

40

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

О НЕКОТОРЫХ ЭКСКЛЮЗИВНЫХ
ПРОЦЕССАХ В КХД С УЧЁТОМ
ДВУХГЛЮОННЫХ СОСТОЯНИЙ

ПРЕПРИНТ 81-56



Новосибирск

О НЕКОТОРЫХ ЭКСКЛЮЗИВНЫХ ПРОЦЕССАХ В КХД
С УЧЕТОМ ДВУХГЛУБОНЫХ СОСТОЯНИЙ

В.Н.Байер, А.Г.Грозин

А Н Н О Т А Ц И Я

Приведена полная классификация волновых функций и уравнений эволюции для мезонов с учетом двухглубоных состояний и сопоставление их с уравнениями эволюции Альтарелли-Паризи. С учетом двухглубоных состояний найдены формфакторы абсолютно нейтральных мезонов, а также вероятности эксклюзивных распадов состояний кваркония.

ON SOME EXCLUSIVE PROCESSES IN QCD
WITH CONSIDERATION OF TWO-GLUON STATES

V.N.Baier, A.G.Grozin

Institute of Nuclear Physics
630090, Novosibirsk 90, USSR

A b s t r a c t

The complete classification (for the leading terms in the expansion in $1/Q^2$) is presented for the meson wave functions designed by eq. (2.1) (their spin structures are collected in Table 1), as well as for the evolution equations (2.5) taking into account two-gluon states. The kernels \mathcal{V} of these equations (satisfying the relations (2.7)) are collected in Table 2 together with their matrix representation γ in the basis (2.12). Diagonal elements of the matrices γ coincide with the moments of the kernels of Altarelli-Parisi equations (see (2.13) and Fig. 1).

Matrix elements for the process $\gamma^* \rightarrow \gamma M$ (Fig. 2a) are given by the formulae (3.1-3.2), and ones for the process $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$ (Fig. 2b,c) - by the formula (3.5) and Table 3. Gluon states do contribute to the matrix element in the case of $S_+ S_-$ states. Exclusive quarkonium decays are analysed with consideration of two-gluon states in Sect. 4-5. Quarkonium transition block into 2 virtual gluons (Fig. 3) is given by the formulae (4.5-4.6). With the use of it, matrix elements M and branching ratios B are calculated for two meson decays of the different quarkonium states (Fig. 5): ψ_q ((5.1-5.3), Table 4); $X_q(1^+)$ ((5.4-5.6), Table 4); $X_q(0^+)$ ((5.7-5.12), Table 5); $X_q(2^+)$ with the spin projection onto the decay axis $m = 0$ ((5.13-5.17), Table 5); $X_q(2^+)$ with $m = \pm 2$ ((5.18-5.21), Table 6). Vector quarkonium decays $\psi_q \rightarrow \gamma M$ are possible to the leading order in α_s and $1/Q^2$ only for S_+ states and are given by the formula (6.1). Appendix and Table 7 give the angular correlations for the process $e^+e^- \rightarrow \psi_q' \rightarrow \gamma X_q \rightarrow \gamma M_1 M_2$ with transversally polarized e^+e^- beams; these correlations are calculated with the help of the cartesian tensor technique.

I. Введение

Анализ эксклюзивных процессов с большими передачами импульса Q является одним из наиболее интересных приложений теории возмущений в квантовой хромодинамике (КХД) [1-4]. В наивной партонной модели поведение амплитуд с ростом Q описывается правилами кваркового счета [5-6], которые соответствуют скейлингу в инклюзивных процессах. В КХД возникают логарифмические отклонения от этих правил (как и от скейлинга). Для учета этих отклонений в главном логарифмическом приближении (в котором суммируются члены типа $(\alpha_s \ln Q^2)^n$) можно воспользоваться уравнениями эволюции для волновых функций в случае эксклюзивных процессов и для функций распределения партонов в случае инклюзивных процессов.

В разделе 2 приведена полная классификация волновых функций и уравнений эволюции для мезонов и сопоставление их с уравнениями эволюции Альтарелли-Паризи для инклюзивных процессов.

В разделе 3 получены формфакторы абсолютно нейтральных мезонов с учетом двухглюонных состояний.

В разделах 4-5 обсуждаются эксклюзивные распады состояний кваркония ψ_q, X_q на 2 мезона, также с учетом двухглюонных состояний. В разделе 6 рассмотрен распад векторного кваркония ψ_q на фотон и мезон. В Приложении приведены угловые корреляции в процессе $e^+e^- \rightarrow \psi_q' \rightarrow \gamma X_q \rightarrow \gamma + \text{мезон}$.

2. Волновые функции и уравнения эволюции

В процессах, в которых мезон формируется (или уничтожается) на малых расстояниях, в главном порядке по кварковому счету (т.е. по $1/Q^2$) дает вклад компонента полной Фокерской волновой функции мезона с минимальным числом партонов (в физических калибровках) [1-4]. А именно, это кварк-антикварковое состояние и двухглюонное состояние, если оно разрешено по квантовым числам. В этом же приближении пару партонов можно считать безмассовыми, находящимися на массовой поверхности и коллинеарными. Мезон описывается волновой функцией (в.ф.) $\psi_M^P(x)$, качественно имеющей смысл амплитуды вероятности найти в мезоне M ровно 2 партона, партон q с долей импульса x и другой партон с долей им-

пульса $x' \equiv \perp - x$. Амплитуда процесса M с участием мезона получается сверткой партонной амплитуды M_H с в.ф. [1-2]:

$$M = \int_0^1 f(x) dx \frac{1}{4N} Sp [P M_H(x)] \quad (2.1)$$

где Sp берется по спиновым и цветовым индексам. Спиновые структуры в.ф. Γ для разных мезонов приведены в таблице I [7]. При этом использованы следующие обозначения: P_+ - импульс мезона, $P_+^2 = 0$; P_- - такой вектор, что $P_-^2 = 0$, $2P_+P_- = Q^2$,

$$g_{\perp}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \ell^{\mu} \ell^{\nu} - g^{\mu\nu}, \quad \varepsilon_{\perp}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu} q_{\alpha} \ell_{\beta}, \quad q = \frac{P_+ + P_-}{Q}, \quad \ell = \frac{P_+ - P_-}{Q}$$

Образование мезонов с большими спиральностями подавлено по кварковому счету.

В.ф. абсолютно нейтральных мезонов удовлетворяют соотношениям симметрии

$$f^q(x') = -P f^q(x), \quad f^g(x') = P f^g(x) \quad (2.2)$$

где P - четность мезона. Это связано с тем, что произведение внутренних четностей кварка и антикварка равно -1 , а двух глюонов $+1$. Кварковые в.ф. абсолютно нейтральных мезонов можно разложить на синглетную и несинглетную по аромату часть. Синглетная в.ф. преобладает в η' , f мезоне, составляет заметную примесь в η , f' мезоне и часть порядка 1 в η_c, η_c', \dots мезонах. Глюонные в.ф. полностью относятся к синглетной части.

В.ф. медленно зависят от Q^2 . Эта зависимость в главном логарифмическом приближении описывается уравнением эволюции [1-2]. Уравнения эволюции для синглетных в.ф. мезонов $0^-, 2^-, \dots$ и $0^+, 2^+, \dots$ являются матричными, т.к. содержат кварк-глюонное смешивание [7-12]. Для удобной записи уравнений эволюции введем функции (а, в, с... = q, g)

$$F^a(x, \xi) = \frac{1}{xx'} f^a(x, Q^2) \quad (2.3)$$

где $\xi = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{\alpha_s(Q^2)}$, $\beta = \frac{11}{3}N - \frac{2}{3}n_f$, $N=3$ - число цветов, n_f - число активных ароматов. Будем использовать далее верхние и нижние индексы [7], связанные "метрическим тензором"

$$H_{ab} = \begin{pmatrix} xx' & 0 \\ 0 & \frac{c_F}{n_f} (xx')^2 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

где $c_F = \frac{N^2 - 1}{2N}$. Уравнение эволюции имеет вид

$$\left(g_b^a \frac{\partial}{\partial \xi} + C_b^a \right) F^b(x, \xi) = \int_0^1 dy V_b^a(x, y) F^b(y, \xi) \quad (2.5)$$

где подразумевается суммирование по повторяющимся индексам,

$$C_b^a = \begin{pmatrix} c_F & 0 \\ 0 & \frac{N+2n_f}{3} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Ядра V_b^a уравнений эволюции различны для разных мезонов и приведены в таблице 2. Они удовлетворяют свойству симметрии

$$V_{ab}(x, y) = V_{ba}(y, x) \quad (2.7)$$

Общее решение уравнения эволюции может быть записано в виде разложения по собственным функциям:

$$F^a(x, \xi) = \sum_n a_n(\xi_0) E_n^a(x) e^{-\gamma_n(\xi - \xi_0)} \quad (2.8)$$

В случае мезонов со спиральностью 0 существует единственная собственная функция, имеющая $\gamma_0 = 0$, а именно

$$E_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Для всех остальных собственных функций $\gamma_n > 0$ и, следовательно, они вымирают при $\xi \gg 1$. Наличие такой функции связано с сохранением при эволюции интеграла

$$\int f^q(x) dx = const \quad (2.10)$$

В.ф. мезонов с ненулевой спиральностью, а также абсолютно нейтральных мезонов с положительной четностью (в которых не содержится мода (2.9)), полностью вымирают при $\xi \gg 1$.

Для нахождения остальных собственных значений и собственных функций перейдем к переменным

$$x = \frac{1}{2}(1+X), \quad y = \frac{1}{2}(1+Y) \quad (2.11)$$

и запишем интегральный оператор $(C-V)_b^a$ в базисе

$${}_q e_n = \begin{pmatrix} X^n \\ 0 \end{pmatrix}, \quad {}_g e_n = 2 \begin{pmatrix} 0 \\ X^{n-1} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

в виде матрицы:

$$(C-V)_a e_n = \sum_{b,k} (\gamma_a^b)_n^k e_k$$

Удобно сделать замену переменной: в члене, содержащем $\mathcal{D}(x-y)$ $x = zy$ а в члене, содержащем $\mathcal{D}(y-x) = \mathcal{D}(x'-y')$ $x' = zy'$. При этом оказывается, что матрицы γ_a^b являются треугольными.

Замечательно, что диагональные элементы матриц γ_a^b совпадают с моментами ядер уравнений Альтарелли-Паризи [13,14], описывающих эволюцию функций распределения партонов в инклюзивных процессах. Операторы $(C-V)$, соответствующие в.ф. типа S , связаны с регуляризованными ядрами уравнения Альтарелли-Паризи для суммы распределений партонов с положительной и отрицательной спиральностью, а соответствующие в.ф. типа P - для их разности:

$$(C-V)^{S,P}_a e_n = \sum_b \left[\int P_{ab}^{S,P}(z) z^n dz \right] e_n + \dots \quad (2.13)$$

где $P_{ab}^S = 2P_{ab}$, $P_{ab}^P = 2\Delta P_{ab}$; P_{ab} , ΔP_{ab} - ядра из [13]; многочлен означает члены e_k с $k < n$. Причина этого состоит в том, что матрицы плотности партонов в уравнении Альтарелли-Паризи

$$\frac{1}{2}(1+\gamma^5)\hat{p} \pm \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\hat{p} = \hat{p}, \quad \gamma^5 \hat{p} \\ e_+^\mu e_-^\nu \pm e_-^\mu e_+^\nu = \delta_{\pm}^{\mu\nu}, \quad i\varepsilon_{\pm}^{\mu\nu} \quad (2.14)$$

совпадают со спиновыми структурами в.ф. (таблица I). Поэтому спиновая структура диаграмм, изображающих эволюцию функций распределения и в.ф. (рис.1) одинакова: если начать со структуры Γ_a , то структура Γ_b воспроизведется как коэффициент при логарифме. Такое сопоставление для ядра V_g^q было проведено Чейзом

[10] с помощью другой техники (замены переменных в интегралах по фейнмановским параметрам).

Матрицы γ приведены в таблице 2. Собственные функции можно прямым, но длинным путем найти при помощи их диагонализации [12], но удобнее исходить из общих свойств симметрии.

Поскольку операторы $(C-V)_q^q$ и $(C-V)_g^g$ не повышают степень X , их собственные функции являются полиномами. Из свойства симметрии (2.7) следует, что собственные функции оператора $(C-V)_q^q$ ортогональны с весом $H_{qq} = xx$. Поэтому они представляют собой полиномы Гегенбауэра $C_n^{3/2}(X)$. Аналогично, собственные функции оператора $(C-V)_g^g$ ортогональны с весом $H_{gg} = \frac{C_F}{n_f} (xx')^2$, и поэтому представляют собой полиномы Гегенбауэра $C_{n-1}^{5/2}(X)$. При отсутствии смешивания эти функции являются и собственными функциями всего уравнения эволюции.

Для рассмотрения смешивания перейдем к ортонормированному базису

$${}_q E_n = 2 \sqrt{\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}} \begin{pmatrix} C_n^{3/2}(X) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$${}_g E_n = 12 \sqrt{\frac{n_f}{C_F} \frac{(2n+3)}{n(n+1)(n+2)(n+3)}} \begin{pmatrix} 0 \\ C_{n-1}^{5/2}(X) \end{pmatrix}$$

Матрицы $(C-V)_q^g$ и $(C-V)_g^q$ в новом базисе являются треугольными. Наряду с этим из свойства симметрии (2.7) следует, что они симметричны друг другу. Следовательно, они являются диагональными. Иными словами, операторы $(C-V)_b^a$ переводят вектора базиса (2.15) с данным n друг в друга. В результате можно искать собственные вектора для каждого n отдельно. Для этого необходимо диагонализировать матрицу $(\gamma_n)_b^a$:

$$(\gamma_n)_q^q = (\gamma_q^q)_n^n, \quad (\gamma_n)_g^g = (\gamma_g^g)_n^n, \quad (2.16)$$

$$(\gamma_n)_g^q = \sqrt{\frac{n_f}{C_F} \frac{n}{n+3}} (\gamma_q^q)_n^n = (\gamma_n)_q^g = \sqrt{\frac{C_F}{n_f} \frac{n+3}{n}} (\gamma_g^g)_n^n$$

Кварковые ядра V_g^q для спиральностей ± 1 были получены Бродским и Лепакем [1,2]. Они исчерпывают вопрос, если двухглюонные состояния запрещены (несниглетные по аромату в.ф., спиральность ± 1 или нечетный спин мезона). Матрица V для спи-

глетных в.ф. мезонов $0^-, 2^- \dots$ была независимо получена Терентьевым [9] и нами [7], а для мезонов $0^+, 2^+ \dots$ — Чейзом [II]. Все матрицы γ , приведенные в таблице 2, согласуются с [II, 12, 9, 7], хотя V_g^g в [9] вдвое больше, чем у нас, а V_g^g в [II] имеет противоположный знак по сравнению с таблицей 2. Однако Чейз ошибочно считал свой результат применимым ко всем мезонам со спиральностью 0, кроме того, он считал, что ненулевая спиральность всегда приводит к подавлению по $1/Q^2$. Вследствие этого, его основные результаты о двухфотонных процессах неправильны. Ядро V_g^g для двухглюонных состояний со спиральностью ± 2 ранее не публиковались. Как показал Макеенко [15], тот факт, что собственные функции V_g^g есть $C_n^{3/2}$, а $V_g^g - C_{n-1}^{5/2}$ связан с конформной группой. Матрица аномальных размерностей для синглетных в.ф. мезонов $0^-, 2^- \dots$ была ранее получена операторным методом Шифманом и Висоцким [12]. Диагональные элементы $(\gamma_a^b)_n$ для в.ф. S и P типов, совпадающие с моментами ядер Альтарелли-Паризи для неполяризованных и поляризованных партонов, фактически известны давно, т.к. в операторном подходе они изучались в задачах о глубоко неупругом рассеянии соответственно неполяризованных [16, 17] и поляризованных [18] частиц (в последней работе коэффициенты в $(\gamma_n)_g^g$ и $(\gamma_n)_g^g$ не совпадают с [12] и [7]).

3. Формфакторы абсолютно нейтральных мезонов

Простейший эксклюзивный процесс — это $\gamma \rightarrow \gamma M$ (переходный формфактор фотон-мезон) (рис. 2.а). В нем участвует только кварковая в.ф., и спиральность мезона должна быть равна 0 [1, 2]. С учетом эволюции в.ф. следует брать в точке нормировки Q^e . Могут рождаться только абсолютно нейтральные мезоны с положительной C -четностью. Матричный элемент для в.ф. типа P [1, 2]

$$M = e \frac{2i\epsilon_1^{\mu\nu}}{2} \sum_q Q_q^2 \int \left(\frac{1}{x'} + \frac{1}{x}\right) f_M^q(x) dx = \begin{cases} e^2 i \epsilon_1^{\mu\nu} \sum_q Q_q^2 I_M^q(P_+) & (P_+) \\ 0 & (P_-) \end{cases} \quad (3.1)$$

и типа S

$$M = e^2 \frac{\delta_1^{\mu\nu}}{2} \sum_q Q_q^2 \int \left(\frac{1}{x'} - \frac{1}{x}\right) f_M^q(x) dx = \begin{cases} e^2 \delta_1^{\mu\nu} \sum_q Q_q^2 I_M^q(S_+) & (S_+) \\ 0 & (S_-) \end{cases} \quad (3.2)$$

где Q_q — заряд кварка.

Для мезонов с отрицательной C -четностью интегралы обращаются в 0 в силу свойства симметрии (2.2). Здесь встречается широко распространенный интеграл, для которого введем обозначение

$$I_M^P = \int_0^1 \frac{f_M^P(x) dx}{2-x}, \quad P=(g \text{ или } g) \quad (3.3)$$

Введем также для дальнейшего обозначение

$$f_M^P = \int f_M^P(x) dx \quad (3.4)$$

Например, $f_{\pi^+}^u = f_{\pi^+}$.

Для процесса $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$ (формфактор мезон-мезон) (рис. 2 б, в) в главном порядке по кварковому счету дают вклад комбинации в.ф. $P, P; S, S$. Матричный элемент равен [1-4]

$$M = e (P_{M_1} - P_{M_2})^{\mu} \frac{C_F}{N} \frac{2\pi d_s}{Q^2} A \quad (3.5)$$

где $d_s = \frac{g^2}{4\pi}$, а величины A приведены в таблице 3. Если мезоны не являются абсолютно нейтральными, вклад дает только кварковые диаграммы рис. 2, б. Если мезоны принадлежат одному изотриплету, то по изотопической симметрии $A = Q_M (\sum I_M^q)^2$, Q_M — заряд мезона. В случае электрически нейтральных мезонов, являющихся частицей и античастицей (напр., K^0, \bar{K}^0), $A = Q_q [(I_M^q)^2 - (I_M^{\bar{q}})^2]$. Тогда сечение процесса является мерой асимметрии в.ф., т.е. нарушения $SU(3)$ [2]. При точной $SU(3)$ симметрии в.ф. мезона совпадала бы с в.ф. абсолютно нейтральных мезонов из того же мультиплетта и удовлетворяла бы свойству симметрии (2.2), и A обратилось бы в 0 в соответствии с отбором по C -четности. Если мезоны являются абсолютно нейтральными, то по правилу отбора по C -четности возможны только комбинации в.ф. $P_+ P_-$ и $S_+ S_-$ (в противном случае 2 члена в A сокращаются). При этом могут давать вклад глюонные диаграммы рис. 2, в. Фактически они отличны от нуля только в случае $S_+ S_-$ (см. таблицу 3).

4. Эксклюзивные распады кваркония

Рассмотрим процесс с участием кваркония и выразим его амплитуду через ампутированную Бете-Сальпетеровскую амплитуду $\chi(k)$

$$M = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Sp} [G(-x_0 p + k) X(k) G(x_0 p + k) M_H(k)] \quad (4.1)$$

где $x_0 = \frac{m_q}{m_q + m_{\bar{q}}}$ (если кварки одинаковы, $x_0 = 1/2$). Выделим спиновую структуру $X(k) = \tilde{X}(k) \Gamma$. Для паракваркония $\Gamma = \gamma^5$ и для ортокваркония $\Gamma = \hat{e}$, любые другие структуры сводятся к этим в пренебрежении движением кварков, учет же отличий дает поправки $\sim v^2$. Знаменатели пропагаторов G вместе с $\tilde{X}(k)$ образуют Бете-Сальпетеровскую волновую функцию для бесспиновых частиц $\tilde{\Psi}(k)$:

$$M = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \tilde{\Psi}(k) \text{Sp} [(-x_0 \hat{p} + \hat{k} + x_0 m) \Gamma (x_0 \hat{p} + \hat{k} + x_0 m) M_H(k)] \quad (4.2)$$

где m - масса кваркония.

Функции, входящие в след матриц в (4.2), существенно меняются при изменении k на величину $\sim m$. Так как в $\tilde{\Psi}(k)$ характерные $k \ll m$, то след в (4.2) можно разложить по степеням k/m и оставить первый не обращающийся в нуль член. Это приближение [19] эквивалентно нерелятивистской потенциальной модели [20]. Для состояния с орбитальным моментом ℓ этот не обращающийся в нуль член должен содержать k/m ℓ раз, и матричный элемент определяется интегралом

$$\psi_{\ell}^{n_1 \dots n_\ell} = 4x_0 x_0' \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \tilde{\Psi}(k) \frac{k^{n_1}}{m} \dots \frac{k^{n_\ell}}{m} \quad (4.3)$$

Скалярная величина $\psi_{\ell}^2 = (-1)^{\ell} \psi_{\ell}^{n_1 \dots n_\ell} \psi_{\ell}^{n_1 \dots n_\ell}$ связана с соответствующей производной Шредингеровской волновой функции в нуле [19]:

$$\left| \frac{\nabla^{i_1} \dots \nabla^{i_\ell} \psi(0)}{m^{\ell+3/2}} \right|^2 = N \psi_{\ell}^2 \quad (4.4)$$

В случае ортокваркония с $\ell \neq 0$ вычисленный таким образом матричный элемент относится, однако, к состоянию кваркония с отдельно фиксированной поляризацией суммарного спина e и орбитального момента $\psi_{\ell}^{i_1 \dots i_\ell}$. Для вычисления матричного элемента для физического состояния с фиксированной поляризацией суммарного момента необходимо взять линейную комбинацию полученных матричных элементов с коэффициентами Клебша-Гордана.

Пользуясь этой схемой, найдем для дальнейшего использования блок перехода кваркония в 2 виртуальных глюона (рис.3). В соответствии с правилами отбора по C -четности, в 2 виртуальных глюона могут переходить состояния $^1S_0(2q)$;

$$^3P_0(X_q(0^+)), ^3P_1(X_q(1^+)), ^3P_2(X_q(2^+))$$

(мы ограничимся s и p волновыми состояниями). Для $2q$ этот блок равен

$$L^{\mu\nu}(2q) = 4g^2 \psi_0 \frac{1-x_+-x_-}{1+(1-2x_+)(1-2x_-)} i \varepsilon_{\perp}^{\mu\nu} \quad (4.5)$$

Для X - состояний с отдельно фиксированной поляризацией суммарного спина e^H и орбитального момента ψ_{ℓ}^H он равен

$$L^{\mu\nu}(X_q) = \frac{8g^2}{z^2} \left\{ 2(1-x_+-x_-)(\ell \psi_{\ell}^H) [(1-x_+-x_-)(\ell) g^{\mu\nu} - \ell^{\mu} e^{\nu} - \ell^{\nu} e^{\mu}] + (\alpha_+ - \alpha_-) (q^{\mu} e^{\nu} + q^{\nu} e^{\mu}) - (q^{\mu} e^{\nu} - q^{\nu} e^{\mu}) \right\} \quad (4.6)$$

где $z = 1 + (1-2x_+)(1-2x_-)$, вектора q^H, ℓ^H определены по (2.1). Чтобы спроектировать этот блок перехода на физические состояния $X_q(0^+), X_q(1^+), X_q(2^+)$, в нем надо произвести замену $\psi_{\ell}^{\alpha} e^{\beta} \rightarrow \psi_{\ell}^{\alpha} K^{\alpha\beta}$, где $K^{\alpha\beta}$ - тензоры, образованные из коэффициентов Клебша-Гордана:

$$\begin{aligned} K^{\alpha\beta}(0^+) &= \frac{1}{\sqrt{3}} (q^{\alpha} q^{\beta} - g^{\alpha\beta}); \\ K^{\alpha\beta}(1^+) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \varepsilon^{\mu\alpha\beta\nu} q_{\mu} n_{\nu}; \\ K^{\alpha\beta}(2^+, 0) &= \sqrt{\frac{2}{3}} (\ell^{\alpha} \ell^{\beta} - \frac{1}{2} \delta_{\perp}^{\alpha\beta}), \\ K^{\alpha\beta}(2^+, \pm 1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\ell^{\alpha} e_{\pm}^{\beta} + \ell^{\beta} e_{\pm}^{\alpha}), K(2^+, \pm 2) = e_{\pm}^{\alpha} e_{\pm}^{\beta} \end{aligned} \quad (4.7)$$

В формуле для $K^{\alpha\beta}(1^+)$ - n^{ν} вектор поляризации $X_q(1^+)$; поляризация $X_q(2^+)$ описывается тензором, поэтому для удобства выписаны явные формулы для всех проекций момента $X_q(2^+)$ на направление ℓ .

В качестве тривиального частного случая из (4.5), (4.6) можно получить матричные элементы распада на 2 реальных глюона, положив $\alpha_+ = 1$, $\alpha_- = 1$. Тогда для $X_q(1^+)$ имеем 0 в соответствии с теоремой Ландау; для $X_q(2^+)$ матричный элемент отличен от 0 только если проекция момента на ось распада равна ± 2 , и спиральности глюонов противоположны. Отсюда следует известные формулы для адронных ширин [20]

$$\begin{aligned} \Gamma(\varrho_q) &= 8\pi N_c F m \alpha_s^2 \psi_0^2 \\ \Gamma(X_q(0^+)) &= 96\pi N_c F m \alpha_s^2 \psi_1^2 \\ \Gamma(X_q(2^+)) &= \frac{128\pi}{5} N_c F m \alpha_s^2 \psi_1^2 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Ширина $X_q(1^+)$ в логарифмическом приближении определяется распадом на $q\bar{q}g$ [21], и ее можно найти из (4.6), считая один глюон реальным и мягким: $\alpha_- = 1$, $\alpha_+ \ll 1$. При этом из (4.6) получается известный результат [22] (см. также [20]):

$$\Gamma(X_q(1^+)) = \frac{128}{9} n_f N_c F m \alpha_s^3 \psi_1^2 \ell_0 \quad (4.9)$$

где $\ell_0 \simeq \ell_n \frac{m}{\Delta}$, Δ - характерная виртуальность кварков в кварконии; n_f - число сортов кварков, более легких, чем q .

5. Распады ϱ_q, X_q на 2 мезона

Диаграммы распадов ϱ_q, X_q на 2 мезона изображены на рис.4. Для диаграмм рис.4 а, б матричный элемент равен $M = L_{\mu\nu} R^{\mu\nu}$, а рис.4 в, г $M = L_{\mu\nu}(\alpha_- = 1) R^{\mu\nu}$, где тензор $R^{\mu\nu}$ строится по правой части диаграмм (включая пропагаторы глюонов), а для мезонов используется формула (2.1), причем в.ф. берутся в точке нормировки m^2 . Матричные элементы, соответствующие диаграммам рис.4 а, б, не факторизуются на множители, зависящие от в.ф. отдельных мезонов. Далее будут приводиться вероятности распадов, полученные с учетом полных ширин (4.8-4.9). Точность вероятностей распадов $X_q(1^+)$ ниже остальных из-за теоретических неопределенностей в полной ширине (4.9), точность же всех парциальных ширин одного порядка. Распады векторного кваркония на 2 мезона описываются однопетлевыми диаграммами и до сих пор, к сожалению, не вычислены.

Если мезоны являются абсолютно нейтральными, в матричных элементах содержатся суммы по ароматам. Вследствие изотопической симметрии эти суммы обращаются в 0, если изоспин мезонов нельзя сложить в 0. Если бы для в.ф. была справедлива $SU(3)$ симметрия, они содержали бы и правила отбора $SU(3)$, например, запрет рождения синглета и восьмой компоненты октета. В действительности в.ф. изосинглетных мезонов содержат как синглетную часть, так и восьмую компоненту октета. Причем если бы форма кварковых в.ф. $f^S(\alpha)$ и $f^{U,\alpha}(\alpha)$ была одинаковой, доли этих частей в.ф. были бы равны $\cos \vartheta_{mix}$ и $\sin \vartheta_{mix}$, где ϑ_{mix} - угол смешивания. На самом деле для такого совпадения форм нет серьезных оснований, и ситуация, повидимому, не описывается одним углом смешивания (можно было бы ввести $\vartheta_{mix}(\alpha)$, но вряд ли это полезно). Во всяком случае, глюонная в.ф. принадлежит к синглетной части, и сумма по ароматам кварковых в.ф. одного из мезонов, которая умножается на глюонную в.ф. другого, отбирает синглетную часть кварковой в.ф. Сумма по ароматам в кварк-кварковой части матричных элементов отбирает члены синглет \times синглет + октет \times октет. Вопрос же о том, насколько велики синглетная и несинглетная части в.ф., например, в ϱ и ϱ' -мезона, является открытым, хотя разумно считать, что в ϱ' синглетная часть более существенна. Поэтому эффекты глюонной в.ф., видимо, более важны для ϱ' , чем для ϱ .

Для абсолютно нейтральных мезонов существуют правила отбора по C -четности. В формулах они проявляются в том, что при неправильной C -четности интеграл по α_+, α_- от волновых функций обращается в 0 в силу свойств симметрии (2.2). Так, интегралы K и K_1 (см. ниже распады ϱ_q и $X_q(1^+)$), в которые входит комбинация кварковых в.ф. S, P , обращаются в 0, если в.ф. одновременно симметричны или антисимметричны; поэтому в разрешенных распадах четности мезонов противоположны, что с учетом типа в.ф. S, P (см. табл.1) приводит к одинаковым C -четностям. Аналогично, интегралы K_0 и K_2 (см. распады $X_q(0^+)$ и $X_q(2^+)$ при $m = 0$), в которые входят комбинации кварковых в.ф. P, P и S, S , а также интеграл K_V (см. распад $X_q(2^+)$ при $m = 2$), в который входит комбинация V, V , обращаются в 0, если одна в.ф. симметрична, а другая антисимметрична. Поэтому в разрешенных распадах четности одинаковы, что с учетом типа в.ф. приводит к одинаковым C -четностям. C -четность мезона, содержа-

щего глюонную в.ф., положительна, поэтому в матричных элементах распада на глюонное и кварковое состояние должна отбираться положительная С-четность кваркового состояния. В формулах это проявляется в том, что для в.ф. Р-типа входит симметричный интеграл, а S-типа - антисимметричный (так же, как в (3.1-3.2)).

Распады на нестранные заряженные мезоны (автоматически оба имеющие изоспин 1) по изотопической симметрии совпадают с распадами на абсолютно нейтральные компоненты изотриплетов. Поэтому для них имеется то же правило отбора (разные четности для S, P и одинаковые для P, P; S, S; V, V). Действительно, по изотопической симметрии кварковые в.ф. удовлетворяют (2.2), и интегралы обращаются в 0 в тех же случаях. Это есть правило отбора по G-четности. Для странных мезонов становятся разрешенными и распады, нарушающие правило разных (S, P) или одинаковых (P, P; S, S; V, V) четностей. Они обусловлены асимметрией в.ф. (отклонением от (2.2)), т.е. нарушением SU(3) симметрии.

Для распадов ψ_q мы имеем матричный элемент M и относительную вероятность распада B ($B = \Gamma(\psi_q \rightarrow M_1 M_2) / \Gamma(\psi_q)$, где $\Gamma(\psi_q)$ дается формулой (4.8)).

$$M = \frac{C_F}{N} g^4 \psi_0 \frac{A}{m}, \quad B = 2\pi^2 \frac{C_F}{N^3} \alpha_s^2 \frac{A^2}{m^4} \quad (5.1)$$

где величины A приведены в таблице 4. В главном порядке по кварковому счету дает вклад комбинация в.ф. S, P. Интеграл K (кварк-кварковый матричный элемент, рис.4,а) определен как

$$K = \int_0^1 \int_0^1 \frac{(1-x_+-x_-) f_{M_1}^q(x_+) f_{M_2}^q(x_-) dx_+ dx_-}{x_+ x_+ x_- x_- z} \quad (5.2)$$

где функция z введена в формуле (4.6).

В том случае, когда разрешены двухглюонные состояния,

$$A = \sum_q K + I_{M_1}^q \sum_q I_{M_2}^q + I_{M_2}^q \sum_q I_{M_1}^q + N I_{M_2}^g (I_{M_1}^g - f_{M_1}^g) \quad (5.3)$$

Кроме того, разрешена комбинация глюонных в.ф. T, T.

В разрешенных двухмезонных распадах $X_q(1^+)$ проекция спина X на ось распада должна быть равна 0. При этом

$$M = 2\sqrt{2} \frac{C_F}{N} g^4 \psi_1 \frac{A}{m}, \quad B = \frac{3\pi^3 C_F}{n_f N^3} \frac{\alpha_s^2}{e_0} \frac{A^2}{m^4} \quad (5.4)$$

где величины A приведены в таблице 4. В главном порядке по кварковому счету дает вклад комбинация в.ф. S, P. Интеграл K_1 определен как

$$K_1 = \int_0^1 \int_0^1 \frac{(x_+ - x_-) f_{M_1}^q(x_+) f_{M_2}^q(x_-) dx_+ dx_-}{x_+ x_+ x_- x_- z} \quad (5.5)$$

В том случае, когда разрешены двухглюонные состояния,

$$A = \sum_q K_1 + I_{M_1}^g \sum_q I_{M_2}^q + I_{M_2}^g \sum_q I_{M_1}^q + N I_{M_2}^g (I_{M_1}^g - f_{M_1}^g) \quad (5.6)$$

Для распадов $X_q(0^+)$ мы имеем

$$M = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{C_F}{N} g^4 \psi_2 \frac{A}{m}, \quad B = \frac{8\pi^2 C_F}{9 N^3} \alpha_s^2 \frac{A^2}{m^4} \quad (5.7)$$

где величины A приведены в таблице 5. В главном порядке по кварковому счету дает вклад комбинация в.ф. P, P; S, S. Интеграл K_0 определен как

$$K_0 = \int_0^1 \int_0^1 \left[1 + \frac{(1-x_+-x_-)^2}{z} \right] \frac{f_{M_1}^q(x_+) f_{M_2}^q(x_-) dx_+ dx_-}{x_+ x_+ x_- x_- z} \quad (5.8)$$

Интеграл K_g (глюон-глюонный матричный элемент, рис.4,б) определен как

$$K_g = \int_0^1 \int_0^1 \frac{f_{M_1}^g(x_+) f_{M_2}^g(x_-) dx_+ dx_-}{z^2} \quad (5.9)$$

Двухглюонные состояния разрешены в случае S, S, при этом

$$A = \sum_q K_0 - 4N K_g - \frac{5}{2} (I_{M_1}^g \sum_q I_{M_2}^q + I_{M_2}^g \sum_q I_{M_1}^q + \quad (5.10)$$

$$+ N (I_{M_1}^g I_{M_2}^g - I_{M_1}^g f_{M_2}^g - I_{M_2}^g f_{M_1}^g)) ,$$

а также в случае P, P, при этом

$$A = \sum_q K_0 - 4N K_g - \frac{1}{2} (I_{M_1}^g \sum_q I_{M_2}^q - I_{M_2}^g \sum_q I_{M_1}^q) \quad (5.11)$$

Кроме того, для распада $X_q(0^+)$ на 2 абсолютно нейтральных мезона разрешена комбинация глюонных в.ф. T, T. При этом

$$A = N(4K_g + \frac{5}{2} I_{M_1}^g I_{M_2}^g) \quad (5.12)$$

В разрешенных двухмезонных распадах $X_q(2^+)$ проекция спина X_q на ось распада m может быть равна 0 или ± 2 . Рассмотрим сначала случай $m=0$. При этом

$$M = 4\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{C_F}{N} g^4 \psi_{\frac{1}{2}m}, \quad B = \frac{4\sqrt{2} C_F}{3 N^3} \alpha_s^2 \frac{A^2}{m^4} \quad (5.13)$$

где величины A приведены в таблице 5. В главном порядке по кварковому счету дают вклад комбинации в.ф. $P, P; S, S$. Интеграл K_2 определен как

$$K_2 = \int_0^1 \int_0^1 \left[\frac{1}{2} - \frac{(1-x_+-x_-)^2}{z} \right] \frac{f_{M_1}^g(x_+) f_{M_2}^g(x_-) dx_+ dx_-}{z x_+ x_-' x_- x_-'} \quad (5.14)$$

Двухглюонные состояния разрешены в случае S, S' , при этом

$$A = \sum_q K_2 + 4NK_g + \frac{1}{2} \left(I_{M_1}^g \sum_q I_{M_2}^g + I_{M_2}^g \sum_q I_{M_1}^g + N(I_{M_1}^g I_{M_2}^g - I_{M_1}^g f_{M_2}^g - I_{M_2}^g f_{M_1}^g) \right) \quad (5.15)$$

а также в случае P, P , при этом

$$A = \sum_q K_2 + 4NK_g + \frac{1}{2} \left(I_{M_1}^g \sum_q I_{M_2}^g - I_{M_2}^g \sum_q I_{M_1}^g \right) \quad (5.16)$$

Кроме того, для распада $X_q(2^+)$ с $m=0$ на 2 абсолютно нейтральных мезона разрешена комбинация глюонных в.ф. T, T . При этом

$$A = N(4K_g - \frac{1}{2} I_{M_1}^g I_{M_2}^g) \quad (5.17)$$

Для распадов $X(2^+)$ с $m=2$ мы имеем

$$M = 4 \frac{C_F}{N} g^4 \psi_{\frac{1}{2}m}, \quad B = 2\pi^2 \frac{C_F}{N^3} \alpha_s^2 \frac{A^2}{m^4} \quad (5.18)$$

где величины A приведены в таблице 6. В главном порядке по кварковому счету работает комбинация кварковых в.ф. V, V .

Интеграл K_V определен как

$$K_V = \int_0^1 \int_0^1 \frac{f_{M_1}^q(x_+) f_{M_2}^q(x_-) dx_+ dx_-}{x_+ x_+' x_- x_-'} \quad (5.19)$$

Кроме того, для распадов на абсолютно нейтральные мезоны разрешены комбинации T, S и T, P . В первом случае:

$$A = \sqrt{2} I_{M_2}^g \left(\sum_q I_{M_2}^q - N(I_{M_2}^g - f_{M_2}^g) \right) \quad (5.20)$$

и во втором случае:

$$A = \sqrt{2} I_{M_2}^g \left(\sum_q I_{M_2}^q + \frac{N}{2} I_{M_2}^g \right) \quad (5.21)$$

Таким образом, из эксперимента можно извлекать величины A — некоторые комбинации интегралов от в.ф. Масштаб f_M^g для всех легких мезонов порядка $f_{\pi} \sim 100$ МэВ. Однако интегралы, входящие в A , очевидно, усилены по сравнению с f_M^g . Степень усиления и соответственно вероятности распадов кваркония очень чувствительны к форме в.ф. легких мезонов и соотношению кварковых и глюонных в.ф., поэтому из них можно извлечь обширный материал, который необходимо будет учитывать при согласованной подгонке в.ф. легких мезонов по большому количеству разных экспериментов.

Распады $\rho_q, X_q(0^+)$ и $X_q(2^+)$ с $m=0$ на 2 мезона со спиральностями ± 2 (либо -2) (5.12, 5.17) особенно интересны тем, что проходят через глюонные в.ф. обоих мезонов (например, f). Для их отделения от распадов на те же мезоны со спиральностью 0, которые могут идти и через кварковые в.ф., необходимо, одевко, восстанавливать поляризацию конечных мезонов. Поэтому еще более интересными являются распады $X_q(2^+)$ ($m=2$) на 2 мезона со спиральностями ± 2 и 0 (5.20, 5.21). Они происходят через глюон+кув в.ф. первого мезона, и могут быть выделены по угловому распределению. Все эти распады нарушают правило отбора Бродского-Ленала по сумме спиральностей адронов [1-2, 23], т.к. в них участвуют в.ф. типа T .

Реально в эксперименте состояние X_q получают как продукт

радиационного распада $e^+e^- \rightarrow \psi \rightarrow X_q + \gamma$. При этом они рождаются выстроенными. Угловые корреляции фотона и продуктов распада X_q проанализированы в Приложении.

Двухмезонные распады ψ (без учета двухглюонных состояний) обсуждались ранее В.Л.Черняком [4], однако приведенный там результат ошибочен. Как нам сообщили В.Л.Черняк и А.Р.Житницкий, они также рассматривают распады $X_q(0^+)$ и $X_q(2^+)$ (тоже без учета двухглюонных состояний).

6. Распады ψ на фотон и мезон

Диаграммы этих распадов изображены на рис.5. В главном порядке по α_s (одна из диаграмм изображена на рис.5,а) вклад дает только спиновая структура \mathcal{S} . Помимо прямого вычисления, в этом можно жегко убедиться следующим образом. Если взять матричный элемент Ора-Пауэлла в трехмерной форме, приведенной в [24] (с опечаткой), и направить 2 глюона параллельно, то их спиновая структура окажется типа \mathcal{S} . Таким образом, в главном порядке по α_s рождаются только мезоны $0^+, 2^+ \dots$, склетные по аромату, со спиральностью 0. Матричный элемент M и относительная вероятность распада B равны

$$M = 4c_F Q_q e g^2 \psi_0 f_M^g \delta^{\mu\nu}, B = \frac{\alpha}{\alpha_s} Q_q^2 \frac{48\pi^2 c_F}{\pi^2 g N^2 4} \left(\frac{f_M^g}{m}\right)^2 \quad (6.1)$$

Если применить эту формулу к распаду $\psi \rightarrow \gamma f$, то можно получить $f^g \sim (75+90) \text{ МэВ}$, что, повидимому, свидетельствует о заметной примеси двухглюонного состояния в f -мезоне. Однако использование формулы (6.1) для распадов ψ сомнительно с теоретической стороны, т.к. вблизи правого конца спектра Ора-Пауэлла очень быстро меняется угловое распределение (см.рис. в [25]), и с экспериментальной стороны, т.к. вероятности подавленных распадов на ψ, ψ' не меньше, чем на f . Следует иметь в виду, что даже если в.ф. f -мезона при виртуальностях порядка μ является чисто кварковой, то за счет эволюции в ней появится глюонная примесь. Однако на масштабе масс ψ (и даже γ) эта примесь, повидимому, не очень велика. С другой стороны, чрезвы-

^{*)} Обзор экспериментальных данных см. в [29].

чайно важным является вопрос, нет ли в исходной в.ф. f -мезона существенной примеси двухглюонного состояния.

Для других квантовых чисел, напр. $0^-(\psi, \psi')$, $2^+(\lambda = \pm 2)$, отличный от 0 вклад дают только диаграммы рис.5 б,в. В них петля относится не к волновой функции, а к жесткой амплитуде, т.е. интеграл по ней определяется областью, где все виртуальности порядка m и не содержит логарифма. Поэтому оценкой вероятности распада будет

$$B \sim \frac{\alpha}{\alpha_s} \alpha_s^2 \frac{(f_M^g, f_M^g)^2}{m^2} \quad (6.2)$$

Расчет этого случая производится в настоящее время.

Если масса кваркония недостаточно велика, как у шармония, то существенным становится другой механизм, а именно степенная поправка к диаграмме рис.5,а. Так как матричный элемент эффективного лагранжиана, описывающего распад $\psi \rightarrow \gamma g g$, между вакуумом и псевдоскалярным двухглюонным состоянием пропорционален квадрату инвариантной массы этого состояния, этот механизм дает

$$B \sim \frac{\alpha}{\alpha_s} \left(\frac{m_M^2}{m^2}\right)^2 \left(\frac{f_M^g}{m}\right)^2 \quad (6.3)$$

Попытка рассмотрения этого механизма проведена в [26].

Таким образом, чрезвычайно интересно было бы наблюдать такие распады для γ . Наши ожидания состоят в следующем. Вероятность распада $\gamma \rightarrow \gamma f$ будет примерно в $4 \left(\frac{m_\gamma}{m_f}\right)^2$ раз меньше, чем $\psi \rightarrow \gamma f$ и составит $(3+5) \cdot 10^{-5}$. Степенные поправки полностью вымрут, и вероятности распадов на ψ, ψ' , а также f с $\lambda = 2$ будут много меньше, чем на f с $\lambda = 0$. Можно надеяться, что проверка этих ожиданий окажется возможной в экспериментах ближайших лет.

В работе для проверки некоторых выводов использовалась система аналитических вычислений REDUCE-2.

ПРИЛОЖЕНИЕ:

В работе [27] в рамках техники, основанной на использовании декартовых трехмерных тензоров, были просто и изящно рассмотрены угловые корреляции в каскаде радиационных распадов $\Psi' \rightarrow X \gamma \rightarrow \Psi \gamma \gamma$. Рассмотрим таким же способом корреляции в распадах $\Psi' \rightarrow X \gamma \rightarrow M M \gamma$. Поскольку скорость движения X много меньше c , можно считать X покоящимся.

Матричные элементы электрических дипольных переходов $\Psi' \rightarrow X \gamma (0^+, 1^+, 2^+) \gamma$ имеют вид $M_{\mu\nu} X^{\mu} E_{\nu}^{\lambda} \Psi_{\lambda}^{\mu}$, $M_{\mu\nu} e_{\lambda}^{\mu} X^{\lambda} \Psi_{\nu}^{\mu}$, где X, Ψ' - поляризация соответствующих частиц, \vec{E} - вектор электрического поля фотона. Рассмотрим случай полной поперечной поляризации e^+e^- - пучков; тогда Ψ' линейно поляризован: $\vec{\Psi}' = \vec{e}$, где \vec{e} - биссектриса направлений поляризации e^+ и e^- . В случае частичной поперечной поляризации необходимо усреднение $\Psi_{\lambda}^{\mu} \Psi_{\nu}^{\lambda} = \frac{1+\zeta_+ \zeta_-}{2} e_{\lambda}^{\mu} e_{\nu}^{\lambda} + \frac{1-\zeta_+ \zeta_-}{2} e_{\lambda}^{\mu} e_{\nu}^{\lambda}$, где вектор \vec{e}' перпендикулярен оси пучков \vec{n} и \vec{e} , а ζ_+, ζ_- - степень поляризации электронов и позитронов (см., напр. [25]). В частности, для неполяризованных пучков $\Psi_{\lambda}^{\mu} \Psi_{\nu}^{\lambda} = \frac{1}{2} (\delta_{ij} - n_i n_j)$. По поляризациям фотона будем производить суммирование: $\sum E_i^* E_j = \delta_{ij} - \hat{e}_x \hat{e}_x$, где \hat{e}_x - единичный вектор в направлении движения фотона. Для двухмезонных распадов $X \gamma (1^+)$, в которых проекция спина $X \gamma (1^+)$ на направление движения мезона \vec{e} равна 0, $\vec{X} = \vec{e}$; для распадов $X (2^+)$ с $m=0$ $X_{ij} = \frac{1}{\sqrt{6}} (\delta_{ij} - 3n_i n_j)$. Для распадов $X (2^+)$ с $m=\pm 2$ $X_{ij} = e_{\pm i} e_{\pm j}$ однако в данном случае удобнее пользоваться проектором

$$\sum_{m=\pm} X_{ij}^* X_{i'j'} = \frac{1}{2} [-\delta_{ij} \delta_{i'j'} + \delta_{ii'} \delta_{jj'} + \delta_{ij'} \delta_{i'j} + \delta_{ij} l_i l_{j'} + \delta_{ij'} l_i l_j - \delta_{ii'} l_j l_{j'} - \delta_{jj'} l_i l_i - \delta_{ij'} l_i l_j - \delta_{ij} l_i l_{j'} + l_i l_j l_i l_{j'}] \quad (\text{П.1})$$

*) Для неполяризованных пучков эти корреляции в сферических координатах обсуждались в работе [28].

Для справок отметим, что

$$\sum_{m=\pm 1} X_{ij}^* X_{i'j'} = \frac{1}{2} [\delta_{ii'} \delta_{jj'} + \delta_{jj'} l_i l_i + \delta_{ij} l_i l_{j'} + \delta_{ij'} l_i l_j - 4 l_i l_i l_j l_{j'}] \quad (\text{П.2})$$

и набор проекторов удовлетворяет соотношению полноты

$$\sum_{j,m} K_{ij}^*(\gamma, m) K_{i'j'}(\gamma, m) = \delta_{ii'} \delta_{jj'} \quad (\text{П.3})$$

где тензор K_{ij} есть (4.7) (в системе покоя X).

Далее корреляции и угловые распределения нормированы так, что при усреднении по углам дают 1. Результаты для $X \gamma (0^+)$ очевидны: угловое распределение фотонов $\frac{3}{2} [1 - (\vec{e} \hat{e}_x)^2]$ или для неполяризованных пучков $\frac{3}{4} [1 + (\vec{n} \hat{e}_x)^2]$ и корреляция распадов с фотоном отсутствует. Результаты для $X \gamma (1^+)$ и $X \gamma (2^+)$ приведены в таблице 7. При усреднении корреляции по одному из векторов удобно использовать известные формулы $l_i l_j = \delta_{ij}/3$, $l_i l_j l_k l_n = \frac{1}{15} (\delta_{ij} \delta_{kn} + \delta_{ik} \delta_{jn} + \delta_{in} \delta_{jk})$. Заметим, что при усреднении корреляции по продуктам распада получается угловое распределение фотонов, очевидно, не зависящее от типа распада $X \gamma$ (см., напр. [25]). В распадах $b\bar{b}$ -систем X_b должны наблюдаться струи; для $X_b (2^+)$ их угловые распределения и корреляции с фотоном совпадают с соответствующими величинами для мезонных распадов $X (2^+)$ с $m=\pm 2$ т.к. распад на 2 глюонные струи происходит при $m=\pm 2$. Для $X_b (1^+)$ угловое распределение кварковых струй имеет вид $\frac{3}{4} [1 + (\vec{x} \hat{e})^2]$, поэтому все корреляции и угловые распределения W_{jet} могут быть получены из приведенных в таблице величин W_{meson} следующим образом:

$$W_{jet} = \frac{3}{16} [1 + (\vec{e} \hat{e}_x)^2] + \frac{1}{4} W_{meson}$$

Из таблицы видно, что угловые распределения в распадах $X \gamma (2^+)$ с $m=0$ и $m=\pm 2$ резко различны, особенно при наличии поперечной поляризации пучков. Поэтому вполне возможно разделять эти 2 типа распадов, которые определяются разными в.ф. конечных мезонов (например, для мезонов ρ, f второй распад идет только через глюонную в.ф. f -мезона).

Л и т е р а т у р а :

1. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys.Lett. 87B, 359 (1979).
2. G.P.Lepage, S.J.Brodsky. Phys.Rev. D22, 2157 (1980).
3. A.V.Efremov, A.V.Radyushkin. Phys.Lett. 94B, 245 (1980).
4. В.Л.Черняк. Материалы 15 зимней школы ЛЯФ (1980)
5. S.J.Brodsky, G.R.Farrar. Phys.Rev.Lett. 31, 1153 (1973).
6. V.A.Matveev a.o. Lett.Nuovo Cimento 7, 719 (1973).
7. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. Препринт ИЯФ 81-II (1981).
8. М.В.Терентьев. Письма в ЭТФ, 33, 71 (1981).
9. М.В.Терентьев. Препринт ИТЭФ - I66 (1980).
10. M.K.Chase. Nucl.Phys. B164, 125 (1980).
11. M.K.Chase. Nucl.Phys. B174, 109 (1980).
12. M.A.Shifman, M.I.Vysotsky. Preprint ITP-147 (1980).
13. G.Altarelli, G.Parisi. Nucl.Phys. B126, 298 (1977).
14. Yu.L.Dokshitzer a.o. Phys.Rep. 58, 269 (1980).
15. Д.М.Мамоев. Препринт ИТЭФ - I24 (1980).
16. D.J.Gross, F.Wilczek. Phys.Rev. D9, 980 (1974).
17. H.Georgi, H.D.Politzer. Phys.Rev. D9, 416 (1974).
18. M.A.Ahmed, G.G.Ross. Nucl.Phys. B111, 441 (1976).
19. В.Н.Байер, А.Г.Грозин. ЯФ, 32, 817 (1980).
20. V.A.Novikov a.o. Phys.Rep. 41, 1 (1978).
21. L.B.Okun, M.B.Voloshin. Preprint ITP-152 (1976).
22. R.Barbieri a.o. Phys.Lett. 61B, 465 (1976).
23. S.J.Brodsky, G.P.Lepage. SLAC-PUB-2656 (1980).
24. Д.Швингер. Частицы, источники, поля. т.2, Мир, (1976) Гл.5, §5.
25. V.H.Baier, A.G.Grosin. Preprint LAL/80-29 (1980).
26. V.A.Novikov a.o. Nucl.Phys. B165, 55 (1980).
27. L.S.Brown, R.N.Cahn. Phys.Rev. D13, 1195 (1976).
28. P.K.Kabir, A.J.G.Ney. Phys.Rev. D13, 2161 (1976).
29. Sau Lan Wu. Preprint DESY 81-003 (1981).

Таблица I
Спиновые структуры волновых функций

	Обозна- чение в.ф.	Спираль- ность λ	Тип в.ф.	Момент J	Четность P	Зарядовая четность C	Γ
	P	0	P_+	$0,2,4...$	$-$	$+$	$\delta^5 P_+$
	S	0	P_-	$1,3,5...$	$+$	$-$	$\wedge P_+$
	V	± 1	S_+	$0,2,4...$	$+$	$+$	$\wedge P_{\pm}$
	P	0	S_-	$1,3,5...$	$-$	$-$	$i \epsilon_{\perp}^{\mu\nu}$
	S	0	V_+	$1,2,3...$	$+$	$+$	$\sigma_{\perp}^{\mu\nu}$
	T	± 2	V_-	$2,3,4...$	$-$	$-$	$\sqrt{2} \epsilon_{\perp}^{\mu\nu}$

Таблица 3
Характеристики формфакторов $\beta \rightarrow M_1 M_2$ (3.5)

	Мезон	Мезон	A
	M_1	M_2	
не абсолютно нейтральные	P_+	P_-	$Q_q, I_{M_1}^q, I_{M_2}^q + Q_{q_2} I_{M_1}^{q_2} I_{M_2}^{q_2}$
	S_+	S_-	
	P_+	P_+	
	S_+	S_+	
абсолютно нейтральные	P_+	P_-	$2 \sum_q Q_q I_{M_1}^q I_{M_2}^q$
	S_+	S_-	$2 \sum_q Q_q (I_{M_1}^q + f_{M_1}^q) I_{M_2}^q$

Таблица 2
Варианты V_a^b и матрицы $(\gamma_{ab}^c)^k$ угловых моментов

Тип	вход V_a^b	γ_n^n	$\gamma_n^k, k < n$
V	$V_a^b = 2C_F \left[\frac{y}{x} \frac{a}{x-y} \delta + \frac{y}{x} \frac{a}{x^2 y} \delta' \right]$	$C_F [1 + 4\Sigma]$	$4C_F \left[\frac{1}{n-k} - \frac{1}{n+1} \right]$
T ОБЪЕКТЫ K-КОЭФ.	$V_a^b = 2N \left[\frac{y}{x} \left(-\frac{1}{x} + \frac{a}{x-y} \right) \delta + \frac{y}{x} \left(-\frac{1}{x} + \frac{a}{x^2 y} \right) \delta' \right]$	$N \left[\frac{1}{3} + \frac{2M_2}{3N} - \frac{8}{n(n+1)} + 4\Sigma \right]$	$4N \left[\frac{k}{n(n+1)} - \frac{1}{n-k} + \frac{1}{n} \right]$
	$V_a^b = 2C_F \left[\frac{y}{x} \left(1 + \frac{a}{x-y} \right) \delta + \frac{y}{x} \left(1 + \frac{a}{x^2 y} \right) \delta' \right]$	$C_F \left[1 - \frac{2}{(n+1)(n+2)} + 4\Sigma \right]$	$2C_F \left[\frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{2}{n-k} - \frac{2}{n+1} \right]$
P, S ОБЪЕКТЫ N-КОЭФ.	$V_a^b = 2N \left[\frac{y}{x} \left(\frac{2y-1}{x} + \frac{a}{x-y} \right) \delta + \frac{y}{x} \left(\frac{2y-1}{x} + \frac{a}{x^2 y} \right) \delta' \right]$	$N \left[\frac{1}{3} + \frac{2M_2}{3N} - \frac{8}{(n+1)(n+2)} + 4\Sigma \right]$	$4N \left[-\frac{k}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{n-k} - \frac{1}{n} \right]$
	$V_a^b = 2C_F \left[\frac{y}{x} \delta - \frac{y}{x^2} \delta' \right]$	$-2C_F \frac{n+3}{(n+1)(n+2)}$	$4C_F \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$
S ₊ ОБЪЕКТЫ M-КОЭФ.	$V_a^b = -2N_f \left[\frac{y}{x^2} \delta - \frac{y}{x^2} \delta' \right]$	$-2N_f \frac{n}{(n+1)(n+2)}$	$-2N_f \frac{1}{(n+1)(n+2)}$
	$V_a^b = 2N \left[\frac{y}{x} \left(-\frac{2x^2+2y^2-x^2 y-x-y}{x^2 x'} + \frac{a}{x-y} \right) \delta + \frac{y}{x} \left(-\frac{2x^2+2y^2-x^2 y-x-y}{x^2 x'} + \frac{a}{x^2 y} \right) \delta' \right]$	$N \left[\frac{1}{3} + \frac{2M_2}{3N} - \frac{4}{n(n+1)} - \frac{4}{(n+2)(n+3)} + 4\Sigma \right]$	$2N \left[\frac{k-2}{n} - \frac{k-1}{n+1} + \frac{k}{n+2} - \frac{k+1}{n+3} \right]$
	$V_a^b = -2C_F \left[\frac{y}{x} (y-2x) \delta - \frac{y}{x} (y-2x) \delta' \right]$	$2C_F \frac{n^2+3n+4}{n(n+1)(n+2)}$	$-4C_F \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$
	$V_a^b = 2N_f \left[\frac{y}{x^2} \frac{x^2-2y^2}{x^2} \delta - \frac{y}{x^2} \frac{x^2-2y^2}{x^2} \delta' \right]$	$2N_f \frac{n^2+3n+4}{(n+1)(n+2)(n+3)}$	$-2N_f \left[\frac{2}{(n+1)(n+3)} + \frac{k}{(n+2)(n+3)} \right]$

ОБОЗНАЧЕНИЯ: $\delta = \delta(x-y), \delta' = \delta(x'-y) = \delta(y-x), \Sigma \equiv \sum_{j=2}^{n+1} \frac{1}{j}$.

*/ вправо $\gamma_n^1 = 2N \left[-\frac{1}{n} + \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{n+3} \right]$

Таблица 6
 Характеристики распадов $\chi_q(2^+, m = \pm 2)$ (формулы (5.18) - (5.21))

	мезон M_1			мезон M_2			A для $\chi_q(2^+)$, $m = \pm 2$
	λ_1	пример	λ_2	пример	λ_2	пример	
остранные мезоны, изоспин 1/2, 1/2	V_+	± 1	Q_1	V_-	∓ 1	K^*	K_V
	V_-	± 1	K^*	V_+	∓ 1	Q_1	
	V_+	± 1	Q_1	V_+	∓ 1	Q_1	
	V_-	± 1	K^*	V_-	∓ 1	K^*	
лестранные заряженные мезоны, изоспин 1, 1	V_+	± 1	A_1^+	V_+	∓ 1	A_1^+	$\sum K_V$
	V_-	± 1	ρ^+	V_-	∓ 1	ρ^+	
абсолютно нейтральные мезоны, изоспин 1, 1	V_+	± 1	A_1^0	V_+	∓ 1	A_1^0	$\sum K_V$
	V_-	± 1	ρ^0	V_-	∓ 1	ρ^0	
абсолютно нейтральные мезоны, изоспин 0, 0	V_+	± 1	$D(1285)$	V_+	∓ 1	$D(1285)$	$\sum K_V$
	V_-	± 1	φ, ω	V_-	∓ 1	φ, ω	
	T	± 2	f, f'	P_+	0	η, η'	форм. (5.21)
	T	± 2	f, f'	S_+	0	S^*, f, f'	форм. (5.20)

λ_1, λ_2 - спиральности мезонов M_1, M_2 .

Таблица 7
 Корреляции и угловые распределения для распадов $\chi_q' \rightarrow \chi_{q\gamma} \gamma \rightarrow M_1 M_2 \gamma$

состояние	m	χ_q'	корреляция	угловое распределение мезонов		распределение по углу мезон - фотон
				1	0	
$\chi_q(1^+)$	0	1	$\frac{9}{4} [(e\ell_g)^2 + (\ell_g^2)^2 - 2(e\ell)(\ell_g)(\ell_g c)]$	$\frac{3}{2} [1 - (e\ell)^2]$	$\frac{3}{4} [1 + (e\ell)^2]$	$\frac{3}{4} [1 + (e\ell_g)^2]$
		0	$\frac{9}{8} [1 - (n\ell_g)^2 + 2(n\ell)(\ell_g)(\ell_g n)]$	$\frac{3}{4} [1 + (n\ell)^2]$	$\frac{3}{8} [3 - (n\ell_g)^2]$	
$\chi_q(2^+)$	0	1	$\frac{3}{4} [1 - (e\ell_g)^2 + 3(e\ell)^2 - 9(e\ell)(\ell_g)(\ell_g c) + 6(e\ell)(\ell_g)(\ell_g e)]$	$\frac{1}{2} [1 + 3(e\ell)^2]$	$\frac{3}{20} [7 - (e\ell_g)^2]$	$\frac{1}{4} [5 - 3(e\ell_g)^2]$
		0	$\frac{3}{8} [4 + (n\ell_g)^2 - 3(n\ell)^2 - 3(e\ell_g)^2 + 9(n\ell)^2(\ell_g)(\ell_g^2) - 6(n\ell)(e\ell_g)(\ell_g n)]$	$\frac{1}{4} [5 - 3(n\ell)^2]$	$\frac{3}{40} [13 + (n\ell_g)^2]$	
$\chi_q(2^+)$	± 2	1	$\frac{9}{8} [1 - (e\ell)^2] [1 + (e\ell_g)^2]$	$\frac{3}{2} [1 - (e\ell)^2]$	$\frac{3}{20} [7 - (e\ell_g)^2]$	$\frac{3}{4} [1 + (e\ell_g)^2]$
		0	$\frac{9}{16} [1 + (n\ell)^2] [1 + (e\ell_g)^2]$	$\frac{3}{4} [1 + (n\ell)^2]$	$\frac{3}{40} [13 + (n\ell_g)^2]$	

$\chi_q(1^+)$ - поляризация электрона и позитрона, ℓ (ℓ_g, n) - единичный вектор в направлении движения мезона (фотона, начальных частиц), e - единичный вектор направленный по бисектрисе угла между векторами χ_q, χ_q' .

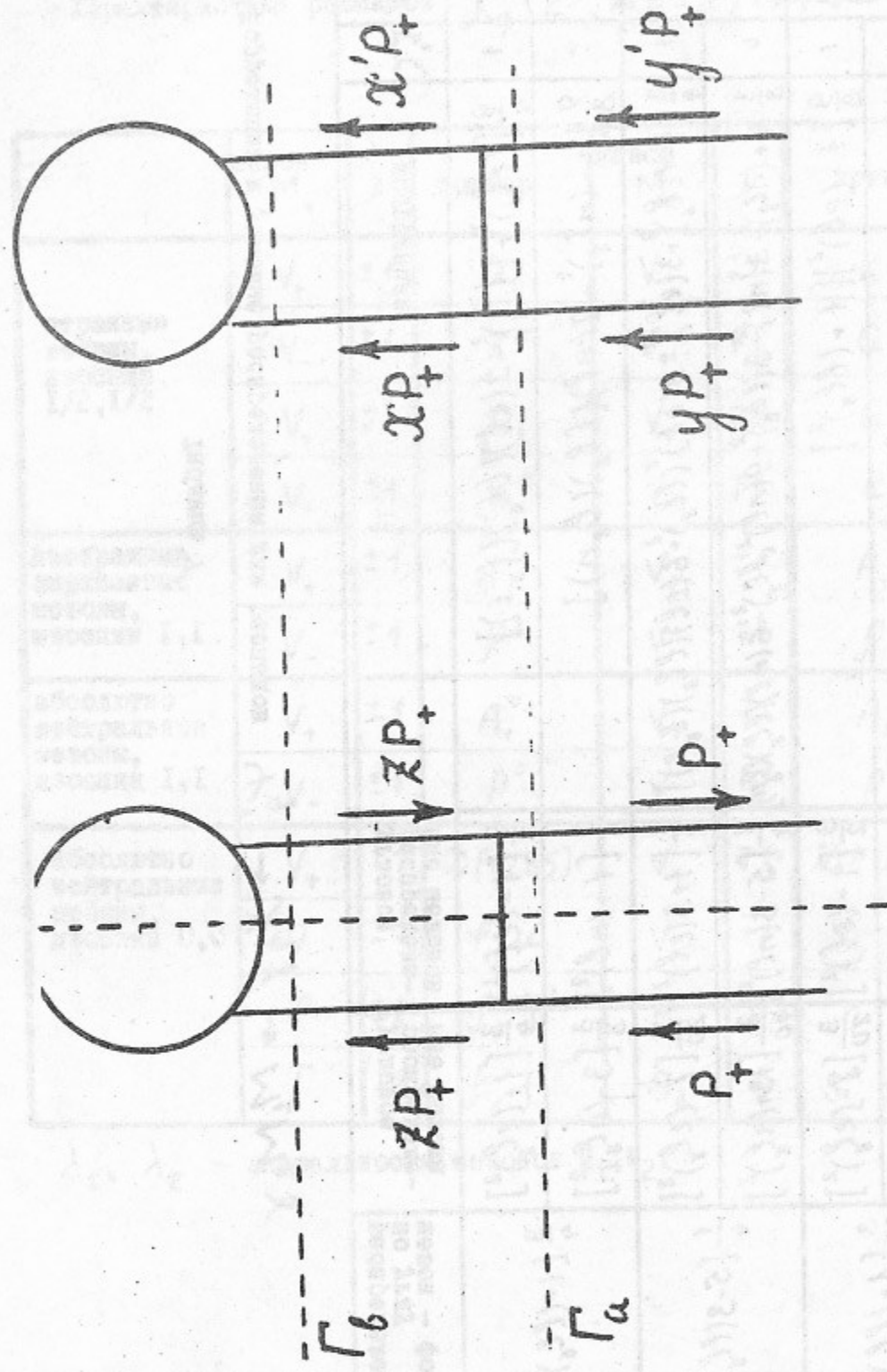
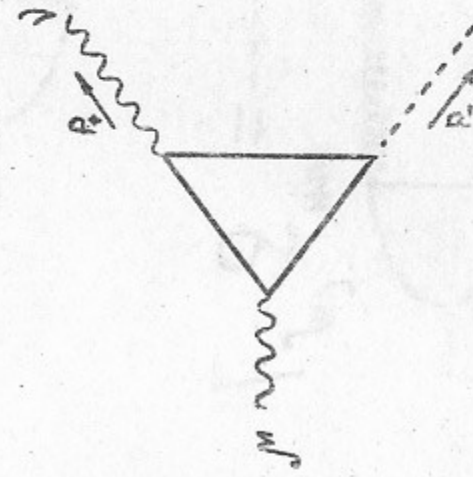
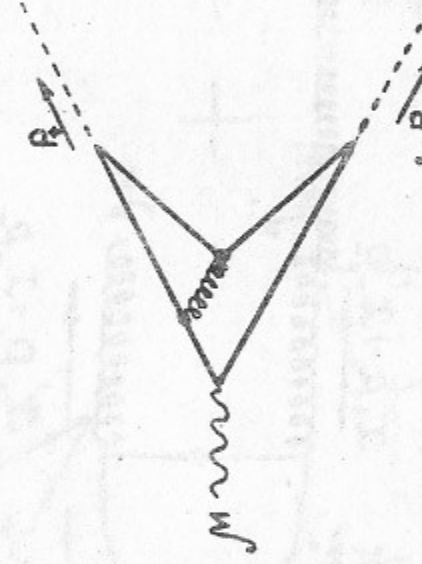


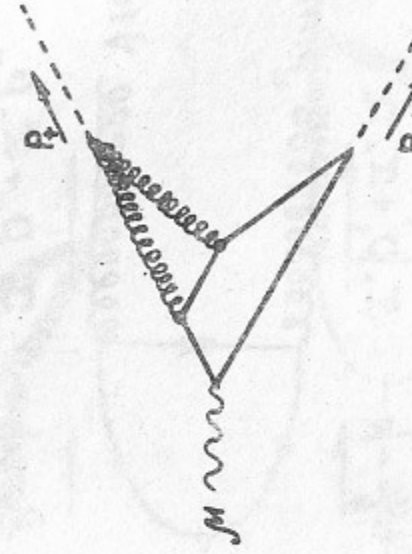
РИС. 1



a



b



c

РИС. 2

$$L^{\mu\nu}_{mn} \delta = \dots + \dots$$

$\frac{q+k}{2}$ $x_+ p_+ + x'_- p_+$ μm
 $\frac{q-k}{2}$ $x'_+ p_+ + x_- p_-$ νn

Рис. 3

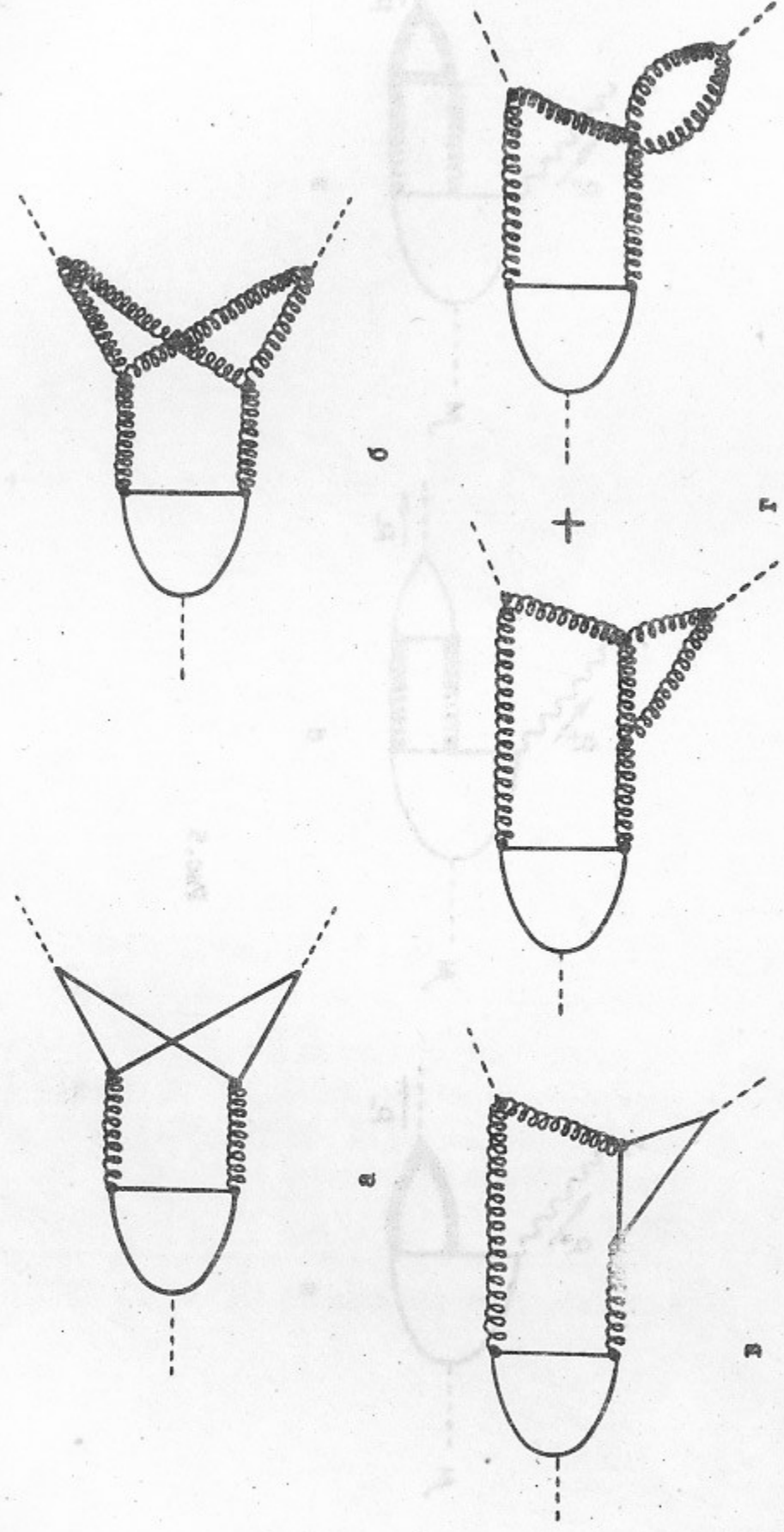


Рис. 4

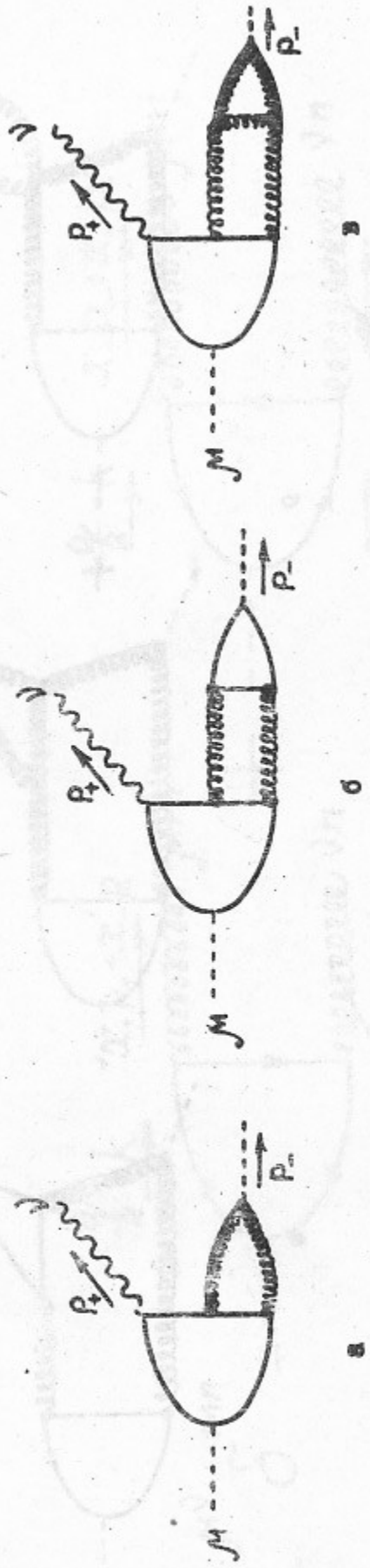


FIG. 5

Описание и чертежи к проекту № 100
 Изготовлено в мастерской № 100
 1911 г.

Работа поступила - 26 мая 1981 г.

Ответственный за выпуск - С.Г. Попов
Подписано к печати 15.06.1981 г. МН 03181
Усл. 2,0 печ.л., 1,5 учетно-изд.л.
Тираж 170 экз. Бесплатно
Заказ №56.

Отпечатано на ротационной ИЯФ СО АН СССР