

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

78

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

**НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ  
ОДНОМЕРНЫХ ЛЕНГМЮРОВСКИХ  
ВОЛН**

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 115

Новосибирск

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

## НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН

### А Н Н О Т А Ц И Я

Изложены результаты численных экспериментов (метод "частиц в ячейках") по исследованию неустойчивости и затухания одномерных ленгмюровских волн в широком диапазоне параметров  $E_0^2/8\pi nT \sim 3 \cdot 10^{-8} + 10^2$ ;  $v_{\phi}/v_T \sim 2,5 + 160$ . Показано, что при развитии неустойчивости и затухании основными процессами являются стимулированный распад, модуляционная неустойчивость, конверсия волн на неоднородности плотности, образование солитона, затухание Ландау в области  $v_{\phi}/v_T \lesssim 1$ ,  $E_0^2/8\pi nT \lesssim \frac{1}{2}(k_0 r_d)^2$ , затухание, связанное с захватом электронов волной в области  $v_{\phi}/v_T > 1$ ,  $E_0^2/8\pi nT > \frac{1}{2}(k_0 r_d)^2$ . Показано, что предел применимости линейной теории неустойчивости ленгмюровских волн дает кривая границы электронной нелинейности, описываемая формулой  $E_0^2/8\pi nT \sim 10^{-3}/(k_0 r_d)^2$  в области  $v_{\phi}/v_T \gtrsim 10$ . Показано, что нелинейная теория модуляционной неустойчивости, предсказывающая образование солитонов, применима только в области  $E_0^2/8\pi nT < k_0 r_d$ . В области  $E_0^2/8\pi nT > k_0 r_d$  наблюдается коллапс



АННОТАЦИЯ

В настоящей работе рассмотрены вопросы устойчивости и затухания одномерных ленгмировских волн в широком диапазоне начальных параметров. Показано, что в области применимости этих моделей, так и в области больших параметров (например, больших амплитуд волны), где они неприменимы. Это позволяет, проведя численные эксперименты в широком диапазоне параметров, выяснить, какие физические механизмы существенны в том или ином диапазоне, и найти пределы применимости имеющихся теоретических моделей.

Ленгмировские волны — одно из самых простых явлений в плазме — интенсивно исследовались в теории. Построена теория затухания волн малой и конечной амплитуды, линейная и нелинейная теория неустойчивости ленгмировских волн с учетом подвижности ионов. Однако, области применимости тех или иных теоретических моделей четко не определены. Лабораторные эксперименты за редким исключением имеют качественный характер и не позволяют сделать выводы о правильности и области применимости теории. Некоторую возможность сделать шаг вперед в этом направлении представляет численный эксперимент.

Мы выполнили ранее методом численного эксперимента ряд работ /1-8/, посвященных исследованию неустойчивости и затухания одномерных ленгмировских волн в широком диапазоне начальных параметров  $E_0^2/8\pi nT \sim 3 \cdot 10^{-8} - 10^2$ ;  $v\phi/v_T \sim 2,5 + i60$ . Для численного моделирования использовался метод "частиц в ячейках", который представляет собой метод полного решения кинетического уравнения и может рассматриваться как самостоятельная численная модель плазмы. Эта модель имеет область применимости более широкую, чем математические модели, содержащие параметр малости или использующие гидродинамическое описание (например, модели, основанные на уравнениях Захарова /9/) и может быть использована как в области применимости этих моделей, так и в области больших параметров (например, больших амплитуд волны), где они неприменимы. Это позволяет, проведя численные эксперименты в широком диапазоне параметров, выяснить, какие физические механизмы существенны в том или ином диапазоне, и найти пределы применимости имеющихся теоретических моделей.

В настоящей работе мы приведем основные сведения об использовании нами методе расчета и сформулируем основные результаты, полученные при исследовании одномерных ленгмировских волн.

Метод расчета

Метод "частиц в ячейках" был описан в работе Морзе и Нильсена /10/ и использовался нами сначала в системе с неподвижными ионами /1/, а затем — с подвижными /2-8/. Рассматривается одномерная система длиной  $L$  с периодическими граничными ус-



ловиями  $f(0, v, t) = f(L, v, t)$ ,  $\varphi(0, t) = \varphi(L, t)$ ,  
 $E(0, t) = E(L, t)$ , где  $f(x, v, t)$  — функция распределе-  
 ния по координатам и скоростям,  $\varphi(x, t)$  — потенциал,  $E(x, t)$  —  
 электрическое поле. Система разбивается на ячейки с длиной, рав-  
 ной дебаевскому радиусу  $r_d$ . Электроны и ионы задаются модели-  
 рующими частицами, размытыми по прямоугольнику длиной  $r_d$ , с  
 таким же отношением  $e/m$ , как у реальных электронов, и  
 $e/M$  для заданной массы ионов. Обычно задается  $M/m = 10^2$ ,  
 в отдельных случаях  $10^3$ .

Для решения уравнений движения частиц применяется центри-  
 рованная по времени разностная схема /10/ (индексы указывают  
 моменты времени относительно заданного  $t$ , например, индекс  
 $I/2$  соответствует моменту  $t + 1/2 \tau$ , где  $\tau$  — временной  
 шаг).

$$V_{1/2} = V_{-1/2} + E_0 \tau$$

$$X_1 = X_0 + V_{1/2} \tau$$

здесь  $X$  нормировано на  $r_d$ ,  $\tau$  — на  $T_{oe}$ ,  $V$  — на  $V_T$ ,  
 $E$  — на  $\frac{r_d}{e/m \cdot T_{oe}^2}$ ;  $V_T = \sqrt{T_e/m}$ ,  $T_{oe} = 2\pi/\omega_{oe}$ ,  $\omega_{oe} = \frac{4\pi n e^2}{m}$ .

Электрическое поле определяется интегрированием уравнения  
 Пуассона в центрах ячеек по распределению плотности заряда и  
 линейно интерполируется на промежуточные значения  $X$ .

При работе методом "частиц в ячейках" существенную пробле-  
 му представляют тепловые шумы, т.к. число частиц обычно невели-  
 ко. В нашем случае  $N_e = N_i = 10^4$ , длина ячейки  $1 r_d$ , так  
 что при длине системы  $L \sim 10^2 + 10^3 r_d$  плотность частиц в  
 ячейке  $10^2 + 10$ . Для понижения уровня начальных шумов приме-  
 няется метод "спокойного старта" /11/. Метод заключается в том,  
 что функция распределения частиц по скоростям и координатам  
 задается одинаковой во всех ячейках. При этом перемещение час-  
 тич в пространстве не приводит к флуктуациям плотности в отли-  
 чие от случая с тепловыми шумами. Уровень шумов определяется  
 ошибками счета и составляет  $\sim 10^{-3}$  от уровня тепловых шумов.  
 Однако, этот уровень не остается постоянным, а нарастает за  
 время порядка одного-нескольких десятков плазменных периодов  
 /7/. Расчет имеет смысл до тех пор пока спектральный уровень

шума остается малым по сравнению с уровнем гармоник исследуе-  
 мого эффекта, так что могут быть исследованы только те эффек-  
 ты, скорость роста которых больше, чем для шумов, или те,  
 которые развиваются за время, пока шумы не успели нарасти. Та-  
 ким образом, шумы существенно ограничивают область применимос-  
 ти метода "частиц в ячейках" особенно для малых амплитуд и боль-  
 ших длин волн. Несколько расширить эту область удается при ис-  
 пользовании периодического "сглаживания" распределения плот-  
 ности и поля /6/. Известный метод "сглаживания" функции рас-  
 пределения /12, 13, 19/ нами не использовался из-за больших за-  
 трат машинного времени.

При работе методом "спокойного старта" вид полной функции  
 распределения определяется видом  $f(v)$  в одной ячейке. По-  
 скольку число частиц в ячейке невелико, распределение по ско-  
 ростям производится не с помощью датчика случайных чисел, а  
 задается алгоритмом, основанным на том, что среднее значение  
 интервала по скоростям  $\Delta v$ , приходящегося на одну частицу  
 со скоростью  $v$ , определяется значением функции распределе-  
 ния —  $\Delta v = 1/f(v)$ . В каждой ячейке первой частице приписы-  
 вается координата центра ячейки и скорость  $v = 0$ . Для каждой  
 следующей частицы скорость возрастает на  $\Delta v$  и определяет-  
 ся алгоритмом

$$v_{n+1} = v_n + \frac{\sqrt{\pi} L V_T}{r_d N} \exp(v_n/V_T)^2$$

$$X_{n+1} = X_n + L/N$$

Полученная таким способом максвелловская функция распре-  
 деления обрезана по скоростям на некоторой предельной скорости  
 $v_m$ , зависящей от  $n_0$  /7, 8/. Обычно задается  $n_0 = 10^2$ ,  
 при этом  $v_m = 2,15 V_T$ , так что у максвелловской функ-  
 ции распределения обрезаны хвосты с  $v > 2,15 V_T$ , содер-  
 жание 1,6% частиц каждый. При исследовании явлений, связанных  
 с захватом электронов волной, это определяет пределы примени-  
 мости модели. Действительно, параметры волны должны быть та-  
 кими, чтобы захватывались электроны с начальными скоростями  
 $v \lesssim 2 V_T$ , так что найденная ранее граница захвата /4, 7/



и определяет границу применимости модели. При исследовании других явлений (модуляционной неустойчивости, затухания и т.д.) отсутствие существенных ошибок, связанных с искажением максвелловской функции распределения контролируется изменением числа частиц и  $\sqrt{m}/7,8/$ .

Для ионов также задается максвелловское распределение, обычно  $T_i/T_e = 1/30$ . В начальный момент времени ионы равномерно распределяются по длине системы.

Ленгмюровская бегущая волна с полем  $E(x,t) = -E_0 \cos(\omega t - kx)$  задается возмущением плотности и скоростей электронов, соответствующим линейной волне

$$\frac{\delta n}{n_0} = \frac{k_0 E_0}{4\pi e n_0} \sin(\omega_0 t - k_0 x)$$

$$\delta v(x,t) = \frac{\omega_0 E_0}{4\pi e n_0} \sin(\omega_0 t - k_0 x)$$

где  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  - волновой вектор,  
 $\omega_0$  - собственная частота плазмы

$$\omega_0^2 = \omega_{oe}^2 + \omega_{oi}^2 + 3k_0^2 v_T^2; \quad v_\phi = \omega_0/k_0$$

Для задания стоячей волны с амплитудой  $E_0$  и полем  $E(x,t) = E_0 \sin \omega_0 t \sin k_0 x$  задаются прямая и обратная бегущие волны с амплитудами  $E_0/2$  и фазовыми скоростями  $v_\phi = \pm \omega_0/k_0$  /5,6/.

Правильность расчета постоянно контролируется по сохранению полной энергии и полного импульса системы и проверяется по независимости результатов от счетных параметров - числа ячеек, временного шага, числа частиц, в некоторых случаях - от точности расчета (для понижения точности в ячейку памяти ЭВМ записывается два "слова" вместо одного).

Правильность модели и метода расчета подтверждается совпадением результатов численного эксперимента с результатами теории и лабораторного эксперимента в той области, где они имеются:

1. Взаимодействие пучка малой плотности с плазмой - возбуждение неустойчивости и захват пучка ленгмюровской волной.

Численный эксперимент /1/ в области  $(n_1/n_0)^{1/3} \ll 1$  дает результаты, практически совпадающие с результатами теории /14, 15/ - анализ результатов и сравнительные кривые приведены в /1/. Правильность результатов теории /14/ подтверждается лабораторным экспериментом в замагниченной плазме /16/.

2. Затухание ленгмюровских волн малой конечной амплитуды - затухание с декрементом Ландау на начальной стадии и колебания с периодом захваченных частиц в дальнейшем. Это явление хорошо исследовано - результаты теории /17/ хорошо согласуются с результатами лабораторных /18/ и численных /19/ экспериментов. Согласуются с ними и результаты наших численных экспериментов в области малых амплитуд волны  $e\phi_0/T < 1$  - сравнительные кривые приведены в /4/ и на Рис.1.

#### Затухание ленгмюровской волны. Граница электронной нелинейности /4,7,8/

Область ленгмюровских волн малой конечной амплитуды хорошо исследована. Для этой области построена теория /17/, справедливая при условии  $\omega/\omega_B \gg (v_\phi/v_T)^2$ , что равноценно условиям  $e\phi_0/T \ll (v_T/v_\phi)^2$ ,  $\sqrt{e\phi_0/m} \ll v_T \cdot v_T/v_\phi$  и  $E_0^2/8\pi n T \ll \frac{1}{2}(k_0 r_d)^6$  ( $\omega_B = k \sqrt{e\phi/m}$  - частота колебаний захваченных частиц).

В теоретической модели учитываются явления, связанные с движением в поле волны электронов, невозмущенные скорости которых лежат в области захвата и вблизи от сепаратрисы

$$v = v_\phi \pm 2\sqrt{\frac{e\phi_0}{m}} \sin \frac{\pi}{\lambda_0} (x - x_0),$$

остальная часть функции распределения считается невозмущенной. Согласно теории на начальной стадии волна затухает с декрементом затухания, равным декременту Ландау  $\gamma_L$ , в дальнейшем амплитуда волны осциллирует с периодом колебаний захваченных частиц (Рис.1). С результатами теории хорошо согласуются результаты тщательно выполненных лабораторных /18/ и численных /19/ экспериментов, проводившихся в области  $e\phi_0/T \ll 1$ ,  $\sqrt{e\phi_0/m} \ll v_T$ , несколько более широкой, чем область для которой построена теория /17/.

Численный эксперимент по исследованию затухания ленгмюровских волн /4,8/ проводился в диапазоне начальных параметров волны  $E_0^2/8\pi n T \sim 3 \cdot 10^{-4} + 10^2$ ;  $v_\phi/v_T \sim 2,5 + 20$ ;



$(K_0 r_d)^2 \sim 2 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-1}$ ;  $\sqrt{e\varphi_0}/v_T \sim 0,2+20$ ;  $\frac{e\varphi_0}{T} \sim 4 \cdot 10^{-2} + 10^2$ ;  
 $\sqrt{e\varphi_0}/v_\phi \sim 0,1+0,8$ . Ионы задавались неподвижными  $M/m = 10^{10}$ ,  
 чтобы исключить неустойчивости волны (распад, модуляционную не-  
 устойчивость и т.п.).

В области малых амплитуд, когда возмущенная скорость мень-  
 ше тепловой  $\sqrt{e\varphi_0}/m \leq v_T$  и  $e\varphi_0/T \leq 1$  (в этой области иссле-  
 довался диапазон  $v_\phi/v_T \sim 2,5+4,2$ ), результаты численного экс-  
 перимента согласуются с результатами теории и затухание описы-  
 вается декрементом затухания Ландау (Рис.1) /4,8/. Когда воз-  
 мущенная скорость превышает тепловую  $\sqrt{e\varphi_0}/m > v_T$  и  $\frac{e\varphi_0}{T} > 1$   
 декремент затухания становится больше декремента Ландау. Отно-  
 шение  $\delta/\gamma_L$  экспоненциально растет с ростом начальной амплиту-  
 ды и фазовой скорости волны, так что декремент может на много  
 порядков превышать  $\gamma_L$  (Рис.2). В этой области декремент за-  
 тухания практически линейно зависит от числа захваченных волной  
 электронов, которое экспоненциально растет с ростом амплитуды  
 и фазовой скорости волны. Механизм явления, приводящего к рос-  
 ту декремента затухания, заключается в захвате и ускорении элект-  
 тронов из основной части функции распределения по скоростям  
 (в исследованном диапазоне параметров это электроны с невозму-  
 щенными скоростями  $< 2v_T$ ) вследствие её сильного возмущения  
 полем волны /8/.

При построении теоретических моделей обычно считается, что  
 затухание ленгмюровских волн описывается декрементом затухания  
 Ландау, так что в области  $v_\phi/v_T \gg 1$ ,  $K_0 r_d \ll 1$  затуха-  
 ние считается пренебрежимо малым. Результаты нашего численного  
 эксперимента показывают, что затухание ленгмюровских волн мож-  
 но описать декрементом Ландау только в области  $e\varphi_0/T \leq 1$ ,  
 $E_0^2/8\pi n T \leq \frac{1}{2}(K_0 r_d)^2$ . В области  $e\varphi_0/T > 1$ ,  
 $E_0^2/8\pi n T > \frac{1}{2}(K_0 r_d)^2$  декремент может существенно превышать  $\gamma_L$ .  
 Отметим, что условие  $E_0^2/8\pi n T > \frac{1}{2}(K_0 r_d)^2$  совпадает с извест-  
 ным условием возбуждения сверхзвуковой модуляционной неустой-  
 чивости.

На Рис.3,4 представлены кривые равного затухания соответ-  
 ствующие начальным параметрам волн, затухающих с одинаковым  
 декрементом, для значений декремента  $\delta/\omega_{oe} \sim 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-1}$ .

В области  $e\varphi_0/T \leq 1$  они представляют собой вертикальные,  
 прямые  $\delta = \gamma_L$ , в области  $v_\phi/v_T \approx 10$ -прямые  $E_0^2/8\pi n T \sim \frac{\alpha'}{(K_0 r_d)^2}$   
 ( $\alpha' \sim 3,8 \cdot 10^{-2} + 2,3 \cdot 10^{-1}$ ) или  $\sqrt{e\varphi_0}/v_T \sim \alpha'' v_\phi/v_T$  ( $\alpha'' \sim 0,54-0,82$ )  
 Кривые равного затухания можно использовать для характеристики  
 пределов применимости теоретических моделей, не учитывающих за-  
 тухание.

Область применимости моделей, использующих гидродинамичес-  
 кое описание определяется, в частности, условием малости эффек-  
 тов, связанных с электронной нелинейностью. Численный экспери-  
 мент позволяет сформулировать эти условия. Численный экспери-  
 мент по исследованию электронной нелинейности /4,7/ проводился  
 в диапазоне начальных параметров волны  $E_0^2/8\pi n T \sim 10^{-8} + 10^3$ ;  
 $v_\phi/v_T \sim 2,5+160$ ;  $(K_0 r_d)^2 \sim 4 \cdot 10^{-5} + 3 \cdot 10^{-1}$ .

В монохроматической волне электронная нелинейность прояв-  
 ляется, когда возмущенная скорость электронов становится близ-  
 кой к области захвата. При этом электрон дольше остается в фа-  
 зе ускоряющего поля и набирает большую скорость, чем в линей-  
 ном случае. Это приводит к увеличению энергии колебаний элект-  
 тронов по сравнению с энергией поля  $\Delta W_e/W_E > 1$  и к увели-  
 чению плотности электронов в фазах ускоряющего поля  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- > 1$ ,  
 так что возмущение плотности обостряется, а поле волны  $E(x)$   
 укрупняется. Это эквивалентно появлению более высоких гармоник  
 поля с той же фазовой скоростью, что и основная волна. Предель-  
 ным случаем электронной нелинейности является захват электро-  
 нов волной, при котором возмущенные скорости электронов попада-  
 ют в область захвата, так что электроны ускоряются до скоростей  
 $v \sim v_\phi + 2\sqrt{e\varphi_0}/m$ . Этот эффект и определяет большое затухание, рас-  
 смотренное выше.

Граница электронной нелинейности - начальные параметры  
 волн, при которых электронная нелинейность становится сущест-  
 венной, - определялась по отличию отношений  $\Delta W_e/W_E$ ,  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_-$   
 от единицы (существенным считалось отличие  $5+10\%$ ) /4,7/.  
 Найденная кривая приведена на Рис.3,4. В области больших фазо-  
 вых скоростей  $v_\phi/v_T \approx 10$  она представляет собой прямую  
 $\sqrt{e\varphi_0}/v_T \sim 0,2 v_\phi/v_T$  или  $E_0^2/8\pi n T \sim 10^{-3}/(K_0 r_d)^2$ . Граница за-  
 хват электронов с невозмущенными скоростями  $\sim 2 v_T$ , опреде-



ленная по виду фазовой плоскости, оказывается близкой к линии равного затухания с  $\gamma/\omega_{oe} \sim 3 \cdot 10^{-2}$  и в области больших  $V_{\phi}/V_T$  представляет собой прямую  $\sqrt{\frac{e\phi_0}{m}}/V_T \sim 0.6 \frac{V_{\phi}}{V_T}$  или  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} \sim \frac{6 \cdot 10^{-2}}{(K_0 r_d)^2}$

Неустойчивость бегущей ленгмюровской волны - начальная стадия /6,7/

Устойчивость одномерной ленгмюровской волны интенсивно исследовалась теоретически. Было найдено, что ленгмюровская волна неустойчива, характер неустойчивости зависит от начальных параметров волны. Наиболее полное теоретическое исследование неустойчивостей ленгмюровской волны, обзор и анализ имеющихся результатов приведены в работе /20/. На Рис.4 представлена схема, показывающая области разных типов неустойчивости из работы /20/ с некоторыми добавлениями /А.М.Рубенчик, частное сообщение/.

- I. Модуляционная неустойчивость  $\alpha < K_0$ ,  $\lambda_m > \lambda_0$ .  $\alpha, \lambda_m$  - волновой вектор и длина волны гармоники с максимальным инкрементом,  $K_0, \lambda_0$  - то же для заданной волны.
- II. Дозвуковая модуляционная неустойчивость  $\alpha > K_0$ ,  $\lambda_m < \lambda_0$ .
- III. Сверхзвуковая (гидродинамическая) модуляционная неустойчивость  $\alpha > K_0$ ;  $\lambda_m < \lambda_0$ .
- IV. Неустойчивость модифицированного распада  $\alpha \sim 2K_0, \lambda_m \sim \frac{\lambda_0}{2}$ .
- V. Распадная неустойчивость  $\alpha \sim 2K_0$ ,  $\lambda_m \sim \lambda_0/2$ .

На Рис.4 приведены также найденные нами граница электронной нелинейности и линии равного затухания. Предел применимости линейной теории показывает граница нелинейности. Отметим, что границы областей неустойчивости зависят от отношения  $\frac{M}{m}$ , а граница нелинейности и линии равного затухания не зависят от него, так что область применимости линейной теории несколько меняется при изменении  $\frac{M}{m}$ . На Рис.4 показаны области неустойчивости для ионов водорода  $M/m = 1836$ .

Численный эксперимент по исследованию начальной стадии неустойчивости /6,7/ проводился в диапазоне начальных парамет-

ров волны  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} \sim 3 \cdot 10^{-8} + 10^2$ ,  $V_{\phi}/V_T \sim 3 + 160$ ,  $(K_0 r_d)^2 \sim 4 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 10^{-1}$ ,  $M/m = 10^2$  в отдельных случаях  $M/m = 10^3$ , так что охвачены все области неустойчивости. Особенно подробно рассмотрена область неустойчивостей I-III от  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} \ll (K_0 r_d)^2 < \frac{m}{M}$  до  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} \gg \frac{m}{M} > (K_0 r_d)^2$  (изменение амплитуды  $E_0^2/8\pi n T \sim 10^{-8} + 10^2$  при  $V_{\phi}/V_T = 16$ ,  $(K_0 r_d)^2 = 3,9 \cdot 10^{-3}$ ).

Во всем диапазоне параметров, лежащем ниже границы захвата, и включающем область применимости линейной теории и все области I-V, наблюдается неустойчивость одного типа. Она заключается в том, что поле ленгмюровской волны задает возмущение скоростей и плотности ионов, чем стимулируется нерезонансный распад  $\nu_{k_0} \rightarrow \nu_{2k_0} - S_{k_0}$  с  $\alpha \sim 2k_0$  и  $\lambda_m \sim \lambda_0/2$ , проявляющийся в росте впадины плотности с  $\lambda = \lambda_0$  и модуляции волны с  $\lambda_m < \lambda_0$  (в спектральном описании - рост ионной гармоники с  $K = K_0$  и ленгмюровской с  $K = 2K_0$ ). Эту неустойчивость можно назвать стимулированным распадом. Она отличается от всех неустойчивостей, найденных в теории. Особенно четко это проявляется в области модуляционных неустойчивостей I-III, где длина волны гармоники с максимальным инкрементом (длина модуляции) должна зависеть от амплитуды волны и уменьшаться с её ростом, причем в области I  $\lambda_m > \lambda_0$ , в областях II и III -  $\lambda_m < \lambda_0$ . В наблюдающейся в численном эксперименте неустойчивости длина модуляции не зависит от амплитуды волны и всегда меньше начальной длины волны. Причина этого расхождения с теорией, по-видимому, заключается в том, что при теоретическом рассмотрении из-за усреднения по времени  $\sim 1/\omega_{oe}$  не учитывается возмущение ионов полем ленгмюровской волны, так что решение, соответствующее стимулированному распаду, теряется. Можно, конечно, ставить вопрос о постановке задачи. В численном эксперименте в начальный момент времени задается равномерное распределение ионов  $n_i(x) = const$  и возмущение электронов, задающее ленгмюровскую волну. Такая постановка задачи кажется разумной, т.к. она соответствует реальному случаю, когда в однородной плазме каким-то способом (например, электронным пучком) быстро возбуждается ленгмюровская волна.



Неустойчивость бегущей ленгмювской волны -  
нелинейная стадия /2,3,4,6,8/

Отличие наблюдающейся в численном эксперименте неустойчивости от теоретической должно проявиться на нелинейной стадии неустойчивости. Особенно существенным это отличие может быть в области I  $E_0^2/8\pi nT < (K_0 r_d)^2$ , где теоретическая неустойчивость должна приводить к модуляции волны с  $\lambda_m > \lambda_0$  и на нелинейной стадии - к образованию солитона огибающей с  $\Delta X > \lambda_0/20$ , а стимулированный распад приводит к модуляции с  $\lambda_m < \lambda_0$ . В численном эксперименте в этой области нелинейная стадия неустойчивости не исследовалась из-за большого уровня шумов.

Отличие может оказаться не столь существенным в области II, III  $E_0^2/8\pi nT > (K_0 r_d)^2$ , где теоретическая неустойчивость должна приводить к модуляции волны с  $\lambda_m < \lambda_0$  и основную роль должна играть пондеромоторная сила. Согласно теории развитие неустойчивости в этой области должно приводить к образованию квазистационарного ленгмювского солитона с параметрами, зависящими от начальной энергии волны и  $\Delta X < \lambda_0/20$ . Согласно /21,22/ поле солитона в случае, когда групповая скорость равна нулю, описывается формулой

$$E(x,t) = \frac{E_m}{\text{ch } \alpha_0 x} \sin(kx - \omega t)$$

где  $E_m$  - амплитуда поля.

Ширина солитона на уровне  $1/2 E_m$

$$\Delta x/r_d = \left( \frac{48}{E_m^2/8\pi nT} \right)^{1/2}; \quad \alpha_0 = 2/\Delta x$$

Максимальное возмущение плотности

$$\left( \frac{\tilde{n}}{n_0} \right)_m = \frac{1}{2} \frac{E_m^2}{8\pi nT}$$

Численный эксперимент по исследованию нелинейной стадии неустойчивости /2-4,6/ проводился в диапазоне начальных параметров волны  $E_0^2/8\pi nT \sim 4 \cdot 10^{-2} - 10^2$  при  $V_\phi/V_T = 16$ ,  $(K_0 r_d)^2 = 3,9 \cdot 10^{-3}$  и в диапазоне  $V_\phi/V_T \sim 3 - 160$ ,  $(K_0 r_d)^2 \sim 3,9 \cdot 10^{-5} - 1,7 \cdot 10^{-1}$  при  $E_0^2/8\pi nT = 1,6$ ;  $M/m = 10^2$ ,

в отдельных случаях  $M/m = 10^3$ . Таким образом, исследовалась область  $E_0^2/8\pi nT > \frac{m}{M} > (K_0 r_d)^2$

На начальной стадии неустойчивости стимулированный распад приводит к образованию впадины плотности и модуляции волны с  $\lambda_m < \lambda_0$ . При дальнейшем развитии неустойчивости основную роль играет сила Миллера (пондеромоторная сила), которая приводит к выталкиванию плазмы из области концентрации электрического поля, росту впадины плотности и дальнейшей концентрации электрического поля (Рис.5,6) /2,3,6/. Таким образом, на этой стадии по физической картине неустойчивость не отличается от найденной теоретически модуляционной неустойчивости (область III).

Для волны с достаточно малой амплитудой (случай 6 /6,8/ -  $E_0^2/8\pi nT = 4 \cdot 10^{-2}$ ;  $V_\phi/V_T = 16$ ;  $E_0^2/8\pi nT = 0,5 K_0 r_d$ ) развитие неустойчивости приводит к образованию квазистационарного солитона с равновесными параметрами (Рис.6, кривая 6). Это согласуется с теоретическим результатом и подтверждает, что, несмотря на различие в начальной стадии, на нелинейной стадии неустойчивость представляет собой модуляционную неустойчивость.

При большей амплитуде (случай 7 /6,8/ -  $E_0^2/8\pi nT = 10^{-1}$ ;  $V_\phi/V_T = 16$ ;  $E_0^2/8\pi nT = 1,6 K_0 r_d$ ) развитие неустойчивости также приводит к образованию солитона с равновесными параметрами (Рис.5, Рис.6 - кривая 7). Однако, он не является квазистационарным и затухает в результате захвата и ускорения электронов с хвоста функции распределения коротковолновыми гармониками. Таким образом, этот случай показывает предел применимости нелинейной теории, не учитывающей затухания.

При дальнейшем увеличении амплитуды (случай 8 /2,3,6,8/ -  $E_0^2/8\pi nT = 3 \cdot 10^{-1}$ ;  $V_\phi/V_T = 16$ ;  $E_0^2/8\pi nT = 4,8 K_0 r_d$ ) равновесный солитон не образуется, наблюдается быстрый рост концентрации поля (Рис.6,7 - кривая 8) и впадины плотности и уменьшение области локализации поля. При этом образуется неравновесный солитон, поле которого  $E(x,t)$  меняется подобно полю солитона, но ширина  $\Delta X$  больше, а глубина впадины плотности меньше равновесных для солитона с той же плотностью энергии, так что неравновесный солитон продолжает сжиматься и затухает прежде, чем достигнет параметров равновесного солитона. Таким обра-



зом, в этой области параметров  $E_0^2/8\pi nT > 1.6 K_0 r_d$  наблюдается коллапс.

Если начальные параметры волны лежат выше границы нелинейности  $E_0^2/8\pi nT > 10^{-3}/(K_0 r_d)^2$ , развитие модуляционной неустойчивости быстро ограничивается затуханием (Рис.7 – кривые 9–II) и коллапс не успевает развиться /4/.

Если начальные параметры лежат в области сильного затухания  $E_0^2/8\pi nT > 4 \cdot 10^{-2}/(K_0 r_d)^2$ , ( $\gamma/\omega_{oe} > 10^{-2}$ ), волна сильно затухает с самого начала и модуляционная неустойчивость не развивается (Рис.7 – кривые I2, I3) /4/.

Таким образом, численный эксперимент показывает, что нелинейная теория модуляционной неустойчивости, приводящая к выводу об образовании солитона при неустойчивости одномерной ленгмювской волны, справедлива для ограниченной области начальных параметров волны  $E_0^2/8\pi nT < 1,6 K_0 r_d$ . Найти предел применимости нелинейной теории можно также с помощью простых рассуждений, пользуясь схемой Рис.8 /8/. На этой схеме в координатах  $E_0^2/8\pi nT - (K r_d)^2$  нанесены кривые равного затухания для

$\gamma/\omega_{oe} \approx 10^{-2}$ , кривая параметров равновесного солитона  $E_m^2/8\pi nT = 4,86 (K r_d)^2$ ,  $K = \pi/\Delta x$  и кривые постоянной полной энергии волны  $E_0^2/8\pi nT = \alpha (K_0 r_d)$  (из  $E_0^2/16\pi nT \cdot \lambda_0 = \text{const}$ )

кривая постоянной энергии соответствует разным комбинациям начальных параметров  $E_0$ ,  $V\phi$ , при которых полная энергия волн одинакова. С другой стороны при заданных начальных параметрах такая кривая приближенно характеризует изменение параметров неравновесного солитона при его сжатии, т.к. практически вся энергия волны оказывается сосредоточенной в неравновесном солитоне. Пересечение кривой постоянной энергии с кривой равновесного солитона соответствует тому, что при любых начальных параметрах, лежащих на этой кривой, развитие модуляционной неустойчивости приведет к образованию солитона. Если же кривая постоянной энергии сначала пересекает линию постоянного затухания с достаточно большим  $\gamma$ , то для всех параметров с той же полной энергией будет наблюдаться коллапс. Из Рис.8 видно, что пограничной кривой является линия  $E_0^2/8\pi nT \sim K_0 r_d$ , что согласуется с результатами численного эксперимента. Таким об-

разом, теория, предсказывающая образование квазистационарного солитона, справедлива только в области начальных параметров волны  $E_0^2/8\pi nT < K_0 r_d$ , а известное условие её применимости  $E_0^2/8\pi nT \ll 1$  является недостаточным.

Численный эксперимент позволяет детально исследовать развитие неустойчивости ленгмювской волны и определить основные механизмы, которые играют роль. Мы уже говорили о начальной стадии неустойчивости – стимулированном распаде, следующей стадии – модуляционной неустойчивости, связанной с действием ponderomotorной силы. При развитии модуляционной неустойчивости существенную роль играет процесс конверсии волн на неоднородности плотности, который проявляется, когда возмущение плотности становится достаточно большим (в нашем диапазоне параметров  $n/n_0 \approx 10^{-2}$ ). Этот процесс  $\nu_{K_0+S_{K_i}} \rightarrow \nu_{K_0 \pm \beta K_i}$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$  приводит к возбуждению обратных волн и более коротковолновых гармоник, т.е. к захвату электрического поля во впадину плотности и образованию стоячих волн /2–4/.

При развитии модуляционной неустойчивости образуется неравновесный продолжающий сжиматься солитон ленгмювский (пакет бегущих волн с определенными относительными фазами) или стоячий (пакет стоячих волн), если становится существенной конверсия. Сжатие неравновесного солитона приводит к образованию квазистационарного солитона или к затуханию /6/.

Затухание происходит в результате захвата электронов коротковолновыми гармониками, возбуждаемыми при сжатии неравновесного солитона и конверсии. Вследствие пересечения областей захвата гармоник захваченные электроны ускоряются до больших скоростей вплоть до  $V \sim V\phi + \sqrt{e\phi_0/m}$  начальной волны. При этом основная часть функции распределения возмущается мало, но образуется хвост ускоренных электронов. Совместное действие конверсии и захвата приводит к практически полному поглощению энергии поля электронами плазмы /2–4/.

После затухания поля впадина плотности "схлопывается" в результате образования встречных ударных волн. Их взаимодействие друг с другом и плазмой приводит к развитию ионной турбулентности и появлению ускоренных ионов /3/.



Таким образом, можно перечислить основные процессы, которые играют роль при развитии неустойчивости и затухании ленгмювской волны в одномерной системе:

Стимулированный распад  $\ell_{k_0} \rightarrow \ell_{2k_0} - S_{k_0}$ , связанный с возбуждением ионов полем ленгмювской волны.

Модуляционная неустойчивость, связанная с выталкиванием плазмы из впадины плотности под действием пондеромоторной силы.

Конверсия ленгмювских волн на неоднородности плотности  $\ell_{k_0} \pm S_{k_i} \rightarrow \ell_{k_0 \pm \beta k_i}$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ , приводящая к возбуждению обратных волн и коротковолновых гармоник.

Образование квазистационарного солитона, связанное с равенством пондеромоторной силы и давления плазмы.

Затухание Ландау, играющее роль в области  $e\varphi/T < 1$  или  $E_0^2/8\pi nT < \frac{1}{2}(Krd)^2$ .

Затухание, связанное с захватом электронов волной при сильном возмущении функции распределения, играющее роль в области  $e\varphi/T > 1$  или  $E_0^2/8\pi nT > \frac{1}{2}(Krd)^2$ .

Понятие коллапс мы употребляли для случая, когда неустойчивость, связанная с действием пондеромоторной силы, приводит к затуханию поля, т.к. по физическому смыслу это и есть тот процесс, который был обнаружен теоретически в двумерном случае /9/. Однако, если понятие модуляционная неустойчивость употреблять не для конкретной неустойчивости, действующей в области I-III, а в более широком смысле - для любой неустойчивости, связанной с действием пондеромоторной силы (что довольно часто делается), то модуляционная неустойчивость и коллапс оказываются одним и тем же физическим процессом. Впрочем, и в этом случае разумно употреблять понятие коллапс для обозначения суммарного процесса - неустойчивости и затухания.

#### Неустойчивость стоячей ленгмювской волны /3,5,6/

Численный эксперимент по исследованию стоячей ленгмювской волны /5,6/ проводился в диапазоне начальных параметров волны  $E_0^2/8\pi nT \sim 4 \cdot 10^{-2} - 10^2$  при  $V\varphi/V_T = \pm 16$ ,  $(Krd)^2 = 3,9 \cdot 10^{-3}$  и в диапазоне  $V\varphi/V_T \sim \pm(16-48)$ ,  $(Krd)^2 \sim 3,9 \cdot 10^{-3} - 4,4 \cdot 10^{-4}$  при

$E_0^2/8\pi nT = 1,6$ ;  $\frac{M}{m} = 10^2$ . Таким образом, исследовалась область  $E_0^2/8\pi nT > \frac{m}{M} > (Krd)^2$

Основная особенность развития неустойчивости в случае стоячей волны связана с тем, что плотность энергии поля в стоячей волне в отличие от бегущей с самого начала неоднородна, так что положение впадины плотности определяется областями максимального поля. Развитие неустойчивости всегда приводит к образованию стоячих солитонов неравновесных или равновесных. В остальном развитие неустойчивости стоячей волны не отличается качественно от случая бегущей волны - в обоих случаях в области одинаковых параметров играют роль одни и те же процессы. Так в области  $E_0^2/8\pi nT < Krd$  образуется квазистационарный стоячий солитон /6/; в области  $E_0^2/8\pi nT \approx Krd$  - равновесный, но затухающий стоячий солитон; в области  $E_0^2/8\pi nT > Krd$  идет коллапс /6/; в области  $E_0^2/8\pi nT > 4 \cdot 10^{-2}/(Krd)^2$  волна затухает с самого начала /5/.



Л и т е р а т у р а

1. В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова, Ю.П.Захаров ЖТФ 45, 1184, 1975.
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость ленгмюровской волны большой амплитуды". Препринт ИЯФ 77-15, Новосибирск, 1977  
Proc. XIII Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases v. II, p. 831, 1977, Berlin.
3. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость нелинейной ленгмюровской волны". Препринт ИЯФ 77-39, Новосибирск, 1977.  
Proc. III Int. Congress Waves and Instabilities in Plasmas, p. 71, 1977, Palaiseau.
4. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость и затухание ленгмюровских волн с разными амплитудами и фазовыми скоростями". Препринт ИЯФ 78-17, Новосибирск, 1978.  
Proc. XIV Conf. Phenomena in Ionized Gases, Grenoble. J. Phys. 40, supplement au N 7, C7-633, 1979.
5. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость и затухание стоячих ленгмюровских волн с разными амплитудами". Препринт ИЯФ 78-19, Новосибирск, 1978.
6. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны. Солитоны и коллапс". Препринт ИЯФ 78-76, Новосибирск, 1978.  
Proc. XIV Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, Grenoble. J. Phys. 40, supplement au N 7, C7-631, 1979.
- "Взаимодействие электромагнитных волн с плазмой". Тезисы докладов, стр.84, Душанбе, 1979.
7. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны". Препринт ИЯФ 79-21, Новосибирск, 1979.
8. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Затухание одномерной ленгмюровской волны". Препринт ИЯФ 79-112, Новосибирск, 1979.
9. В.Е.Захаров, ЖЭТФ 62, 1745, 1972.
10. R.L.Morse, C.W.Nielson Phys. Fl. 12, 2418, 1969.
11. J.A.Byers, M.S.Grewal. Phys. Fl. 13, 1819, 1970.
12. J.Denavit J. Comp. Phys. 9, 75, 1972.
13. N.P.Pereira, R.N.Sudan, J.Denavit. Phys. Fl. 20, 271, 1977.
14. T.M.O'Neil, J.H.Winfrey, J.H.Malmberg Phys. Fl. 14, 1204, 1971;  
T.M.O'Neil, J.H.Winfrey 15, 1514, 1972.
15. И.Н.Онищенко, А.Р.Линецкий, Н.Г.Мациборко, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Письма ЖЭТФ 12, 407, 1970.  
Н.Г.Мациборко, И.Н.Онищенко, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко Plasma Phys. 14, 591, 1972.
16. K.W.Gentle, J.Lohr Phys. Fl. 16, 1464, 1973.
17. R.Sugihara, T.Kamimura J. Phys. Soc. Japan 33, 206, 1972.
18. R.Franklin, S.Hamberger, G.Smith Phys. Rev.Let. 29, 914, 1972.
19. J.Matsuda, F.W.Growford Phys. Fl. 18, 1336, 1346, 1975.
20. S.G.Thornhill, D. ter Haar "Langmuir turbulence and modulational instability" Oxford, 1977.  
Physics Reports 43, N 2, 45, 1978.
21. Л.И.Рудаков, ДАН СССР 207, 821, 1972.
22. С.В.Антипов, М.В.Незлин, Е.Н.Снежкин, А.С.Трубинов "Ленгмюровские солитоны". Препринт ИАЭ-2907, Москва, 1977.



Подписи к рисункам

Рис.1. Зависимость амплитуды волны от времени  $\frac{E}{E_0} = f(\gamma_L t)$  /4/.  
Сплошные кривые - теория /17/; точки - численный эксперимент /4/;  $q = \gamma_L / \omega_B$ ;  $\omega_B = k_0 \sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}$

$v\phi/v_T$	$E_0^2/8\pi nT$	$q$	$\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/v_T$
• 2,46	$3 \cdot 10^{-4}$	2,6	0,2
× 2,95	$4 \cdot 10^{-2}$	0,5	0,8
Δ 2,95	1,6	0,2	2,1

Рис.2а. Зависимость декремента затухания от амплитуды

$\gamma/\gamma_L = f(\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/v_T)$  при  $v\phi = const$  /8/  

$v\phi/v_T$	Δ	×	•	○
	2,46	2,95	4,2	6,9

Рис.2б. Зависимость декремента затухания от фазовой скорости

$\gamma/\gamma_L = f(v\phi/v_T)$  при  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} = const$  /8/  

$\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/v_T$	Δ	×	•	○	+	◇
	1	1,6	2,6	4,2	5,4	6,3

Рис.3. Линии равного затухания  $\gamma/\omega_{oe} = const$  и граница нелинейности в координатах  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/v_T - v\phi/v_T$  /8/  
Линия  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} = v_T \cdot \frac{v_T}{v\phi}$  - граница применимости теории /17/

Рис.4. Схема - области неустойчивости одномерной ленгмюровской волны по теории /20/, линии равного затухания  $\gamma/\omega_{oe} = const$  и граница нелинейности в координатах  $E_0^2/8\pi nT - (k_0 r_d)^2$  для  $M/m = 1836$ .

Рис.5. Распределение поля  $E(x)$  и возмущения плотности  $\tilde{n}_i/n_0(x)$  в разные моменты времени /6/.

$T_{oe} = 2\pi/\omega_{oe}$  - период плазменных колебаний.

Случай 7.  $E_0^2/8\pi nT = 10^{-1}$ ,  $v\phi/v_T = 16$ .

Рис.6. Зависимость от времени максимальной плотности энергии  $W_m/W_0(t)$  при разных амплитудах и  $v\phi = const$  /6/.

$W_m = E_{max}^2/8\pi n_{min}T$ ;  $W_0 = E_0^2/8\pi n_0T$ ;

$E_{max}$  - амплитуда поля во впадине плотности;

$n_{min}$  - минимальная плотность во впадине.

Нумерация по /7/.  $v\phi/v_T = 16$ .

Случай	6	7	8
$E_0^2/8\pi nT$	$4 \cdot 10^{-2}$	$10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-1}$

Рис.7. Зависимость от времени максимальной плотности энергии  $W_m/W_0(t)$  при разных амплитудах и  $v\phi = const$  /4/.

Нумерация по /7/.  $v\phi/v_T = 16$ .

Случай	8	9	10	11	12	13
$E_0^2/8\pi nT$	$3 \cdot 10^{-1}$	1,6	11	18	36	115

Рис.8. Линии равного затухания  $\gamma/\omega_{oe} = const$ , линии постоянной энергии волны  $E^2/8\pi nT = \alpha k r_d$ , линия равновесных параметров солитона и начальные параметры волны из /6/ в координатах  $E^2/8\pi nT - (k r_d)^2$ .  
Нумерация по /7/.



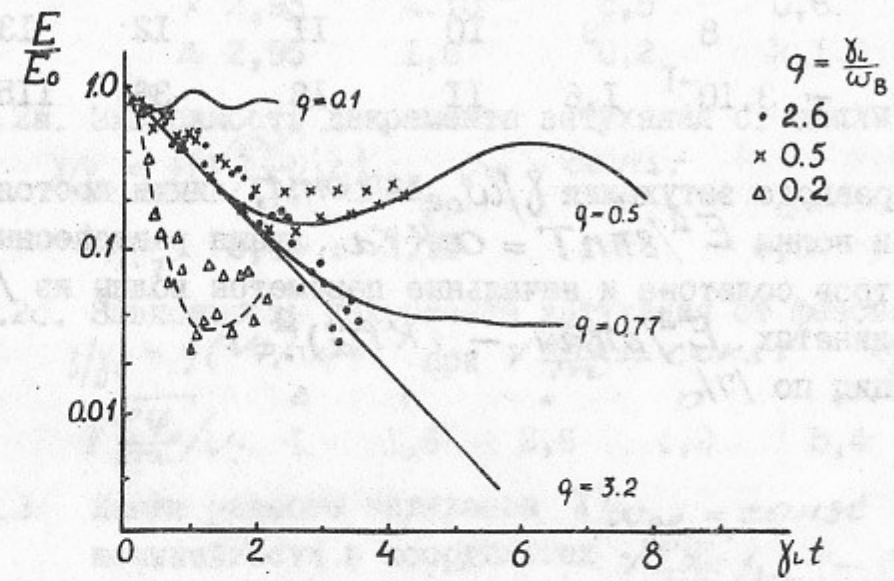


Рис. 1

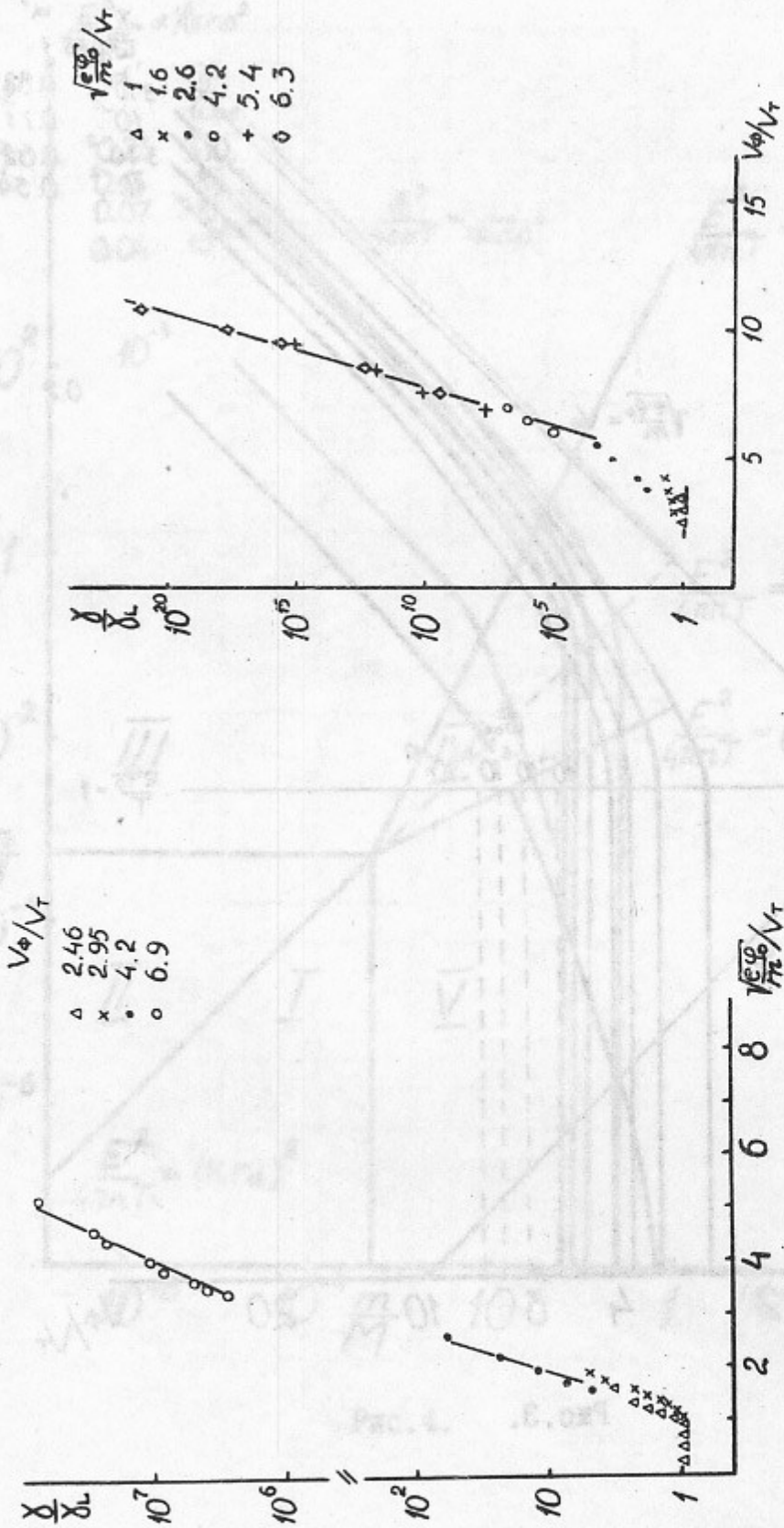
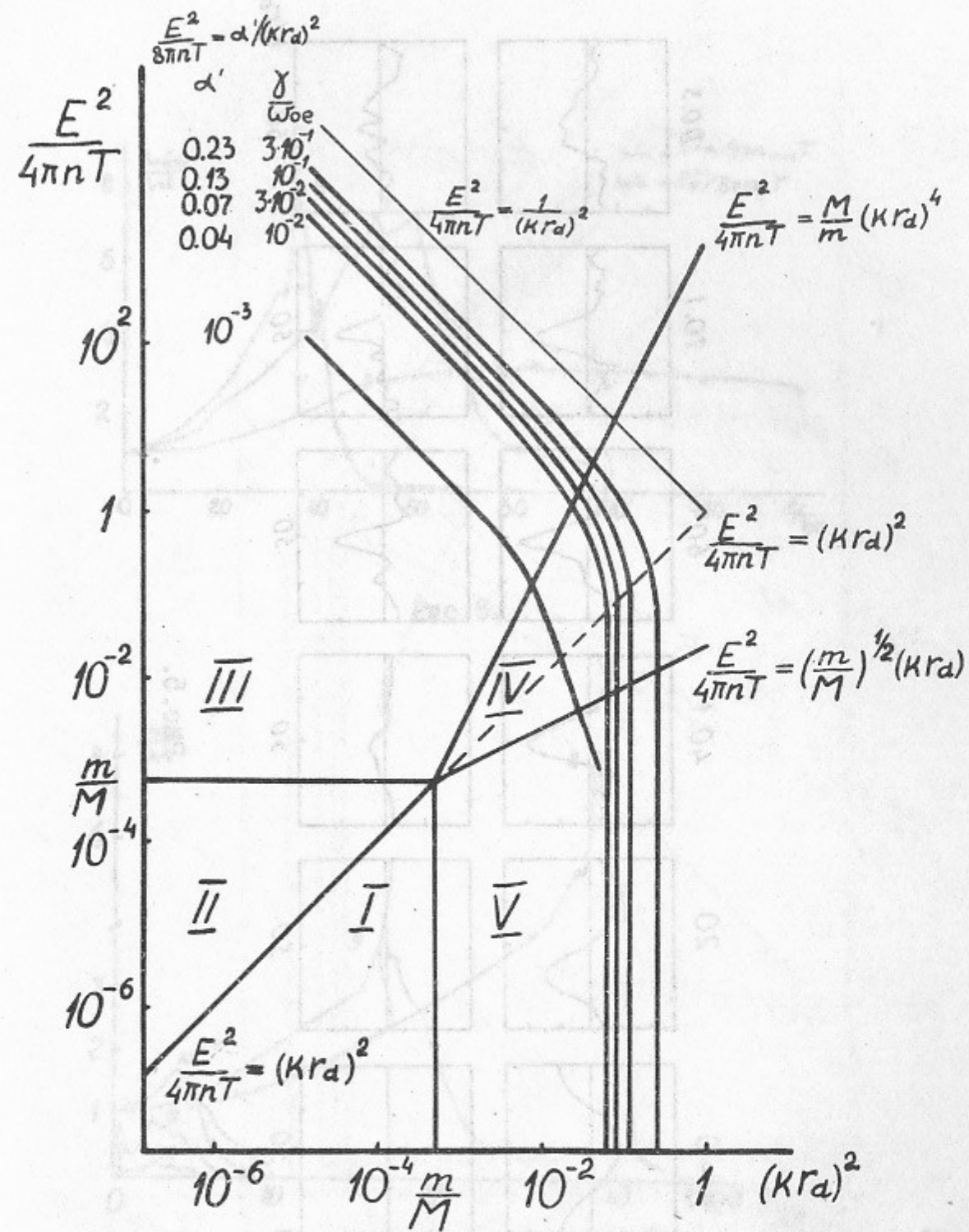
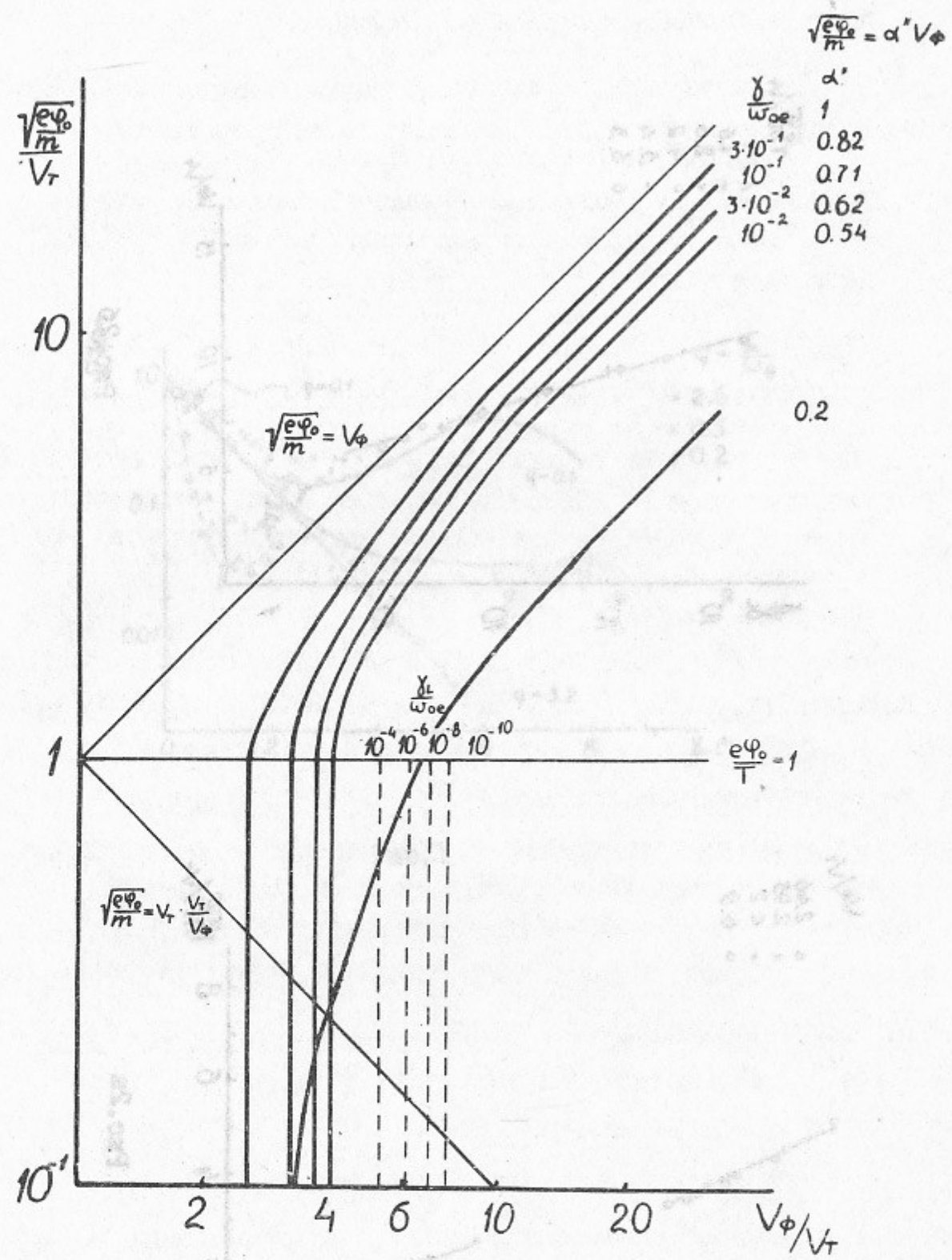


Рис. 2а

Рис. 2б







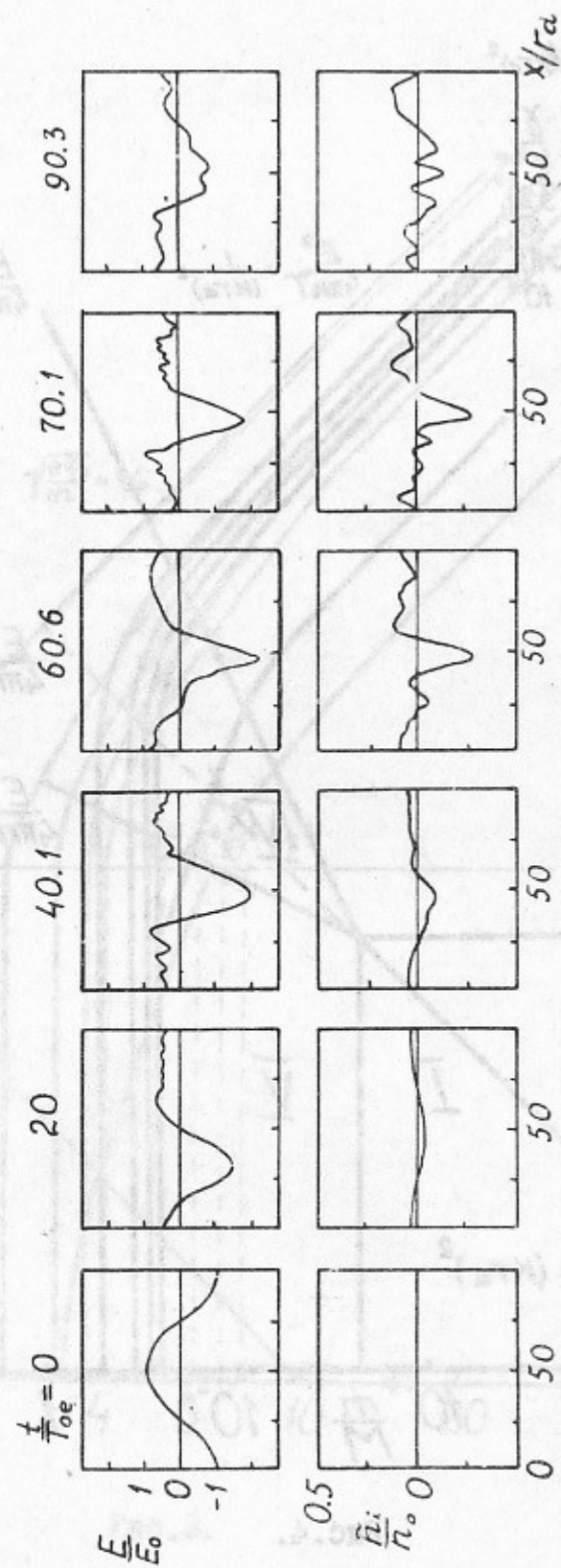


Рис. 5.

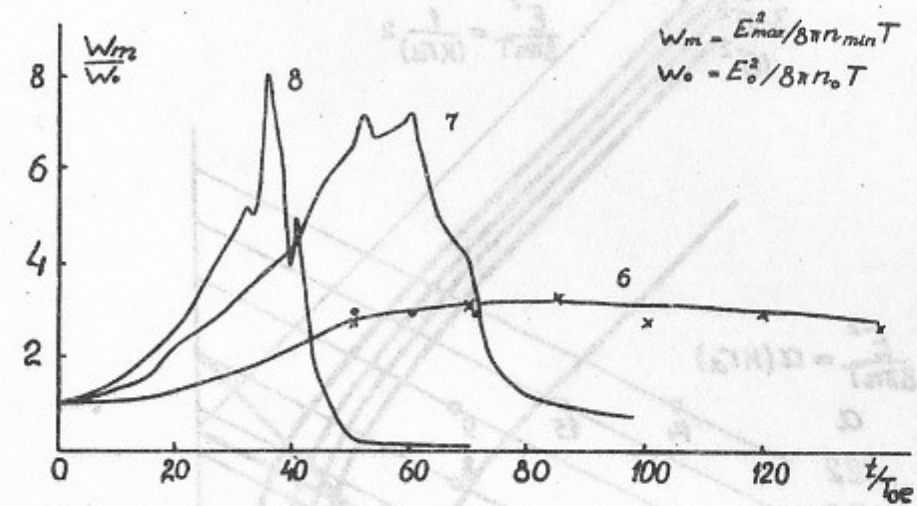


Рис. 6.

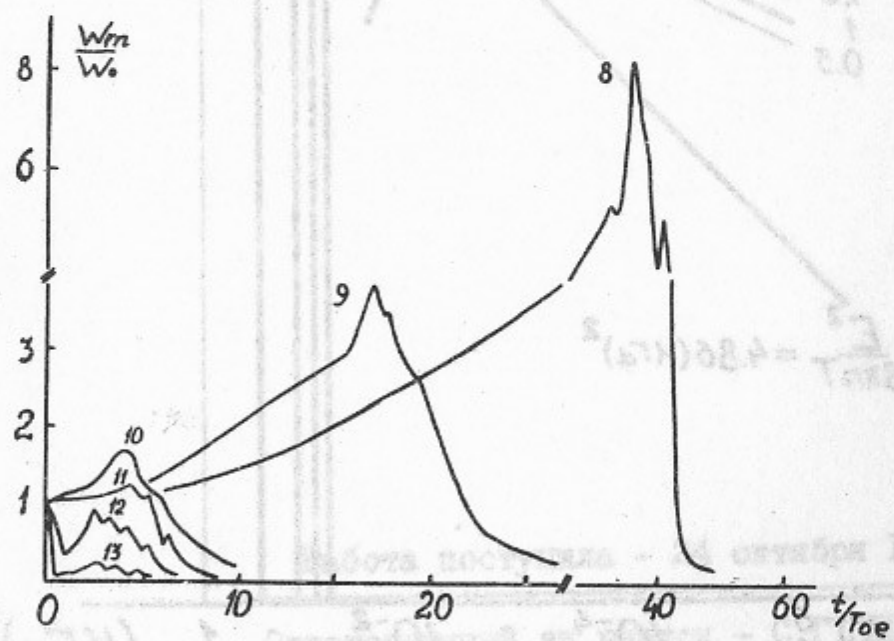


Рис. 7.



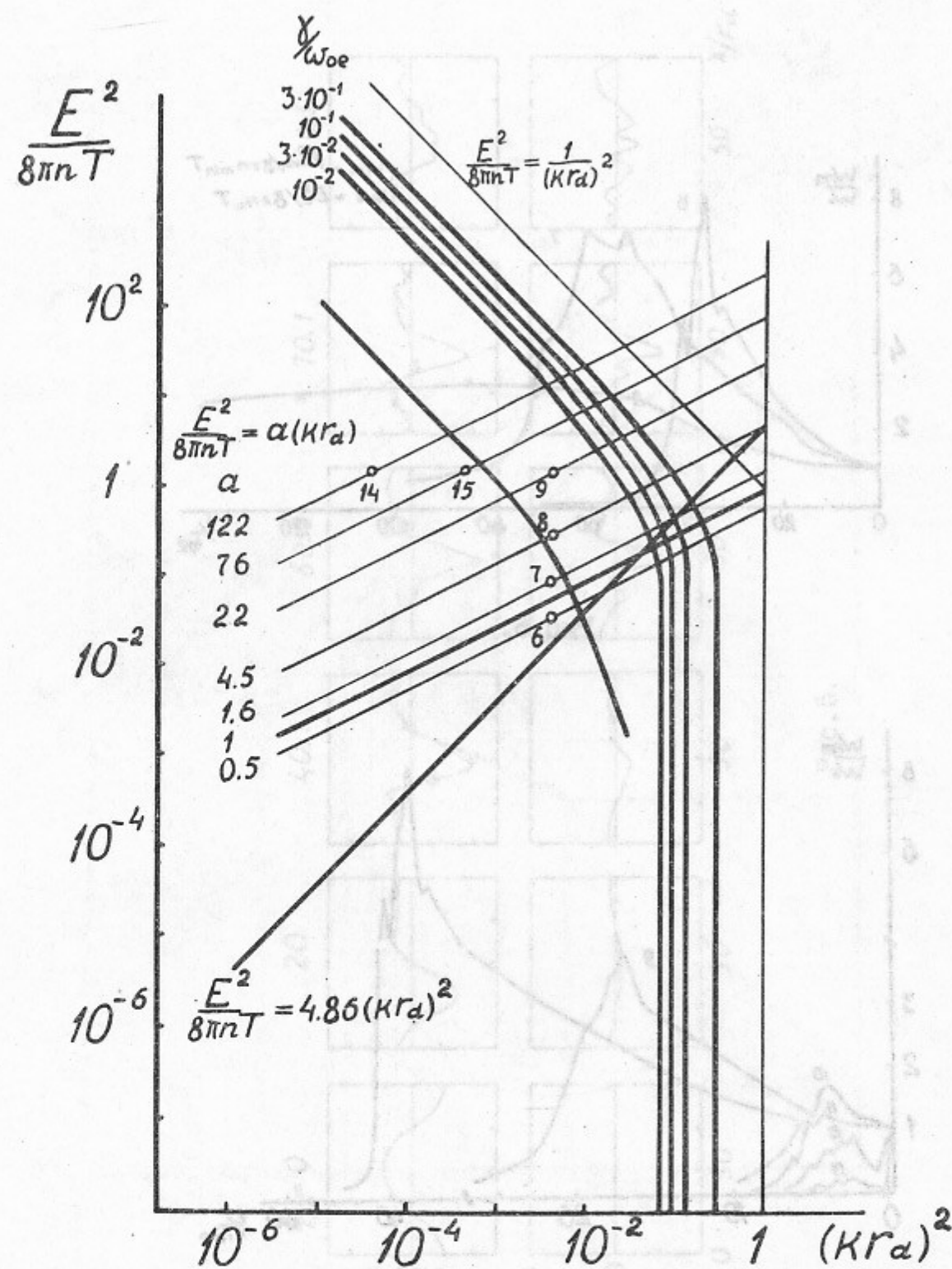


Рис. 8

Работа поступила - 24 октября 1979 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ  
 Подписано к печати - 21.XI-1979 г. МН 06786  
 Усл. 1,5 печ.л., 1,3 учетно-изд.л.  
 Тираж 290 экз. Бесплатно  
 Заказ № 115.

Отпечатано на роталпринте ИЯФ СО АН СССР



B. 92

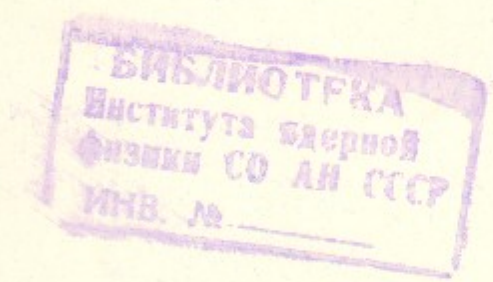
1980

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

79

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

INSTABILITY AND DAMPING OF  
ONE-DIMENSIONAL LANGMUIR WAVES



ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 115

Новосибирск



INSTABILITY AND DAMPING OF  
ONE-DIMENSIONAL LANGMUIR WAVES

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

Institute of Nuclear Physics,  
630090, Novosibirsk, USSR

A b s t r a c t

A summary of the results of numerical experiments (particle simulation) is given. The numerical experiment on studying one-dimensional Langmuir waves in collisionless plasma were performed in a wide range of parameters:  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim 3 \cdot 10^{-8} + 10^2$ ;  $\frac{V_{ph}}{V_T} \sim 2.5 + 160$ . The limits of validity of theoretical models describing a one-dimensional Langmuir wave were found for the theory of damping of the finite-amplitude Langmuir wave ( $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \leq \frac{1}{2}(k_0 r_d)^2$ ), for the linear (for  $\frac{V_{ph}}{V_T} \geq 10$ ,  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} < 10^3/(k_0 r_d)^2$ ) and nonlinear (for  $\frac{V_{ph}}{V_T} \geq 10$ ,  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} < k_0 r_d$ ) theory of wave instability. The development of the instability and damping was investigated and the main processes were analysed.



INSTITUTE OF PHYSICS  
USSR

Langmuir waves - one of the simplest phenomena in a plasma - have been carefully analysed in the theory. The theory of damping of the waves of small and finite amplitude, the linear and nonlinear theory of Langmuir wave instabilities have been constructed. However, the regions of validity of most of these theoretical models have not been clearly defined. Laboratory experiments have, for few exceptions, a qualitative character and do not permit to make conclusions about validity of the theory. The numerical experiment (particle simulation) gives a possibility to have some progress since it is equivalent to the complete solution of the kinetic equation. Such numerical experiment describes a plasma model whose region of validity is broader than that of mathematical models involving a small parameter, or using the hydrodynamic description (e.g., the models based on Zakharov equations /1/). Performing numerical experiments in a wide range of parameters, it is possible to find the limits of validity for theoretical models and to clear up what type of phenomena is essential in either range of parameters.

Numerical experiments /2-8/ devoted to a study of the damping and instability of Langmuir waves were performed in the range of initial parameters:  $\frac{E_e^2}{8\pi n T} \sim 3 \cdot 10^{-8} + 10^2$ ,  $V_{ph}/V_T \sim 2.5 + 160$ , in a one-dimensional system with periodic boundary conditions. At the initial moment the Maxwellian velocity distribution was given for the ions and electrons. The ions were uniformly distributed over the length of the system. The Langmuir wave was given by the density and velocity perturbation of the electrons, which corresponds to a linear wave. The development of the wave was studied without external pump-



ing. Reliability of the method and program was checked by comparison of the numerical experiment with the theory consistent with the laboratory experiment (damping of small but finite amplitude waves, interaction of the low density electron beam with plasma). The limits of validity of the numerical experiment are determined by noises and cut off of the distribution function due to the limited number of particles (in the numerical experiment under consideration, as a rule,  $N_i = N_e = 10^4$ , and the distribution function is cut off at  $V \sim 2V_T$ ).

#### Damping of Langmuir waves.

"Boundary of electron nonlinearity" /4,7,8/

The region of small but finite amplitudes of the Langmuir waves has been studied thoroughly. For this region the theory was constructed /9/ under the condition  $\omega/\omega_B \gg (V_{ph}/V_T)^2$ , that is equivalent to the conditions  $\frac{e\varphi_0}{T} \ll (\frac{V_T}{V_{ph}})^2$ ,  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} \ll V_T \cdot \frac{V_T}{V_{ph}}$ , and  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} \ll \frac{1}{2} (k_0 r_d)^6 (\omega_B = k\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}$  is the trapped particle oscillation frequency). The theory takes into account the motion of resonant electrons which are trapped at the initial time moment. The nonresonant part of the distribution function is assumed to be unperturbed. According to the theory /9/, at the initial stage,  $t < \frac{T_B}{2}$ ,  $T_B = \frac{2\pi}{\omega_B}$  the wave is damped with the Landau damping rate  $\gamma_L$ . At  $t > \frac{T_B}{2}$  the wave amplitude oscillates with the period  $\sim T_B$  (Fig.1). Theoretical results are in a good agreement with the results of the laboratory /10/ and numerical /11/ experiments performed in the region ( $\frac{e\varphi_0}{T} \ll 1$ ,  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} \ll V_T$ ) somewhat broader than the region of validity of the theory /9/.

Our numerical experiment /4,8/ was performed in a wider range of initial wave parameters including the region from  $\frac{e\varphi_0}{T} \ll 1$  up to  $\frac{e\varphi_0}{T} \gg 1$ :  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} \sim 3 \cdot 10^{-4} + 10^2$ ;  $\frac{V_{ph}}{V_T} \sim 2.5 + 20$ ;  $(k_0 r_d)^2 \sim 2 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-1}$ ;  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T \sim 0.2 + 20$ ;  $\frac{e\varphi_0}{T} \sim 4 \cdot 10^{-2} + 4 \cdot 10^2$ ;  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T \sim 0.1 + 0.8$ . The ions were taken immobile,  $\frac{M}{m} = 10^{10}$ , to exclude the wave instability (decay, modulational instability and so on).

In the region of low amplitude waves, where the perturbed velocity is less than the thermal one,  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} \leq V_T$  and  $\frac{e\varphi_0}{T} \leq 1$  (in this region the range  $V_{ph}/V_T \sim 2.5 + 4.2$  was only studied), the numerical experiment results agree with theoretical results /9/, and the damping is described by the Landau damping rate (Fig.1) /4,8/. When the perturbed velocity becomes higher than a thermal one:  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} > V_T$  and  $\frac{e\varphi_0}{T} > 1$ , the damping rate becomes higher compared to  $\gamma_L$ . The ratio  $\gamma/\gamma_L$  increases exponentially with increasing the initial amplitude and phase velocity of the wave, so that the damping rate can exceed  $\gamma_L$  by many orders of magnitude (Fig.2). In this region the damping rate depends practically linearly on the number of electrons trapped by the wave. This number also increases exponentially with an increase of the amplitude and phase velocity of the wave. The mechanism of the phenomenon resulting in the increase of the damping rate is the trapping and acceleration of the electrons from the main, nonresonant part of the velocity distribution function (within the studied range of parameters these are electrons with unperturbed velocities  $V < 2V_T$ ) due to its strong perturbation by the wave field /8/.

In construction of theoretical models it is usually assumed that the damping of Langmuir waves is described by the



Landau damping rate, so that in the region  $V_{ph}/V_T \gg 1, k_0 r_d \ll 1$  the damping is assumed to be negligibly small. The results of our numerical experiment show that the Langmuir wave damping can be described by the Landau damping rate only in the region  $e\varphi_0/T \leq 1, E_0^2/8\pi nT \leq \frac{1}{2}(k_0 r_d)^2$ . In the region  $e\varphi_0/T > 1, E_0^2/8\pi nT > \frac{1}{2}(k_0 r_d)^2$  the damping rate can essentially exceed  $\gamma_L$ . Note, that the condition  $E_0^2/8\pi nT > \frac{1}{2}(k_0 r_d)^2$  coincides with the condition for exciting the supersonic modulational instability.

In Figs.3 and 4 are shown the curves of constant damping rate which correspond to the initial parameters of the waves damping with the same damping rate. In the region  $e\varphi_0/T \leq 1$  they are vertical lines  $\gamma = \gamma_L$ ; in the region  $V_{ph}/V_T \geq 10$  - the straight lines  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim \frac{\alpha'}{(k_0 r_d)^2}$  ( $\alpha' \sim 3.8 \cdot 10^{-2} + 2.3 \cdot 10^{-1}$ ), or  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T \sim \alpha'' \frac{V_{ph}}{V_T}$  ( $\alpha'' \sim 0.54 - 0.82$ ). The curves of constant damping rate may be used to characterize the validity limits of theoretical models which do not take into account the damping.

The region of validity of theoretical models is often determined by the condition that the effects due to electron nonlinearity are negligibly small. The numerical experiment allows the formulation of these conditions. The numerical experiment dealing with the study of electron nonlinearity /4, 7/ was carried out in the range of initial wave parameters:  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim 10^{-8} + 10^3; \frac{V_{ph}}{V_T} \sim 2.5 + 160; (k_0 r_d)^2 \sim 4 \cdot 10^{-5} + 3 \cdot 10^{-1}$ .

In a monochromatic wave the electron nonlinearity occurs when the perturbed electron velocity becomes close to the phase velocity. In this case, the electron is in the accelerating field phase for a longer time, so it gains a higher ve-

locity in comparison with the linear case. This leads to an increase of the energy of oscillations of the electrons as compared to the field energy  $\Delta W_e/W_E > 1$  and also to an increase of electron density in the accelerating field phases  $\tilde{n}_+/n_- > 1$ , so that the density perturbation is sharpened, while the wave field  $E(x)$  is steepened. This is equivalent to the appearance of higher modes of the electric field and electron density with the same phase velocity as the basic ones. The case of strong electron nonlinearity is the trapping of electrons by the wave. In this case, the trapped electrons are accelerated up to  $V \sim V_{ph} + 2\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}$ . Just this effect determines the high damping rate considered above.

The "boundary of electron nonlinearity" - the initial parameters of the waves at which electron nonlinearity becomes essential - was determined basing on the difference of the ratios  $\Delta W_e/W_E$  and  $\tilde{n}_+/n_-$  from unity (the difference of about 5-10% was assumed to be essential) /4,7/. The curve found is shown in Figs.3 and 4. In the region of high phase velocities  $V_{ph}/V_T \geq 10$  it is a straight line  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim 10^{-3}/(k_0 r_d)^2$ , or  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T \sim 0.2 \frac{V_{ph}}{V_T}$ . The "boundary of electron trapping" with unperturbed velocities  $\sim 2V_T$  was determined basing on a form of the phase plane. It appears to be close to the line of constant damping rate with  $\gamma/W_{oe} \sim 3 \cdot 10^{-2}$ . In the region of high  $V_{ph}/V_T$  it is a straight line  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim \frac{6 \cdot 10^{-2}}{(k_0 r_d)^2}$ , or  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T \sim 0.6 \frac{V_{ph}}{V_T}$ .

#### Instability of travelling Langmuir waves - initial stage /6,7/

The instabilities of a one-dimensional Langmuir wave were intensively studied in the theory. It was found that



the Langmuir wave is unstable, and the type of instability depends on the initial parameters of the wave. Most detailed theoretical analysis of the instabilities of a Langmuir wave, the review and analysis of the results available are given in Ref./12/. The scheme showing the regions of the instabilities of different types from Ref./12/ with some additions (A.M. Rubenchik, private communication) is presented in Fig.4.

I. Modulational (static) instability:  $\alpha < K_0, \lambda_m > \lambda_0, \alpha, \lambda_m$  - the wave vector and wavelength of a mode with maximum growth rate,  $K_0, \lambda_0$  - the same for a given wave.

II. Presonic modulational instability:  $\alpha > K_0, \lambda_m < \lambda_0$ .

III. Supersonic (hydrodynamic) modulational instability:  $\alpha > K_0, \lambda_m < \lambda_0$ .

IV. Modified decay instability:  $\alpha \sim 2K_0, \lambda_m \sim \frac{\lambda_0}{2}$ .

V. Decay instability:  $\alpha \sim 2K_0, \lambda_m \sim \frac{\lambda_0}{2}$ .

In Fig.4 are also shown the "boundary of electron nonlinearity" and the lines of constant damping rate. The "boundary of nonlinearity" shows the limit of validity of the linear theory. Note, that the boundaries of instability regions depend on the ratio  $\frac{M}{m}$ , whereas the "boundary of nonlinearity" and the lines of constant damping rate are independent of it, so the region of validity of the linear theory is varied with  $\frac{M}{m}$ . In Fig.4 the regions of instability for hydrogen ions,  $\frac{M}{m} = 1836$ , are shown.

The numerical experiment on studying the initial stage of instability /6,7/ was performed in the range of initial wave parameters:  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim 3 \cdot 10^{-8} + 10^2, V_{ph}/V_T \sim 3 + 160, (K_0 r_d)^2 \sim 4 \cdot 10^{-5}, 2 \cdot 10^{-1}, \frac{M}{m} = 10^2$ , in some cases  $\frac{M}{m} = 10^3$ , so that all of the instability regions are included. The region of instabili-

ties I-III from  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \ll (K_0 r_d)^2 < \frac{m}{M}$  to  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \gg \frac{m}{M} > (K_0 r_d)^2$  (variation in the amplitude  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim 10^{-8} + 10^2$  at  $V_{ph}/V_T = 16, (K_0 r_d)^2 = 3.9 \cdot 10^{-3}$ ) is analysed in a considerable detail.

In the range of all parameters lying below the "boundary of trapping" and including the region of validity of the linear theory, and also all of the regions I-V, the instability of one type is observed. This instability is due to the perturbation of ion velocities and ion density by the electric field of the Langmuir wave, that stimulates the nonresonant decay  $\ell_{K_0} \rightarrow \ell_{2K_0} - S_{K_0}$  with  $\alpha \sim 2K_0$  and  $\lambda_m \sim \lambda_0/2$ . The instability shows itself in the formation of the density cavity with  $\lambda = \lambda_0$  and in the modulation of the wave with  $\lambda_m < \lambda_0$  (in spectral description - in the growth of ion mode with  $K = K_0$  and the Langmuir mode with  $K = 2K_0$ ). This instability may be called the "stimulated decay". It differs from all of the instabilities found in the theory. This difference is especially clear in the region of modulational instabilities I-III where the wavelength of the mode with maximum growth rate (modulation length), according to the theory, must depend on the wave amplitude and must decrease with its increase. Note, that in the region I  $\lambda_m > \lambda_0$ , in the regions II and III -  $\lambda_m < \lambda_0$ . The modulation length observed in the numerical experiment does not depend on the wave amplitude and is always less than the initial wavelength. The reason of this difference from the theory consists, apparently, in that the theory does not take into account the ion perturbation by the initial wave field because of the averaging over time intervals  $\sim 1/\omega_{oe}$ , so the solution equivalent to the "stimulated decay" is lost. Of course,



there is a question about the problem formulation. In the numerical experiment, at the initial moment the uniform distribution of the ions  $n_i(x) = \text{const}$  and the electron density and velocity perturbations to set a Langmuir wave are given. Such a formulation of the problem seems reasonable because it corresponds to a real case when the Langmuir wave is excited during a short time in the homogeneous plasma in some way (e.g., by an electron beam).

Instability of travelling Langmuir waves -  
nonlinear stage /2,3,4,6,8/

The difference of the instability observed in the numerical experiment from the theoretical one should show itself at the nonlinear stage of instability. Especially significant this difference can be in the region I  $E_0^2/8\pi nT < (k_0 r_d)^2$ , where theoretical instability must result in the wave modulation with  $\lambda_m > \lambda_0$  and at the nonlinear stage - in formation of an envelope soliton with  $\Delta X > \lambda_0$  /12/, whereas "stimulated decay" leads to the modulation with  $\lambda_m < \lambda_0$ . In the numerical experiment, in this region the nonlinear stage of instability was not studied because of high level of noises.

The difference can prove to be not so significant in the regions II and III,  $E_0^2/8\pi nT > (k_0 r_d)^2$ , where theoretical instability must lead to the wave modulation with  $\lambda_m < \lambda_0$ , and the ponderomotive force must play a main role. According to the theory, the development of instability in this region must result in formation of a quasi-stationary Langmuir soliton with parameters depending on the initial wave energy and  $\Delta X < \lambda_0$ .

/12/. Following to /13,14/, the soliton field in the case when the group velocity is equal to zero is described by the formula

$$E(x,t) = \frac{E_m}{\text{ch} \alpha_0 x} \text{sh}(kx - \omega t)$$

where  $E_m$  is the maximum electric field. The soliton width at the level  $1/e E_m$  is

$$\frac{\Delta X}{r_d} = \left( \frac{48}{E_m^2/8\pi nT} \right)^{1/2}; \quad \alpha_0 = \frac{2}{\Delta X}$$

The maximum density perturbation is

$$\left( \frac{\tilde{n}}{n_0} \right)_m = \frac{1}{2} \frac{E_m^2}{8\pi nT}$$

The numerical experiment on studying the nonlinear stage of instability /2-4,6/ was carried out within the range of the initial wave parameters:  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim 4 \cdot 10^{-2} - 10^2$  at  $\frac{v_{ph}}{v_T} = 16$ ,  $(k_0 r_d)^2 = 3.9 \cdot 10^{-3}$ , and also in the range  $\frac{v_{ph}}{v_T} \sim 3 + 160$ ,  $(k_0 r_d)^2 \sim 3.9 \cdot 10^{-5} + 1.7 \cdot 10^{-1}$  at  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} = 1.6$ ;  $\frac{M}{m} = 10^2$ , and in some cases  $\frac{M}{m} = 10^3$ . Thus, the region  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} > \frac{m}{M} > (k_0 r_d)^2$  was studied.

At the initial stage of instability the "stimulated decay" leads to the formation of a density cavity and wave modulation with  $\lambda_m < \lambda_0$ . In the following development of instability, the Miller force (ponderomotive force) plays a main role, what results in carrying away the plasma from the region of maximum electric field intensity, in deepening the density cavity, and in further increasing the electric field intensity (Figs.5 and 6) /2,3,6/. So, at the nonlinear stage the development of instability is the same as that of modulational instability found theoretically (region III).



If the wave amplitude is low enough (case 6 /6,8/ -  $E_0^2/8\pi nT = 4 \cdot 10^{-2}$ ;  $V_{ph}/V_T = 16$ ;  $E_0^2/8\pi nT = 0.5 K_0 r_d$ ), the development of instability leads to the formation of a quasi-stationary soliton with equilibrium parameters (Fig.6, curve 6). This agrees with the theoretical result and confirms that, despite the difference at the initial stage, at the non-linear stage the instability is a modulational instability.

In the case of a higher amplitude (case 7 /6,8/:  $E_0^2/8\pi nT = 10^{-1}$ ,  $V_{ph}/V_T = 16$ ,  $E_0^2/8\pi nT = 1.6 K_0 r_d$ ), the development of instability also leads to the formation of a soliton with equilibrium parameters (Fig.5; Fig.6. curve 7). But the soliton is not quasi-stationary in this case and is damped due to the trapping and acceleration of the electrons from the tail of the distribution function by short wavelength modes. Thus, this case shows the limit of validity of the nonlinear theory not taking account of damping.

In the case of a further increase of the amplitude (case 8 /2,3,6,8/:  $E_0^2/8\pi nT = 3 \cdot 10^{-1}$ ;  $V_{ph}/V_T = 16$ ;  $E_0^2/8\pi nT = 4.8 K_0 r_d$ ), the equilibrium soliton is not formed but a fast growth of field intensity and a decrease of the field localization region are observed. The non-equilibrium soliton is here formed whose field  $E(x,t)$  varies like a soliton field but the width  $\Delta x$  is more, and the depth of the density cavity is less than the equilibrium ones for the soliton with the same energy density. The non-equilibrium soliton continues to be compressed and begins to damp before it achieves the equilibrium soliton parameters. Therefore, in the range of parameters  $E_0^2/8\pi nT > 1.6 K_0 r_d$  the collapse is observed.

If the initial parameters of the wave are higher than the

"boundary of electron nonlinearity",  $E_0^2/8\pi nT > 10^{-3}/(K_0 r_d)^2$ , the development of modulational instability is limited by the damping (Fig.7, curves 9-11), and the collapse has no time to develop /4/.

If the initial parameters are in the region of strong damping,  $E_0^2/8\pi nT > 4 \cdot 10^{-2}/(K_0 r_d)^2$ , ( $\delta/\omega_{ce} > 10^{-2}$ ), the wave is strongly damped from the very beginning, and the modulational instability does not develop (Fig.7, curves 12 and 13) /4/.

Thus, the numerical experiment shows that the nonlinear theory of modulational instability of a one-dimensional Langmuir wave, which results in the conclusion on soliton formation is valid only for a limited range of initial parameters of the wave:  $E_0^2/8\pi nT < 1.6 K_0 r_d$ .

To find the region of validity of the nonlinear theory is also possible with the help of simple arguments and the scheme from Fig.8 /8/. In this scheme in the coordinates  $E^2/8\pi nT - (K r_d)^2$  the following curves are plotted: the curves of constant damping rate for  $\delta/\omega_{ce} \geq 10^{-2}$ ; the curve of equilibrium soliton parameters:  $E_{in}^2/8\pi nT = 4.86 (K r_d)^2$ ,  $K = \frac{\pi}{\Delta x}$ ; and the curves of constant total wave energy:  $E_0^2/8\pi nT = a (K_0 r_d)$  (from  $\frac{E_0^2}{16\pi nT} \lambda_0 = \text{const}$ ); the latter corresponds to different combinations of initial parameters  $E_0, V_{ph}$  at which the total energy of the waves is the same. On the other hand, at given initial parameters, such a curve roughly characterizes the variation in the parameters of the non-equilibrium soliton during its compression as practically the full wave energy is localized in this soliton. Intersection of the constant energy curve with the equilibrium soliton curve corresponds to soliton formation for the waves with any initial parameters but the same total energy.



If the constant energy curve intersects first the line of constant damping rate with fairly high  $\gamma$ , then for all the parameters with the same total energy, the collapse will be observed. In Fig.8 it is seen that the boundary curve is a line  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim k_0 r_d$ , that is consistent with the results of the numerical experiment. Thus, the theory predicting the formation of a quasi-stationary soliton is only valid in the region of initial parameters of the wave  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} < k_0 r_d$ , and the known condition for its validity  $E_0^2/8\pi nT \ll 1$  is insufficient.

The numerical experiment allows to analyse in detail the development of instability of a Langmuir wave and to investigate the phenomena playing a main role. We have already discussed the initial stage of instability - "stimulated decay" and the following stage - modulational instability - related to the action of the ponderomotive force.

In the development of instability an essential role also plays the process of wave conversion on the density perturbations. This process occurs when the density perturbations become large enough (in our range of parameters:  $\tilde{n}/n_0 \approx 10^{-2}$ ). The conversion process  $l_{k_0} + S_{k_i} \rightarrow l_{k_0 \pm \beta k_i}$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$ , leads to the excitation of the backward waves and wave modes with shorter wavelengths, i.e. to the trapping of electric field in the density cavity and the formation of standing waves /2-4/.

The development of modulational instability leads to the formation of a non-equilibrium soliton which continues to be compressed. This soliton can be a Langmuir soliton (a bunch of travelling wave modes with definite relative phases), or a standing soliton (a bunch of standing wave modes) if the con-

version becomes significant. The non-equilibrium soliton compression leads to the formation of a quasi-stationary soliton (Langmuir, or standing one), or to the damping /6/.

The damping results from the trapping of electrons by short wavelength modes excited during compression of the non-equilibrium soliton and the conversion. Due to intersection of the trapping regions of the modes, the trapped electrons are accelerated to high velocities, up to  $v \sim v_{ph} + \sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$  of the initial wave. If the initial wave parameters are far from the "boundary of trapping", the main part of the distribution function is perturbed slightly, so that the tail of accelerated electrons is only formed. The joint action of the conversion and trapping leads to a practically full absorption of field energy by plasma electrons /2-4/.

After damping of the electric field, the density cavities are filled with plasma, as a result of shock wave formation on the edges of the cavities. Their interaction leads to the development of ion turbulence and also to the appearance of accelerated ions /3/.

Thus, one can list the main processes playing a role in development of the instability and damping of a Langmuir wave in a one-dimensional system:

"Stimulated decay":  $l_{k_0} \rightarrow l_{2k_0} - S_{k_0}$  related to the perturbation of ions by the initial field of a Langmuir wave;

Modulational instability associated with the carrying away of a plasma from the density cavity under the action of ponderomotive force;

Conversion of Langmuir waves on the density inhomogeneities:  $l_{k_0} \pm S_{k_i} \rightarrow l_{k_0 \pm \beta k_i}$ ,  $\beta = 1, 2, 3, \dots$  resulting in excitation



of backward waves and short wavelength modes;

Quasi-stationary soliton formation related to the equality of the ponderomotive force to plasma pressure;

Landau damping playing a role in the region  $\frac{e\varphi}{T} < 1$ , or  $\frac{E^2}{8\pi nT} < \frac{1}{2} (k r_d)^2$ ;

Damping related to the trapping of nonresonant electrons by the wave due to a strong perturbation of the distribution function and playing a role in the region  $\frac{e\varphi}{T} > 1$ , or  $\frac{E^2}{8\pi nT} > \frac{1}{2} (k r_d)^2$ .

We have used the term "collapse" for the case when the instability due to the action of ponderomotive force leads to the damping of the field as, according to physical sense, this is just the same process which was found theoretically in the two-dimensional case /1/. However, if the term "modulational instability" is used not for a concrete instability acting within the regions I-III but in a broader sense, for any instability connected to the action of ponderomotive force (what is often done), the modulational instability seems to be the same physical process. Though, even in this case, it is reasonable to use the term "collapse" to denote the summary process - instability and damping.

#### Instability of standing Langmuir waves /3,5,6/

The numerical experiment on studying the instability of standing Langmuir waves /5,6/ was carried out in the range of the following wave parameters:  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim 4 \cdot 10^{-2} + 10^2$  at  $V_{ph}/V_T = \pm 16$ ,  $(k_0 r_d)^2 = 3.9 \cdot 10^{-3}$  and in the range:  $V_{ph}/V_T = \pm(16-48)$ ,  $(k_0 r_d)^2 = 3.9 \cdot 10^{-3} + 4.4 \cdot 10^{-4}$  at  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} = 1.6$ ;  $\frac{M}{m} = 10^2$ . Thus, the region  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} > \frac{m}{M} > (k_0 r_d)^2$  was studied.

In the case of a standing wave, the electric field energy density is inhomogeneous from the very beginning, so that the position of density cavities is determined by the regions where the electric field is maximum. This is the main difference from the case of a travelling wave. In this case, the development of instability always leads to the formation of standing, equilibrium or non-equilibrium solitons. In other features, the development of standing wave instability does not qualitatively differ from the case of a travelling wave: in both cases, in the regions of the same parameters the same processes play a role. So, in the region  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} < k_0 r_d$  the quasi-stationary standing soliton is formed /6/, in the region  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \approx k_0 r_d$  - the equilibrium but damping standing soliton, in the region  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} > k_0 r_d$  the collapse occurs /6/, in the region  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} > 4 \cdot 10^{-2} / (k_0 r_d)^2$  the wave damps from the very beginning /5/.



References

1. V.E.Zakharov, Sov.Phys.JETP 35, 908, 1972.
2. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin "The instability of the high amplitude Langmuir wave". Preprint INP 77-15, Novosibirsk, 1977.  
Proc. XIII Int.Conf. on Phenomena in Ionized Gases, v.II, p.831, 1977, Berlin.
3. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin "The instability of non-linear Langmuir wave". Preprint INP 77-39, Novosibirsk, 1977.  
Proc. III Int. Congress on Waves and Instabilities in Plasmas, p.71, 1977, Palaseau.
4. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin "The instability and damping of Langmuir waves with different amplitudes and phase velocities". Preprint INP 78-17, Novosibirsk, 1978.  
Proc. XIV Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Grenoble, J.Phys. 40 supplement au N°7, C7-633, 1979.
5. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin "The instability and damping of standing Langmuir waves with different amplitudes". Preprint INP 78-19, Novosibirsk, 1978.
6. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin "The instability of one-dimensional Langmuir wave. Solitons and collapse". Preprint INP 78-76. Novosibirsk, 1978.  
Proc. XIV Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Grenoble, J.Phys. 40 supplement au N°7, C7-631, 1979.  
  
"Interaction of electromagnetic waves with plasma". Theses of the reports, p.84, Dushanbe, 1979.

7. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin "The instability of one-dimensional Langmuir wave". Preprint INP 79-21, Novosibirsk, 1979.
8. N.S.Buchelnikova, E.P.Matochkin "The damping of one-dimensional Langmuir wave". Preprint INP 79-112, Novosibirsk, 1979.
9. R.Sugihara, T.Kamimura J.Phys.Soc.Japan 33, 206, 1972.
10. R.Franklin, S.Hamberger, G.Smith Phys.Rev.Lett. 29, 914, 1972.
11. J.Matsuda, F.W.Crowford Phys.Fl. 18, 1336, 1346, 1975.
12. S.G.Thornhill, D. ter Haar "Langmuir turbulence and modulational instability", Oxford, 1977;  
Phys.Rpts 43, N°2, 45, 1978.
13. L.I.Rudakov Sov.Phys.Doklady 207, 821, 1972.
14. S.V.Antipov, M.V.Nezlin, E.N.Sneshkin, A.S.Trubnikov "Langmuir solitons". Preprint IAE - 2907, Moscow, 1977.



**FIGURE CAPTIONS**

**Fig.1** The dependence of wave amplitude on time  $\frac{E}{E_0} = f(\gamma_L t)$  /4/. Solid curves - the theory /9/; a point - the numerical experiment /4/;  $q = \gamma_L / \omega_B$ ;  $\omega_B = k_0 \sqrt{\frac{e\phi_0}{m}}$

$V_{ph}/V_T$	$E_0^2/8\pi n T$	$q$	$\sqrt{\frac{e\phi_0}{m}}/V_T$
• 2.46;	$3 \cdot 10^{-4}$ ;	2.6	0.2
x 2.95;	$4 \cdot 10^{-2}$ ;	0.5	0.8
Δ 2.95	1.6	0.2	2.1

**Fig.2a** The dependence of damping rate on amplitude:

$$\gamma/\gamma_L = f(\sqrt{\frac{e\phi_0}{m}}/V_T) \quad \text{at } V_{ph} = \text{const} /8/;$$

$V_{ph}/V_T$	Δ	x	•	o
2.46	2.46	2.95	4.2	6.9

**Fig.2b** The dependence of damping rate on phase velocity:

$$\gamma/\gamma_L = f(V_{ph}/V_T) \quad \text{at } \sqrt{\frac{e\phi_0}{m}} = \text{const} /8/;$$

$\sqrt{\frac{e\phi_0}{m}}/V_T$	Δ	x	•	o	+	◇
I	1.6	2.6	4.2	5.4	6.3	

**Fig.3** The lines of constant damping rate  $\gamma/\omega_{ce} = \text{const}$  and the "boundary of nonlinearity" in the coordinates  $\sqrt{\frac{e\phi_0}{m}}/V_T - \frac{V_{ph}}{V_T}$  /8/. The line  $\sqrt{\frac{e\phi_0}{m}} = V_T \cdot \frac{V_T}{V_{ph}}$  - the boundary of validity of the theory /9/.

**Fig.4** A scheme: the regions of instability of a one-dimensional Langmuir wave according to the theory /12/, the lines of constant damping rate,  $\gamma/\omega_{ce} = \text{const}$ , and the "boundary of nonlinearity" in the coordinates  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} - (k \cdot r_d)^2$  for  $\frac{M}{m} = 1836$ .

**Fig.5** The distribution of field  $E(x)$  and density perturbation  $\frac{\hat{n}_i}{n_0}(x)$  at different time moments /6/.

$T_{oe} = 2\pi/\omega_{oe}$  is the period of plasma oscillations. Case 7:  $\frac{E_0^2}{8\pi n T} = 10^{-1}$ ;  $\frac{V_{ph}}{V_T} = 16$ .

**Fig.6** The time dependence of maximum energy density  $W_m/W_0(t)$  at different amplitudes and  $V_{ph} = \text{const}$  /6/;

$$W_m = E_{max}^2/8\pi n_{min} T; \quad W_0 = E_0^2/8\pi n_0 T$$

$E_{max}$  is the field amplitude in the density cavity;

$n_{min}$  is the maximum density in the cavity.

Numeration according to /7/.  $V_{ph}/V_T = 16$ .

Case	6	7	8
$\frac{E_0^2}{8\pi n T}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-1}$

**Fig.7** The time dependence of maximum energy density  $W_m/W_0(t)$  at different amplitudes and  $V_{ph} = \text{const}$  /4/.

Numeration according to /7/.  $V_{ph}/V_T = 16$

Case	8	9	10	11	12	13
$\frac{E_0^2}{8\pi n T}$	$3 \cdot 10^{-1}$	1.6	11	18	36	115

**Fig.8** The lines of constant damping rate  $\gamma/\omega_{ce} = \text{const}$ ; the lines of constant wave energy  $\frac{E^2}{8\pi n T} = a k r_d$ ; the line of equilibrium soliton parameters and the initial wave parameters from /6/ in the coordinates  $\frac{E^2}{8\pi n T} - (k r_d)^2$ . Numeration according to /7/.



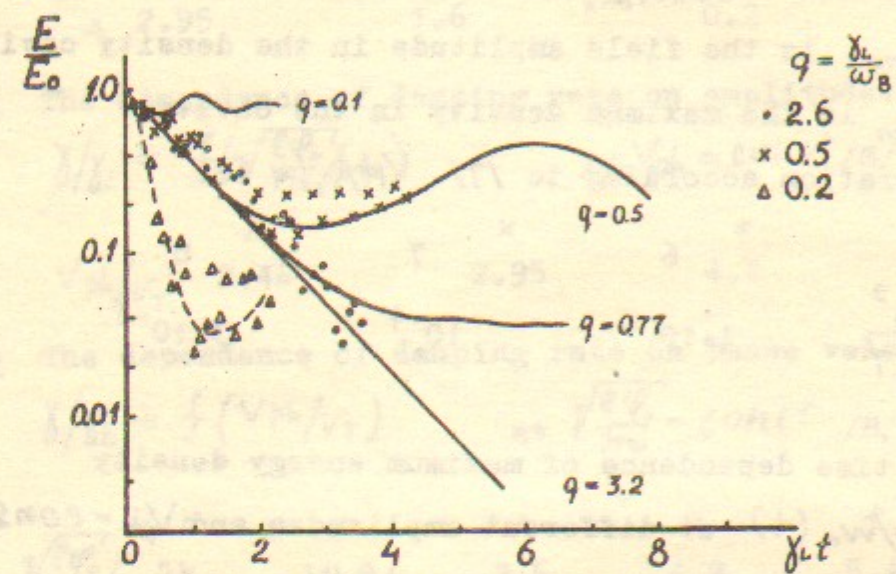


Fig. 1

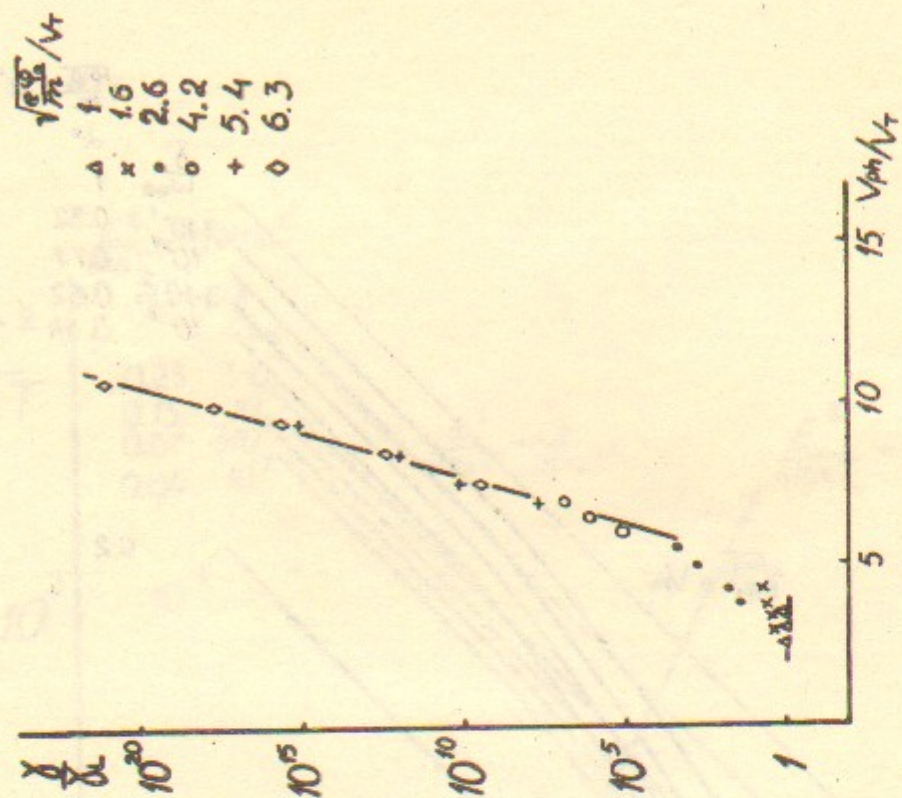


Fig. 2a

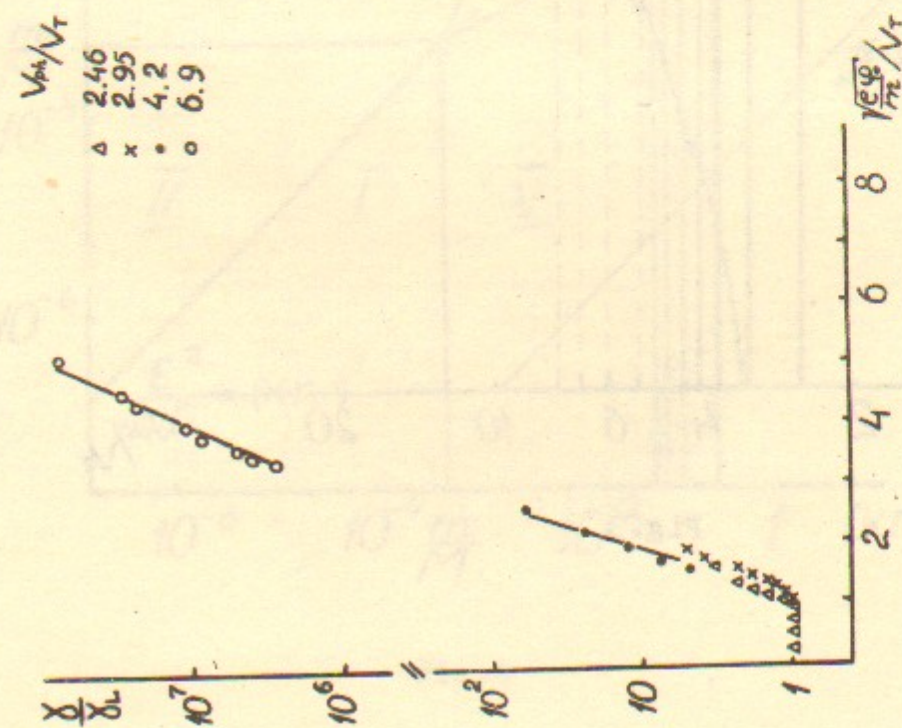


Fig. 2b



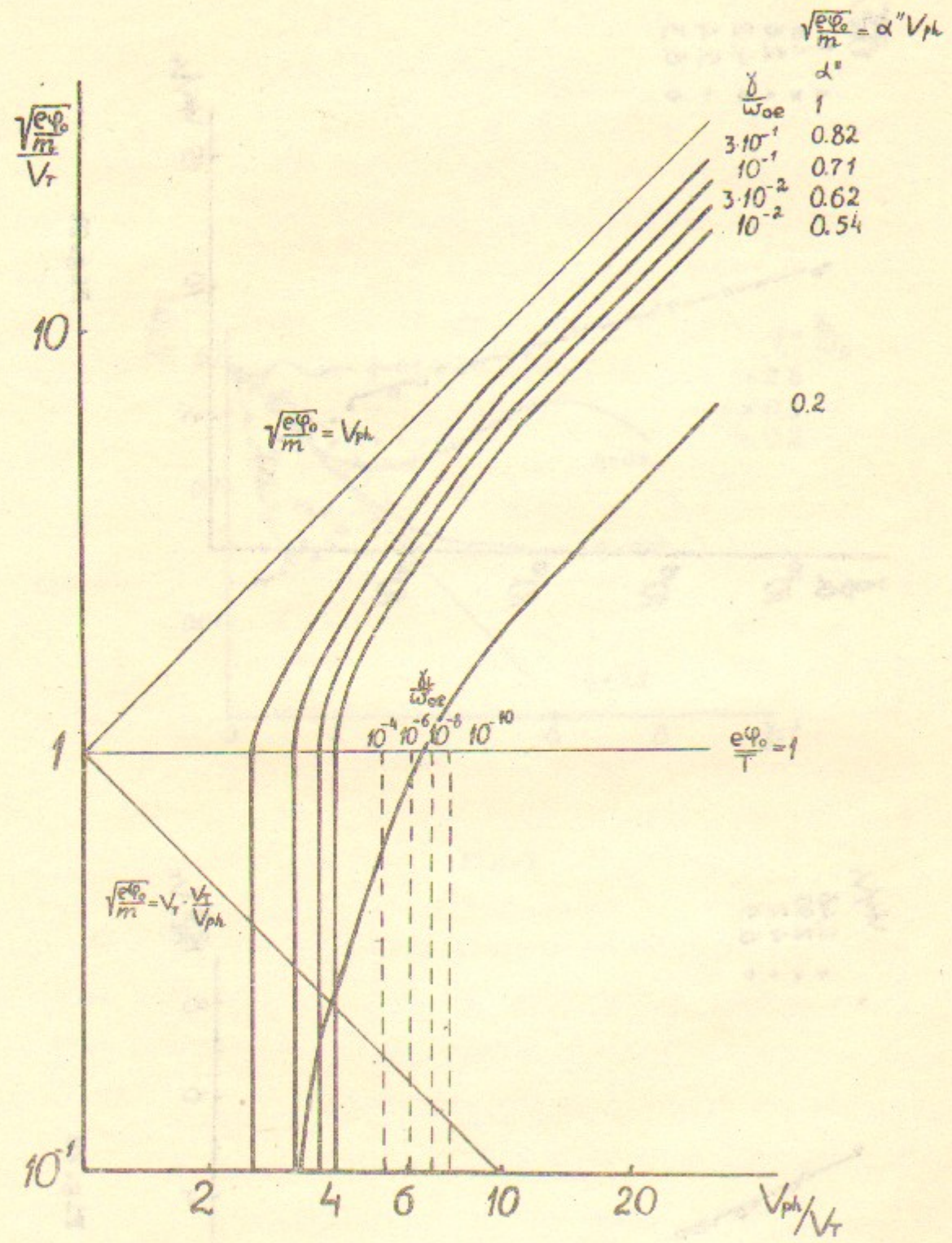


Fig. 3

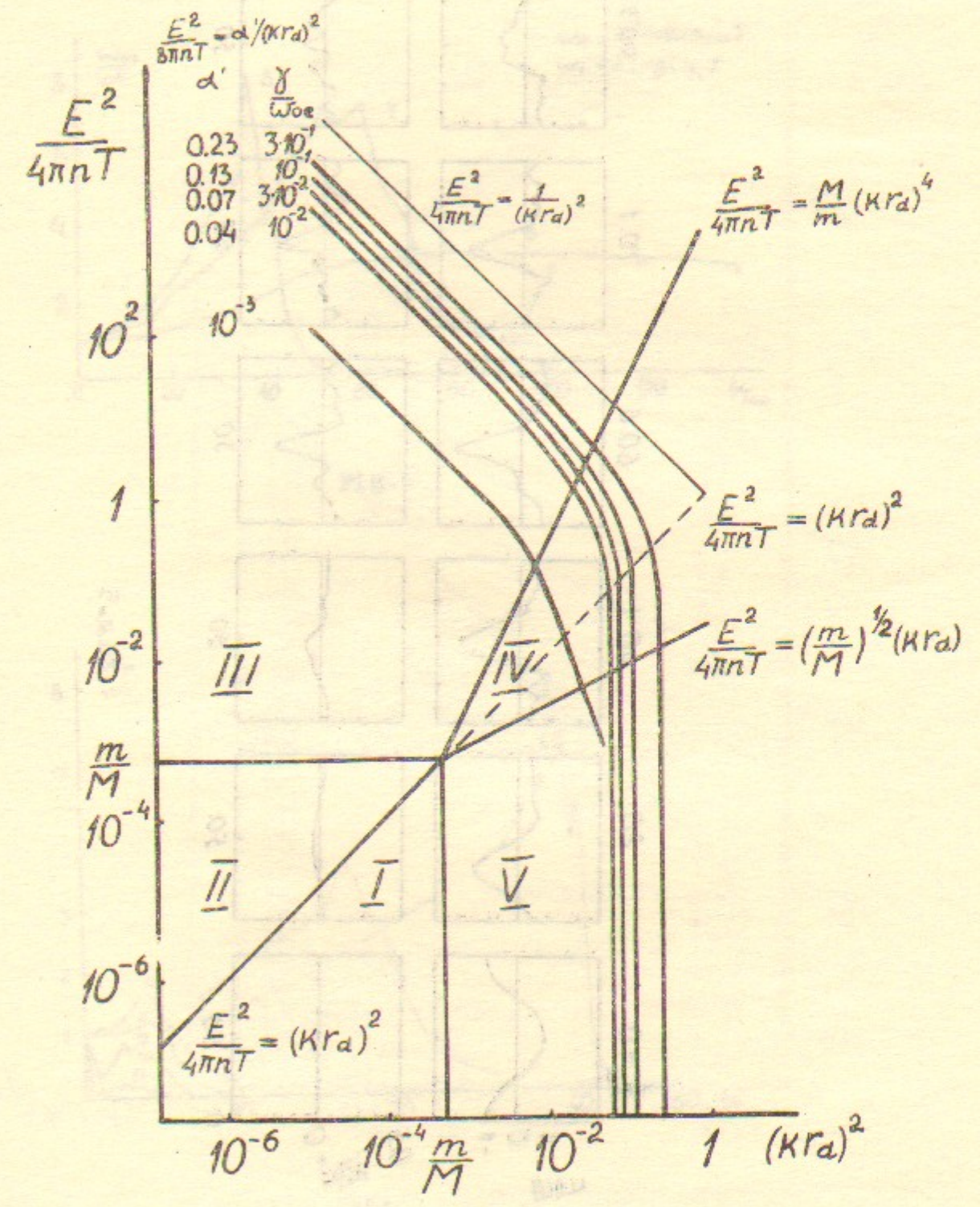


Fig. 4



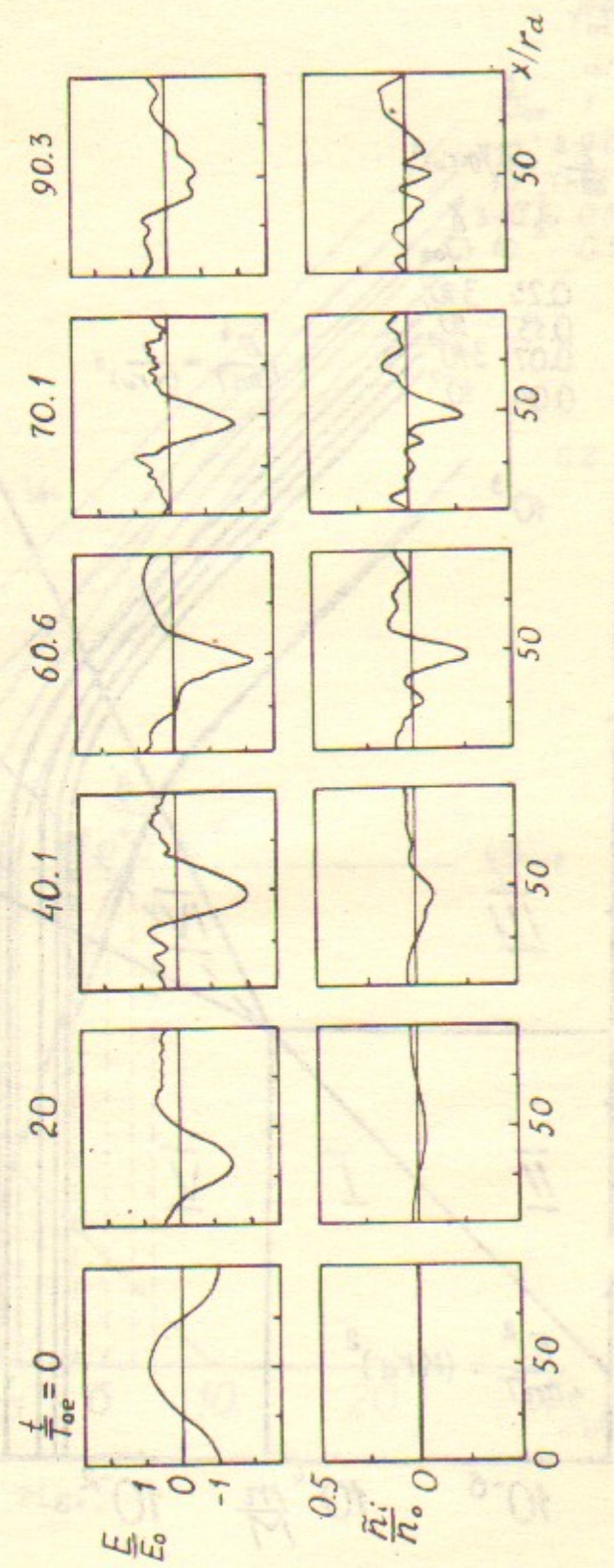


FIG. 5

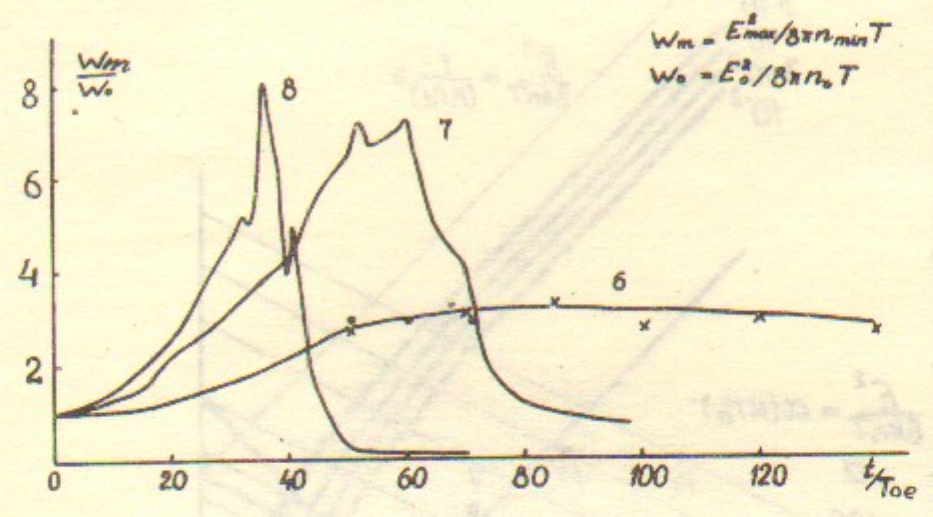


Fig. 6

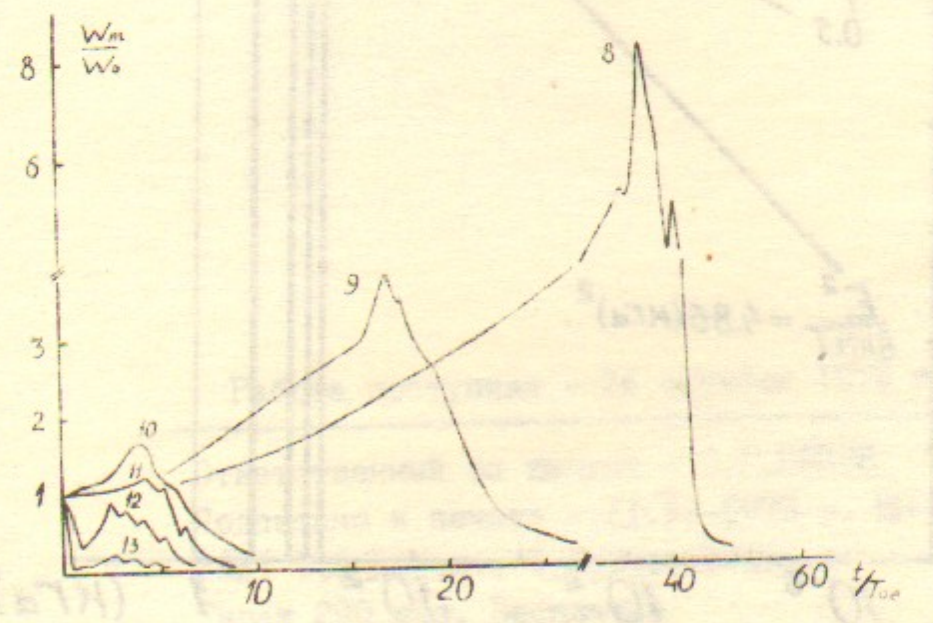


FIG. 7



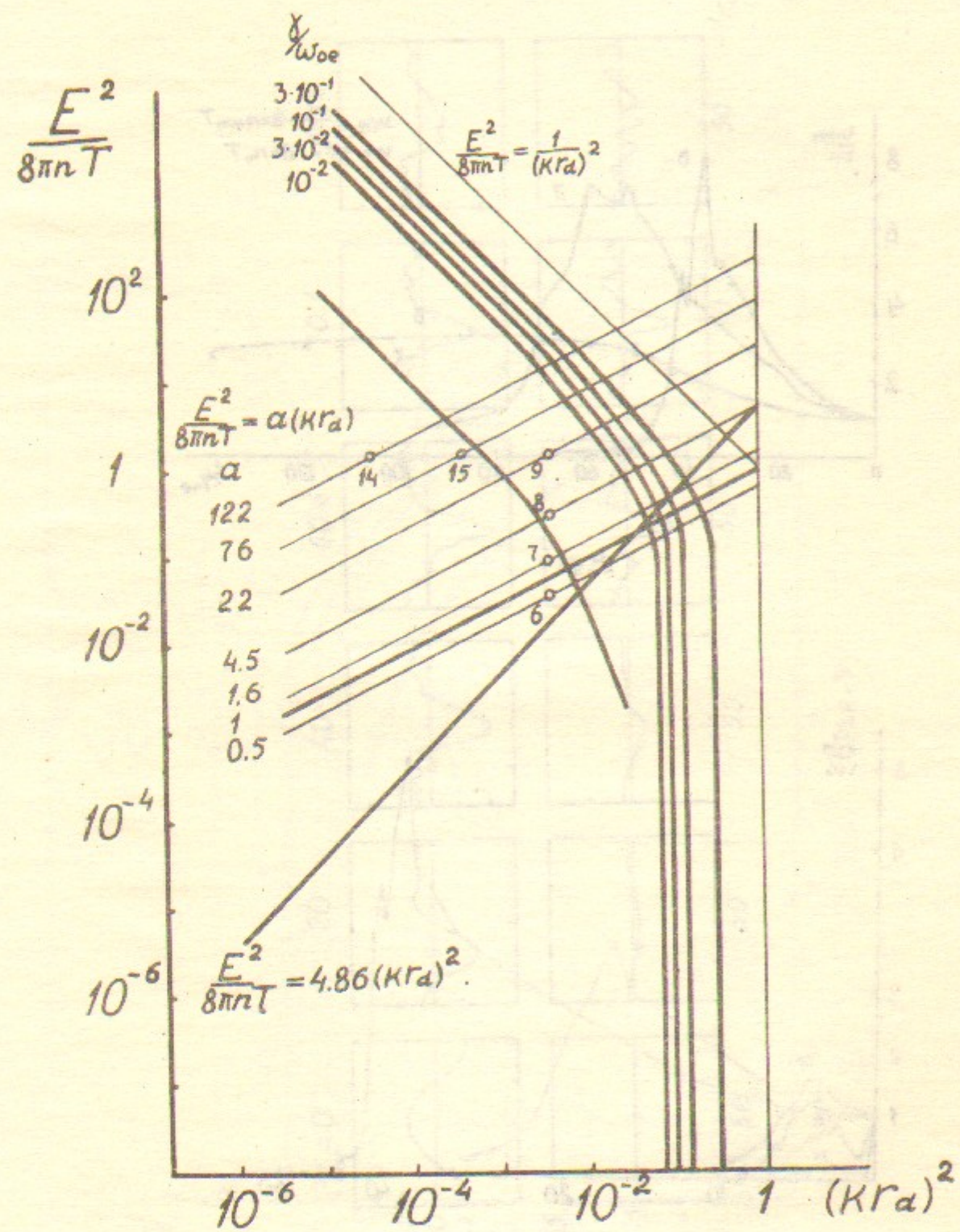


Fig. 8

Работа поступила - 24 октября 1979 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ  
 Подписано к печати - 21.XI-1979 г. МН 06786  
 Усл. 1,5 печ.л., 1,3 учетно-изд.л.  
 Тираж 290 экз. Бесплатно  
 Заказ № II5.

Отпечатано на ротапинтере ИЯФ СО АН СССР