

П.24

31

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

Л.С.Пеккер

ПОПЕРЕЧНЫЕ ПОТЕРИ ИОНОВ В  
ТОРЦЕВЫХ ПРОБКОТРОНАХ  
АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКИ

ПРЕПРИНТ 81-44

БИБЛИОТЕКА  
Института ядерной  
физики СО АН СССР  
ИД № \_\_\_\_\_



Новосибирск



# ПОПЕРЕЧНЫЕ ПОТЕРИ ИОНОВ В ТОРЦЕВЫХ ПРОБКОТРОНАХ АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКИ

Л.С.Пеккер

## А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрены поперечные потери "центральных" ионов, захваченных в торцевые пробкотроны амбиполярной ловушки. Эти потери связаны с сильной вытянутостью дрейфовых траекторий в поперечном направлении и могут существенно уменьшить время удержания плазмы в ловушке  $\tau_{yy}$ . В работе проведена классификация дрейфовых оболочек захваченных ионов и вычислен поток этих ионов на диафрагму. Обсуждается также влияние неустойчивости "обратного конуса потерь" и радиального электрического поля на  $\tau_{yy}$ .

## 1. В В Е Д Е Н И Е

Амбиполярная ловушка [1,2] состоит из обычного пробкотрона, к каждому концу которого присоединено ещё по одному пробкотрону (рис.1а) с плазмой относительно большей плотности (примерно на порядок большей, чем плотность плазмы в центральном пробкотроне). При таком распределении плотности плазмы (рис.1б) амбиполярный потенциал, поддерживающий плотность электронов равной плотности ионов, распределяется так (рис.1а), что для ионов центрального пробкотрона возникает глубокая потенциальная яма, препятствующая вылету их вдоль магнитного поля, и время жизни этих ионов  $\tau_i$  становится много больше их кулоновского рассеяния  $\tau_{ii}$ .

Для поддержания высокой плотности плазмы в крайних пробкотронах предполагается инжектировать в них быстрые нейтралы с энергией существенно выше температуры электронов  $T_e$ . Амбиполярный потенциал в первом приближении не влияет на движение быстрых ионов, возникающих после перезарядки, и их пространственное распределение зависит только от геометрии магнитного поля и условий инжекции. Время жизни быстрых ионов порядка времени столкновения между ними.

Магнитное поле в торцевых пробкотронах амбиполярных ловушек [1,2] обладает свойством "min B", что обеспечивает гидродинамическую устойчивость плазмы, но одновременно нарушает аксиальную симметрию магнитного поля всей системы (рис.2). Последнее обстоятельство оказалось весьма существенным. Как было показано в работах Д.Д.Рютова и Г.В.Ступакова [3-5], нарушение аксиальной симметрии магнитного поля может привести к резкому увеличению поперечных потерь плазмы в центральном пробкотроне. Вследствие той же причины могут иметь место большие поперечные потери ионов центрального пробкотрона, захваченных в торцевые ловушки (траектории этих ионов изображены на рис.1а), на что впервые было обращено внимание в работе [6]. В дальнейшем эти ионы будем называть захваченными\*, а под пролетными ионами будем

\* Их еще иногда называют "юшмановскими" ионами [7].



понимать ионы центрального пробкотрона, траектории движения которых ограничиваются с обеих сторон амбиполярными потенциалами (см. рис. 1а).

В настоящей работе механизм поперечных потерь [6] рассматривается подробно. Качественно суть эффекта состоит в следующем. Захваченные ионы с магнитным моментом  $\mu$ , близким к  $\mu' = m_i v^2 / (2H_{max})$ , где  $H_{max}$  — максимальное значение магнитного поля на силовой линии, а  $v$  и  $m_i$ , соответственно модуль скорости и масса иона, основную часть времени проводят вблизи точки  $H_{max}$  (время нахождения иона в этой области логарифмически растет при  $\mu$ , стремящемся к  $\mu'$ ). С другой стороны, для таких ионов из законов сохранения энергии  $\epsilon \approx m_i v^2 / 2$  и магнитного момента  $\mu \approx m_i v_{\perp}^2 / (2H)$  следует, что вблизи точки поворота их дрейфовые траектории почти совпадают с линиями

$H_{max} = const$ . Следовательно, и дрейфовые оболочки этих ионов почти совпадают с магнитными поверхностями  $H_{max} = const$ , определяемыми как поверхности, состоящие из магнитных силовых линий, для которых значение  $H_{max}$  является  $const$ . Такие дрейфовые поверхности вследствие аксиальной несимметрии магнитного поля пробки являются, вообще говоря, сильно вытянутыми в поперечном направлении вплоть до диафрагмы.\* В результате,

если время дрейфа захваченных ионов вокруг оси ловушки  $\tau_{\phi}$  значительно меньше  $\tau_{ii}$ , то они, двигаясь по этим вытянутым дрейфовым оболочкам, покидают ловушку. Захват же ионов центрального пробкотрона в торцевые ловушки осуществляется за счет кулоновских столкновений между пролетными ионами на участках между амбиполярными потенциалами и магнитными пробками.

Отметим, что механизм поперечных потерь захваченных ионов вследствие сильной вытянутости их дрейфовых оболочек

\*/

Впервые обратил внимание на сильную вытянутость дрейфовых оболочек захваченных ионов с  $\mu$  близкими к  $\mu'$  П.Б. Лысянский при численном исследовании движения захваченных ионов в установке АМБАЛ.

до некоторой степени аналогичен рассмотренному в работе [8] механизму потерь горячих электронов, захваченных в гофры тороидального магнитного поля, в замкнутых магнитных ловушках.

Исследованию конфигурации магнитных поверхностей  $H_{max} = const$  и дрейфовых оболочек захваченных ионов в торцевых пробкотронах амбиполярной ловушки посвящен второй раздел работы.

В третьем разделе рассматривается движение захваченных ионов с учетом столкновений. Оценено время удержания плазмы для вышеописанного механизма поперечных потерь, а также построена математическая модель движения этих ионов с учетом потерь их на диафрагме.

В четвертом разделе обсуждается влияние радиального электрического поля на движение захваченных ионов, а также роль неустойчивости "обратного конуса потерь" [9] в поперечных потерях ионов в амбиполярной ловушке.

В приложении дан вывод столкновительного члена для захваченных ионов с  $\mu$  близкими к  $\mu'$ .

## П. МАГНИТНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ И ДРЕЙФОВЫЕ ОБОЛОЧКИ ЗАХВАЧЕННЫХ ИОНОВ В ТОРЦЕВЫХ ПРОБКОТРОНАХ АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКИ

Будем считать горб амбиполярного потенциала в крайнем пробкотроне (рис. 1а) очень узким. Это предположение, не являясь принципиальным, позволяет вместе с тем изучить рассматриваемый механизм поперечных потерь в наиболее простой и ясной форме. Отметим также, что оно хорошо согласуется с экспериментами на установке 2ХПВ [10].

В дальнейшем будем также считать выполненными условия пераксиального приближения, т.е. размер плазмы  $\Gamma$  в поперечном направлении будем считать малым по сравнению с длиной пробки  $L_n$  (обычно  $L_n$  порядка  $L$  — длины крайнего пробкотрона).

Поле магнитной пробки в пераксиальном приближении задается функциями  $H_0(z)$  и  $h_0(z)$ , изображенными



на рис.3.

$$\begin{aligned} H_z &= H_0 - \frac{1}{4} r^2 H_0'' - r^2 h_0' \cos(2\psi) \\ H_r &= -2r h_0 \cos(2\psi) - \frac{1}{2} r H_0' \\ H_\psi &= 2r h_0 \sin(2\psi) \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь используется цилиндрическая система координат  $r, \psi, z$  с осью  $z$ , направленной вдоль оси лопушки. Точка  $z = 0$  соответствует середине крайнего пробкотрона, где магнитные силовые линии, в рассматриваемом приближении, являются прямыми и где расположен амбиполярный потенциал (точка 1, рис.1), а точка  $z = L$  — максимуму магнитного поля в пробке (точка 2, рис.1). С помощью интегрирования получим выражение для силовой линии, проходящей при  $z = 0$  через точку  $r_0, \psi_0$  [4]:

$$\begin{aligned} r(r_0, \psi_0, z) &= r_0 \sqrt{\frac{H_0(0)}{H_0(z)}} \left( e^{\psi \sin^2 \psi_0} + e^{-\psi \cos^2 \psi_0} \right)^{1/2} \\ \psi(r_0, \psi_0, z) &= \operatorname{arctg} \left( e^{\psi} \operatorname{tg} \psi_0 \right) \\ \varphi(z) &= 4 \int_0^z \frac{h_0(z')}{H_0(z')} dz' \end{aligned} \quad (2)$$

Нетрудно получить из (1) выражение для модуля магнитного поля  $H(r, \psi, z) = H_0(z) + \delta H(r, \psi, z)$ :

$$\delta H(r, \psi, z) = r^2 \left[ \left( \frac{H_0''}{8H_0} + \frac{2h_0'}{H_0} - \frac{H_0''}{4} \right) + \cos(2\psi) \left( \frac{h_0 H_0'}{H_0} - h_0' \right) \right] \quad (3)$$

Исследуем форму магнитных поверхностей, для которых пробочное отношение в торцевых пробкотронах  $R = H_{\max} / H_{\min}$ , где  $H_{\min}$  — минимальное значение магнитного поля на силовой линии, постоянно. В данном случае эти поверхности совпадают с магнитными оболочками  $H_{\max} = \text{const}$ , введенными в первом разделе, т.к. значение  $H = H_{\min}$  достигает-

ся в плоскости  $z = 0$ , где магнитные силовые линии являются прямыми. Максимальное значение магнитного поля на силовой линии с точностью до членов порядка  $r^4/L^4$  достигается в плоскости  $z = L$ . Поэтому, подставляя в (3)  $z = L$  и учитывая также, что  $H_0'(L) = 0$ , получим уравнение сечения магнитной поверхности  $R = \text{const}$  плоскостью  $z = L$ . Имеем

$$R(r, \psi, L) = \frac{1}{H_0(0)} \left( H_0(L) + r^2 \left[ \left( \frac{2h_0'(L)}{H_0(L)} - \frac{H_0''(L)}{4} \right) - h_0'(L) \cos(2\psi) \right] \right) = \text{const} \quad (4)$$

Из выражения (4) следует, что если выполняется неравенство

$$-\frac{1}{4} H_0''(L) + \frac{2h_0'(L)}{H_0(L)} > |h_0'(L)|, \quad (5)$$

то сечение плоскостью  $z = L$  магнитных поверхностей, для которых  $R = \text{const}$ , представляет собой семейство эллипсов, вложенных один в другой, причем пробочное отношение растет с увеличением  $r$  (см. рис.4а). В случае противоположного неравенства

$$-\frac{1}{4} H_0''(L) + \frac{2h_0'(L)}{H_0(L)} < |h_0'(L)| \quad (6)$$

сечение представляет собой семейство гипербол (см. рис.4б). Случай же равенства является вырожденным и не рассматривается.

Подставляя  $r$  и  $\psi$  из (2) в (4), получим уравнение сечения медианной плоскостью  $z = 0$  магнитных поверхностей  $R = \text{const}$ . Имеем

$$R(r_0, \psi_0) = \frac{1}{H_0(0)} \left( H_0(L) + r_0^2 \frac{H_0(0)}{H_0(L)} \left[ (A+B) + (A-B) \cos 2\psi_0 \right] \right) = \text{const} \quad (7)$$



где

$$A = \exp(-\Phi(L)) \left( -\frac{H_0''(L)}{8} + \frac{h_0^2(L)}{H_0(L)} + \frac{h_0'(L)}{2} \right) \quad (8)$$

$$B = \exp(+\Phi(L)) \left( -\frac{H_0''(L)}{8} + \frac{h_0^2(L)}{H_0(L)} - \frac{h_0'(L)}{2} \right)$$

Если выполняется неравенство (5), то  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $|A-B| < (A+B)$  и рассматриваемые сечения представляют собой, как и сечения плоскостью  $z=L$ , семейство эллипсов. Когда же имеет место (6), то  $|A-B| > |A+B|$  и сечения являются семейством гипербол. Можно показать также, что сечения этих магнитных поверхностей любой плоскостью  $z=z_1$ , представляют собой либо семейство эллипсов, либо гипербол, причем тип этих семейств также определяется неравенствами (5) и (6). Поэтому, будем называть магнитные поверхности  $R = \text{const}$  замкнутыми, если для них имеет место неравенство (5) (в этом случае они ограничены в поперечном направлении) и открытыми, если выполняется (6) (тогда сечения их плоскостью  $z=z_1$ , являются открытыми).

В случае замкнутых магнитных поверхностей из выражений (4) и (7) следует, что отношение полуосей эллипсов ( $\Psi = 0, \Psi = \pi/2$ ) при  $z=0$  в  $\exp(-\Phi(L))$  раз больше для  $z=L$ . В амбиполярных ловушках  $|\Phi(L)|$  обычно значительно больше единицы, поэтому замкнутые магнитные оболочки  $R = \text{const}$  являются сильно вытянутыми в поперечном направлении и могут, как и в случае неравенства (6), пересекать диафрагму.

Рассмотрим теперь дрейфовые оболочки <sup>ионов</sup> центрального пробкотрона, захваченных в торцевые ловушки. Обозначим через  $\Delta\Psi$  изменение полярного угла ведущего центра захваченного иона за один пролет крайнего пробкотрона.

Будем считать  $\Delta\Psi \ll 1$ , что справедливо, по-видимому, для большинства амбиполярных ловушек. Тогда, кроме величин  $\varepsilon$  и  $\mu$ , сохраняется также так называемый продольный адиабатический инвариант (см., например, [1]):

$$I_{||} = \int v_{||} ds = \sqrt{\frac{z}{m}} \int \sqrt{\varepsilon - \mu H} ds \quad (9)$$

Здесь интегрирование ведется вдоль силовой линии между точками поворота. Захваченные ионы отражаются при  $z=0$  от амбиполярного потенциала и  $I_{||}$  для них имеет вид

$$I_{||} = \sqrt{\frac{z}{m}} \int_0^{z_1} \sqrt{\varepsilon - \mu H_0(z) - \mu \delta H(r, \psi, z)} \left( 1 + \frac{H_\psi^2 + H_r^2}{2H_0^2(z)} \right) dz, \quad (10)$$

где  $r$  и  $\psi$  задаются выражением (2), а интегрирование ведется до точки  $z_1$ , в которой подкоренное выражение в (10) обращается в нуль. В выражении (10) проведена замена

$$ds = \left( 1 + \frac{H_\psi^2 + H_r^2}{2H_0^2} \right) dz$$

Для исследования дрейфовых оболочек захваченных ионов с  $\mu$ , близкими к  $\mu' = \varepsilon/H_{\text{max}}$  удобно преобразовать (10) к виду

$$I_{||} = I_0 + I_1 + I_2 \quad (11)$$

$$I_0 = \sqrt{\frac{z}{m}} \int_0^{z_2} \sqrt{\varepsilon - \mu H_0(z)} dz \quad (12)$$

$$I_1 = \sqrt{\frac{z}{m}} \left[ \int_0^{z_2} \left( \sqrt{\varepsilon - \mu H_0(z)} \frac{H_\psi^2 + H_r^2}{2H_0^2(z)} - \mu \frac{\delta H(r, \psi, z) - \delta H(r, \psi, L)}{2\sqrt{\varepsilon - \mu H_0(z)}} \right) dz + I_{10} \right] \quad (13)$$

$$I_2 = -\sqrt{\frac{z}{m}} \int_0^{\min(z_2, z_1)} \frac{\mu \delta H(r, \psi, L) dz}{\sqrt{\varepsilon - \mu H_0(z) - \mu \delta H(r, \psi, L)} + \sqrt{\varepsilon - \mu H_0(z)}} \quad (14)$$

где

$$I_{10} = \begin{cases} \int_{z_2}^{z_1} \sqrt{\varepsilon - \mu H_0(z) - \mu \delta H(r, \psi, z)} dz & \text{если } z_2 \leq z_1 \\ \int_{z_2}^{z_1} \sqrt{\varepsilon - \mu H_0(z)} dz & \text{если } z_1 \leq z_2 \end{cases} \quad (13')$$



и рассматривать формально выражения (11)-(14) также и для пролетных ионов, т.е. когда  $\mu < \varepsilon / (\mu_0(L) + \delta H(r, \psi, L))$ . Будем считать предел интегрирования  $z_2$  равным либо  $L_1$ , если  $\varepsilon - \mu \mu_0(z_1) = 0$ , либо  $L$ , если для всех  $z \leq L$   $\varepsilon - \mu \mu_0(z) > 0$ , а  $z_3$  равным либо  $L_2$ , если  $\varepsilon - \mu \mu_0(L_2) - \mu \delta H(r, \psi, L) = 0$ , либо  $L$ , если для всех  $z \leq L$   $\varepsilon - \mu \mu_0(z) - \mu \delta H(r, \psi, L) > 0$ .

Из (11)-(14) видно, что: а)  $I_0$  не зависит от  $r$  и  $\psi$ ; б)  $I_2$  можно представить в виде

$$I_2 = -\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} L \frac{\mu \delta H(r, \psi, L)}{\varepsilon} F\left(\frac{\delta \mu}{\mu_0}, \frac{\mu \delta H(r, \psi, L)}{\varepsilon}\right), \quad (14')$$

где  $\mu = \mu_0 + \delta \mu$ ,  $\mu_0 = \varepsilon / \mu_0(L)$  и

$$F = \frac{1}{L} \int_0^{\min(z_2, z_3)} \frac{dz}{\sqrt{1 - \frac{\mu_0(z)}{\mu_0(L)} \left(1 + \frac{\delta \mu}{\mu_0}\right) - \frac{\mu \delta H(r, \psi, L)}{\varepsilon} + \sqrt{1 - \frac{\mu_0(z)}{\mu_0(L)} \left(1 + \frac{\delta \mu}{\mu_0}\right)}}}; \quad (14'')$$

в) членом  $I_{10}$  в  $I_u$  можно пренебречь при  $|\delta \mu| \gg \mu_0 r^2 / L^2$ ; г) магнитные поверхности  $I_2 = \text{const}$  и  $R = \text{const}$  совпадают. Подставляя в (13) и (14) выражения для магнитного поля пробки, (1), нетрудно убедиться также, что сечения дрейфовых оболочек  $I_u = \text{const}$  плоскостью, перпендикулярной к оси ловушки, представляет собой либо семейство эллипсов, либо гипербол.

Из (13) и (14) следует, что

$$\left| \frac{I_2}{I_1} \right| \sim \left| \ln \left( \frac{r^2}{L^2} + \left| \frac{\delta \mu}{\mu_0} \right| \right) \right| = \Lambda \quad (15)$$

Отсюда видно, что дрейфовые оболочки для захваченных ионов с  $|\delta \mu| \ll \mu_0$  в первом приближении по параметру  $\Lambda^{-1}$  ( $\Lambda$  в этом случае много больше

\*) При  $|\delta \mu| \leq \mu_0 r^2 / L^2$  это утверждение имеет место с точностью  $O(r^2 / L^2 |\ln(r^2 / L^2)|)$  и при  $|\delta \mu| \gg \mu_0 r^2 / L^2$  с точностью  $O(r^2 / L^2)$ .

единицы и в выражении (11) можно пренебречь  $I_1$ ) не зависят от  $\varepsilon$  и  $\mu$  и совпадают с магнитными поверхностями  $R = \text{const}$ , на что указывалось во Введении на основе качественных соображений. При учете малого члена  $I_1$  мы получим, что на дрейфовых поверхностях этих ионов пробочное отношение меняется на величину  $\Delta R \sim |R - R_0| \Lambda^{-1}$ , где  $R_0$  - пробочное отношение на осевой магнитной силовой линии. Движение этих ионов будет существенно различным в зависимости от взаимного расположения магнитных поверхностей  $I_u(\varepsilon, \mu, r, \psi) = \text{const}$  и  $R_1 = \varepsilon / (\mu \mu_0(0)) = \text{const}$ . Если пробочное отношение на дрейфовой поверхности всюду больше  $R_1$ , то они нигде не пересекаются, и ионы не могут вылететь в центральную ловушку. Если же эти магнитные оболочки пересекаются, то захваченные ионы, попадая в область, где для них пробочное отношение на поверхности  $I_u = \text{const}$  меньше  $R_1$ , становятся пролетными. На рис. 5 и 6 изображены в медианной плоскости сечения магнитных поверхностей  $I_u = \text{const}$  и  $R_1 = \text{const}$  для различных случаев их пересечений, а также соответствующие этим случаям траектории захваченных ионов.

### III. ПОПЕРЕЧНЫЕ ПОТЕРИ ИОНОВ В КРАЙНИХ ПРОБКОТРОНАХ АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКИ

Во всех проектах термоядерных реакторов на основе амбиполярных ловушек параметры плазмы таковы, что время дрейфа захваченных ионов вокруг оси ловушки  $\tau_D$  значительно меньше времени их кулоновского рассеяния. Поэтому будем считать ниже, что

$$\frac{\tau_D}{\tau_{ii}} \ll 1 \quad (16)$$

Из равенства (16) следует, что за время  $\tau_D$  изменение магнитного момента захваченного иона в результате столкновений незначительно. С другой стороны, время его дрейфа до диафрагмы порядка  $\tau_D$ . Значит, захва-



ченые ионы с  $|\delta\mu| \ll \mu_0$  в течение времени порядка  $\tau_0$  двигаются по дрейфовым оболочкам, которые почти совпадают с сильно вытянутыми в поперечном направлении магнитными поверхностями  $R = \text{const}$  и могут, поэтому, попасть на диафрагму. Так как кулоновские столкновения носят характер рассеяния на малые углы, <sup>\*</sup> то ясно, что все захваченные ионы обязательно проходят область магнитных моментов  $|\delta\mu| \ll \mu_0$  и, следовательно, потери ионов на диафрагме могут быть существенными.

Обозначим через  $\theta_0$  угол конуса потерь крайнего пробкотрона для данной магнитной силовой линии:

$$\text{tg } \theta_0 = \frac{1}{\sqrt{R-1}} \quad (17)$$

где  $R$  — пробочное отношение на этой силовой линии. Обозначим через  $\Delta\theta_0$  изменение  $\theta_0$  на дрейфовой поверхности захваченных ионов. Ясно, что  $\Delta\theta_0$  порядка  $\Delta R$  — характерного изменения пробочного отношения на этой поверхности.

Характер рассматриваемых потерь существенно зависит от соотношения между углами  $\Delta\theta_0$  и  $\Delta\theta = (\tau_0/\tau_{ii})^{1/2}$ , где  $\Delta\theta$  имеет смысл характерного угла, на который рассеивается ион в результате кулоновских столкновений за время  $\tau_0$ . В настоящей работе рассматривается случай, когда

$$\Delta\theta_0 \ll \Delta\theta \quad (18)$$

В проектах термоядерных реакторов (см., например, [14]) это неравенство выполняется на пределе применимости, а для установок меньшего масштаба оно заведомо имеет место. В параксиальном приближении (18) можно записать в

\*) Рассеянием ионов на большие углы можно пренебречь, т.к. сечение этого процесса в кулоновский логарифм раз меньше сечения рассеяния на малые углы.

виде

$$\Delta\theta_0 \sim \frac{r^2}{L^2} \frac{1}{\ln(L^2/r^2)} \ll \Delta\theta = \sqrt{\frac{\tau_0}{\tau_{ii}}} \quad (18')$$

Неравенство (18) означает, что ион центрального пробкотрона за время  $\tau_0$  от момента, когда он стал захваченным, в результате столкновений изменяет свой питч-угол на величину, много большую чем характерное изменение  $\theta_0$  на его дрейфовой оболочке. Из неравенств (16) и (18), таким образом, следует, что для захваченных ионов, достигающих диафрагмы, необходимо учитывать кулоновские столкновения, приводящие к изменению их питч-углов, и можно считать траектории движения этих ионов лежащими на магнитных поверхностях  $R = \text{const}$ . Последнее обстоятельство следует из того, что при  $\Delta\theta_0 \ll \Delta\theta \ll 1$  дрейфовые поверхности для этих ионов определены с точностью  $L^{-1}$ , а с этой точностью эти дрейфовые поверхности тождественно совпадают с магнитными оболочками  $R = \text{const}$ .

Из неравенств (16) и (18') нетрудно видеть также, что за время пролета торцевой ловушки  $t_{ii}$  изменение питч-угла захваченного иона, из-за кулоновского рассеяния, велико по сравнению с  $\Delta\theta_0 t_{ii}/\tau_0$  — характерного изменения угла  $\theta_0$  на его дрейфовой оболочке за время  $t_{ii}$ , т.е.

$$\sqrt{\frac{t_{ii}}{\tau_0}} \gg \Delta\theta_0 \frac{t_{ii}}{\tau_0} \sim \frac{r^2}{L^2} \frac{1}{\ln(L^2/r^2)} \frac{t_{ii}}{\tau_0} \quad (19)$$

Следовательно, для захвата ионов центрального пробкотрона в торцевую ловушку в данном случае не важна форма пересечений магнитных поверхностей  $I_{ii} = \text{const}$  и  $R_1 = \text{const}$  (напомним, что  $R_1$  для ионов с данным значением  $\varepsilon$  и  $\mu$  равно пробочному отношению  $\varepsilon/(\mu H_0(0))$ ), т.к. ионы могут быть захвачены в любой точке крайнего пробкотрона вблизи магнитной поверхности  $R_1 = \text{const}$ , т.е. как в точках 1, так и в точках 2 на рисунках 5,6.

Прежде чем перейти к формальному решению задачи,



полезно оценить время удержания плазмы для рассматриваемого механизма потерь ионов. Пусть в момент времени  $t = 0$  захваченные ионы в торцевых ловушках отсутствуют. Это соответствует тому, что функция распределения ионов в крайних пробкотронах будет отлична от нуля только в конусе потерь (см. рис. 7). За время  $\tau_0$  эта функция распределения в результате кулоновских столкновений "расплывается" в пространстве скоростей  $(\sigma_u, \sigma_v)$  на угол порядка  $\Delta\theta = (\tau_0/\tau_{ii})^{1/2}$  (см. рис. 7) и плотность захваченных ионов при  $t = \tau_0$  может быть оценена как

$$n_1 = n \Delta\theta$$

где  $n$  — плотность плазмы в центральном пробкотроне<sup>\*</sup>. За время  $\tau_0$  захваченные ионы, двигаясь по сильно вытянутым в поперечном направлении дрейфовым оболочкам, покинут ловушку, и поток их на диафрагму будет порядка

$$q \sim 2V_{кп} \frac{n_1}{\tau_0} \approx 2n \frac{V_{кп}}{\sqrt{\tau_0 \tau_{ii}}}$$

где  $V_{кп}$  — объем плазмы в крайнем пробкотроне. Этот поток ведет к уменьшению полного числа ионов центрального пробкотрона в ловушке. Поэтому, вводя время удержания плазмы  $\tau_{y2}$  как время, за которое их число уменьшится вдвое, когда инжекция в центральную ловушку отсутствует, получим

$$q \approx \frac{n(V_{цп} + 2V_{кп})}{\tau_{y2}}$$

где  $V_{цп}$  — объем плазмы в центральной ловушке. Т.к.  $V_{кп}$  значительно меньше  $V_{цп}$ , то

$$\tau_{y2} \sim \frac{V_{цп}}{V_{кп}} \sqrt{\tau_{ii} \tau_0} \quad (20)$$

\* Т.к. пробочное отношение в торцевых пробкотронах не велико, то плотность плазмы вдоль оси ловушки между электростатическими барьерами практически не меняется.

Эта оценка была получена в работе [7]. Выражение (20) нужно сравнивать со временем удержания для других механизмов потерь плазмы.

Перейдем к формальной задаче о нахождении функции распределения захваченных в торцевые ловушки ионов центрального пробкотрона и вычислению потока этих ионов на диафрагму.

Рассмотрим сначала характерные черты движения захваченных ионов в зависимости от типа их дрейфовых оболочек при  $|\delta\mu| \ll \mu_0$ . Если эти дрейфовые оболочки являются открытыми, т.е. имеет место неравенство (6), то все захваченные ионы в силу неравенств (16) и (18) покидают ловушку и их функция распределения отлична от нуля только вблизи конуса потерь (рис. 7). Подчеркнем здесь, что такая функция распределения захваченных ионов будет во всей области крайнего пробкотрона, т.к. захват в него осуществляется, как следует из предыдущего, в любой его точке. Случай же замкнутых дрейфовых оболочек более сложен, т.к. для ионов, захваченных вблизи магнитной оси системы, рассматриваемые дрейфовые траектории не пересекают диафрагмы. В этом случае, т.е. при выполнении условия (5), существует касающаяся диафрагмы магнитная поверхность  $R = \text{const}$  которая и разделяет торцевую ловушку на области, из которых есть поперечные потери ионов с  $|\delta\mu| \ll \mu_0$  и из которых их нет (см., например, рис. 8). В той области, в которой они есть (заштрихованная область на рис. 8) функция распределения захваченных ионов, как и в случае открытых дрейфовых оболочек, отлична от нуля только вблизи конуса потерь. Из другой же области (незаштрихованная область на рис. 8) ионы могут попасть на диафрагму, если для них существуют дрейфовые траектории при  $\delta\mu \sim \mu_0$  пересекающие диафрагму. Этот канал потерь является менее эффективным, чем рассматриваемый. Нетрудно получить для него оценку времени удержания плазмы  $\tau_{y2}$ , аналогично тому, как это было сделано для  $\tau_{y2}$ . Для этого достаточно заметить, что в этом случае время, через которое ион после захвата в торцевую ловушку пойдёт на диафрагму, будет не  $\tau_0$ , а  $\tau_{ii}$ , и плотность захваченных ионов, не  $n_1$ , а  $n$ . В результате оказывается, что



$$\tau_{yg}^0 \sim \tau_{ii} \frac{V_{yp}}{V_{kp}} \gg \tau_{yg}$$

Ниже этот канал мы учитывать не будем, поэтому можно считать, что в области "недоступности" функция распределения захваченных ионов близка к максвелловской. Напомним, что т.к. время жизни ионов центрального пробкотрона много больше  $\tau_{ii}$ , то их функция распределения в конусе потерь торцевых ловушек является максвелловской.

Перейдем теперь к рассмотрению дрейфового кинетического уравнения для захваченных ионов, которые достигают диафрагмы. Т.к. время пролета этих ионов между точками поворота мало по сравнению со временем  $\tau_{ii}$ , то функцию распределения их  $f_i$  на некоторой силовой линии можно считать зависящей только от интегралов движения  $\mathcal{E}$  и  $\mu$  и не зависящей от координаты  $s$  вдоль силовой линии, т.е. считать, что  $f_i$  имеет вид

$$f_i = f_i(\mathcal{E}, \mu, \Gamma_0, \Psi_0) \quad (21)$$

где  $\Gamma_0$  и  $\Psi_0$  — координаты силовой линии в медианной плоскости. Кинетическое уравнение для этой функции распределения можно получить стандартным методом усреднения дрейфового кинетического уравнения вдоль силовой линии [11]. Так как нас интересует стационарный поток ионов на диафрагму, то отбрасывая член с производной  $f_i$  по времени, имеем

$$u_r \frac{\partial f_i}{\partial r} + u_\psi \frac{\partial f_i}{r \partial \psi} = \overline{st(f_i)} \quad (22)$$

где

$$u_r = \frac{1}{\omega_{hi} t_{ii} r} \frac{\partial I_{ii}}{\partial \psi}, \quad u_\psi = -\frac{1}{\omega_{hi} t_{ii}} \frac{\partial I_{ii}}{\partial r}, \quad (23)$$

$$\overline{st(f_i)} = \frac{1}{t_{ii}} \int \frac{ds}{v_r} st(f_i), \quad t_{ii} = \int \frac{ds}{v_r}, \quad v_r = \sqrt{\frac{2}{m}(\mathcal{E} - \mu H_0(z))}$$

и интегрирование ведется между точками поворота захваченного иона. Как отмечалось выше, из неравенств (16) и (18) следует, что при вычислении  $u_r$  и  $u_\psi$ ,  $I_{ii}$  можно считать равным  $I_2$ , т.е. считать дрейфовые траектории не зависящими от  $\mathcal{E}$  и  $\mu$  и лежащими на магнитных поверхностях  $R = \text{const}$ . Подставляя в выражения (14'), (14'')  $\mathcal{E}/\mu = H_0(L)$  и значения  $r, \psi$  из (2) получим

$$I_2 = -\sqrt{\frac{2\mathcal{E}}{m}} L g(r_0, \psi_0) F_0\left(\frac{\delta\mu}{\mu_0}, g(r_0, \psi_0)\right) \quad (24)$$

где

$$g(r_0, \psi_0) = \frac{\delta H(\Gamma(r_0, \psi_0, 0), \Psi(r_0, \psi_0, 0), L)}{H_0(L)} \ll 1 \quad (25)$$

Т.к. зависимость  $F_0$  от  $\delta\mu/\mu_0$  и  $g$  имеет вид

$$F_0\left(\frac{\delta\mu}{\mu_0}, g\right) \sim \ln\left(\left|\frac{\delta\mu}{\mu_0}\right| + |g|\right) = L$$

то  $F_0$  можно считать с логарифмической точностью константой равной  $L_0$ , где  $L_0$  определяется выражением (14'') в котором вместо  $\delta\mu/\mu_0$  и  $\delta H(\Gamma, \Psi, L)\mu/\mathcal{E}$  подставлены их характерные значения. Следовательно, если

$$\Delta\theta = \sqrt{\frac{\tau_D}{\tau_{ii}}} \gg \frac{r^2}{L^2} \sim g = \frac{-\delta H(\Gamma, \Psi, L)}{H_0(L)}, \quad (26)$$

то характерное значение переменной  $(\delta\mu/\mu_0)$  порядка  $\Delta\theta$  и в (14'') можно положить  $\delta\mu/\mu_0 = \Delta\theta$  и  $\delta H(\Gamma, \Psi, L)\mu/\mathcal{E} = 0$ . В случае же неравенства

$$\sqrt{\frac{\tau_D}{\tau_{ii}}} \lesssim \frac{r^2}{L^2} \quad (26')$$



$(\delta\mu/\mu_0)$  порядка  $r^2/L^2$  и в выражении для  $\Lambda_0$  можно подставить  $\delta\mu/\mu_0 = 0$ , а  $\mu\delta H(r, \psi, L)/\varepsilon$  - характерному значению  $g$ . Напомним, что неравенство (26') не должно противоречить (18). При вычислении столкновительного члена можно считать, что столкновения захваченных ионов происходит только с пролетными, т.к. плотность захваченных ионов в рассматриваемых условиях мала. Как отмечалось выше,  $f_i$  имеет большую производную по  $\mu$  при питч-угле, близком к углу конуса потерь. Т.к.  $st(f_i)$  носит дифференциальный характер, то основной вклад столкновения дают в изменение питч-угла захваченных ионов. Составляя в столкновительном члене вторую производную по  $\mu$ , имеем

$$-\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}} \frac{\Lambda_0 L}{\omega_{ni}} \left[ \frac{\partial g(r_0, \psi_0)}{r_0 \partial \psi_0} \frac{\partial f_i}{\partial r_0} - \frac{\partial g(r_0, \psi_0)}{\partial r_0} \frac{\partial f_i}{r_0 \partial \psi_0} \right] = \nu \frac{\partial^2 f_i}{\partial \mu^2} \quad (27)$$

где  $\nu$  зависит от конкретного вида  $\mu_0(z)$ , плотности  $n$  и температуры  $T_i$  ионов в центральном пробкотроне и  $\varepsilon$ . Выражение для  $\nu$  является громоздким и приведено в приложении. Перейдем теперь в (27) от переменных  $(r_0, \psi_0)$  к  $(g, \psi)$ , где  $g$  - маркирует сечения медианной плоскостью дрейфовых поверхностей захваченных ионов и

$$\psi = \int_{\psi_0(g)}^{\psi_0} \frac{\nu(g, \psi_0', \varepsilon)}{L} \sqrt{\frac{m}{2\varepsilon}} \frac{\omega_{ni} \beta(\psi_0')}{\Lambda_0} d\psi_0', \quad (28)$$

$$\beta(\psi_0) = \frac{\partial r_0^2(g, \psi_0)}{2 \partial g} = \left( 2 \frac{\mu_0(0)}{\mu_0^2(L)} \left[ (A+B) + (A-B) \cos(2\psi_0) \right] \right)^{-1}, \quad (29)$$

A и B задаются формулами (8). Имеем

$$\frac{\partial f_i(g, \psi, \varepsilon, \mu)}{\partial \psi} = \frac{\partial^2 f_i(g, \psi, \varepsilon, \mu)}{\partial \mu^2} \quad (30)$$

и  $f_i$  зависит от  $\varepsilon$  и  $g$  как от параметров. Точка  $\psi = 0$  определяется из пересечения диафрагмы с магнитной поверхностью  $R = \text{const}$ , соответствующей значению  $g$ , причем  $\psi$  увеличивается в направлении дрейфа захваченных ионов.

Удобно теперь перейти в уравнении (30) от переменной  $\mu$  к переменной  $\xi$  по формуле

$$\xi = \mu - \frac{\varepsilon}{\mu_0(L)} (1-g) \quad (31)$$

тогда область  $\xi \geq 0$  будет соответствовать захваченным ионам, а  $\xi < 0$  пролетным. Имеем

$$\frac{\partial f_i(g, \psi, \varepsilon, \xi)}{\partial \psi} = \frac{\partial^2 f_i(g, \psi, \varepsilon, \xi)}{\partial \xi^2} \quad (32)$$

Рассмотрим для определенности случай замкнутых магнитных поверхностей  $R = \text{const}$ . Пусть диафрагма с внутренним радиусом  $\Gamma_n$  находится, например, в медианной плоскости торцевого пробкотрона. Тогда на медианной плоскости вырежется две области (рис.8): заштрихованная область, интересующая нас, откуда частицы попадают на диафрагму, и незаштрихованная откуда потерь нет. Граничные условия для уравнения (32) состоят в следующем: 1) функция распределения  $f_i$  при  $\xi = 0$  должна переходить в максвелловскую, соответствующую пролетным ионам; 2) при  $\xi \rightarrow \infty$   $f_i(g, \psi, \varepsilon, \xi)$  стремится к нулю; 3)  $f_i(g, \psi = 0, \varepsilon, \xi \geq 0) = 0$ . Имеем:

$$\begin{aligned} f_i(g, \psi, \varepsilon, \xi = 0) &= f_n(\varepsilon) n(\psi(g, \psi_0, \varepsilon), g) \\ f_i(g, \psi, \varepsilon, \xi \rightarrow \infty) &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$f_i(g, \psi = 0, \varepsilon, \xi \geq 0) = 0$$

где  $n$  - плотность плазмы в центральном пробкотроне, соответствующая силовой линии, проходящей в медианной



плоскости через точку  $(g, \psi_0)$  и  $f_M = 2 \exp(-\psi^2 / v_{Ti}^2) / (\sqrt{\pi} v_{Ti}^3)$  — максвелловская функция распределения ионов центрального пробкотрона. Решение уравнения (32) с граничными условиями (33) имеет вид (см. подробно о методе решения таких уравнений в [13]):

$$f_i(g, \psi, \varepsilon, \xi) = f_M(\varepsilon) \frac{\xi}{2\sqrt{\pi}} \int_0^\psi \frac{n(g, \psi')}{(\psi - \psi')^{3/2}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4(\psi - \psi')}\right) d\psi' \quad (34)$$

Отметим, что в случае выполнения неравенства (26) можно пренебречь в формуле (31) для  $\xi$  параметром  $g$ , при этом в функции  $f_i$   $\xi$  будет отсчитываться от  $\mu_0$ .

После того, как найдена функция распределения захваченных ионов  $f_i$ , не представляет труда найти поток в торцевую ловушку ионов центрального пробкотрона. Очевидно, этот поток и равен потоку захваченных ионов на диафрагму. Имеем

$$q = \frac{H_0(0)}{m_i^2} \int v(\varepsilon, g, \psi) \frac{\partial f_i(g, \psi, \varepsilon, \xi)}{\partial \xi} \bigg|_{\xi=0} \frac{\partial(\Gamma_0^2, \psi_0^2)}{\partial(g, \psi)} d\varepsilon dg d\psi \quad (35)$$

В частности, когда плотность ионов в центральном пробкотроне представляет собой ступенчатую функцию радиуса, т.е. зависимость  $n(\psi, g)$  в переменных  $(\Gamma_0, \psi_0)$  следующая

$$n(\Gamma_0, \psi_0) = n \cdot \begin{cases} 1 & \text{при } \Gamma_0 \leq \Gamma_0 \\ 0 & \text{при } \Gamma_0 > \Gamma_0 \end{cases} \quad (36)$$

уравнение (35) легко интегрируется и

$$q = \frac{8 H_0(0)^{3/2} \Gamma_0^2 n}{\pi H_0(L) m_i} \left(\frac{\Lambda_0 L}{v_{Ti} \omega_{Ti}}\right)^{1/2} \frac{A}{(AB)^{1/4}} \int_{\frac{B}{A}}^1 \left\{ \arctg\left(\left[\frac{B(1-x)}{Ax-B}\right]^{1/2}\right) \right\}^{1/2} dx. \quad (37)$$

$$\int_0^\infty v^2(\varepsilon) \varepsilon^{1/4} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_i}\right) \frac{d\varepsilon}{T_i^{5/4}}$$

где  $A$  и  $B$  задаются формулами (8). Подставляя  $v(\varepsilon)$  из (П.9) в (37) и производя численное интегрирование по энергии, получим:

$$q = \left(\frac{n H_0(0)}{H_0(L)}\right)^{3/2} \frac{z^2 e^2 \Gamma_0^2}{m_i} \left(\frac{\lambda \Lambda_0}{v_{Ti} \omega_{Ti}}\right)^{1/2} \frac{AL}{(AB H_0^2(L))^{1/2}} \cdot 7,364 \cdot \int_{\frac{B}{A}}^1 \left\{ \arctg\left(\left[\frac{B(1-x)}{Ax-B}\right]^{1/2}\right) \right\}^{1/2} dx. \quad (38)$$

$$\cdot \frac{1}{4} \int_0^L \left[ \frac{H_0(L)}{H_0(z)} \sqrt{1 - \frac{H_0(z)}{H_0(L)}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{H_0(z)}{H_0(L)}}\right) \right] dz$$

где  $\lambda$  — кулоновский логарифм.

Аналогичным образом можно рассмотреть поперечные потери захваченных ионов в случае открытых магнитных поверхностей  $R = \text{const}$ .



Рассмотренный в настоящей работе механизм поперечных потерь захваченных ("юшмановских") ионов приводит к тому, что функция распределения ионов центрального пробкотрона в торцевых ловушках оказывается отличной от нуля фактически только в конусе потерь. Как было показано в работе [9], такая анизотропия в ионной функции распределения может приводить при некоторых условиях (см. подробнее в [9], [15]) к развитию неустойчивости "обратного конуса потерь" с инкрементом порядка  $\omega_{pi}$ . В результате этой неустойчивости происходит быстрая изотропизация функции распределения ионов, что может привести к резкому увеличению поперечных потерь захваченных ионов по сравнению с оценкой (20). Оценим время удержания плазмы  $\tau'_{y\beta}$  в этом случае. Т.к. неустойчивость является очень быстрой и стабилизация ее происходит, когда функция распределения ионов близка к изотропной, то понятно, что число "центральных" ионов захваченных в торцевой пробкотрон будет порядка  $n V_{ka}$ . Учитывая теперь, что за время  $\tau_{\beta}$  захваченные ионы покидают ловушку, получим, что время удержания плазмы будет порядка

$$\tau'_{y\beta} \sim \tau_{\beta} \frac{V_{ca}}{V_{ka}} \quad (39)$$

Последней формулой для оценки времени жизни плазмы в ловушке можно пользоваться только для достаточно длинных систем, когда  $\tau'_{y\beta} > \tau_{ii}$ . Для небольших же установок типа АМБАЛ формально оказывается  $\tau'_{y\beta} < \tau_{ii}$  и время удержания плазмы для таких установок будет порядка  $\tau_{ii}$ .

Существует эффект который приводит к уменьшению потерь захваченных ионов. Он связан с учетом радиального электрического поля, т.к. введение его в рассмотрение усиливает дрейф захваченных ионов по  $\psi$  и делает дрейфовые оболочки этих ионов более симметричными. Легко проверить, что при

$$\frac{\Gamma^2}{4} \varepsilon \gg e\Phi \quad (40)$$

где  $\Phi$  разность потенциалов между диафрагмой и осевой магнитной силовой линией, а  $\varepsilon$  - кинетическая энергия иона,

электрическим дрейфом можно пренебречь. Таким образом, по крайней мере для высокоэнергетических захваченных ионов это неравенство выполняется, что может привести если не к существенному уменьшению времени удержания плазмы, то к заметному остыванию ионов центрального пробкотрона.

Отметим в заключение, что сильная вытянутость сечений дрейфовых оболочек захваченных ионов медианной плоскостью может также приводить в результате кулоновских столкновений, если поперечные потери захваченных ионов отсутствуют, к быстрому выравниванию плотности плазмы в амбиполярной ловушке в поперечном направлении.

Автор благодарит Д.Д.Рютова и Г.В.Ступакова за многочисленные плодотворные обсуждения.



ПРИЛОЖЕНИЕ

Подчеркнем сразу, что при выводе формулы для  $\chi$  мы будем явно учитывать параксиальность магнитного поля в торцевых пробкотронах амбиполярной ловушки. Столкновительный член, описывающий кулоновское рассеяние захваченных ионов удобно рассматривать в переменных  $v$  и  $\gamma = \cos \theta$  где  $v$  - модуль скорости иона и  $\theta$  - его питч-угол. Составляя в  $st(f_i)$  члены со второй производной по  $\gamma$ , имеем согласно работе [12]

$$st(f_i) = \frac{\lambda 4\pi z^4 e^4}{m_i^2 2 v^2} \left[ \frac{1}{v^2} (1-\gamma^2)^2 \frac{\partial^2 g_0}{\partial \gamma^2} + \frac{1}{v} (1-\gamma^2) \frac{\partial g_0}{\partial v} - \frac{1}{v^2} \gamma (1-\gamma^2) \frac{\partial g_0}{\partial \gamma} \right] \frac{\partial^2 f_i}{\partial \gamma^2} \quad (П.1)$$

где  $z$  и  $m_i$  - соответственно заряд и масса иона,  $\lambda$  - кулоновский логарифм,  $g_0 = \int f_0(v') |v - v'| dv'$  - потенциал Розенблюта и  $f_0$  - функция распределения пролетных ионов. Очевидно  $f_0$  имеет вид:

$$f_0(v) = f_1(v) f_2(\gamma) \quad (П.2)$$

где

$$f_1 = n \exp\left(-\frac{v^2}{v_{Ti}^2}\right) \frac{2}{\sqrt{\pi} v_{Ti}^3} \quad (П.3)$$

$$f_2(\gamma) = \begin{cases} 1 & \text{при } \sqrt{1 - \frac{\mu_0(z)}{\mu_0(\gamma)}} \leq |\gamma| \leq 1 \\ 0 & \text{при } |\gamma| < \sqrt{1 - \frac{\mu_0(z)}{\mu_0(\gamma)}} \end{cases}$$

и  $n$  - плотность плазмы в центральном пробкотроне на силовой линии, проходящей через рассматриваемую точку ( $r, \psi, z$ ). В столкновительном члене учтено, что кулоновское рассеяние захваченных ионов происходит только на пролетных ионах (в потенциал Розенблюта  $g_0$  не входит  $f_i$ ). Ограничимся здесь нулевым членом в разложении  $g_0$  по полиномам Лежандра. Это приближение является достаточно хорошим,

т.к. остальные члены разложения при пробочных отношениях  $(1; 5+2)$ , типичных для торцевых пробкотронов, дают малый вклад в рассеяние. Используя соответствующие формулы работы [12] получим:

$$g_0 = 2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu_0(z)}{\mu_0(\gamma)}}\right) \left[ \int_0^v v'^2 v \left(1 + \frac{v'^2}{3v^2}\right) f_1(v') dv' + \int_v^\infty v'^3 \left(1 + \frac{v'^2}{3v^2}\right) f_1(v') dv' \right] \quad (П.4)$$

и

$$\frac{\partial g_0}{\partial v} = \frac{2n}{\sqrt{\pi}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu_0(z)}{\mu_0(\gamma)}}\right) \left[ \frac{1}{3} \frac{v}{v_{Ti}} \exp\left(-\frac{v^2}{v_{Ti}^2}\right) + \int_0^{v/v_{Ti}} \exp(-x^2) x^2 \left(1 - \frac{x^2 v_{Ti}^2}{3v^2}\right) dx \right] \quad (П.5)$$

Перейдем теперь к переменным  $\epsilon = m_i v^2 / 2$  и  $\mu = m_i v^2 (1-\gamma^2) / (2n)$ . Подставляя (П.5) в  $st(f_i)$  и учитывая, что  $g_0$  от  $\gamma$  не зависит получим:

$$st(f_i) = 8\sqrt{\pi} z^4 e^4 \lambda n \frac{\mu v_{Ti}}{\epsilon \mu_0(z)} \Phi\left(\frac{\epsilon}{\mu}\right) \sqrt{1 - \frac{\mu \mu_0(z)}{\epsilon}} \quad (П.6)$$

$$\cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\mu_0(z)}{\mu_0(\gamma)}}\right) \frac{\partial}{\partial \mu} \sqrt{1 - \frac{\mu \mu_0(z)}{\epsilon}} \frac{\partial f_i}{\partial \mu}$$

где

$$Q(x) = \frac{1}{3} x \exp(-x) + \sqrt{x} \int_0^{\sqrt{x}} \exp(-t^2) t^2 \left(1 - \frac{t^2}{3x}\right) dt \quad (П.7)$$

Непосредственным интегрированием (П.6) по фазовому объему

$$\sqrt{2} \frac{\mu_0(z) d\mu d\epsilon r dr dt dz}{m_i^{3/2} \sqrt{\epsilon - \mu \mu_0(z)}} = v_{\perp 1} dv_{\perp 1} dv_{\parallel} r dr dt dz$$

можно убедиться, что  $\sqrt{1 - \mu \mu_0(z) / \epsilon}$  в правой части выражения (П.6) можно вынести из-под дифференцирования



по  $\mu$ , т.к. дифференцирование его дает малую поправку в поток захваченных ионов на диафрагму  $q$ . Эта поправка порядка  $q(\tau_0/\tau_{ii})^{1/2} \ln(\tau_{ii}/\tau_0)$ . Усредняя (П.6) по силовой линии и учитывая при этом, что  $e/\mu$  можно положить равным  $\kappa_0(l)$ , получим:

$$st(f_i) = \frac{1}{t_u} \nu \frac{\delta^2 f_i}{\delta \mu^2} \quad (\text{П.8})$$

где

$$\nu = 8\sqrt{\pi} z^4 e^4 \lambda \frac{1}{H_0^2(l)} \sqrt{\frac{T_i}{e}} \Phi\left(\frac{e}{T_i}\right) \cdot \int_0^l \frac{\kappa_0(l)}{\kappa_0(z)} \sqrt{1 - \frac{\kappa_0(z)}{H_0(l)}} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\kappa_0(z)}{H_0(l)}}\right) dz \quad (\text{П.9})$$

В окончательном выражении (27) произведено сокращение обеих частей на  $t_u$ .

#### Л и т е р а т у р а :

1. Г.И.Димов, В.В.Закайдаков, М.Е.Кишаневский. Физика плазмы 2, 597 (1976).
2. T.K. Fowler, B.G. Logan. *Comments on Plasma Phys. and Contr. Fusion*, 2, 167 (1977).
3. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Письма в ЖЭТФ, 26, 186 (1977).
4. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Физика плазмы, 4, 501 (1978).
5. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. ДАН, 240, № 5, 1086, (1978).
6. D.D. Ryutov. *Proc. of the 1979 Varenna School on Plasma Physics*, v. 1, p. 80 (1980).
7. *Status of Mirror Fusion Research*, LLL Rep. UCAR 10049-80-Rev.1 (1980).
8. A.V. Gurevich, Ya.S. Dimant. *Nuclear Fusion*, 18, 629 (1978).
9. М.Лонтано, Л.С.Пеккер, Р.Поццоли. Физика плазмы, 6, 793 (1980).
10. W.C. Turner, J.F. Clauser, F.H. Coensgen, D.L. Correll, W.F. Cummins, R.P. Freis, R.K. Goodman, A.L. Hunt, T. B. Kaiser, G.M. Melin, W.E. Nexsen, T.C. Simonen, B. W. Stallard. *Nuclear Fusion*, 19, 1011 (1979).
11. А.И.Морозов, Л.С.Соловьев. В сборнике "Вопросы теории плазмы", вып.2, стр.177 (1976).
12. J. Killeen, A.A. Mirin, M.E. Rensink. *Methods in Computational Physics*, 16, 389 (1976).
13. А.Г.Корн, Т.М.Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы, М., "Наука", стр.316 (1980).
14. Г.И.Димов, Г.В.Росляков. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 80-152 (1980).
15. Л.С.Пеккер. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 80-161 (1980).



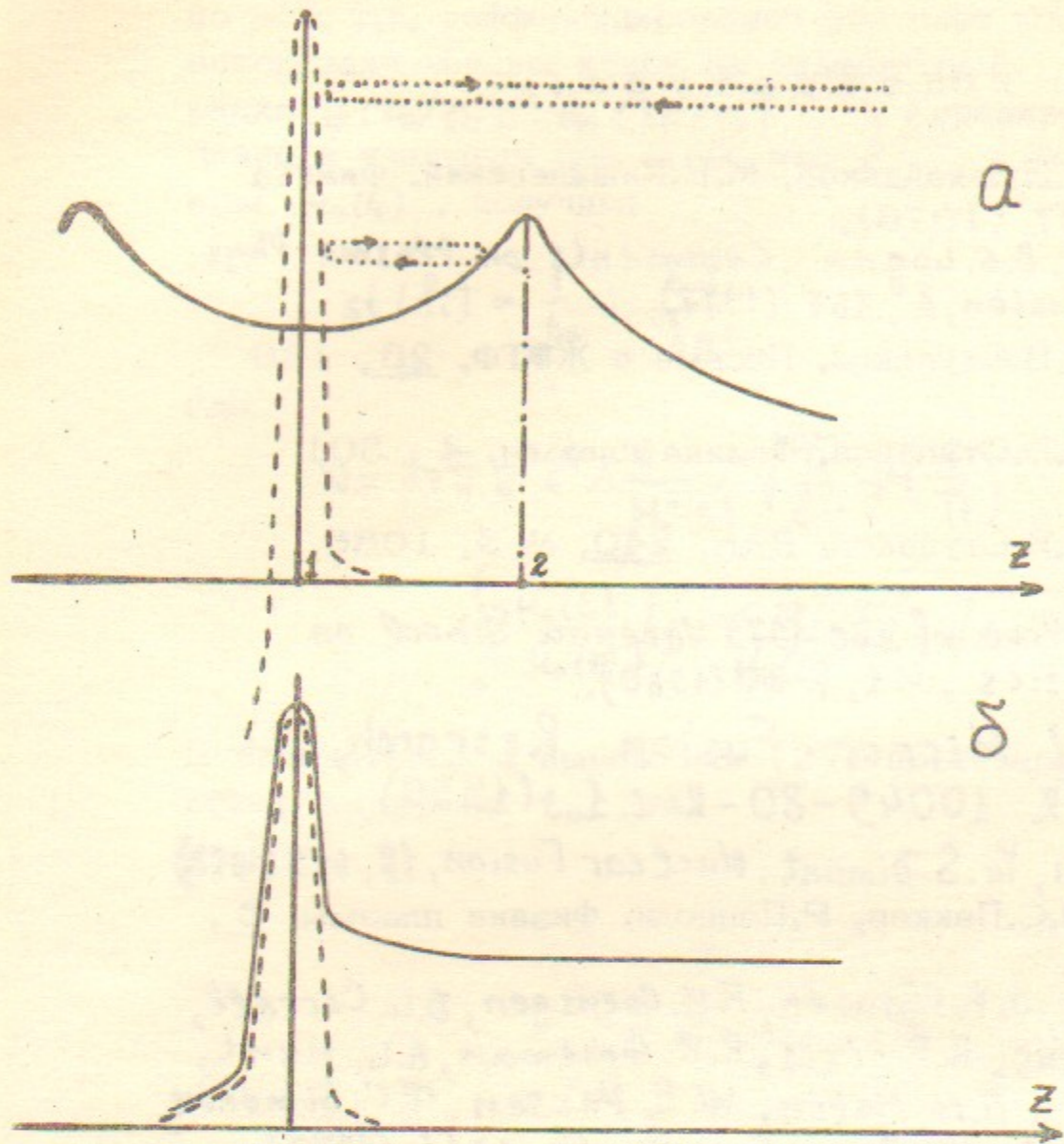


Рис.1 Схема амбиполярной ловушки.

а - распределение напряженности магнитного поля (сплошная линия) и амбиполярного потенциала (пунктирная) вдоль оси ловушки. Точечной линией обозначены траектория ионов. Точка 1 соответствует положению медианной плоскости крайнего пробкотрона и точка 2 - положению максимума магнитного поля в пробке; б - распределение плотности плазмы (сплошная линия) и плотности быстрых ионов (пунктирная) вдоль оси ловушки.

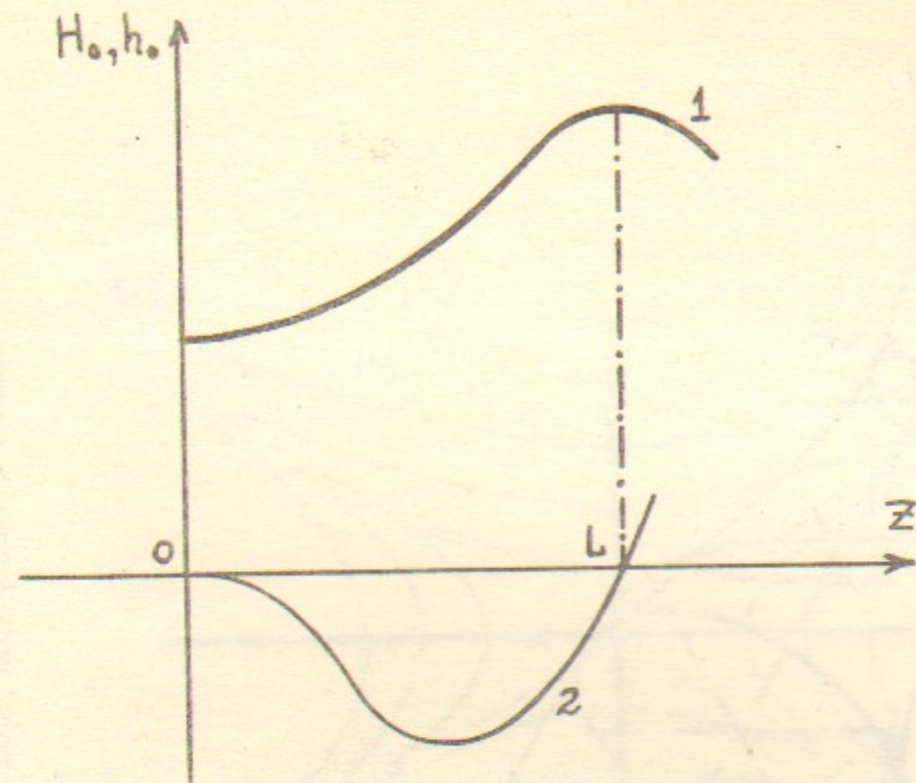


Рис.3 Качественные зависимости  $H_0$  (кривая 1) и  $h_0$  (кривая 2) от  $z$ .  $L$  - длина крайнего пробкотрона.



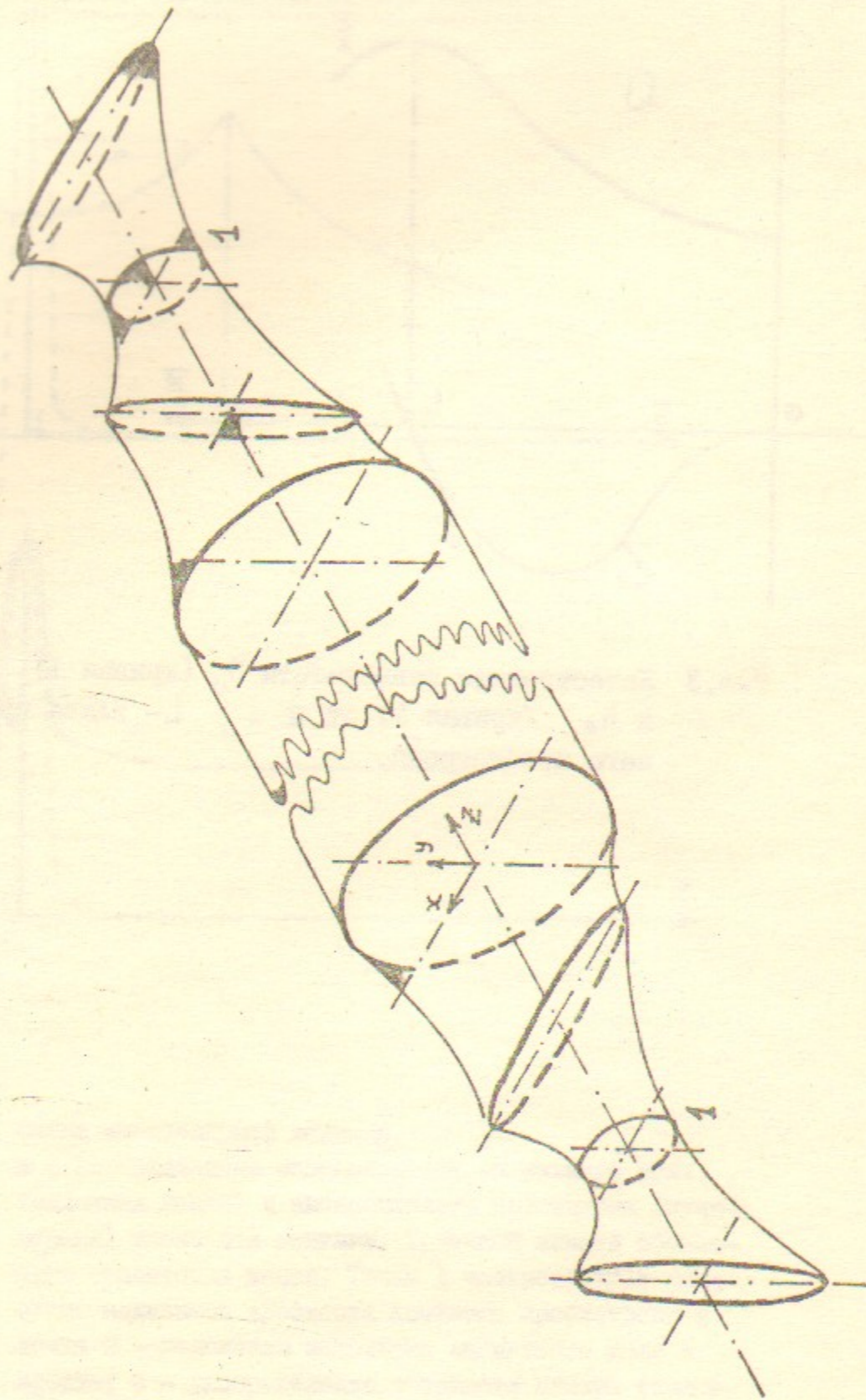


Рис.2 Геометрия магнитного поля амбиполярной ловушки.  
 Ловушка обладает двумя плоскостями симметрии:  $X = 0$  и  $Y = 0$ .  
 Цифрой 1 обозначены медленные плоскости крайних пробкоэлектронов.

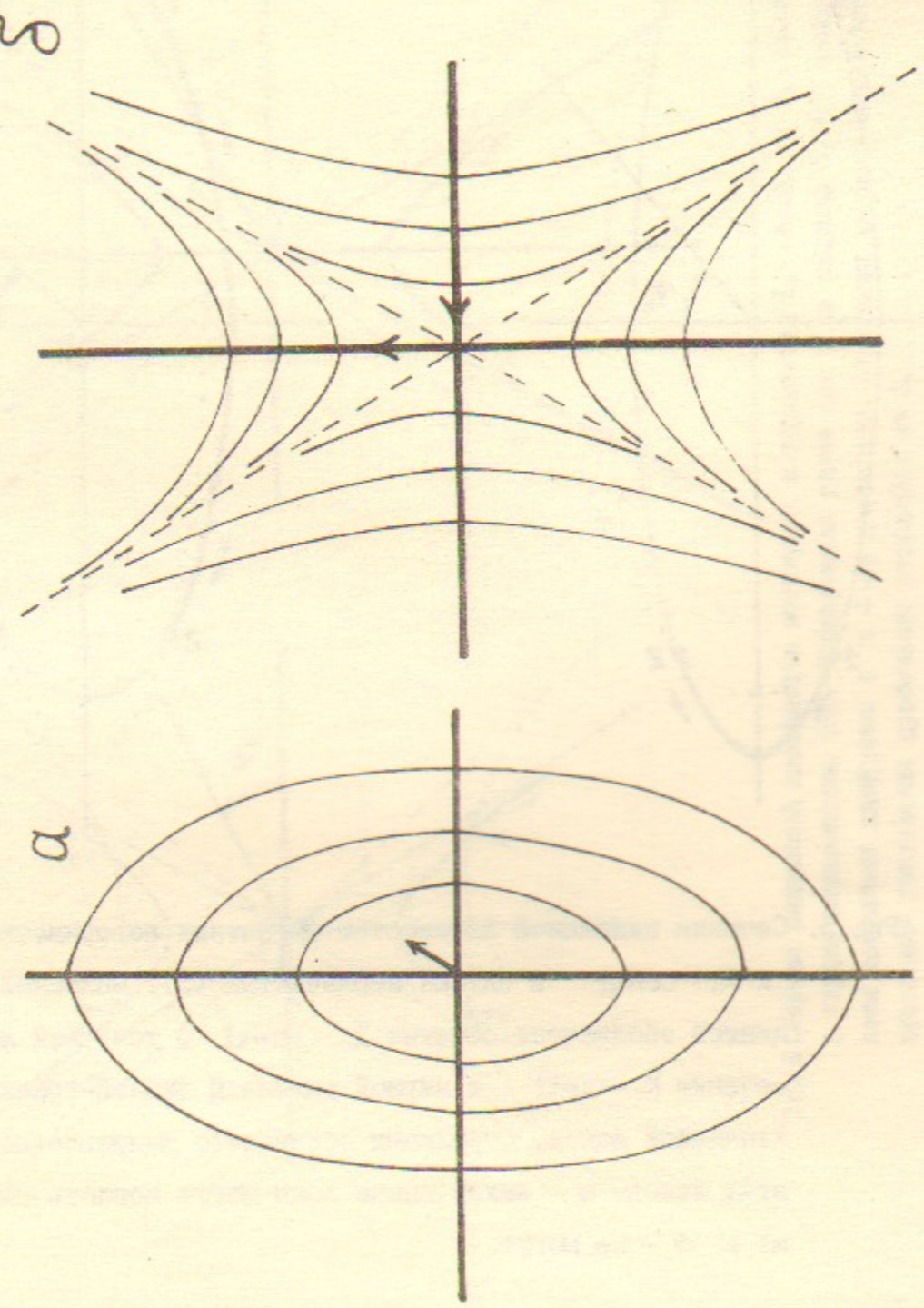


Рис.4 Сечение магнитных поверхностей  $R = \text{const}$  плоскостью  $z = L$ .  
 а - случай равенства (5) и б - неравенства (6).  
 Стрелкой обозначено направление увеличения пробочного отношения от  $Y^*$ .



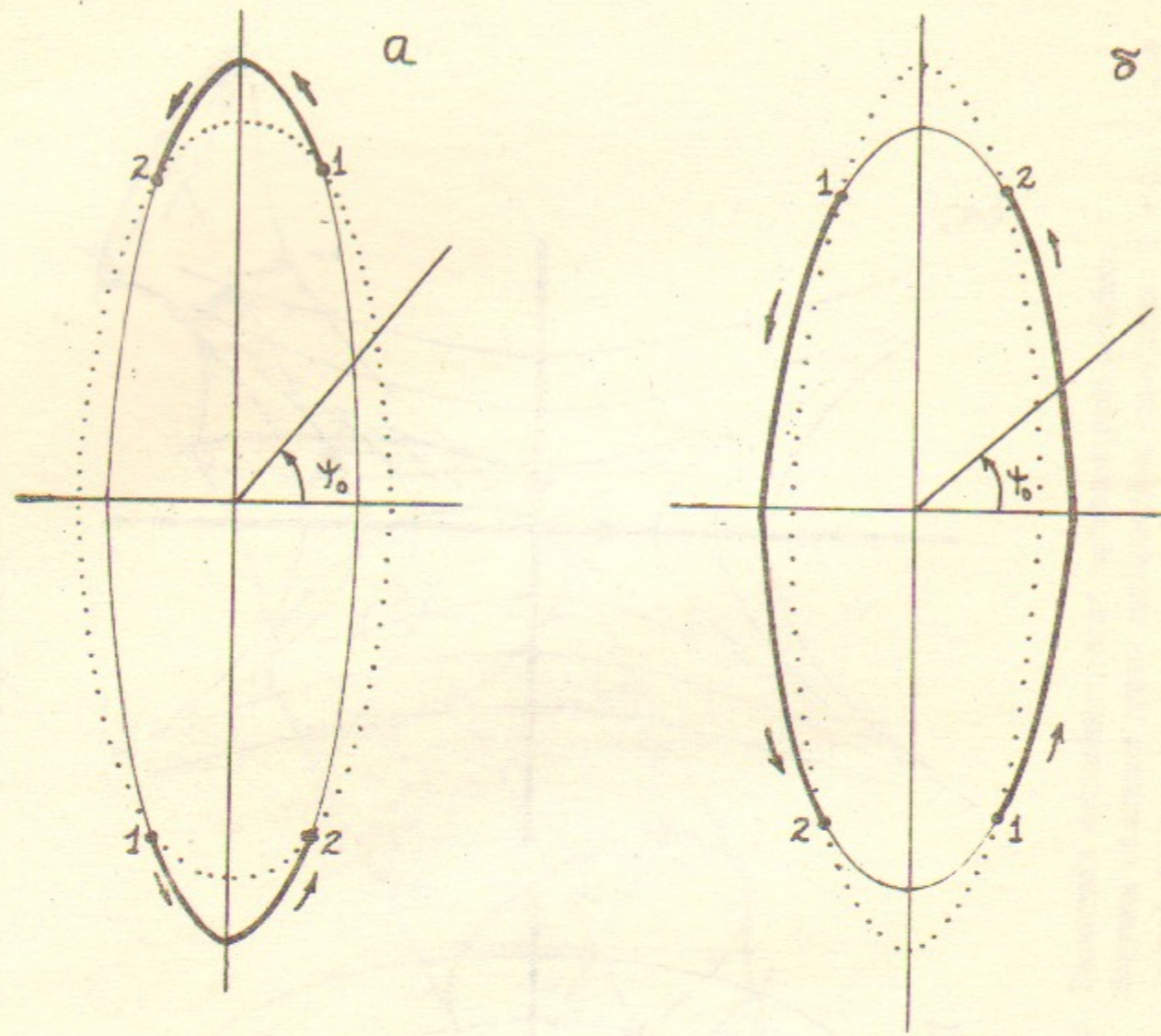


Рис.5. Сечения медианной плоскостью магнитных поверхностей  $I_{\parallel} = \text{const}$  и  $R_{\perp} = \text{const}$  в случае неравенства (5). Сплошной тонкой линией обозначено сечение  $I_{\parallel} = \text{const}$ , точечной линией — сечение  $R_{\perp} = \text{const}$  и жирной сплошной линией — траектории захваченных ионов. Стрелками обозначено направление дрейфа этих ионов. а — захваченные ионы могут попасть на диафрагму и б — не могут.

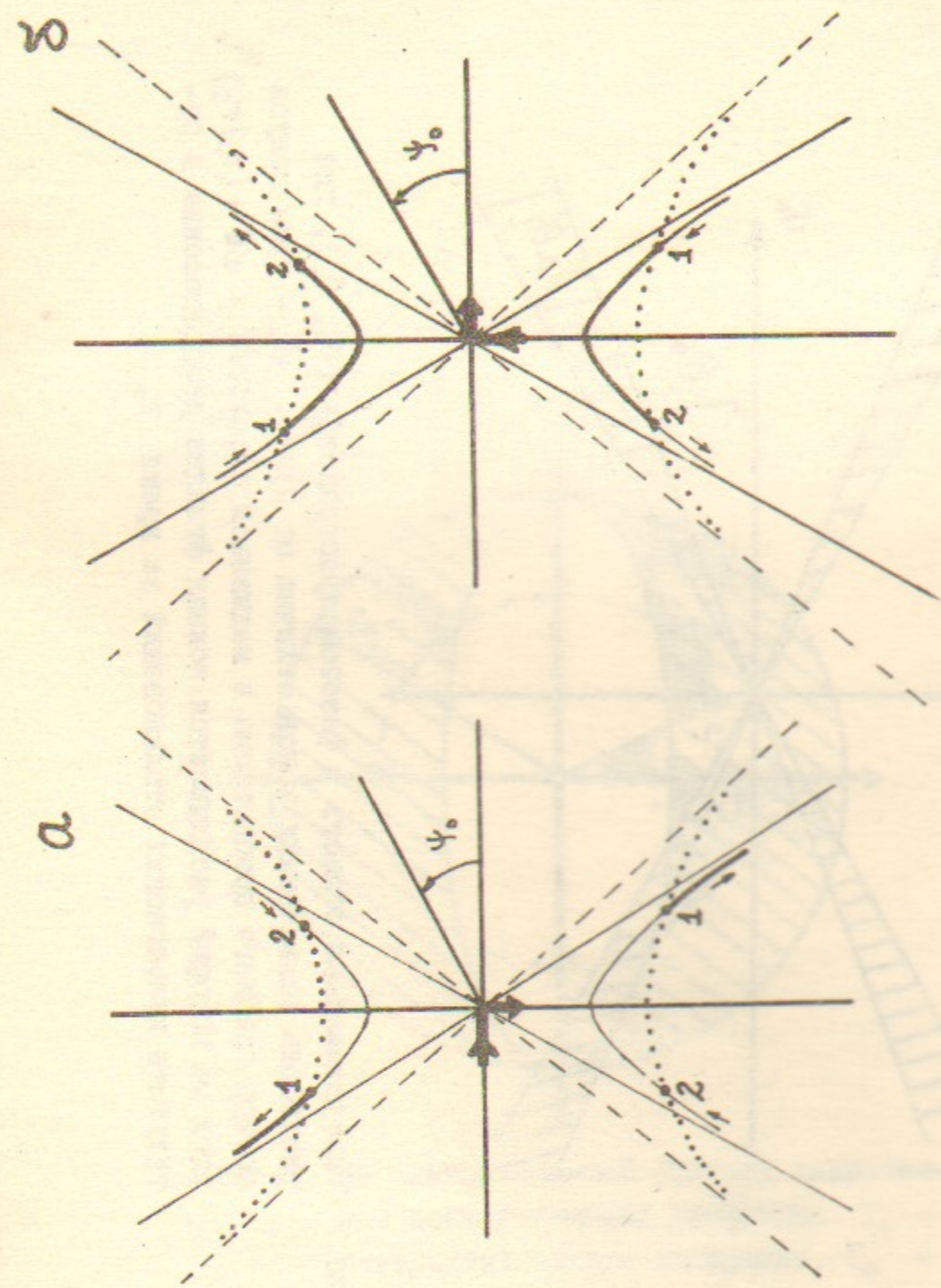


Рис.6. Сечения медианной плоскостью магнитных поверхностей  $I_{\parallel} = \text{const}$  и  $R_{\perp} = \text{const}$  в случае неравенства (6). Обозначения такие как и на рисунке 5, а — захваченные ионы достигают диафрагмы и б — не достигают. Стрелками на осях обозначены направления увеличения пробочного отношения от  $\Gamma$ .



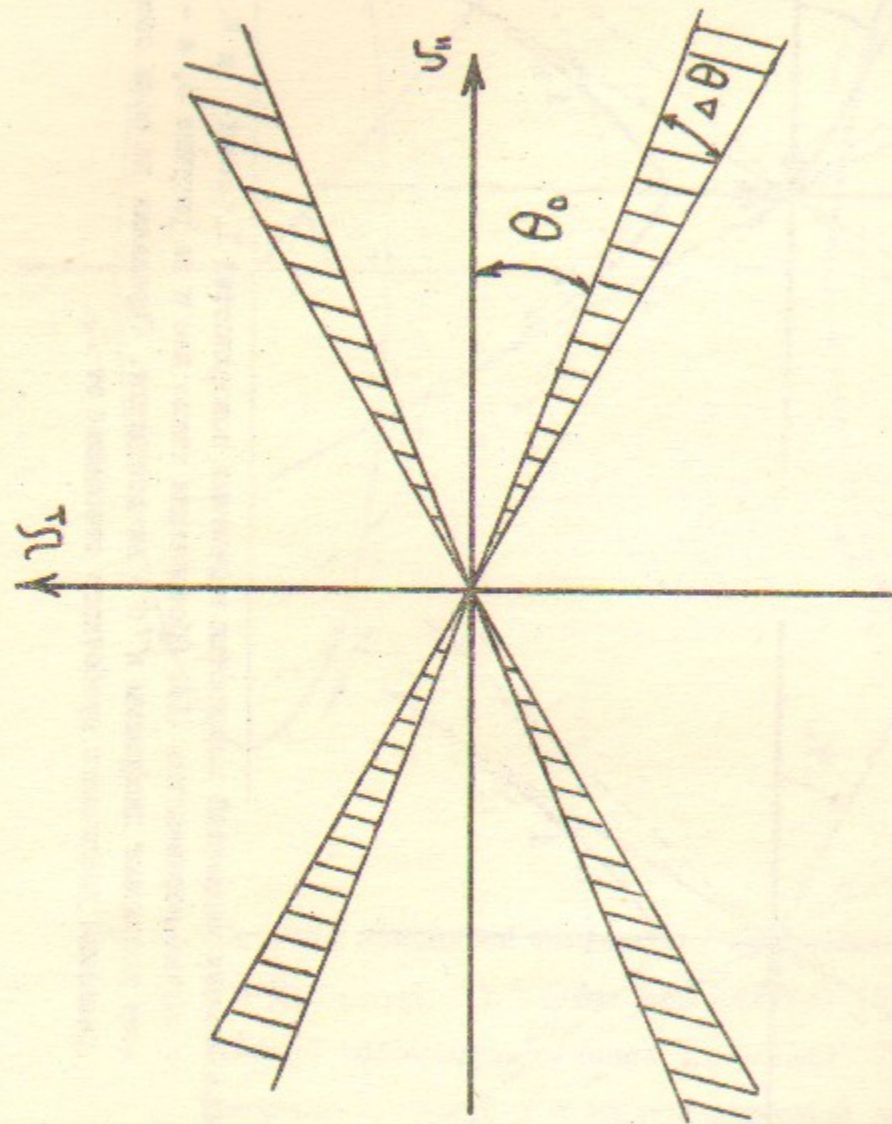


Рис.7 Заштрихованная область в фазовом пространстве  $(U_{11}, U_{12})$ , где плотность захваченных ионов отлична от нуля;  $\theta_0$  - угол конуса потерь крайнего пробкогрона в медианной плоскости и  $\Delta\theta = (\tau_2/\tau_{ii})^{1/2}$  - угол на который расплывается ионная функция распределения в результате кулоновских столкновений за время  $\tau_2$ .

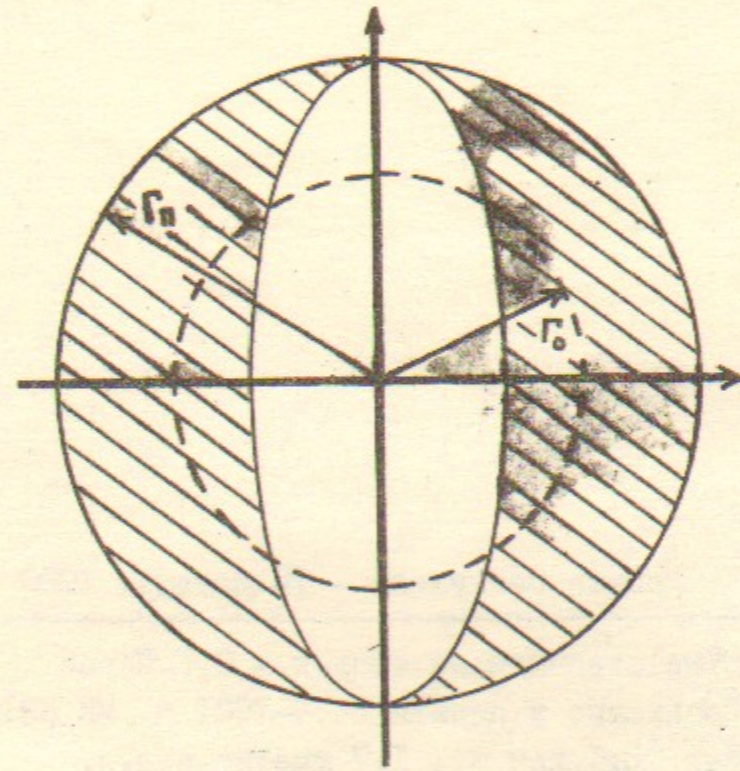


Рис.8 Из заштрихованной области захваченные ионы достигают диафрагмы.  $\Gamma_1$  - внутренний радиус диафрагмы,  $\Gamma_0$  - характерный радиус плазмы.