6

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

А.А.Жоленц, В.Н.Литвиненко

О КОМПЕНСАЦИИ ВЛИЯНИЯ ПОЛЯ СОЛЕНОИДА КВАДРУПОЛЬНЫМИ ЛИНЗАМИ

ПРЕПРИНТ 81 - 80

Новосибирск

О КОМПЕНСАЦИИ ВЛИЯНИЯ ПОЛЯ СОЛЕНОИДА КВАДРУПОЛЬНЫМИ ЛИНЗАМИ

А.А.Жоленц, В.Н.Литвиненко

А Н Н О Т А Ц И Я

Показана принципиальная возможность компенсации влияния полей соленоидов на движение частиц в накопителях с помощью только одних квадрупольных линз, что крайне необходимо, когда соленоиды используются для получения продольной поляризации частиц в области взаимодействия.

Предложена методика построения различных схем компенсации, в которых возмущение движения локализовано на небольшом участке периметра накопителя, а вне его движение частиц остается без изменений. Данная методика позволяет относительно простыми средствами получить продольно-поляризованные встречные пучки на уже действующих установках.

Просчитано несколько вариантов компенсаций полей соленоидов, которые могут использоваться для получения продольной поляризации.

ВВЕДЕНИЕ

Ряд схем получения продольной поляризации частиц в области взаимодействия в электрон-позитронных накопителях /I/ предполагает использование сильных соленоидов, поворачивающих спин частицы на угол $\varphi=\pi,\ \pi/2$, с суммарным интегралом продольного поля B_s вдоль траектории S , равным: $\int B_s\,dS\,(\text{кГс}\cdot\text{м}) \approx 100\cdot\frac{\varphi}{\pi}\cdot E$ (ГэВ), где E – энергия эксперимента. Такие соленоиды вносят сильную связь горизонтальных и вертикальных бетатронных колебаний и существенно влияют на фокусирующие свойства магнитной структуры. Однако, несмотря на эти недостатки, способ получения продольной поляризации с помощью соленоидов обладает тем достоинством, что не требует каких-либо специальных изменений в положении равновесной орбиты и, поэтому, является наиболее привлекательным для применения на уже действующих установках. Локальная компенсация влияния полей соленоидов на движение частиц, предлагаемая в настоящей работе, позволяет сосредоточить связь колебаний на небольшом участке периметра накопителя без изменения направления поляризации. Это существенно облегчает получение продольной поляризации частиц с помощью соленоидов и делает данный способ сравнительно простым и удобным.

Для частного случая $\varphi=\pi$ схема компенсации, состоящая из четырех повернутых на угол 45° квадрупольных линз, расположенных по две с каждой стороны соленоида, впервые была предложена А.М.Кондратенко. Подробное ее описание содержится в работе/2/. Данная схема позволяет устранять связь колебаний, но, однако, не решает вопрос о компенсации дополнительной фокусировки соленоида. Для этого в /2/, например, используются еще 8 квадрупольных линз, что, естественно, усложняет работу всей установки в целом.

В настоящей работе предлагаются методы построения различных схем компенсации полей соленоидов, отвечающие условию локальности возмущений, описанному выше. В общем случае подход к решению задачи не зависит от выбора конкретного угла поворота спина частицы в системе соленоидов и может быть применен не только при $\varphi=\pi$, но и при любом другом произвольном угле φ . Описанная методика использована для нахождения ряда вариантов компенсации поля соленоида, которые могут применяться для получения продольной поляризации на накопителе ВЭПП-4 и других установках.

I. Транспортные матрицы соленоида и повернутой квадрупольной линзы

Как известно /3/, магнитное поле соленоида полностью описывается зависимостью поля на оси от продольной координаты s.

$$B_s = B_s(s) \qquad (I)$$

Векторный потенциал в данном случае имеет только одну компоненту и легко выражается через B_s :

$$A_\varphi(s,r) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!} \cdot B_s^{(2n)} \cdot \left(\frac{r}{2}\right)^{2n+1} \qquad (2)$$

Движение частицы в таком поле описывается лагранжианом, который в цилиндрической системе координат (s , r , φ) имеет вид:

$$\mathcal{L} = -mc^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} + \frac{e}{c}\cdot A_\varphi \cdot r \cdot \dot{\varphi} \qquad (3)$$

Из аксиальной симметрии ($\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} \equiv 0$) следует существование интеграла движения:

$$P_\varphi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{mr^2\dot{\varphi}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} + \frac{e}{c} r \cdot A_\varphi = \frac{mr^2\dot{\varphi}_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (4)$$

Откуда (переходя к дифференцированию по s) получим:

$$\varphi' - \varphi'_0 = -\frac{e}{pc} \cdot \frac{A_\varphi}{r} \qquad (5)$$

В параксиальном приближении ($r \ll \frac{\partial \ln B_s}{\partial s}$) уравнения движения по r и φ оказываются "развязанными", поэтому:

$$\varphi' - \varphi'_0 = -\frac{e}{pc} \cdot B_s(s) \qquad (6)$$

Здесь $-\frac{e}{pc} = \overline{BR}^{-1}$, где $\overline{BR}$ - жесткость. Из (6) прямо следует, что соленоид поворачивает плоскость колебаний частицы на угол $\Delta\varphi = \int \frac{B_s}{2\overline{BR}} ds$. Для того, чтобы соленоид не вносил связи, очевидно, требуется выполнение условия:

$$\int \frac{B_s}{2\overline{BR}} ds = \pm \pi n \qquad (7)$$

В этом случае x-колебание переходит в x, z в z .

Уравнение движения в соленоиде, согласно /4/, легче всего получить переходя во вращающуюся систему координат (кручение $\varkappa(s) = B_s(s)/2\overline{BR}$):

$$y'' + \varkappa(s)^2 y = 0 \ , \quad y = x, z \qquad (8)$$

Отсюда легко заметить, что транспортная матрица соленоида с произвольной зависимостью поля B_s от продольной координаты s будет иметь в общем случае вид:

$$M_s = R(\theta)\begin{pmatrix} F & 0 \\ 0 & F \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} I\cos\theta & I\sin\theta \\ -I\sin\theta & I\cos\theta \end{pmatrix}, \quad \theta = \int_0^{l_s} \frac{B_s}{2\overline{BR}} ds, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (9)$$

Здесь F - 2×2 матрица фокусировки соленоида, R - матрица преобразования поворота, l_s - длина соленоида. В частном случае соленоида с $B_s = Const$ в центре и резкими краями из (8) получается хорошо известный результат /5/:

$$F = \begin{pmatrix} \cos\theta & \frac{2}{\omega}\sin\theta \\ -\frac{\omega}{2}\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}, \quad \omega = \frac{B_s}{\overline{BR}}, \quad \theta = \frac{\omega l_s}{2} \qquad (10)$$

Отметим, что матрица соленоида M_s , а также матрица дрейфового промежутка L коммутируют с матрицей преобразования поворота R :

$$RM_s = M_s R \ , \quad RL = LR \qquad (11)$$

Транспортная матрица повернутой квадрупольной линзы легко выражается через матрицу нормальной квадрупольной линзы T и матрицу R :

$$Q = R^{-1}(\alpha)\, T\, R(\alpha) \qquad (12)$$

где α - угол поворота линзы.

2. Методы построения схем компенсации

Произвольная транспортная 4 x 4 матрица в силу ее симплектичности имеет 10 независимых параметров. Для устранения связи колебаний (зануления антидиагональных 2 x 2 матричных блоков) достаточно занулить 4 из 10 этих параметров. Поэтому, для компенсации связи требуется не более четырех квадрупольных линз. Для устранения влияния фокусировки, вносимой соленоидом, необходимо увеличивать число линз. Отметим, что в качестве дополнительного свободного параметра в схеме компенсации можно использовать взаимное расположение линз.

Описание способов построения схем компенсации влияния полей соленоидов удобно начать со схемы, изображенной на рис.1. Здесь два одинаковых соленоида с произвольным интегралом поля разделены промежутком, на котором установлено 6 нормальных квадрупольных линз. Полная транспортная матрица M от начала первого соленоида до конца второго, согласно (9), (11), может быть записана в виде:

$$M = R\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix} R \tag{13}$$

где A,B – некоторые 2 x 2 матрицы.

Очевидно, что для блочной диагональности матрицы M должно быть выполнено условие:

$$B \equiv -A \tag{14}$$

Для этого достаточно 3-х линз; оставшиеся 3 линзы нужны для приведения матрицы A к любому наперед заданному виду (например, к матрицам типа $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & \ell \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Второй способ компенсации влияния полей соленоидов на движение частиц также в конечном итоге состоит в приведении транспортной матрицы всей системы в целом к виду (13). Здесь взаимное расположение квадрупольных линз и соленоидов, а также число соленоидов может быть произвольным. Основная идея данного метода состоит в правильном выборе угла поворота квадрупольных линз, следующих за соленоидами.

Как следует из (8), во вращающейся системе координат ($\varkappa(s) = B_s/2\overline{BR}$) движение по X и z не связано. Поэтому, вводя на любом азимуте фокусировку квадрупольной линзой с правильным направлением осей, мы получим следующие уравнения движения:

$$\begin{aligned} x'' + [g(s) + \varkappa(s)^2] &= 0 \\ z'' + [-g(s) + \varkappa(s)^2] &= 0 \end{aligned} \tag{15}$$

где $g(s)$ – параметр квадрупольной фокусировки. Транспортная матрица в новых координатах, очевидно, имеет блочно-диагональный вид, а в исходной системе координат:

$$U = R(\theta)\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}, \quad \theta = \int_0^{l_{tot}} \varkappa(s)\,ds \tag{16}$$

l_{tot} – длина схемы компенсации. Матрица $\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$ является простым произведением матриц всех входящих элементов (F , T ; L).

Для приведения матрицы U к виду (13) необходимо повернуть всю систему на угол $(-\theta/2)$:

$$M = R^{-1} U R = R(\theta/2)\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix} R(\theta/2) \tag{17}$$

Таким образом, система квадрупольных линз и соленоидов будет описываться транспортной матрицей вида (13), если, размещая квадрупольные линзы, поворачивать их на угол $\alpha = \int_0^{S} \varkappa(s)\,ds - \theta/2$, где S – азимут расположения линзы.

Очевидно, что с этого места все дальнейшие рассуждения, касающиеся первого метода компенсации влияния полей соленоидов, полностью подходят и ко второму методу.

Простейшая схема компенсации, построенная по второму методу, показана на рис.2. Она позволяет только устранить связь колебаний. Здесь соленоид поворачивает плоскость колебаний на угол θ ; первые две линзы повернуты на угол $-\theta/2$; вторые – на угол $\theta/2$. Частный случай такой системы для $\theta = \pi/2$ разобран в /2/. Более сложные схемы, устраняющие связь колебаний и позволяющие получить произвольный вид матрицы A , приведены на рис.3,4.

3. Примеры

Для каждой конкретной задачи, естественно, должна быть найдена своя схема компенсации влияния поля соленоида. В первую очередь необходимо выбрать наиболее подходящий для данной задачи вид матрицы А. Часто бывает удобно строить схему компенсации таким образом, чтобы матрица А имела вид единичной матрицы $\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ или матрицы дрейфового промежутка $\begin{pmatrix}1 & l_{tot}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, где l_{tot} – полная длина, занимаемая соленоидами и квадрупольными линзами схемы компенсации. Согласно (I4), транспортная матрица по другой координате должна быть равна (-А). Поэтому, для согласования дисперсионной функции необходимо, чтобы матрица А соответствовала движению по X. При этом частота бетатронных колебаний по X увеличивается на целое число, а по z – на полуцелое.

В качестве примера работоспособности методов было рассчитано несколько вариантов схем компенсации влияния полей соленоидов. Для вычислений и поиска окончательных решений применялась программа OPTI /6/.

Схема компенсации, показанная на рис.I, имеет вид матрицы $A = \begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ для произвольных значений полей соленоидов. Зависимости градиентов магнитного поля в квадрупольных линзах от интеграла продольного поля приведены на рис.5. Достоинством данной схемы является нормальное положение квадрупольных линз и возможность плавного включения поля в соленоидах, что позволяет адиабатически изменять направление поляризации. Чтобы при этом не пересекать спиновые деполяризующие резонансы, желательно процедуру перестройки проводить при спиновой частоте ν_z = I/2.

На рис.3 и 4 показаны схемы компенсации с матрицей $A = \begin{pmatrix}1 & l_{tot}\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. Расчетные значения градиентов и углов поворота линз для данных схем приведены в таблице I и 2 соответственно. Отметим, что в этих схемах, для плавного включения магнитного поля в соленоидах, кроме изменений градиентов линз потребуется также их механическое вращение. К достоинствам таких схем следует отнести возможность их компактного исполнения, так как здесь в качестве дрейфовых промежутков между линзами можно использовать участки с продольным полем.

З А К Л Ю Ч Е Н И Е

В данной работе схемы компенсации влияния полей соленоидов на движение частиц строились прежде всего из соображений их применения для получения продольно-поляризованных встречных пучков. Однако, предложенные выше методы компенсации могут быть использо-

ваны и для других целей. Одним из наиболее очевидных приложений является, например, компенсация влияния полей соленоидальных детекторов, которая обычно делается двумя дополнительными соленоидами. Так как интеграл поля в таких детекторах довольно мал ($\theta \sim$ 0.I ÷ 0.0I), то здесь удобно использовать схему рис.2 (градиенты линз $\sim \sqrt{\theta}$). Кроме того, за счет размещения квадрупольных линз ближе к месту встречи можно надеяться получить там меньшие значения β – функций.

Мы искренне благодарны Н.А.Винокурову, И.Я.Протопопову, Ю.М.Шатунову за полезные обсуждения, стимулирующие выполнение данной работы.

Литература

I. Я.С.Дербенев и др. Part. Acc. 8, II5 (I978), препринт ИЯФ 76-II2, (I976).

2. С.А.Никитин, Е.Л.Салдин, "О возможности получения продольной поляризации частиц в накопителе ВЭПП-4", препринт ИЯФ 8I-I9, (I98I).

3. В.В.Батыгин, И.Н.Топтыгин "Сборник задач по электродинамике","Наука", I970.

4. В.Н.Литвиненко, Е.А.Переведенцев, "Расчет параметров пучка в накопителях со связью колебаний", Труды УI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц", стр.254-288, Дубна, I978.

5. R.Larsen, "Transport matrix for a magnetic solenoid", SPEAR-107, (1971).

6. А.А.Жоленц, И.Я.Протопопов, "Оптимизирующая программа расчета каналов транспортировки и согласованных прямолинейных промежутков ускорителей заряженных частиц", препринт ИЯФ 80-2I2, (I980).

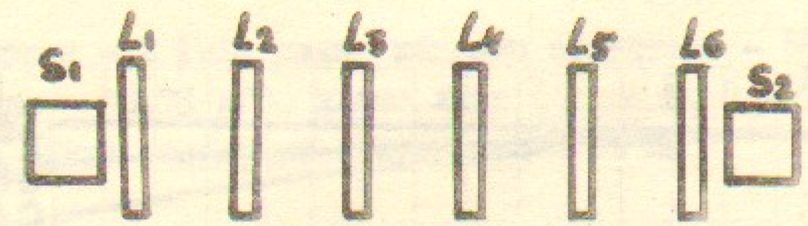

Рис.I

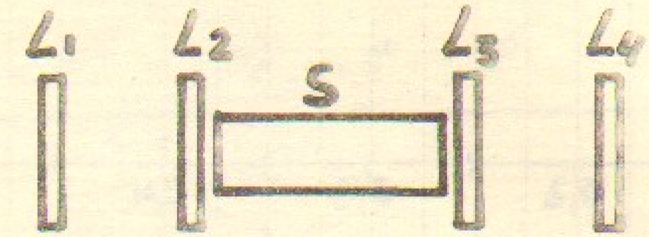

Рис.2

Рис.3

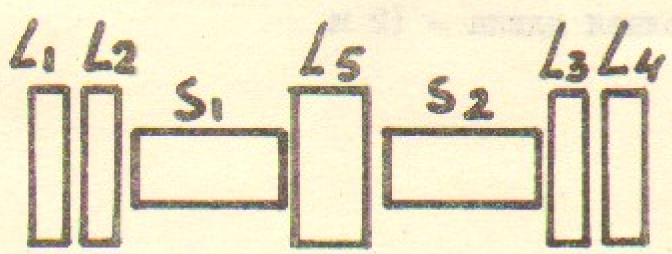

Рис.4

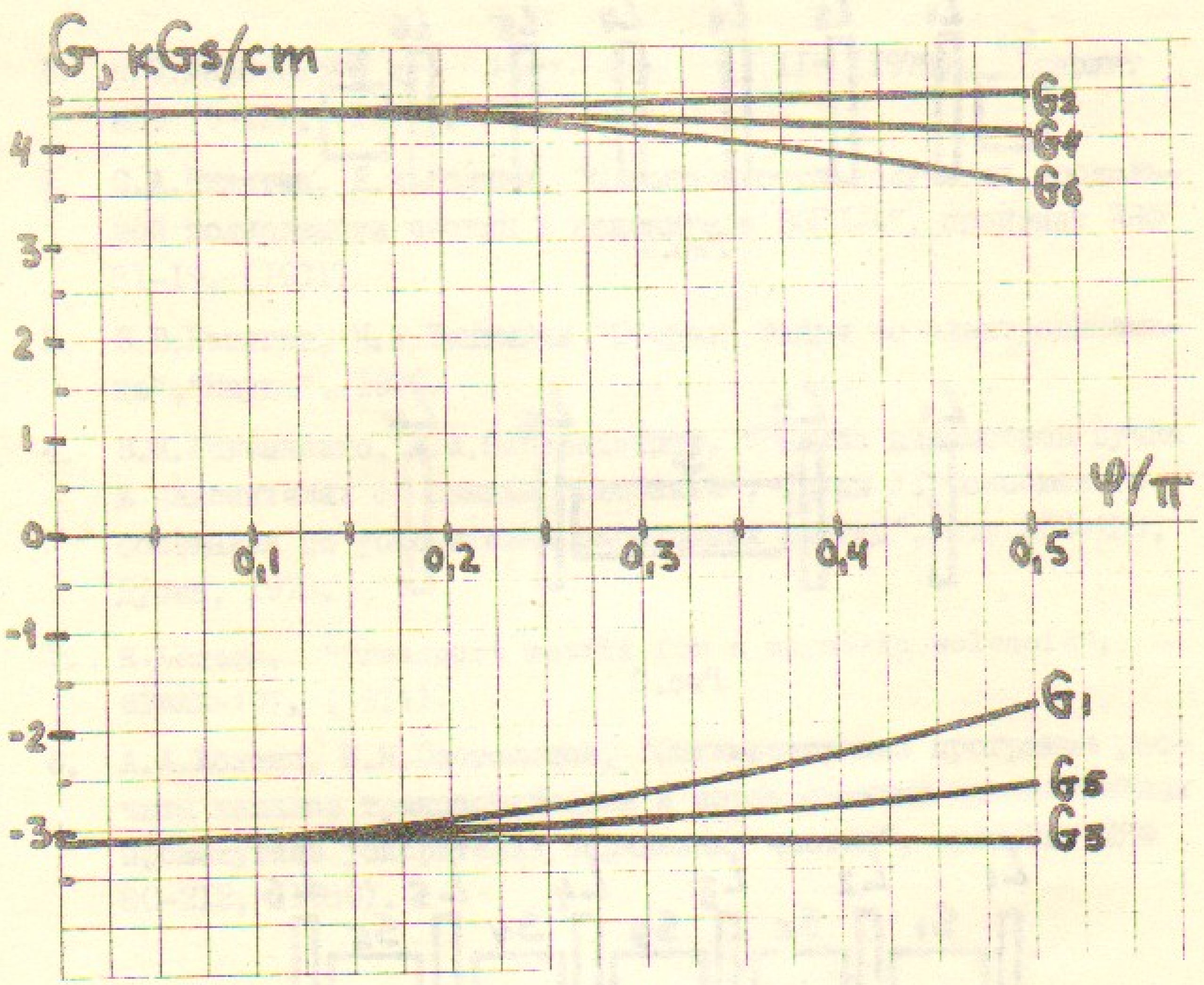

Рис.5 Зависимость градиентов линз от интеграла продольного поля. Энергия – 3 ГэВ, длина каждого соленоида – 82 см, длина каждой линзы – 20 см, расстояние между ними – I80 см, полная длина – I2 м.

Таблица I

Энергия – 2 ГэВ, длина каждого соленоида – 50 см, поле соленоида – 83,78 кГс, длина линз ($L_1 \div L_4$) – 30 см, расстояние между соседними элементами – I0 см.

Название линзы	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
Градиент кГс/см	– 0.33I	0.089	– 0.349	– 3.826	I.532	– I.I03
Угол	– 45°	– 27°	– 9°	9°	27°	45°

Таблица 2

Энергия – 2 ГэВ, длина каждого соленоида – I25 см, поле соленоида – 83.78 кГс, длина линз ($L_1 \div L_4$) – 20 см, длина линзы L_5 – 40 см, расстояние между соседними элементами – I0 см

Название линзы	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
Градиент кГс/см	– 3.252	2.949	2.949	– 3.252	– 3.I28
Угол	– 45°	– 45°	45°	45°	0°