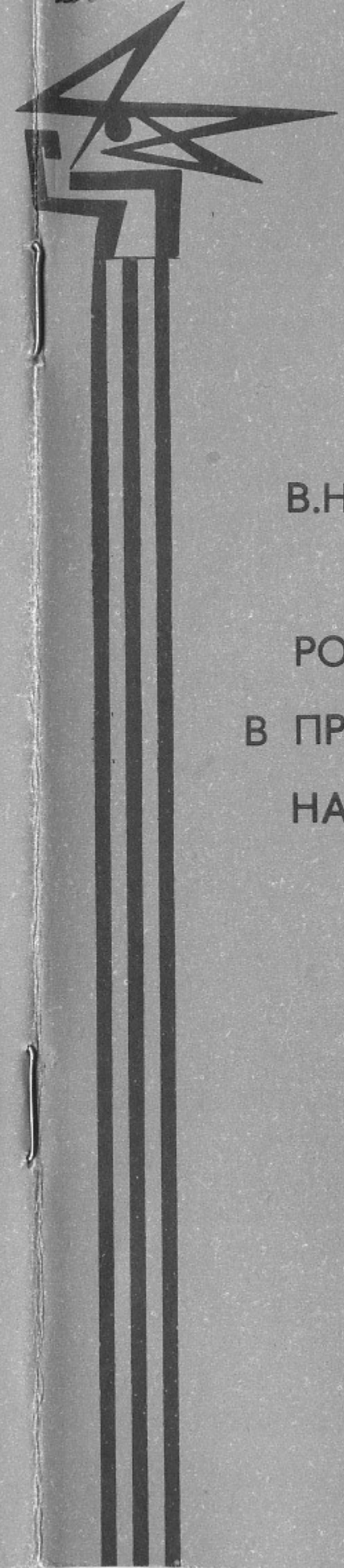


Б.18

43

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР



В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

РОЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ
В ПРОЦЕССЕ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
НА ВСТРЕЧНЫХ e^-e^+ ПУЧКАХ

ПРЕПРИНТ 81 - 5'9



В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

РОЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ В ПРОЦЕССЕ
ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ВСТРЕЧНЫХ
 e^-e^\pm ПУЧКАХ

АННОТАЦИЯ

Процесс однократного тормозного излучения рассмотрен с учетом конечности поперечных размеров сталкивающихся пучков. Сечение процесса вычислено с релятивистской точностью для произвольной формы пучков. Детально проанализирован случай гауссова распределения частиц в пучках.

Формирование основной части тормозного излучения частиц высокой энергии происходит при весьма малых передачах импульса. В пространственно-временной картине процесса это означает, что процесс идет на больших (макроскопических) расстояниях, так что изучение тормозного излучения может быть использовано для проверки применимости квантовой электродинамики на больших расстояниях. Продольную (по отношению к направлению скорости) длину формирования обычно называют длиной когерентности. Для излучения фотона с частотой ω длина когерентности $l_b(\omega) \sim \epsilon(\epsilon - \omega) / m^2 \omega$ где $\epsilon(m)$ — энергия (масса) излучающей частицы. Если на этой длине частица испытывает некоторое воздействие, то картина излучения меняется (эффект Ландау-Померантука [1,2]). Таким образом, этот эффект проявляется при воздействии на саму излучающую частицу (при прохождении электронов через вещество таким воздействием является их многократное рассеяние).

Иная ситуация имеет место в тормозном излучении при столкновении электрона и позитрона в опытах на встречных пучках. Дело в том, что внешние факторы по-разному воздействуют на излучающую частицу и на частицу отдачи. Для излучающей частицы критерий влияния внешних факторов одинаков как при рассеянии на ядре, так и при столкновении частиц. Для частиц отдачи эффект оказывается усиленным в ϵ^2/m^2 раз, что обусловлено тем, что основной вклад в сечение тормозного излучения дает "испускаемые" электроном отдачи виртуальные фотоны с малой частотой

$$q^0 \sim m^2 \omega / 4\epsilon(\epsilon - \omega) \quad (1)$$

так что эффект для частиц отдачи проявляется гораздо раньше, чем для излучающих частиц и оказывается существенным при энергиях, имеющихся на современных установках со встречными пучками [3]

Одним из возможных факторов, действующих на электрон отдачи, является наличие внешнего магнитного поля в области соударения частиц [3-5]. Длина формирования фотона с частотой ω в магнитном поле H есть

$$l_H(\omega) = \frac{\epsilon^2}{m^2} \left(\frac{1}{\epsilon^2 \chi^2 \omega} \right)^{1/3} \quad (2)$$

где $\chi = \frac{\epsilon H}{m H_0}$, $H_0 = \frac{m^2 c^3}{e \hbar} = 4.41 \cdot 10^{13}$ э. Если длина формирования виртуального фотона $L_v = l_b(q_0)$

$$L_{\nu} = 4\varepsilon^3(\varepsilon - \omega) / m^4\omega \quad (3)$$

окажется большей, чем $\ell_n(q_c)$ (см. (I)-(2)), то магнитное поле ограничивает область минимальных передач импульса, что приводит к уменьшению сечения тормозного излучения и изменению его спектра.

В эксперименте [6] по измерению спектра $d\sigma_{\gamma}(\omega)$ тормозного излучения, проведенном на установке со встречными электрон-позитронными пучками ВЭП-4 в Институте ядерной физики СО АН СССР при энергии $\varepsilon = 1.84$ ГэВ, было обнаружено отклонение спектра*) тормозного излучения от результатов стандартного расчета в квантовой электродинамике [7,8]. Это стимулировало дальнейший теоретический анализ проблемы.

В типичных условиях экспериментов на установках со встречными пучками электронов и позитронов при энергиях $\varepsilon \approx 1$ ГэВ могут проявляться эффекты, связанные с малостью прямолинейных промежутков ℓ по сравнению с L_{ν} (см. (3), на это было указано в работе [9]). Наряду с этим, конечность поперечных размеров пучков приводит к ограничению передач поперечного импульса (вблизи нижней границы возможных передач). Если принять, что размер пучка равен a , то последний эффект становится существенным при

$$a \ll 1/q_{\min}, \quad q_{\min} = m^3\omega / 4\varepsilon^2(\varepsilon - \omega) \quad (4)$$

Оба геометрических фактора (вопрос о влиянии поперечных размеров пучков поставил перед нами Ю.А.Тихонов) ограничивают, как и внешнее магнитное поле, область минимальных передач импульса, в результате чего сечение тормозного излучения уменьшается по сравнению с предсказаниями стандартной квантовой электродинамики.

*) Как отмечено в [3] для процесса двойного тормозного излучения ($e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma\gamma$) существенно малые (порядка комptonовской длины волны электрона) расстояния, на которых обсуждаемые здесь эффекты не существенны. Поэтому эффект может наблюдаться по отношению $d\sigma_{\gamma}(\omega) / d\sigma_{\gamma\gamma}(\omega)$, что использовалось в [6]

Поскольку влияние магнитного поля на тормозное излучение изучено достаточно полно в работах [3-5], где вычислены спектрально-угловые распределения тормозного излучения со степенной точностью (отброшены члены $\sim m/(\varepsilon - \omega)$), а из геометрических факторов в реальных условиях основную роль играет конечность поперечных размеров пучков, то в настоящей работе мы сосредоточились на указанной задаче.

Для рассмотрения этого вопроса удобно воспользоваться квазиклассической теорией излучения, развитой в § I6 [7], см. также § 96 [8], поскольку в ней использован пространственно-временной подход, в котором естественно могут быть учтены конечные размеры пучков.

Выберем передачу импульса Q_0 , такую что

$$m \gg Q_0 \gg \max(q_{\min}, \frac{1}{a}) \quad (5)$$

где учтено очевидное условие, что $a \gg \lambda_c$ ($\lambda_c = \frac{1}{m}$ - комptonовская длина волны электрона).

В отличие от результатов § I6 [7], в интересующем нас случае состояние падающей частицы не является плоской волной, а представляет из себя волновой пакет, в котором распределение по поперечной координате описывается некоторой функцией $|f|^2$. В соответствии с этим результаты удобно выражать через число событий на один рассеивающий центр при падении такого волнового пакета. Для случая поляризованных фотонов*) с точностью до членов $\sim m/(\varepsilon - \omega)$ имеем:

$$dN_{\gamma} = \frac{\alpha}{(2\pi)^2} \frac{d^3k}{\omega} \frac{d^2q_{\perp}}{\varepsilon_1\varepsilon_2} \left\{ \left| \vec{e} \left(\vec{A} + \frac{(\vec{k}\vec{A})\vec{p}_1}{k\rho_1} \right) \right|^2 + \frac{\omega^2}{4\varepsilon_1\varepsilon_2} (\vec{e}\vec{e}^*) |\vec{A}|^2 \right\}, \quad \vec{A} = \frac{1}{2\pi i q_{\parallel}} \int d^2\rho \cdot \quad (6)$$

$$\cdot \exp\{i\chi(\rho) + i\vec{q}_{\perp}\vec{\rho}\} f(\vec{\rho} + \vec{x}) \frac{d}{d\rho} \int V(\sqrt{t^2 + \rho^2}) e^{iq_{\parallel}t} dt \quad (7)$$

$$dN_{\gamma} = |M(q)|^2 d^3k d\sigma_0(q_{\perp}) |f(x)|^2 \quad (q_{\perp} \geq Q_0)$$

*) Поляризация электронов может быть также учтена без труда, как это сделано в [7].

здесь p_1, k — 4 импульсы начального электрона (позитрона) и фотона, ε_1, ω — их энергии, $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 - \omega$, $q_{||} = kp_1/\varepsilon_2$ все поперечные вектора определены в плоскости, перпендикулярной \vec{p}_1, \vec{e} — вектор поляризации фотона, $\chi(\rho)$ — фаза рассеяния в данном поле взаимодействия V , $d\sigma_0(q_{\perp})$ — сечение процесса рассеяния, $d\omega = |M(\vec{q})|^2 d^3k$ вероятность излучения на траектории в виде угла для данного переданного импульса \vec{q} .
 Формулы в соответствии с подходом выписаны в системе покоя одного из пучков. Однако, для перехода в представляющую основной интерес \mathcal{U} — систему сталкивающихся частиц достаточно выразить соответствующие величины в (6)–(7) через их значение в \mathcal{U}_0 — системе.

Если провести в (6) суммирование по поляризации фотона, то получим для неполяризованных фотонов

$$dN_{\gamma} = \frac{\alpha}{8\pi} \frac{m^2}{\varepsilon_1^2} \omega d\omega d\zeta \frac{d^2q_{\perp}}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} |\vec{A}_{\perp}|^2 \mathcal{U}(\zeta) \quad (q_{\perp} \leq Q_0) \quad (8)$$

$$\mathcal{U}(\zeta) = \nu - \frac{4(\zeta-1)}{\zeta^2}, \quad \nu = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad \zeta = \frac{2\varepsilon_1}{m^2\omega} (kp_1)$$

Учитывая, что в точке $q = Q_0$ значения dN_{γ} , даваемые формулами (6) (или (8)) и (7) совпадают, число событий можно представить в виде:

$$dN_{\gamma}(q) = d\sigma_{0\gamma}(q_{\perp}) |f(x)|^2 + dN_{1\gamma}(q) \quad (9)$$

где

$$dN_{1\gamma}(q) = \frac{\alpha}{8\pi} \frac{m^2}{\varepsilon_1^2} \omega d\omega d\zeta \frac{d^2q_{\perp}}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \cdot \mathcal{U}(\zeta) [|\vec{A}_{\perp}|^2 - |\vec{A}_{\perp 0}|^2] \quad (10)$$

где величина $\vec{A}_{\perp 0}$ дается формулой (6), если в ней заменить $f(\vec{p}+\vec{x})$ на $f(\vec{x})$, $d\sigma_{0\gamma}(q_{\perp})$ — сечение тормозного излучения, когда начальное состояние описывается плоской волной, т.е. стандартное сечение, вычисляемое в квантовой электродинамике. Для электромагнитного взаимодействия при столкновении электрона с позитроном это сечение приведено, напр., в § 23 [7]. Выражение (9) является общим дифференциальным представлением числа излученных фотонов, содержащим в себе зависимость от поперечных размеров пучка.

Если нас не интересует распределение конечных электронов, то в (9) следует провести интегрирование по \vec{q}_{\perp} . Мы представим результат в терминах сечений, учитывая также распределение частиц во втором пучке

$$d\sigma_{\gamma}(\omega, \zeta) = d\sigma_{\gamma 0}(\omega, \zeta) + d\sigma_{\gamma 1}(\omega, \zeta) \quad (11)$$

где

$$d\sigma_{\gamma 1}(\omega, \zeta) = \frac{\alpha^3}{m^2\pi} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{d\omega}{\omega} \mathcal{U}(\zeta) d\zeta F(\omega, \zeta) \quad (12)$$

здесь

$$F(\omega, \zeta) = q_{\min}^2 \int d^2\rho \rho [K_0(\rho)K_2(\rho) - K_1^2(\rho)] \frac{d\Phi}{d\rho} \quad (13)$$

В формуле (13) $\rho = q_{\min} \rho \zeta$,

$$\Phi(\rho) = \frac{1}{N} \int d^2x |f_1(\vec{p}+\vec{x})|^2 |f_2(\vec{x})|^2 = \frac{1}{N} \int d^2x |f_1(\vec{x})|^2 |f_2(\vec{x}-\vec{p})|^2 \quad (14)$$

где $N = \int d^2x |f_1(\vec{x})|^2 |f_2(\vec{x})|^2$, функции $K_n(\rho)$ в (13) есть функции Макдональда, функции f_1, f_2 описывают распределение частиц в двух сталкивающихся пучках, очевидно, формула (14) симметрична по распределению частиц в обоих пучках.

Проведем теперь анализ общего выражения для сечения (11). Пусть a — характерный масштаб, на котором функция $\Phi(\rho)$ существенно меняется. В случае, когда $q_{\min} a \gg 1$ вклад в интеграл в F (13) дает область $\rho \lesssim 1/q_{\min} \zeta \ll a$. В этом случае поправка к сечению $d\sigma_{\gamma 1}$ (12) стремится к нулю как некоторая степень $1/q_{\min} a$, например, для гауссова распределения как $(1/q_{\min} a)^2$.

В обратном случае $q_{\min} a \ll 1$ ситуация существенно меняется. Интеграл в F (13) принимает наибольшее значение, когда переменная $\zeta \sim 1$, причем основной вклад в интеграл дает область $\rho \lesssim a$, вне которой $d\Phi/d\rho \rightarrow 0$. Тогда аргумент K_n — функций в (13) $\rho \ll 1$ и можно воспользоваться их асимптотическим разложением [10]. Используя это, можно при $q_{\min} a \ll 1$ представить $d\sigma_{\gamma 1}$ (12) в виде:

$$d\sigma_{\gamma 1} = \frac{2\alpha^3}{m^2} \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right) \frac{d\omega}{\omega} \frac{dz}{z^2} u(z) \left[2 \ln(q_{\min} a z) + 1 + 2C - f_1 \right] \quad (I5)$$

где C - постоянная Эйлера $C = 0,577\dots$,

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \int d\varphi \int d\rho \ln\left(\frac{\rho}{2a}\right)^2 \frac{d\rho}{d\rho} \quad (I6)$$

Складывая это сечение в соответствии с формулой (II) с $d\sigma_{\gamma c}$ имеем для дифференциального сечения тормозного излучения при столкновении электрона с позитроном при $q_{\min} a \ll 1$

$$d\sigma_{\gamma}(\omega, z) = \frac{2\alpha^3}{m^2} \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right) \frac{d\omega}{\omega} \frac{dz}{z^2} \cdot \quad (I7)$$

$$\cdot \left\{ u(z) \left[2 \ln(amz) + 2C - f_1 \right] - 2 \left[1 - \frac{6}{z} \left(1 - \frac{1}{z}\right) \right] \right\}$$

Проинтегрировав (I7) по углам, находим для спектра тормозного излучения

$$d\sigma_{\gamma}(\omega) = \frac{2\alpha^3}{m^2} \frac{d\omega}{\omega} \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right) \cdot$$

$$\cdot \left[\left(\nu - \frac{2}{3}\right) \left(\ln(ma)^2 + 2C - f_1 \right) + 2 \left(\nu - \frac{5}{9}\right) \right] \quad (I8)$$

при $\omega \ll \varepsilon$ это сечение переходит в

$$d\sigma_{\gamma}(\omega) = \frac{8\alpha^3}{3m^2} \frac{d\omega}{\omega} \left[\ln(ma)^2 + 2C - f_1 + \frac{13}{6} \right] \quad (I9)$$

Все полученные выше результаты пригодны для произвольной формы распределения частиц в пучках. Если задать конкретное распределение, то расчет удастся существенно продвинуть. Принято считать, что распределение по поперечным координатам (y, z) , частиц движущихся в накопителях, достаточно хорошо аппроксимируется гауссовым распределением:

$$|f(\vec{x})|^2 = \frac{1}{2\pi \Delta_z \Delta_y} \exp \left\{ -\frac{z^2}{2\Delta_z^2} - \frac{y^2}{2\Delta_y^2} \right\} \quad (20)$$

где Δ_z (Δ_{z1}, Δ_{z2}), Δ_y (Δ_{y1}, Δ_{y2}) - соответственно среднеквадратичные вертикальные и радиальные размеры пучков 1 и 2.

Для распределения (20) в формуле (I3) удастся провести интегрирование по переменным ρ и z . При этом удобно воспользоваться следующим представлением

$$K_0(\gamma)K_2(\gamma) - K_1^2(\gamma) = 4 \int_0^{\infty} \gamma h^2 t K_2(2\gamma \cosh t) dt \quad (21)$$

В результате имеем для спектра излученных фотонов:

$$d\sigma_{\gamma}(\omega) = \frac{2\alpha^3}{m^2} \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right) \frac{d\omega}{\omega} \left\{ \left(\nu - \frac{2}{3}\right) \left(\ln \frac{m^2}{q_{\min}} - 1 \right) + \right. \quad (22)$$

$$\left. + \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_0^{\infty} dt t e^{-t} R(\varphi, t) \right\}$$

где

$$R(\varphi, t) = \sqrt{1+\beta^2} \left(\nu - \frac{2}{3} + \frac{4}{3} \beta^2 \right) \ln \mu + 2\nu - \frac{11}{9} + \frac{4}{3} \beta^2 -$$

$$- (\beta \ln \mu)^2 - \pi^2 \frac{\beta \nu}{4} - 2\beta \nu \int_0^{\mu} \frac{dx \ln x}{1-x^2},$$

$$\mu = \beta / (1 + \sqrt{1+\beta^2}), \quad \beta = q_{\min}^2 / t (\Sigma_z^2 \cos^2 \varphi + \Sigma_y^2 \sin^2 \varphi) \quad (23)$$

$$\Sigma_z^2 = \frac{1}{2(\Delta_{z1}^2 + \Delta_{z2}^2)}, \quad \Sigma_y^2 = \frac{1}{2(\Delta_{y1}^2 + \Delta_{y2}^2)}, \quad \nu = 1 - \frac{\omega}{\varepsilon} + \frac{1}{1 - \frac{\omega}{\varepsilon}}$$

Сечение $d\sigma_{\gamma}(\omega)$ записанное в форме (22) оказывается удобным как для получения асимптотических выражений, так и для проведения численных расчетов.

В случае, когда $q_{\min} / (\Sigma_z + \Sigma_y) \ll 1$ находим для $d\sigma_{\gamma}(\omega)$

$$d\sigma_{\gamma}(\omega) = \frac{2\alpha^3}{m^2} \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right) \frac{d\omega}{\omega} \left\{ \left(\nu - \frac{2}{3}\right) \left[\ln \left(\frac{m}{\Sigma_z + \Sigma_y} \right)^2 + C + 2 \right] + \right. \quad (24)$$

$$\left. + \frac{2}{9} - \frac{\pi \sqrt{\pi} \nu q_{\min}}{\Sigma_y + \Sigma_z} K \left(\frac{\Sigma_z - \Sigma_y}{\Sigma_z + \Sigma_y} \right) \right\},$$

здесь $K(k)$ - полный эллиптический интеграл первого рода.

Последний член в фигурных скобках в (24) представляет степенную поправку. Такого рода поправки, например к формуле (I8), имеют место для любого распределения. Для круглых пучков

($\Delta_{z1} = \Delta_{y1}$, $\Delta_{z2} = \Delta_{y2}$) в (24) надо подставить $K(0) = \frac{\pi}{2}$ для "плоских" пучков ($\Sigma_z \gg \Sigma_y$): $K((\Sigma_z - \Sigma_y)/(\Sigma_z + \Sigma_y)) \approx \ln(2\sqrt{\Sigma_z/\Sigma_y})$

Оценка следующих членов разложения по $q_{\min}/(\Sigma_z + \Sigma_y)$ показывает, что в области, где степенные поправки в формуле (24) становятся порядка I, необходимо использовать точное выражение (22).

Формулы (22) и (24) получены в предположении, что оси сталкивающихся пучков совпадают (очевидно они остаются справедливыми, если соосность нарушается на величины малые, по сравнению с наименьшими из Σ_z^{-1} , Σ_y^{-1}). Если в месте встречи пучки разведены, то число событий для процессов, идущих на малых расстояниях, например двойного тормозного излучения, резко падает. Поскольку в процесс однократного тормозного излучения дают вклад большие прицельные параметры, то число событий здесь остается заметным, даже если расстояние между осями пучков велико по сравнению с их размерами.

Например, если гауссовы пучки разведены на расстояния

z_0, y_0 соответственно по координатам z, y , то в случае $z_0, y_0 \ll q_{\min}^{-1}$, $q_{\min} \ll 1$, вычисляя f_1 в формуле (18), получаем:

$$d\sigma_y(\omega) = \frac{2\alpha^3}{m^2} \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right) \frac{d\omega}{\omega} \left\{ \left(\nu - \frac{2}{3}\right) \left[\ln \left(\frac{m}{\Sigma_z + \Sigma_y} \right)^2 + C + 2 + \mathcal{J} \right] + \frac{2}{9} \right\} \quad (25)$$

где

$$\mathcal{J} = \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{(x + \Sigma_z^2)(x + \Sigma_y^2)}} \left(\exp \left\{ \frac{z_0^2 \Sigma_z^4}{x + \Sigma_z^2} + \frac{y_0^2 \Sigma_y^4}{x + \Sigma_y^2} \right\} - 1 \right) \quad (26)$$

Заметим, что при достаточно большом разведении пучков величина \mathcal{J} может оказаться больше других членов в (25).

Сопоставление теории и эксперимента показывает, что теоретическое значение сечения (формула (22)) существенно превышает измеренное в эксперименте [6]. Поэтому основную роль может играть другое физическое явление - упругое рассеяние, за время излучения частицы отдачи, на частицах встречного пучка [II].

Мы благодарны Ю.А.Тихонову за сравнение наших результатов с экспериментом, которое он проводил начиная с июля 1980 г.

Литература

- I. Л.Д.Ландау, И.Я.Померанчук ДАН СССР, 91; 535, 735, 1953.
2. V.M.Galitsky, I.I.Gurevich Nuovo Cimento 32, 396, 1964
3. В.Н.Байер, В.М.Катков ДАН СССР 207, 68, 1972.
4. З.М.Катков, В.М.Страховенко ЯФ, 25, 1245, 1977.
5. В.М.Катков, В.М.Страховенко ЯФ, 32, 1067, 1980.
6. Ю.А.Тихонов. Доклад на сессии ОЯФ, октябрь (1980).
7. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.С.Федин. Излучение релятивистских электронов. Атомиздат. Москва, 1973.
8. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.Н.Питаевский. Квантовая электродинамика Наука, Москва, 1980.
9. В.М.Катков, В.М.Страховенко ДАН СССР 231, 582, 1976.
10. И.С.Грациштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М. (1962) стр.975.
- II. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. Препринт ИЯФ 81-23 (1981), ДАН СССР (в печати).

Работа поступила 24 июня 1981г.

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

Подписано к печати 13.07-1981г. МН 03237

Усл. 0,7 печ. л., 0,55 учетно-изд. л.

Тираж 250 экз. Бесплатно

Заказ № 61.

Отпечатано на ротационной ИЯФ СО АН СССР