядка по  $1/\chi$ . Все входящие в (2.9) интегралы выражаются через неполные гамма функции (см. [6], стр. 954). Воспользовавшись разложением этих функций по обратным степеням  $\chi$ , найдем

$$I_1 = (2/3) \left[ \ln(\chi/\sqrt{3}) - C - 9/4 + 4\Gamma(1/3)3^{1/3}\chi^{-2/3} \right] + o(1/\chi), \quad (2.10)$$

где  $C$  - постоянная Эйлера.

Таким образом, из представления (2.7) могут быть получены все известные разложения.

Аналогично, по этой схеме могут быть рассмотрены все остальные интегральные характеристики магнитотормозного излучения. Исходя из выражения (1.2) и проводя вывод, как это проделано выше, найдем для полной интенсивности излучения:

$$I_0 = \frac{e^2 m^2}{2^5} \int_0^{\infty} dv \frac{\exp(-f)}{(1+v)^3} v f \left[ 3 + 29(1+v)^2 - 3fv(2+v) + f^2 v^2 \right], \quad (2.11)$$

где  $f$  определено в (2.7). При  $\chi \ll 1$  и при  $\chi \gg 1$  из формулы (2.11) следуют известные разложения (см., напр., [1]). На рис. 1 приве-

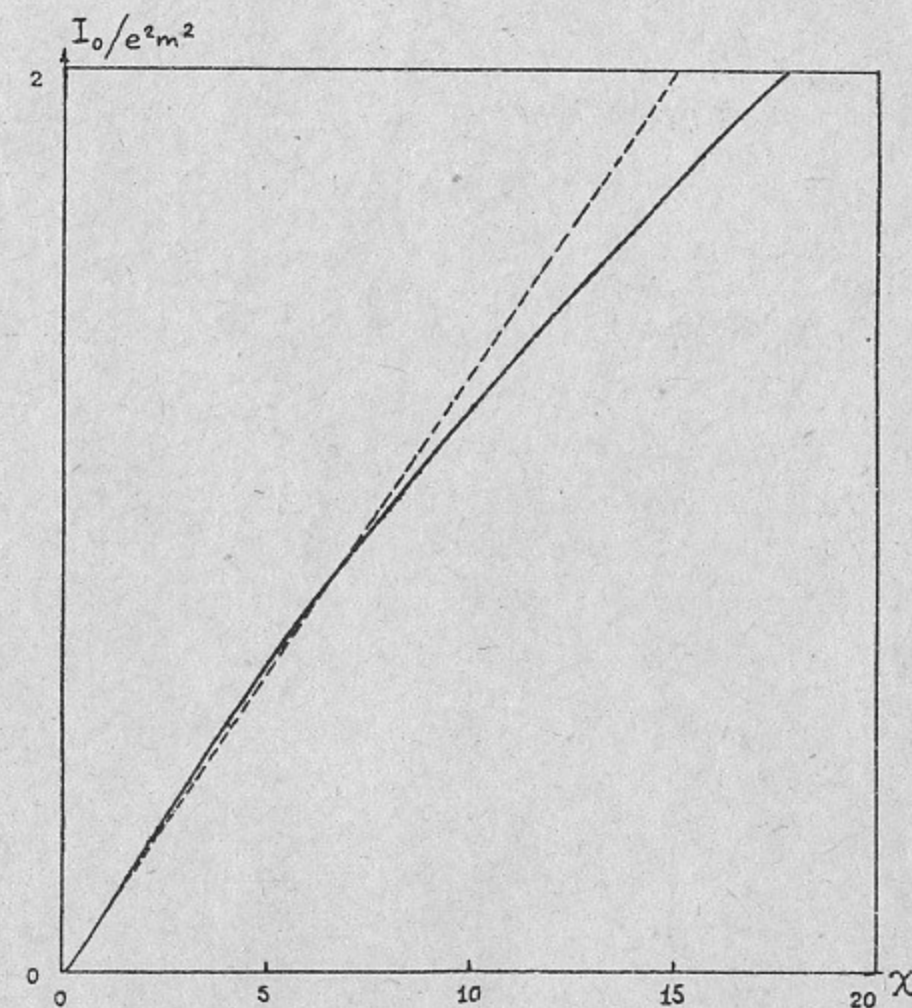


Рис. 1. Полная интенсивность магнитотормозного излучения в квантовой области, пунктирная прямая - аппроксимация описанная в тексте.

дена интенсивность излучения  $I_0/e^2 m^2$  в интервале значений  $0 \leq \chi \leq 20$ . Пунктирная прямая представляет линейную аппроксимацию  $I_0 \approx 2e^2 m^2 \chi/15$  использованную в работе авторов [7] в интервале  $1 \leq \chi \leq 15$ .

Рассмотрим теперь поляризацию излучения в целом. Как известно, после интегрирования по углам вылета фотона излучение неполяризованных электронов является частично линейно поляризованным (см., напр., [1]). В ортах принятых в цитированной книге ( $e_1 = s$ ,  $e_2 = n \times s$ ,  $s = w/w$ ,  $w$  - ускорение частицы,  $n = k/k$ ,  $k$  - волновой вектор излученного фотона), поляризация излучения определяется величиной  $I_0^0 = I_{11} - I_{22}$  ( $I_0 = I_{11} + I_{22}$ ), см. [1], стр. 163, для которой мы проведем расчет в соответствии с изложенной выше схемой:



$$I_{-}^0 = \frac{e^2 m^2}{\sqrt{3}\pi} \int_0^{\infty} \frac{udu}{(1+u)^3} K_{2/3}(2u/3\chi) =$$

$$= 3 \frac{e^2 m^2}{2^4} \int_0^{\infty} dv \frac{\exp(-f)}{(1+v)^2} fv [4 + 3v - fv], \quad (2.12)$$

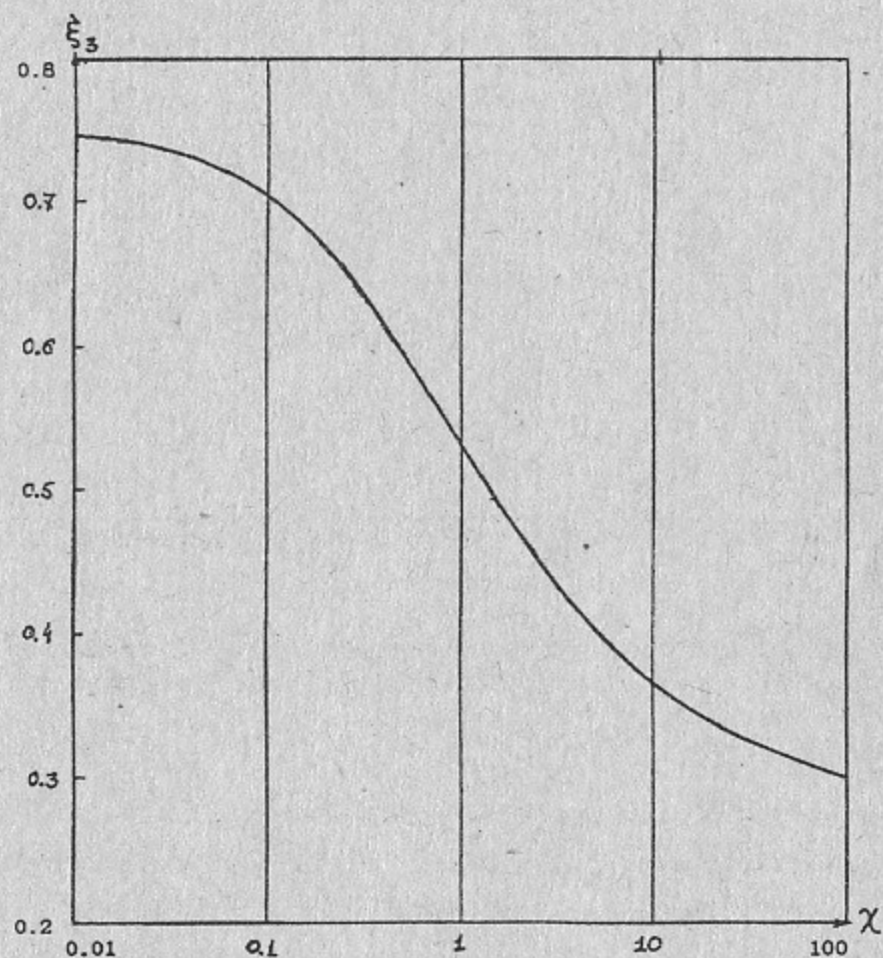


Рис. 2. Степень линейной поляризации магнитотормозного излучения в целом (параметр Стокса  $\xi_3$ ) направленной по направлению ускорения.

где функция  $f$  определена в (2.7). Параметр Стокса  $\xi_3 = I_{-}^0/I_0$ , характеризующий степень линейной поляризации излучения в целом (вдоль направления ускорения), найденный с использованием (2.12), (2.11) приведен на рис. 2. При малых и больших  $\chi$  для него можно из приведенных формул получить следующие асимптотические разложения:

$$\xi_3 = \frac{3}{4} (1 - 5\sqrt{3}\chi/16 + \dots) \quad \chi \ll 1,$$

$$\xi_3 = \frac{9}{32} \left[ 1 + \frac{81}{16\Gamma(2/3)(3\chi)^{2/3}} \right] \quad \chi \gg 1. \quad (2.13)$$

### 3. ИЗЛУЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ

Также как в [1], мы будем описывать поляризацию электронов с использованием вектора спина в системе покоя  $\vec{\zeta}$ . Полная матрица плотности в терминах интегральных интенсивностей с учетом поляризационных состояний начальных электронов и излученных фотонов приведена в [1] (см. формулу (10.100)). Она имеет вид:

$$I = I_{11} + I_{22} = I_0 - (\vec{\zeta} \vec{v} s) J_0$$

$$I_{-} = I_{11} - I_{22} = I_{-}^0 - (\vec{\zeta} \vec{v} s) J_1$$

$$I_1 = I_{12} + I_{21} = (\vec{\zeta} s) J_1$$

$$I_2 = I_{12} - I_{21} = -i(\vec{\zeta} v) J_2 \quad (3.1)$$

где вектора  $s$ ,  $v$ ,  $\vec{\zeta}$  определены выше, интенсивности  $I_0$  и  $I_{-}^0$  даются формулами (2.11) и (2.12). Входящие в спиновые члены интегралы мы вычислим в соответствии с приведенной выше схемой. В результате получим:

$$J_0 = \frac{e^2 m^2}{\sqrt{3}\pi} R_0, \quad R_0 = \int_0^{\infty} \frac{u^2 du}{(1+u)^4} K_{1/3}(2u/3\chi) =$$

$$= \frac{\pi}{2^5} \int_0^{\infty} dv \frac{\exp(-f)}{(1+v)^{7/2}} v^2 [3(6+v)(1+f) + 6f^2 - vf^3] \quad (3.2)$$

$$J_1 = \frac{e^2 m^2}{\sqrt{3}\pi} R_1, \quad R_1 = \int_0^{\infty} \frac{u^2 du}{(1+u)^3} K_{1/3}(2u/3\chi) =$$

$$= \frac{3\pi}{2^4} \int_0^{\infty} dv \frac{\exp(-f)}{(1+v)^{5/2}} v^2 [3 + 3f + f^2] \quad (3.3)$$



$$J_2 = -i \frac{11e^2 m^2}{9\sqrt{3}\pi} R_2, \quad R_2 = \int_0^\infty \frac{u^2 du}{(1+u)^3} K_{2/3}(2u/3\chi) =$$

$$= \frac{3\sqrt{3}\pi}{2^4} \int_0^\infty dv \frac{\exp(-f)}{(1+v)^2} v^2 f(1+f) \quad (3.4)$$

где функция  $f$  определена в формуле (2.7). Формула для  $J_2$ , выраженная через функцию Мак-Дональда, в этой форме приведена в [8].

Приведенные здесь выражения имеют следующие асимптотические разложения: при  $\chi \ll 1$ :

$$R_0 = \sqrt{3}\pi\chi^3 \left[ 1 - \frac{35\sqrt{3}}{4}\chi + 200\chi^2 - \dots \right],$$

$$R_1 = \sqrt{3}\pi\chi^3 \left[ 1 - \frac{105\sqrt{3}}{16}\chi + 120\chi^2 - \dots \right],$$

$$R_2 = \frac{15\pi}{8} \chi^3 \left[ 1 - \frac{32\sqrt{3}}{5}\chi + \frac{231}{2}\chi^2 - \dots \right], \quad (3.5)$$

и при  $\chi \gg 1$ :

$$R_0 = \frac{5\sqrt{3}}{27} \pi\Gamma(1/3) (3\chi)^{1/3} \left[ 1 - \frac{42\Gamma(2/3)}{5\Gamma(1/3)} (3\chi)^{-2/3} + \frac{729}{20\Gamma(1/3)} (3\chi)^{4/3} - \dots \right],$$

$$R_1 = \frac{5\sqrt{3}}{27} \pi\Gamma(1/3) (3\chi)^{1/3} \left[ 1 - \frac{27\sqrt{3}}{5\Gamma(1/3)} (3\chi)^{-1/3} + \frac{42\Gamma(2/3)}{5\Gamma(1/3)} (3\chi)^{-2/3} - \dots \right],$$

$$R_2 = \frac{2\sqrt{3}}{27} \pi\Gamma(2/3) (3\chi)^{2/3} \left[ 1 - \frac{27}{4\Gamma(2/3)} (3\chi)^{-2/3} + \frac{15\Gamma(1/3)}{\Gamma(2/3)} (3\chi)^{-4/3} - \dots \right], \quad (3.6)$$

Функции  $J_0$ ,  $J_1$  и  $iJ_2$  в области промежуточных значений  $\chi$  приведены на рис. 3. Обсудим полученные результаты. При  $\chi \ll 1$  все обсуждаемые являются квантовыми поправками (спиновые эффекты), поэтому все разложения начинаются с  $\chi^3$ . При  $\chi \gg 1$  функции  $J_0$  и  $J_1$  возрастают как  $\chi^{1/3}$ , в то время как  $J_2$ , так же как полная интенсивность  $I_0$ , возрастает как  $\chi^{2/3}$ . Это означает, при асимптотически больших энергиях степень циркулярной поляризации

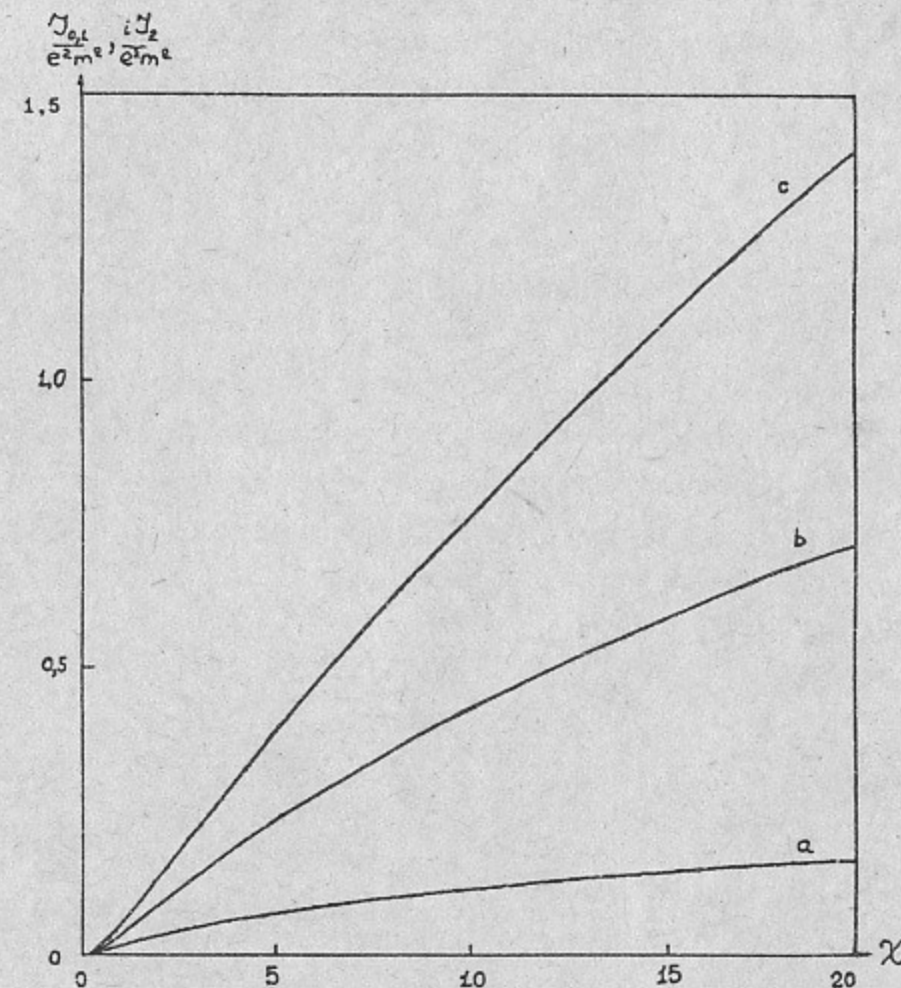


Рис. 3. Вклады в матрицу плотности в терминах интегральных интенсивностей (формула (3.1)) членов, зависящих от начальной поляризации электрона  $a(J_0)$ ,  $b(J_1)$ ,  $c(iJ_2)$ .

излучения ( $\xi_2 = iJ_2/I$ ) продольно поляризованных электронов стремится к фиксированному пределу (см. [1], [8]):

$$\xi_2 = \frac{11}{16} \left[ 1 - \frac{27}{16\Gamma(2/3)} (3\chi)^{-2/3} + \frac{3(800\pi - 729\sqrt{3})}{256\Gamma^2(2/3)} (3\chi)^{-4/3} - \dots \right] \quad (3.7)$$

что связано с эффектом передачи спиральности от электрона фотону при излучении электронов высокой энергии во внешнем поле (см. [8]). Зависящая от спина электрона добавка к полной интенсивности ( $J_0$ ) и к степени линейной поляризации ( $J_1$ ) асимптотически вымирают по сравнению с главными членами при  $\chi \gg 1$ . Из рис. 3 видно, что добавка к полной интенсивности везде дово-



льно мала (ср. с рис. 1) и не превышает 15% от  $I_0$ . В то же время, зависящая от спина электрона добавка ( $J_1$ ) к интенсивности  $I_-^0$ , определяющая линейную поляризацию излучения, близка по величине к  $I_-^0$  при  $1 \leq \chi \leq 20$ . Заметим еще, что при  $\chi \gg 1$  в ряде для  $R_1$  первые три члена представляют собой разложение по степеням  $(3\chi)^{-1/3}$ . В результате этот ряд сходится очень медленно.

#### 4. РАДИАЦИОННАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ

Вероятность излучения с переворотом спина во внешнем поле зависит от ориентации спина. Это обстоятельство может приводить к возникновению поляризации пучков частиц (см., напр., обзоры [9, 10]). Общее выражение для вероятности излучения с переворотом спина имеет вид [1], форм. (14.6):

$$W^{\zeta} = \frac{e^2 m^2}{2\sqrt{3}\pi\epsilon} \left[ (1 - (\zeta v)^2) R_2 + (\zeta v)^2 R_3 + (\zeta v s) R_1 \right] \quad (4.1)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  даются формулами (3.3) и (3.4), а

$$R_3 = \int_0^{\infty} \frac{du u^2}{(1+u)^3} \int_{2u/3\chi}^{\infty} K_{1/3}(x) dx = \frac{\sqrt{3}\pi}{16} \int_0^{\infty} \frac{dv v^2}{(1+v)^3} \exp(-f) [8 + 5f + f^2], \quad (4.2)$$

где при выводе было использовано представление (2.3), после чего схема вывода становится такой же, как выше (см. (2.4) - (2.7)), функция  $f$  определена в (2.7). Асимптотические разложения функций  $R_1$  и  $R_2$  получены выше ((3.5), (3.6)), а для  $R_3$  имеем при  $\chi \ll 1$  в соответствии с процедурой описанной после формулы (2.7):

$$R_3 = \frac{35\pi\chi^3}{24} \left[ 1 - \frac{48\sqrt{3}}{7} \chi + 128,7 \chi^2 + \dots \right] \quad (4.3)$$

Для вычисления асимптотического разложения функции  $R_3$  при  $\chi \gg 1$  следует воспользоваться подходом описанным выше (см. формулы (2.8) - (2.10)), где фактически вычислялся один из членов формулы (4.2). В итоге получим

$$R_3 = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left[ \ln(\chi/\sqrt{3}) - c - 3/2 + \frac{3^{1/3} 20}{9} \Gamma(1/3) \chi^{-2/3} + o(\chi^{-4/3}) \right] \quad (4.4)$$

формулы (4.1), (3.3), (3.4), (4.2) дают новое представление

вероятности радиационного перехода с переворотом спина при произвольных  $\chi$ .

Не входя в детали кинетики радиационной поляризации (см. [1], [9], [10]) отметим что предельное значение степени поляризации при больших энергиях дается отношением

$$\zeta_{11m} = R_1/R_2 \quad (4.5)$$

При  $\chi \ll 1$  имеем

$$\zeta_{11m} = \frac{8}{5\sqrt{3}} \left[ 1 - \frac{13\sqrt{3}}{80} \chi + \frac{6369}{50} \chi^2 - \dots \right], \quad (4.6)$$

а при  $\chi \gg 1$  имеем

$$\zeta_{11m} = \frac{5\Gamma(1/3)}{2\Gamma(2/3)} (3\chi)^{-1/3} \left[ 1 - \frac{27\sqrt{3}}{5\Gamma(1/3)} (3\chi)^{-1/3} + \left( \frac{42\Gamma(2/3)}{5\Gamma(1/3)} + \frac{27}{4\Gamma(2/3)} \right) (3\chi)^{-2/3} + \dots \right]. \quad (4.7)$$

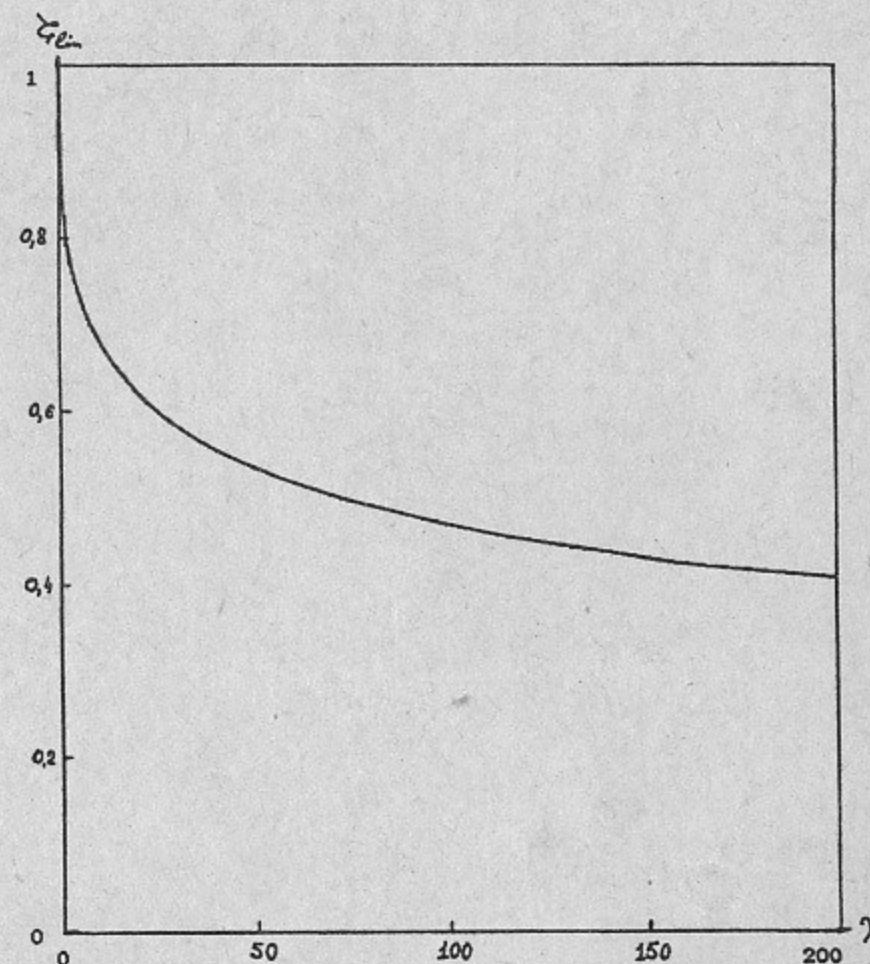


Рис. 4. Предельное значение степени поперечной радиационной поляризации  $\zeta_{11m}$  (формула (4.5)).



График функции  $\zeta_{11m} = R_1/R_2$  приведен на рис. 4. Видно, что при промежуточных значениях  $\chi$  предельная величина степени поляризации  $\zeta_{11m}$  остается достаточно большой, так при  $\chi=10$  имеем  $\zeta_{11m} \approx 0,68$ , при  $\chi = 100$  имеем  $\zeta_{11m} \approx 0,47$ , а при  $\chi=1000$  имеем  $\zeta_{11m} \approx 0,27$ . При  $\chi \gg 1$  величина степени поляризации  $\zeta_{11m}$  убывает как  $(3\chi)^{-1/3}$ . Асимптотическая формула (4.7) представляет собой разложение по степеням  $(3\chi)^{-1/3}$  и может использоваться только при очень больших значениях  $\chi$ . Конкретно, она обеспечивает точность лучше 1% при  $\chi \geq 1000$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выше были найдены новые представления интегральных характеристик магнитотормозного излучения электронов и позитронов, что позволило получить ряд новых результатов. Очевидно, что та же процедура может быть использована и для частиц с другим спином. В качестве примера приведем интегральные вероятность  $W_s$  и интенсивность  $I_s$  излучения частиц со спином 0. Исходя из известных выражений для этих характеристик (см. [1], стр. 158-159) имеем:

$$W_s = \frac{e^2 m^2}{3\sqrt{3}\pi\epsilon} \int_0^\infty \frac{(5+2u)}{(1+u)^2} K_{2/3}(2u/3\chi) du =$$

$$= \frac{e^2 m^2}{4\epsilon} \int_0^\infty dv \frac{\exp(-f)}{(1+v)} [10(1+v) - 3fv], \quad (5.1)$$

и

$$I_s = \frac{e^2 m^2}{3\sqrt{3}\pi} \int_0^\infty \frac{u(4+u)}{(1+u)^3} K_{2/3}(2u/3\chi) du =$$

$$= \frac{e^2 m^2}{2^4} \int_0^\infty dv \frac{\exp(-f)}{(1+v)^2} vf [16 + 13v - 3fv]. \quad (5.2)$$

Точно также как в разделе 2 отсюда могут быть получены известные разложения при  $\chi \ll 1$  и  $\chi \gg 1$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Байер В.Н., Катков В.М., Жадин В.С. Излучение релятивистских электронов. М.: Наука, 1973.
2. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. // ЖЭТФ, 1990, Т. 98, С. 1173.
3. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2. М.: Наука, 1964. С. 44.
4. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. // ЯФ, 1991, Т. 53, С. 1021.
5. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды, элементарные функции. М.: Наука, 1981. С. 394.
6. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1962.
7. Baier V.N., Katkov V.M. and Strakhovenko V.M. // Phys. Lett. A. 1986. V.114. P.511.
8. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Электромагнитные процессы при высокой энергии в ориентированных монокристаллах. Новосибирск: Наука, 1989.
9. Байер В.Н. // УФН. 1971. Т. 105. С. 441.
10. Montague B.W. // Phys. Rep. 1984. V.113. P.1.



*В.Н. Байер, В.М. Катков, В.М. Страховенко*

**Интегральные характеристики магнитотормозного  
излучения**

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

---

Работа поступила 29 декабря 1991 г.  
Подписано в печать 20.1 1992 г.  
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,5 печ.л., 1,2 уч.-изд.л.  
Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ N 2

---

Ротапринт ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.