

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

**ЗАТУХАНИЕ ОДНОМЕРНОЙ  
ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ВОЛНЫ**

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 112

Новосибирск

# ЗАТУХАНИЕ ОДНОМЕРНОЙ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ВОЛНЫ

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

## А Н Н О Т А Ц И Я

Методом численного эксперимента (метод "частиц в ячейках") при неподвижных ионах исследовано затухание одномерных ленгмюровских волн в широком диапазоне начальных параметров  $E_0^2/8\pi nT \sim 3 \cdot 10^{-4} - 10^2$ ,  $V_\phi/V_T \sim 2,5 - 20$ ;  $\sqrt{e\varphi_0}/V_T \sim 0,2 - 20$ .

Показано, что в области параметров таких, что  $e\varphi_0/T \leq 1$  затухание описывается декрементом затухания Ландау  $\gamma_L$ . В области  $e\varphi_0/T > 1$  декремент затухания больше  $\gamma_L$ , отношение  $\gamma/\gamma_L$  экспоненциально растет с ростом амплитуды и фазовой скорости волны. Показано, что механизм этого явления заключается в захвате и ускорении электронов волной вследствие сильного возмущения функции распределения по скоростям полем волны. Построены линии постоянного затухания в диапазоне  $\delta/\omega_{oe} \sim 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-1}$ , соответствующие начальным параметрам волн, затухающих с одинаковым декрементом.

THE DAMPING OF ONE-DIMENSIONAL  
LANGMUIR WAVE

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

A b s t r a c t

The numerical experiment (PIC-method) was made to investigate the damping of one-dimensional Langmuir waves in a wide range of parameters  $E_0^2/8\pi nT \sim 3 \cdot 10^{-4} - 10^2$ ,  $V_{ph}/V_T \sim 2,5 - 20$ ;  $\sqrt{e\varphi_0}/mV_T \sim 0,2 - 20$ . It was shown that in the region of parameters  $e\varphi_0/T \lesssim 1$  Landau damping takes place. In the region  $e\varphi_0/T > 1$  the damping is much more than Landau damping, the ratio  $\delta/\delta_L$  increases exponentially with the increase of the wave amplitude and phase velocity. The mechanism of this phenomena is the trapping and acceleration of plasma electrons by the wave due to high perturbation of the electron velocity distribution function by the wave field. The curves of the constant damping rate were found in the region of  $\delta/\omega_{oe} \sim 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-1}$ . These curves give the initial parameters of the waves damping with equal rate.

Ранее при исследовании модуляционной неустойчивости и затухания ленгмюровских волн мы столкнулись с тем, что декремент затухания может существенно превосходить декремент затухания Ландау /1,2/. В настоящей работе мы исследовали затухание ленгмюровских волн в широком диапазоне параметров, считая ионы неподвижными, что позволяет исключить модуляционную неустойчивость и конверсию.

Найдено, что затухание описывается декрементом затухания Ландау  $\delta_L$  в области достаточно малых амплитуд  $e\varphi_0/T \lesssim 1$  ( $\sqrt{e\varphi_0}/mV_T \lesssim V_T$  или  $E_0^2/8\pi nT \lesssim \frac{1}{2}(k_0 r_d)^2$ ). В области  $e\varphi_0/T > 1$  отличие  $\delta$  от  $\delta_L$  экспоненциально нарастает с ростом амплитуды и фазовой скорости. Показано, что механизм этого явления связан с сильным возмущением функции распределения электронов по скоростям, что приводит к захвату и ускорению значительной доли электронов.

Затухание ленгмюровских волн конечной амплитуды хорошо исследовано: теория затухания волн малой амплитуды  $e\varphi_0/T \ll 1$  /3/ хорошо согласуется с результатами лабораторных /4-6/ и численных /7/ экспериментов. Наши результаты также согласуются с ней в области  $e\varphi_0/T \lesssim 1$  /1/. В лабораторных /8/ и численных /9-II/ экспериментах в области  $e\varphi_0/T > 1$  и ранее наблюдались декременты затухания, большие, чем  $\delta_L$ , однако, систематического изучения этого явления не проводилось.

Метод расчета

Для численного моделирования используется метод "частиц в ячейках". Рассматривается одномерная система с периодическими граничными условиями. Для понижения начального уровня шумов применяется метод "спокойного старта". Ионы задаются неподвижными ( $\frac{M}{m} = 10^{10}$ ) и равномерно распределяются по длине системы.

Контроль правильности расчета проводится по сохранению полной энергии и импульса системы и по независимости результатов от счетных параметров.

Ленгмюровская волна с полем  $E(x, t) = -E_0 \cos(\omega_0 t - k_0 x)$  задается в начальный момент времени возмущением плотности и скоростей электронов.

$$\delta n/n_0 = k_0 E_0 / 4\pi e n_0 \sin(\omega_0 t - k_0 x)$$

$$\delta v(x, t) = \omega_0 E_0 / 4\pi e n_0 \sin(\omega_0 t - k_0 x)$$

Длина волны  $\lambda_0 = 2\pi/k_0$  задается равной длине системы  $L$ ,  $\omega_0^2 = \omega_{oe}^2 + 3k_0^2 v_T^2$ .

Для электронов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям. Поскольку число частиц ограничено (в нашем случае  $N_0 = 10^4$ ), функция распределения по скоростям  $f(v)$  обрезана на некоторой предельной скорости  $V_m$ . При работе со "спокойным стартом" вид  $f(v)$  определяется видом  $f(v)$  в одной ячейке, так что  $V_m$  определяется числом частиц в ячейке  $n_0$ . Численные эксперименты проводились с  $n_0 = 100$ ,  $V_m = 2,15 v_T$ , при этом обрезано 1,6% электронов полной функции распределения.

При исследовании явлений, связанных с захватом электронов, это существенно, т.к. определяет предельные параметры волн, которые могут изучаться: параметры должны быть такими, чтобы захватывались электроны с начальными скоростями

$v \leq 2,15 v_T$ . Такую границу применимости дает найденная нами ранее граница захвата электронов с  $v \sim 2 v_T / 1,2$ . Явления, определяемые захватом электронов с  $v > 2,15 v_T$  (область параметров волны ниже границы захвата) наблюдать нельзя, т.к. таких электронов в нашем распределении нет. Отсутствие их может привести к некоторым ошибкам и в области выше границы захвата, т.к. число захваченных электронов оказывается меньше, чем должно быть для полной функции распределения.

Для проверки отсутствия ошибок такого сорта сравнивались декременты, полученные при разных  $V_m$ . Для малых длин волн  $V_m$  менялось в диапазоне  $(1,3-2,82) v_T$ , для больших  $(1,3-2,15) v_T$ . Оказалось, что декремент чувствителен к из-

менению  $V_m$ , соответствующему изменению числа обрезанных электронов на 1-2%, только в непосредственной близости от границы захвата и не зависит от таких изменений уже при параметрах, соответствующих линии постоянного декремента  $\gamma/\omega_{oe} \sim 3 \cdot 10^{-2}$ . Таким образом, эту линию и можно считать границей применимости нашего численного эксперимента в области  $e\varphi_0/T > 1$ .

Приведем некоторые обозначения, которые будут использоваться в тексте.

- $E$  - нормированная амплитуда поля, равная  $\frac{eE/m}{Fd/T_{oe}^2}$
- $E_0, \varphi_0, \omega_0, \lambda_0, k_0, v_T$  - амплитуда поля и потенциала, частота, длина волны, волновой вектор, фазовая скорость в начальный момент времени.
- $\omega_{oe}, T_{oe}$  - частота и период плазменных колебаний.
- $v_T$  - тепловая скорость
- $E_0^2/8\pi n T$  - плотность энергии в начальный момент времени
- $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}$  - возмущение скорости
- $v = v_{\phi} \pm 2\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} \sin \frac{\pi}{\lambda_0} (x - x_0)$  - сепаратриса, ограничивающая область захвата
- $\omega_B = k_0 \sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}; T_B = \frac{2\pi}{\omega_B}$  - частота и период фазовых колебаний захваченных частиц.
- $t_{max}$  - момент, когда захваченные электроны достигают максимальной скорости
- $\frac{\Delta N}{N}$  - число захваченных электронов в процентах
- $\gamma$  - декремент затухания
- $\frac{\gamma}{\omega_{oe}} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{oe} \omega_0^2}{k_0^3 v_T^3} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\omega_0^2}{k_0^2 v_T^2}\right)$  - декремент затухания Ландау

Затухание, Зависимость декремента от амплитуды и фазовой скорости

Численные эксперименты проводились в широком диапазоне параметров волны:  $V_{\phi}/V_T \sim 2,5-20$ ,  $E_0^2/8\pi nT \sim 3 \cdot 10^{-4} \div 10^2$ ;  $\sqrt{e\varphi_0}/V_T \sim 0,2-20$ ;  $\sqrt{e\varphi_0}/V_{\phi} \sim 0,1-0,8$ . Исследовалось затухание при изменении амплитуды при заданной  $V_{\phi}$  или при изменении фазовой скорости при заданной амплитуде  $E_0 = const$  или  $\sqrt{e\varphi_0} = const$ . На Рис.1а,б и в таблицах I-III приведены начальные параметры волны в разных циклах измерений.

Уже говорилось, что затухание волн малой конечной амплитуды исследовано достаточно подробно. Для таких волн при условии  $\omega/\omega_B \gg (V_{\phi}/V_T)^2$  или  $\sqrt{e\varphi_0}/V_T \ll V_T/V_{\phi}$  или  $\frac{e\varphi_0}{T} \ll (\frac{V_T}{V_{\phi}})^2$  построена теория [3]. С ней хорошо согласуются результаты тщательно выполненных лабораторных [4-6] и численных [7] экспериментов, в которых исследовалось затухание волн малой амплитуды  $e\varphi_0/T \ll 1$  и  $\omega/\omega_B > V_{\phi}/V_T$ , хотя условие применимости теории  $e\varphi_0/T \ll (V_T/V_{\phi})^2$  выполнялось не всегда. Эти результаты представлены на Рис.2 сплошными кривыми  $E/E_0 = f(\chi_L t)$  с параметром  $q = \delta_L/\omega_B$ . Видно, что характер кривых меняется в зависимости от параметра  $q$ . При малых  $q$  амплитуда вначале падает, затем вновь возрастает и в дальнейшем колеблется с периодом колебаний захваченных частиц. Однако, на начальной стадии всегда имеет место затухание и декремент затухания совпадает с декрементом Ландау.

На Рис.2 приведены также результаты наших численных экспериментов. В области малых  $E_0$  и  $V_{\phi}$  ( $e\varphi_0/T \lesssim 1$ ) наши результаты совпадают с теоретическими, т.ч. начальное затухание описывается декрементом  $\chi_L$ . Однако, с ростом амплитуды и фазовой скорости в области  $e\varphi_0/T > 1$  декремент возрастает по сравнению с  $\chi_L$  (Рис.2,  $q = 0,2$ ). Зависимость  $E(t)$  и здесь имеет сложный характер, но начальная стадия всегда соответствует затуханию. Далее мы будем исследовать только эту начальную стадию. Зависимость  $E(t)$  на этой стадии близка к экспоненциальной во всей области исследованных параметров, так

Таблица I

N	I-1	I-2	I-3	I-4	I-5	I-6	I-7	I-8
$V_{\phi}/V_T$	2,46	2,95	4,2	6,9	9,4	11,2	16	22,4
$\lambda_0/r_d$	II	15	24	42	58	70	100	140
$K_0 r_d$	0,57	0,42	0,26	0,15	0,11	0,09	0,063	0,045
$(K_0 r_d)^2$	$3,3 \cdot 10^{-1}$	$1,7 \cdot 10^{-1}$	$6,8 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$
$E_0$	I-60	II-60	26-70	70-170	119-250	170-250	240-450	333-591
$E_0^2/8\pi nT$	$3 \cdot 10^{-4}$ -I,1	$3,9 \cdot 10^{-2}$ I,2	0,2-1,6	1,6-9,3	4,5-20	9,3-20	18,5-65	35,5-112
$\sqrt{e\varphi_0}/V_T$	0,2-1,6	0,8-1,9	1,6-2,6	3,5-5,4	5,3-7,6	6,9-8,4	9,8-13,5	13,7-18,3
$\sqrt{e\varphi_0}/V_{\phi}$	$8 \cdot 10^{-2}$ -0,8	0,28-0,65	0,38-0,62	0,5-0,78	0,56-0,81	0,61-0,75	0,61-0,84	0,61-0,82
$e\varphi_0/T$	$4 \cdot 10^{-2}$ -2,7	0,7-3,6	2,5-6,8	11,9-28,8	28-58,4	48-70,5	96,7-181	188-334
$\frac{\Delta N}{N_0} \%$	0-20	I-13	I-7	I-II	I-12	2-7,5	I-13	0,5-10
$\delta_L/\omega_{oe}$	0,32	0,17	$6 \cdot 10^{-3}$	I-10-8	$4 \cdot 10^{-17}$	$2 \cdot 10^{-25}$	$6 \cdot 10^{-53}$	$2 \cdot 10^{-105}$
$\delta/\omega_{oe}$	0,32-I	0,17-0,96	0,03-0,4	0,03-0,65	0,03-0,8	0,04-0,2	0,03-0,8	0,02-0,3
$\delta/\delta_L$	I,0-3,4	I,0-5,6	5-60	$\sim 10^6-10^8$	$\sim 10^{15}-10^{16}$	$\sim 10^{23}-10^{24}$	$\sim 10^{50}-10^{52}$	$\sim 10^{102}-10^{104}$

Таблица II

N	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6	2-7
$E_0$	9	17,7	30	70,4	119	170	250
$E_0^2/8\pi nT$	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-1}$	0,29	1,6	4,54	9,27	20
$V\varphi/V_T$	$2,60-3,76$	$2,46-3,35$	$2,46-4,2$	$4,2-6,9$	$5,1-9,4$	$6,9-12,9$	$8,45-16$
$\lambda_0/r_d$	12-21	11-18	11-24	24-42	30-58	42-80	52-100
$K_0 r_d$	$0,52-0,3$	$0,57-0,35$	$0,57-0,26$	$0,26-0,15$	$0,21-0,11$	$0,15-0,078$	$0,12-0,063$
$(K_0 r_d)^2$	$0,27-0,09$	$0,33-0,12$	$0,33-0,068$	$0,068-0,022$	$0,044-0,012$	$0,022-6,2 \cdot 10^{-3}$	$0,015-3,9 \cdot 10^{-3}$
$\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T$	$0,66-0,87$	$0,89-1,13$	$1,2-1,7$	$2,6-3,5$	$3,8-5,3$	$5,4-7,4$	$7,2-10$
$\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_0$	$0,25-0,23$	$0,36-0,34$	$0,47-0,41$	$0,62-0,50$	$0,75-0,57$	$0,78-0,58$	$0,86-0,63$
$e\varphi_0/T$	$0,44-0,76$	$0,78-1,3$	$1,3-2,9$	$6,8-12$	$14,4-28$	$29-55$	$52-100$
$\frac{\Delta N}{N_0} \%$	$1-1 \cdot 10^{-1}$	4-1	8-1	7-1	12-1	11-0,5	15-1
$\delta_L/w_{oe}$	$0,29-0,025$	$0,32-0,074$	$0,32-6 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}-10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-4}-4 \cdot 10^{-17}$	$10^{-8}-2 \cdot 10^{-33}$	$10^{-13}-6 \cdot 10^{-53}$
$\delta/w_{oe}$	$0,29-0,025$	$0,32-0,074$	$0,6-5 \cdot 10^{-2}$	$0,4-3 \cdot 10^{-2}$	$0,6-3 \cdot 10^{-2}$	$0,65-2 \cdot 10^{-2}$	$0,95-3 \cdot 10^{-2}$
$\delta/\delta_L$	$1,0-1,0$	$1,0-1,0$	2-8,3	$\sim 60-10^{-6}$	$\sim 10^3-10^{15}$	$\sim 10^7-10^{31}$	$\sim 10^{13}-10^{51}$

Таблица III

N	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6
$\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T$	I	1,6	2,6	4,2	5,4	6,3
$e\varphi_0/T$	I	2,5	6,8	17,3	28,8	39,7
$V\varphi/V_T$	$2,46-3,35$	$2,95-4,2$	$3,76-5,53$	$6-7,5$	$6,9-9,4$	$8,5-10,8$
$\lambda_0/r_d$	11-18	15-24	21-33	36-46	42-58	52-67
$K_0 r_d$	$0,57-0,35$	$0,42-0,26$	$0,3-0,19$	$0,17-0,14$	$0,15-0,11$	$0,12-0,094$
$(K_0 r_d)^2$	$0,33-0,12$	$0,17-0,07$	$0,1-0,036$	$0,03-0,019$	$0,022-0,012$	$0,015-8,8 \cdot 10^{-3}$
$E_0$	$22,8-13,8$	40-26	$80,5-51,2$	119-93	170-119	190-147
$E_0^2/8\pi nT$	$0,17-6 \cdot 10^{-2}$	$0,51-0,22$	$2,08-0,84$	$4,5-2,8$	$9,3-4,5$	$11,5-7$
$\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T$	$0,41-0,3$	$0,53-0,38$	$0,69-0,47$	$0,69-0,55$	$0,78-0,57$	$0,75-0,58$
$\Delta N/N_0 \%$	5-0,7	6,3-0,7	11,8-0,9	7,5-1	11-1	9-1
$\delta_L/w_{oe}$	$0,32-0,074$	$0,17-6,4 \cdot 10^{-3}$	$0,025-2,3 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-6}-2,10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-8}-4 \cdot 10^{-17}$	$1 \cdot 10^{-13}-4 \cdot 10^{-23}$
$\delta/w_{oe}$	$0,4-0,074$	$0,4-0,03$	$0,6-0,05$	$0,2-0,04$	$0,4-0,03$	$0,2-0,02$
$\delta/\delta_L$	1,2-1	2,4-4,7	$25-2 \cdot 10^3$	$10^5-10^8$	$10^7-10^{15}$	$10^{12}-10^{21}$

что мы будем описывать затухание декрементом  $\gamma$ ,  $E = E_0 \exp(-\gamma t)$

В области малых  $E_0$  и  $V_\phi$  декремент затухания совпадает с декрементом затухания Ландау. Действительно, в этой области кривые  $E/E_0 = f(\gamma_L t)$  совпадают с теоретическими (Рис.2), декремент не зависит от амплитуды (Рис.3а,б кривые I-1, I-2), меняется с фазовой скоростью также, как  $\gamma_L$  (Рис.4а,б кривая 2-1, Рис.5а,б кривая 3-1) и по величине совпадает с  $\gamma_L$ .

С увеличением амплитуды и фазовой скорости декремент начинает возрастать по сравнению с  $\gamma_L$  (Рис.3-5). Оказывается, что  $\gamma = \gamma_L$  в области начальных параметров волны таких, что  $\sqrt{e\varphi_0}/m < v_T$  или  $E_0^2/8\pi nT < \frac{1}{2} (k_0 r_d)^2$ , т.е. при условии  $e\varphi_0/T < 1$ . Это четко видно из Рис.1а,б, где начальные параметры волн, затухающих с  $\gamma = \gamma_L$  или  $\gamma > \gamma_L$  обозначены разными знаками.

На Рис.3а,б; 6 представлены кривые зависимости декремента от амплитуды при постоянной  $V_\phi$  (таблица I)  $\gamma/\omega_{ce} = f(x)$  и  $\gamma/\omega_{ce} = f(x^{1/2})$ , где  $x = \sqrt{e\varphi_0}/v_T$ . Видно, что декремент не зависит от амплитуды до  $x \sim 1$ , а далее начинает нарастать. При разных  $V_\phi$  точки  $\gamma/\omega_{ce}$  ложатся на разные кривые, причем наклон кривых  $\lg \gamma/\omega_{ce} = f(x)$  зависит от величины  $V_\phi/v_T$  (Рис.3а). Зависимость  $\lg \gamma/\omega_{ce} = f(x^{1/2})$

в некоторой области  $\gamma$  ( $\gamma/\omega_{ce} \sim 3 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-1}$ ) можно приближенно описать параллельными прямыми (Рис.6). Это позволяет описать их формулой типа  $\gamma/\omega_{ce} \sim a(V_\phi) \exp(b x^{1/2})$ . Из наклона прямых находим  $b = 5$ . Экстраполяцией к  $x = 0$  находим  $a$ , зависящее от  $V_\phi$ . Зависимость  $\lg a = f(V_\phi)$  можно приближенно описать прямой, по которой находим  $a \sim 10^{-2} \exp(-V_\phi/v_T)$ .

На Рис.4,5 представлены зависимости декремента от фазовой скорости при постоянной амплитуде  $E_0$  (таблица II) и  $\sqrt{e\varphi_0}/m$  (таблица III). Видно, что при малых амплитудах декремент совпадает с декрементом затухания Ландау. При больших амплитудах зависимость  $\gamma$  от  $V_\phi$  становится более слабой, причем  $\gamma$  возрастает с амплитудой. Наклон кривых Рис.4а зависит от амплитуды. Кривые Рис.5а в области  $\gamma/\omega_{ce} \sim 3 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-1}$  можно приближенно описать параллельными прямыми. Это позволяет описать

их формулой типа  $\gamma/\omega_{ce} \sim c(x) \exp(-d V_\phi/v_T)$ . Из наклона кривых находим  $d \sim 1$ . Зависимость  $c$  от  $x = \sqrt{e\varphi_0}/v_T$  оказывается возможным достаточно хорошо описать зависимостью  $c \sim 10^{-2} \exp(5 x^{1/2})$ .

Таким образом, по зависимости  $\gamma/\omega_{ce}$  от амплитуды или от фазовой скорости можно получить одинаковую формулу, приближенно описывающую зависимость  $\gamma$  от начальных параметров волны в диапазоне значений  $\gamma/\omega_{ce} \sim 3 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-1}$ .

$$\gamma/\omega_{ce} \sim 10^{-2} \exp(-V_\phi/v_T) \exp[5 (\sqrt{e\varphi_0}/v_T)^{1/2}]$$

### Механизм затухания

Каков механизм, приводящий к росту декремента по сравнению с декрементом затухания Ландау? Можно предполагать, что это захват электронов с такими начальными скоростями, что они не были захвачены в начальный момент времени.

Приведем схему, показывающую, чем различаются явления, приводящие к затуханию с  $\gamma = \gamma_L$  или с  $\gamma > \gamma_L$  в случае волны конечной амплитуды и максвелловской функции распределения электронов плазмы. На Рис.7а,б схематически показаны фазовые плоскости в момент  $t = 0$  и в момент  $t = \frac{1}{4} T_B$ , когда захваченные частицы совершили  $\sim 1/4$  оборота на фазовой плоскости. Рис.7а соответствует случаю, когда нет захвата электронов, не захваченных в  $t = 0$ , Рис.7б - случаю, когда такой захват есть. Если функция распределения полная (необрезана), то в начальный момент времени в области захвата, ограниченной сепаратрисой, оказываются частицы с соответствующими фазами и скоростями, т.ч. эти частицы захвачены с самого начала. Их движение на фазовой плоскости в течение  $1/2 T_B$ , а также движение незахваченных частиц приводит к затуханию с  $\gamma = \gamma_L$  за счет того, что ускоряется больше частиц, чем тормозится. Этот эффект и учтен в теории затухания волн конечной амплитуды /3/. Во втором случае это явление остается, но, кроме того, из-за большого возмущения скоростей незахваченных в  $t = 0$  электронов идет их захват из области функции распределения, где число электронов велико, т.ч. число ускоряющихся электронов сильно возра-

стает, что должно привести к росту декремента затухания.

Эта гипотеза в численном эксперименте подтверждается анализом фазовых плоскостей и зависимости числа захваченных электронов от начальных параметров волны.

В /I/ был подробно рассмотрен случай 1, аналогичный случаю Рис.7а (цикл I-1,  $V_{\phi}/V_T = 2,46$ ,  $E_0 = 1$ ,  $\sqrt{e\phi_0}/V_T = 0,2$ ). В этом случае при  $N_0 \sim 10^3$  максимальная скорость невозмущенных электронов  $V_m \sim 2,82 V_T \sim V_{\phi} + 2\sqrt{e\phi_0}/m$ , так что в  $t = 0$  вся область захвата заполнена электронами. Параметры волны лежат ниже границы захвата электронов с  $V \sim 2V_T$ , т.ч. заметного захвата новых электронов нет. Как было показано в /I/, декремент затухания равен  $\gamma_L$ .

Движение частиц на фазовой плоскости в случае, аналогичном Рис.7а хорошо видно в случае 2, когда  $V_m \sim V_{\phi}$  (цикл I-1,  $V_{\phi}/V_T = 2,46$ ;  $E_0 = 6$ ;  $\sqrt{e\phi_0}/V_T = 0,5$ ;  $\gamma = \gamma_L$ ). На Рис.8а-г показаны фазовые плоскости в разные моменты времени от  $t = 0$  до  $t_{max}$ . Этот случай еще близок к случаю Рис.7а, хотя начальные параметры волны лежат выше границы захвата, т.ч. должны захватываться новые электроны.

Случай типа Рис.7б с захватом новых электронов легко наблюдать, когда  $V_m$  меньше нижней границы сепаратрисы  $V_{\phi} - 2\sqrt{e\phi_0}/m$ , т.ч. в  $t = 0$  в области захвата частиц нет. Для примера рассмотрим случай 3 с малой фазовой скоростью (цикл I-2,  $V_{\phi}/V_T = 2,95$ ;  $E_0 = 25$ ;  $\sqrt{e\phi_0}/V_T = 1,2$ ;  $\gamma/\gamma_L = 1,1$ ). На Рис.9 а-г показаны фазовые плоскости в разные моменты времени. Видно, что в  $t = 0$  в области захвата частиц нет. Сильное возмущение скоростей частиц волной приводит к захвату и ускорению значительно количества частиц. Поскольку амплитуда падает, заметное число частиц выходит из захвата с большими скоростями  $V > V_{\phi}$ , некоторая часть частиц остается захваченной.

Рассмотрим также случай 4 типа Рис.7б с большой фазовой скоростью (цикл I-6,  $V_{\phi}/V_T = 16$ ;  $E_0 = 350$ ;  $\sqrt{e\phi_0}/V_T = 11,9$ ;  $\gamma/\gamma_L \sim 10^{52}$ ). Фазовые плоскости для этого случая показаны на Рис.10 а-г. В этом случае захват идет в основном на траек-

тории, близкие к сепаратрисе, так что значительная часть частиц выходит из захвата с очень большими скоростями

$$\sim V_{\phi} + 2\sqrt{e\phi_0}/m \sim 28 V_T, \text{ поглощая большую энергию.}$$

Исследуем зависимость числа захваченных электронов от начальных параметров волны. Число захваченных электронов в случаях типа Рис.7б можно оценить по числу электронов со скоростями большими  $V_{\phi}$  в  $t \sim t_{max}$ . Действительно, в  $t = 0$  электронов с  $V > V_{\phi}$  нет, они появляются только в результате захвата и за  $\Delta t \sim \frac{1}{4} T_B \sim t_{max}$  ускоряются до максимальной скорости.

Зависимость числа захваченных электронов  $\Delta N$  от начальных параметров волны при изменении амплитуды или фазовой скорости показана на Рис.11, 12. Зависимость  $\Delta N/N_0$  от  $x = \sqrt{e\phi_0}/V_T$  при  $V_{\phi} = const$  представляет собой набор прямых с разным наклоном, поэтому мы приводим график  $\lg \Delta N/N_0 = f(x^{1/2})$  (Рис.11). В области  $\Delta N/N_0 \sim 1-10\%$  эти кривые можно приближенно представить как параллельные прямые, что позволяет описать их формулой типа  $\Delta N/N_0 \sim a(V_{\phi}) \exp(b x^{1/2})$ . Определение коэффициентов дает  $b \sim 5$ ,  $a \sim 10^{-0.5} \exp(-V_{\phi}/V_T)$ .

Зависимость  $\lg \Delta N/N_0$  от  $V_{\phi}/V_T$ , при  $\sqrt{e\phi_0}/m = const$  показана на Рис.12. В области  $\Delta N/N_0 \sim 1-10\%$  эти кривые также можно представить как параллельные прямые и приближенно описать их такой же, как и в предыдущем случае, формулой

$$\Delta N/N_0 \sim 10^{-0.5} \exp(-V_{\phi}/V_T) \exp(5 x^{1/2}).$$

Таким образом, зависимость  $\Delta N/N_0$  от параметров такая же, как и для декремента затухания.

Можно ожидать, что значения  $\gamma$ , полученные в разных циклах, должны лечь на одну кривую  $\gamma/\omega_{ce} = f(\Delta N/N_0)$ . Эта зависимость, полученная при изменении амплитуды, показана на Рис.13, 14; при изменении фазовой скорости при  $\sqrt{e\phi_0}/V_T = const$  на Рис.15. Из Рис.13 видно, что точки, полученные в циклах I-3 - I-6, лежат довольно близко, но I-1 и I-2 существенно отличаются от них. Если предположить в согласии с нашей гипотезой, что затухание Ландау и затухание, связанное с захватом,



независимы и построить  $(\gamma - \gamma_L)/\omega_{oe} = f(\Delta N/N_0)$  (Рис. I4), то оказывается, что точки, полученные в циклах, ложатся близко к одной прямой  $\delta/\omega_{oe} \sim 10^{-1.5} \Delta N/N_0$ . Из Рис. I5 видно, что и здесь точки, полученные в разных циклах, ложатся близко к прямой  $\delta/\omega_{oe} \sim 10^{-1.5} \Delta N/N_0$ .

Подставляя в эти формулы зависимость  $\Delta N/N_0$  от  $\sqrt{e\varphi_0}/V_T$ ,  $V_\phi/V_T$ , получим для  $\delta/\omega_{oe}$  ту же формулу, которую мы получили ранее непосредственно.

Таким образом, наша гипотеза, что увеличение затухания по сравнению с затуханием Ландау связано с захватом электронов в результате сильного возмущения функции распределения, подтверждается.

Проверим эту гипотезу еще одним способом — сравнением с оценкой числа электронов, которые могут быть захвачены, если функция распределения максвелловская. Предположим, что возмущение скорости  $\delta v = \sqrt{e\varphi_0}/m$  и, что захватываются электроны с возмущенной скоростью  $\tilde{v} \sim V_\phi$ . Тогда все электроны с начальными скоростями в интервале  $(V_\phi - \sqrt{e\varphi_0}/m) - V_\phi$  будут захвачены и их число можно оценить по максвелловской функции распределения как число электронов в этом интервале.

На Рис. I6, I7 показаны расчетные кривые  $\frac{\Delta N}{N_0} = f(\sqrt{e\varphi_0}/V_T)$  и  $\frac{\Delta N}{N_0} = f(V_\phi/V_T)$  и приведены точки из численного эксперимента. Видно, что при небольших амплитудах, когда  $V_T < \sqrt{e\varphi_0}/m < 3V_T$  оценка и численный эксперимент хорошо согласуются (Рис. I6, кривые I-I - I-3), что еще раз подтверждает гипотезу о захвате.

При увеличении амплитуды и фазовой скорости появляется и возрастает различие численного эксперимента и оценки. Это неудивительно, т.к. оценка в этой области может оказаться несправедливой. Действительно, по фазовым плоскостям видно (Рис. I0), что захватываются электроны с возмущенной скоростью  $\tilde{v} < V_\phi$ . Кроме того, ясно, что при больших амплитудах, когда  $\sqrt{e\varphi_0}/m > 3V_T$  функция распределения сильно возмущается полем волны, т.ч. делать оценку числа захваченных электронов по невозмущенной  $f(v)$  нельзя.

Уже говорилось, что наши результаты относятся к такой области параметров, что захватываются электроны с начальными скоростями  $v \leq 2V_T$ . В области параметров, при которых должны захватываться электроны с  $v > 2V_T$ , мы работать не можем. Однако, в этой области декремент затухания также может существенно превосходить декремент затухания Ландау. Поэтому представляет интерес хотя бы качественно посмотреть зависимость декремента от амплитуды в этой области. Предположим, что в этой области (область ниже границы захвата — Рис. Iа, б) так же, как и в исследованной, при  $e\varphi_0/T \leq 1$   $\gamma = \gamma_L$ , а при  $e\varphi_0/T > 1$   $\delta/\omega_{oe} \sim 10^{-1.5} \Delta N/N_0$ . Будем определять  $\Delta N/N_0$  по максвелловской функции распределения так же, как это делалось выше. На Рис. I8 представлена построенная таким способом кривая  $\delta/\omega_{oe} = f(\sqrt{e\varphi_0}/V_T)$  и точки из численного эксперимента. Видно, что при малых  $V_\phi$  и небольших амплитудах  $\sqrt{e\varphi_0}/m \leq 3V_T$  они хорошо согласуются, с ростом  $V_\phi$  и амплитуды начинают расходиться. Можно предполагать, что и при больших  $V_\phi$  в области  $\sqrt{e\varphi_0}/m \leq 3V_T$  оценка дает хорошие результаты. Так что полная кривая должна включать участок  $\delta = \gamma_L$  при  $\sqrt{e\varphi_0}/m \leq V_T$ ,  $\delta/\omega_{oe} \sim 10^{-1.5} \Delta N/N_0$  при  $\sqrt{e\varphi_0}/m \leq 3V_T$  и, наконец, участок, исследованный в численном эксперименте, т.е. иметь вид, показанный пунктиром на Рис. I8.

Из Рис. I6-I8 видно, что приведенные выше формулы зависимости  $\delta/\omega_{oe}$  и  $\Delta N/N_0$  от  $\sqrt{e\varphi_0}/V_T$  и  $V_\phi/V_T$  имеют смысл в очень узкой области значений  $\frac{\Delta N}{N_0} \sim 1-10\%$  и  $\delta/\omega_{oe} \sim 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-1}$ . В области меньших значений зависимость от этих параметров должна быть более сильной.

#### Линии равного затухания

Ранее нами были построены кривые границы электронной нелинейности и границы захвата электронов, соответствующие начальным параметрам волны, при которых становится существенной электронная нелинейность или захват электронов с невозмущенными скоростями  $v \sim 2V_T$  /I,2/. В настоящей работе мы построили линии равного декремента, соответствующие начальным пара-

метрам волн, при которых затухание одинаково.

На Рис.19 показана найденная ранее граница захвата, линия, на которой число захваченных электронов  $\Delta N/N_0 \approx 1\%$  и линия, на которой  $\gamma/w_{oe} \approx 3 \cdot 10^{-2}$ . Видно, что в области  $e\varphi_0/T > 1$  линии  $\Delta N = const$  и  $\gamma = const$  практически совпадают и близки к линии границы захвата. При  $v_\phi/v_T > 7$  ( $(k_0 r_d)^2 < 10^3$ ) граница захвата и линии  $\Delta N = const$  и  $\gamma = const$  представляют собой прямые  $E_0^2/8\pi nT = \alpha'/(k_0 r_d)^2$ . Для границы захвата  $\alpha' \sim 6 \cdot 10^{-2}$ , для линии  $\gamma/w_{oe} \approx 3 \cdot 10^{-2}$   $\alpha' \sim 7 \cdot 10^{-2}$ . В области  $e\varphi_0/T < 1$  кривые расходятся. Линия  $\gamma = const$  в этой области представляет собой вертикальную прямую  $\gamma/w_{oe} = \gamma_L/w_{oe} = 3 \cdot 10^{-2}$ , для которой  $v_\phi/v_T = 3,7$ ;  $(k_0 r_d)^2 = 9 \cdot 10^{-2}$ .

По данным численного эксперимента построены линии постоянного затухания для  $\gamma/w_{oe} = 3 \cdot 10^{-2}$ ;  $10^{-1}$ ;  $3 \cdot 10^{-1}$ . Эти кривые приведены на Рис.20 а, б. Видно, что в области  $e\varphi_0/T \leq 1$  они представляют собой вертикальные прямые  $\gamma = \gamma_L$ . В области  $e\varphi_0/T > 1$ ,  $v_\phi/v_T > 7$  они могут быть представлены прямыми  $E_0^2/8\pi nT = \alpha'/(k_0 r_d)^2$  (Рис.20а) или  $\sqrt{e\varphi_0}/v_T = \alpha'' v_\phi/v_T$  (Рис.20б). В таблице IV приведены данные, характеризующие эти и ряд других линий  $\gamma = const$ , в том числе величины  $(v_\phi/v_T)_L$  и  $(k_0 r_d)_L$ , при которых декремент затухания Ландау имеет величину, равную заданному декременту. На Рис.21а, б приведены кривые  $\lg \alpha' = f(\gamma/w_{oe})$  и  $\lg \alpha'' = f(\gamma/w_{oe})$ . Видно, что точки хорошо ложатся на прямую, так что в исследованном диапазоне  $\gamma$  в области  $v_\phi/v_T > 7$  можно находить  $\alpha'$ ,  $\alpha''$  для любого  $\gamma$  линейной интерполяцией.

Возникает вопрос, нельзя ли построить линии  $\gamma = const$  с помощью экстраполяции в область меньших значений  $\gamma$ , для которых начальные параметры волн лежат ниже границы захвата. Оказывается, что линейная экстраполяция по кривым  $\gamma = f(E_0)$ ,  $\gamma = f(v_\phi)$ , а также  $\alpha' = f(\gamma)$  и  $\alpha'' = f(\gamma)$  дает одинаковые значения параметров для  $\gamma/w_{oe} = 10^{-2}$  и  $5 \cdot 10^{-3}$ . Однако, при

Таблица IV

$\gamma/w_{oe}$	$(v_\phi/v_T)_L$	$(k_0 r_d)_L$	$(k_0 r_d)_L^2$	$\alpha'$	$\alpha''$	$\Delta N/N_0$ %
$5 \cdot 10^{-3}$	4,27	0,26	$6,6 \cdot 10^{-2}$	$2,8 \cdot 10^{-2}$	0,47	~0,15
$10^{-2}$	4,05	0,27	$7,5 \cdot 10^{-2}$	$3,8 \cdot 10^{-2}$	0,54	~0,3
$3 \cdot 10^{-2}$	3,69	0,31	$9,4 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-2}$	0,62	~1
$5 \cdot 10^{-2}$	3,50	0,32	$1 \cdot 10^{-1}$	$9 \cdot 10^{-2}$	0,69	~1,5
$10^{-1}$	3,21	0,37	$1,4 \cdot 10^{-1}$	$1,3 \cdot 10^{-1}$	0,71	~3
$1,6 \cdot 10^{-1}$	3,00	0,39	$1,5 \cdot 10^{-1}$	$1,5 \cdot 10^{-1}$	0,76	~5
$3 \cdot 10^{-1}$	2,52	0,55	$3 \cdot 10^{-1}$	$2,3 \cdot 10^{-1}$	0,82	~10

$(\frac{v_\phi}{v_T})_L, (k_0 r_d)_L, (k_0 r_d)_L^2 - \text{для } \gamma_L/w_{oe} = \gamma/w_{oe};$   
 $\alpha' = \frac{E_0^2}{8\pi nT} \cdot (k_0 r_d)^2; \alpha'' = \sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} / v_\phi.$

экстраполяции к меньшим значениям  $\gamma$  параметри, полученные из разных кривых, оказываются существенно различными, что указывает на неприменимость линейной экстраполяции. Таким образом, мы можем построить линии равного затухания только в области

$$\gamma/\omega_{oe} \approx (5 \cdot 10^{-3} + 10^{-2}).$$

На основании хода кривых Рис.16-18 можно полагать, что в области параметров ниже линии  $\gamma/\omega_{oe} \sim 5 \cdot 10^{-3}$  значения  $\gamma$  могут быть только меньше, чем дает линейная экстраполяция. Для границы нелинейности линейная экстраполяция по кривым  $\gamma = f(E_0)$  дает  $\gamma/\omega_{oe} \sim 10^{-5}$ , так что можно утверждать, что граница нелинейности соответствует затуханию с  $\gamma/\omega_{oe} < 10^{-5}$ .

#### Граница солитон - коллапс

Ранее /1,2,12/ мы исследовали модуляционную неустойчивость ленгмювских волн и показали, что промежуточной стадией развития модуляционной неустойчивости является образование неравновесного ленгмювского солитона. Параметры его таковы, что он продолжает сжиматься до тех пор, пока не достигнет параметров равновесного солитона или не попадет в область сильного затухания. В последнем случае наблюдаемое явление может быть названо коллапсом.

В этих работах функция распределения, как и теперь, была обрезана на  $v = 2,15 v_T$ , т.е. затухание начиналось, когда становился возможным захват электронов с  $v \lesssim 2 v_T$ , что соответствует затуханию с декрементом  $\gamma/\omega_{oe} > 10^{-2}$ . В тех случаях, когда затухание должно было бы определяться захватом электронов с  $v > 2 v_T$  ( $\gamma/\omega_{oe} \lesssim 10^{-2}$ ), оно не учитывалось.

Рассмотрим, где лежат параметры неравновесных солитонов из /2,12/ относительно кривых постоянного затухания. На Рис.22 представлены кривые постоянного затухания для  $\gamma/\omega_{oe} = 10^{-2}$ ;  $3 \cdot 10^{-2}$ ;  $10^{-1}$ ;  $3 \cdot 10^{-1}$  и точки, соответствующие начальным параметрам волны и параметрам неравновесного (в случае 6 равновесного) солитона в момент начала сильного затухания. Параметры солитона  $E_{max}^2/8\pi n T$  и  $(kr_d)^2$  определялись по  $E_{max}$  и

$\Delta X$ , где  $E_{max}$  - максимальное значение  $E(x)$  солитона,  $\Delta X$  - его ширина на уровне  $E_{max}/e$ ,  $K = \pi/\Delta X$ . Нумерация на Рис.22,23 из работы /2/. Видно, что параметры неравновесных солитонов лежат в области  $\gamma/\omega_{oe} \sim 3 \cdot 10^{-2} + 10^{-1}$ . Действительно, в этих случаях в /2/ наблюдалось сильное затухание. Учет затухания с  $\gamma/\omega_{oe} \lesssim 10^{-2}$  должен был бы привести к более раннему началу затухания с нарастающим декрементом, т.е. к некоторому сглаживанию пика на кривых  $E_{max}^2/8\pi n T = f(t)$ , но не мог бы изменить характер явления. Параметры равновесного солитона в случае 6 лежат в области  $\gamma/\omega_{oe} < 10^{-4}$ . В этом случае в /2/ наблюдался квазистационарный солитон. Учет затухания с  $\gamma/\omega_{oe} \lesssim 10^{-4}$  должен был бы привести к его медленному затуханию. Таким образом, учет затухания с  $\gamma/\omega_{oe} \lesssim 10^{-2}$  не должен существенно изменить результаты работ /1,2,12/.

На Рис.22 построена кривая для параметров равновесного солитона  $E_{max}^2/8\pi n T = 4.86 (kr_d)^2$ . Видно, что параметры солитона в случае 6 практически совпадают с равновесными, в случае 7 близки к ним, в остальных случаях существенно отличаются от равновесных. Линия  $E_{max}^2/8\pi n T = kr_d^2$  разделяет область, где возможно образование равновесного солитона, затухающего с  $\gamma/\omega_{oe} < 10^{-2}$  и область, где затухание с  $\gamma/\omega_{oe} > 10^{-2}$  начинается в области параметров неравновесного солитона, т.е. можно считать, что линия  $E_{max}^2/8\pi n T = kr_d^2$  разделяет область солитонов и область коллапса.

К тому же выводу можно прийти, пользуясь кривыми постоянной полной энергии волны  $E_0^2/16\pi n T \cdot \lambda_0 = const$ , что соответствует кривым  $E_0^2/8\pi n T = a(kr_d)$ . Кривые постоянной энергии соответствуют разным комбинациям начальных параметров ( $E_0$  и  $v_\phi$ ), при которых полная энергия волн одинакова. С другой стороны, при заданных начальных параметрах такая кривая приближенно характеризует изменение параметров ( $E_{max}$ ,  $\Delta X$ ) при сжатии неравновесного солитона, поскольку практически вся энергия волны оказывается сосредоточенной в неравновесном солитоне, так что сжатие идет при постоянной энергии (неточность заключается в замене солитона эквивалентной моно-

хроматической волной). Пересечение кривой постоянной энергии с кривой равновесного солитона в области малого затухания соответствует тому, что при любых начальных параметрах, лежащих на кривой постоянной энергии слева от точки пересечения, модуляционная неустойчивость приведет к образованию равновесного солитона. Если кривая постоянной энергии до пересечения с кривой равновесного солитона пересекает линию достаточно большого  $\gamma$ , то для всех параметров слева от точки пересечения с той же полной энергией волны модуляционная неустойчивость приведет к коллапсу. Точки справа от пересечения соответствуют затухающим волнам.

На Рис.23 представлены кривые постоянного затухания и кривые постоянной энергии для случаев, рассмотренных в работе /2,12/. Видим, что в случае 6, когда в /2,12/ наблюдался квазистационарный солитон, кривая постоянной энергии пересекает кривую солитона в области малого затухания; в пограничном случае 7 - в области  $\gamma/\omega_0 \sim 10^{-1}$ ; в остальных случаях, когда наблюдался коллапс, кривые постоянной энергии пересекают область большого затухания намного раньше, чем кривую солитона.

Граница между областями, где может образоваться солитон или идет коллапс, конечно, имеет несколько условный характер, т.к. зависит от того, какое затухание мы будем считать большим. Для затухания с  $\gamma/\omega_0 \sim 10^{-2}$  такой границей является линия  $E^2/8\pi\eta T \sim K_0 r_d$ . Такая граница согласуется с результатами численного эксперимента /2,12/, в котором стационарный солитон наблюдался в случае 6, параметры которого лежат на линии  $E^2/8\pi\eta T = 0.5 K_0 r_d$ , а затухающий солитон - в случае 7, соответствующем линии  $E^2/8\pi\eta T = 1.6 K_0 r_d$ . Таким образом, в области начальных параметров волны  $E_0^2/8\pi\eta T < K_0 r_d$  возможно образование квазистационарного медленно затухающего солитона, в области  $E_0^2/8\pi\eta T > K_0 r_d$  идет коллапс, т.е. нестационарный солитон затухает с декрементом  $\gamma/\omega_0 > 10^{-2}$ .

Из Рис.23 видно, что кривые постоянной энергии, лежащие выше кривой  $E^2/8\pi\eta T \sim 4.5 K_0 r_d$  не пересекают кривой равновесного солитона даже при  $K_0 r_d = 1$ , т.е. в этих случаях коллапс должен был бы наблюдаться даже в отсутствие затухания.

В работе /2,12/ мы наблюдали коллапс в случаях с довольно большими амплитудами  $E_0^2/8\pi\eta T > 10^{-1}$ . Из Рис.23 видно, что кривые постоянной энергии, лежащие в области коллапса  $E_0^2/8\pi\eta T > K_0 r_d$  при достаточно малых  $K_0 r_d$  соответствуют амплитудам  $E_0^2/8\pi\eta T \ll 1$ . Это означает, что модуляционная неустойчивость одномерной ленгмювской волны может приводить к коллапсу и в тех случаях, когда  $E_0^2/8\pi\eta T \ll 1$ , если выполнено условие  $E_0^2/8\pi\eta T > K_0 r_d$ , и уж заведомо в тех случаях, когда  $E_0^2/8\pi\eta T > 5 K_0 r_d$ . Таким образом, обычно используемое условие применимости нелинейной теории модуляционной неустойчивости  $E^2/8\pi\eta T \ll 1$  является недостаточным и должно бы было быть заменено на условие  $E^2/8\pi\eta T < 1(5) K_0 r_d$ .

Для применимости линейной теории модуляционной неустойчивости также недостаточно условия  $E_0^2/8\pi\eta T \ll 1$ . Применимость линейной теории ограничивается условиями малости декремента затухания волны по сравнению с инкрементом неустойчивости. Это особенно существенно для сверхзвуковой модуляционной неустойчивости. Действительно условие её возбуждения  $E_0^2/8\pi\eta T > (K_0 r_d)^2$  совпадает с условием затухания, превосходящего затухание Ландау -  $e\varphi_0/T > 1$ , что эквивалентно  $E_0^2/8\pi\eta T > \frac{1}{2} (K_0 r_d)^2$ , так что в области сверхзвуковой модуляционной неустойчивости декремент затухания может существенно превышать  $\gamma$ .

В качестве границы применимости линейной теории можно использовать границу нелинейности, найденную в /1,2/, или, что более правильно кривые постоянного затухания, построенные в настоящей работе. Для правильного определения границы применимости следовало бы построить кривые постоянного инкремента модуляционной неустойчивости. Область применимости определяется условием, что кривая постоянного инкремента должна лежать ниже кривой равного ему декремента затухания.

Л и т е р а т у р а

1. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость и затухание ленгмюровских волн с разными амплитудами и фазовыми скоростями". Препринт ИЯФ № 78-17, Новосибирск, 1978.
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны". Препринт ИЯФ № 79-21, Новосибирск, 1979.
3. Я. Sugihara, Т. Kamimura. J. Phys. Soc. Japan, 33, 206, 1972.
4. R. Franklin, S. Hamberger, G. Smith. Phys. Rev. Let. 29, 914, 1972.
5. R. Franklin, S. Hamberger, G. Lampis, G. Smith. Proc. Roy. Soc. A347, 1, 1975.
6. R. Franklin. Proc. VIII Int. School Physics in Ionized Gases, p. 679, 1976, Dubrovnik. J. Physique v. 38, suppl. au N 12, 2, 1977.
7. J. Matsuda, F.W. Crawford. Phys. Fluids, 18, 1336, 1346, 1975.
8. Y. Kawai, K. Kondo. J. Phys. Soc. Japan, 30, 857, 1971.
9. G. Knorr. Z. Naturforsch. A18, 1304, 1963.
10. T. Armstrong. Phys. Fluids 10, 1269, 1967.
11. J. Dawson, R. Shanny. Phys. Fluids, 11, 1506, 1968.
12. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны. Солитоны и коллапс". Препринт ИЯФ № 78-76, Новосибирск, 1978.

Подписи к рисункам

Рис.1а. Начальные параметры волны в координатах  $\frac{E_0^2}{8\pi nT} - (k_0 r_0)^2$

Рис.1б. Начальные параметры волны в координатах  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/v_T - v_\phi/v_T$

Рис.2. Зависимость амплитуды волны от времени  $E/E_0 = f(\gamma L)$ .  
 Сплошные кривые - теория /3/.  
 • -  $v_\phi/v_T = 2,46$ ;  $E_0 = I$ ;  
 $q = 2,6$ ; x -  $v_\phi/v_T = 2,95$ ;  $E_0 = II$ ;  $q = 0,49$ ;  
 $\Delta$  -  $v_\phi/v_T = 2,95$ ;  $E_0 = 70,4$ ;  $q = 0,19$ .

Рис.3. Зависимость декремента от амплитуды при  $v_\phi = const$   
 а.  $\gamma/\omega_{oe} = f(\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/v_T)$   
 б.  $\gamma/\gamma_L = f(\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/v_T)$

Рис.4. Зависимость декремента от фазовой скорости при  $E_0 = const$   
 а.  $\gamma/\omega_{oe} = f(v_\phi/v_T)$ ; ----  $\gamma = \gamma_L$   
 б.  $\gamma/\gamma_L = f(v_\phi/v_T)$

Рис.5. Зависимость декремента от фазовой скорости при  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} = const$   
 а.  $\gamma/\omega_{oe} = f(v_\phi/v_T)$ ; ----  $\gamma = \gamma_L$   
 б.  $\gamma/\gamma_L = f(v_\phi/v_T)$

Рис.6. Зависимость декремента от амплитуды при  $v_\phi = const$ .  
 $\gamma/\omega_{oe} = f(\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/v_T)^{1/2}$

Рис.7. Схема фазовых плоскостей в  $t = 0$  и  $t = \frac{1}{4} T_B$  к затуханию с декрементом а.  $\gamma = \gamma_L$ ; б.  $\gamma > \gamma_L$ .

Рис.8. Фазовая плоскость электронов. Цикл 1-1;  $v_\phi/v_T = 2,46$ ;  $E_0 = 6$ .

	а	б	в	г
$\frac{t}{T_{oe}}$	0,075	0,27	0,57	0,9

Рис. 9. Фазовая плоскость электронов. Цикл I-2,  $V_{\phi}/V_T = 2,95$ ;  $E_0 = 25$ .

	а	б	в	г
$t/T_{oe}$	0	0,27	0,47	1,0

Рис. 10. Фазовая плоскость электронов. Цикл I-6;  $V_{\phi}/V_T = 16$ ;  $E_0 = 350$ .

	а	б	в	г
$t/T_{oe}$	0,2	0,5	0,8	1,0

Рис. 11. Зависимость  $\Delta N$  от амплитуды при  $V_{\phi} = const$

$$\Delta N/N_0 = f(\sqrt{e\varphi_0}/V_T)^{1/2}$$

Рис. 12. Зависимость  $\Delta N$  от фазовой скорости при  $\sqrt{e\varphi_0}/V_T = const$

$$\Delta N/N_0 = f(V_{\phi}/V_T)$$

Рис. 13. Зависимость декремента от  $\Delta N$  при  $V_{\phi} = const$

$$\gamma/w_{oe} = f(\Delta N/N_0)$$

Рис. 14. Зависимость декремента от  $\Delta N$  при  $V_{\phi} = const$

$$(\gamma - \gamma_L)/w_{oe} = f(\Delta N/N_0)$$

Рис. 15. Зависимость декремента от  $\Delta N$  при  $\sqrt{e\varphi_0}/V_T = const$

$$\gamma/w_{oe} = f(\Delta N/N_0)$$

Рис. 16. Зависимость  $\Delta N$  от амплитуды при  $V_{\phi} = const$ .

Численный эксперимент и оценка (сплошные кривые)

$$\Delta N/N_0 = f(\sqrt{e\varphi_0}/V_T)$$

Рис. 17. Зависимость  $\Delta N$  от фазовой скорости при  $\sqrt{e\varphi_0}/V_T = const$ . Численный эксперимент и оценка (сплошные кривые)

$$\Delta N/N_0 = f(V_{\phi}/V_T)$$

Рис. 18. Зависимость декремента от амплитуды при  $V_{\phi} = const$ . Численный эксперимент и оценка (сплошные кривые).

$$\gamma/w_{oe} = f(\sqrt{e\varphi_0}/V_T)$$

Рис. 19. Граница захвата и точки  $x - \gamma/w_{oe} \sim 3 \cdot 10^{-2}$ ,  $o - \Delta N/N_0 \sim 1\%$  в координатах  $E_0^2/8\pi n T - (k_0 r_d)^2$ .

Рис. 20а. Линии постоянного затухания в координатах

$$E_0^2/8\pi n T - (k_0 r_d)^2$$

Рис. 20б. Линии постоянного затухания в координатах

$$\sqrt{e\varphi_0}/V_T - V_{\phi}/V_T$$

Рис. 21а. Зависимость  $\alpha'$  от декремента  $\alpha' = f(\gamma/w_{oe})$

$$\alpha' = (E_0^2/8\pi n T) \cdot (k_0 r_d)^2$$

Рис. 21б. Зависимость  $\alpha''$  от декремента  $\alpha'' = f(\gamma/w_{oe})$

$$\alpha'' = \sqrt{e\varphi_0}/V_{\phi}$$

Рис. 22. Линии равного затухания, начальные параметры волны и параметры неравновесного солитона из /2, 12/ в координатах  $E^2/8\pi n T - (k r_d)^2$ . Нумерация из /2/.

--- параметры равновесного солитона  $E_{max}^2/8\pi n T = 4,86 (k r_d)^2$ ; ---- линия постоянной энергии воли  $E_0^2/8\pi n T = k_0 r_d$

Рис. 23. Линии равного затухания, линии постоянной энергии волн и начальные параметры волн из /2, 12/ в координатах  $E^2/8\pi n T - (k r_d)^2$

Нумерация из /2/. --- параметры равновесного солитона  $E_{max}^2/8\pi n T = 4,86 (k r_d)^2$ ; ---- линия постоянной энергии волн  $E_0^2/8\pi n T = k_0 r_d$ .

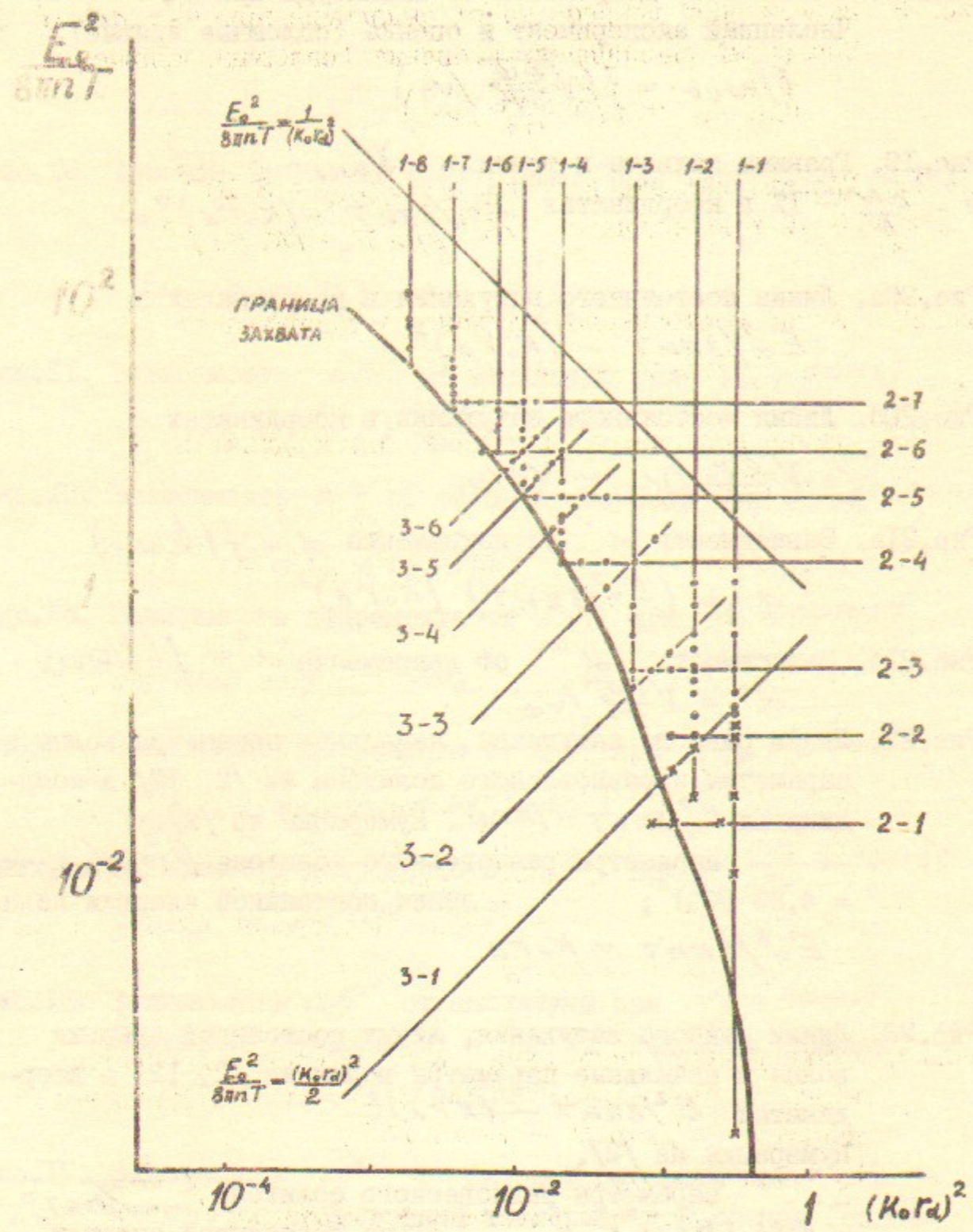


Рис. 1а

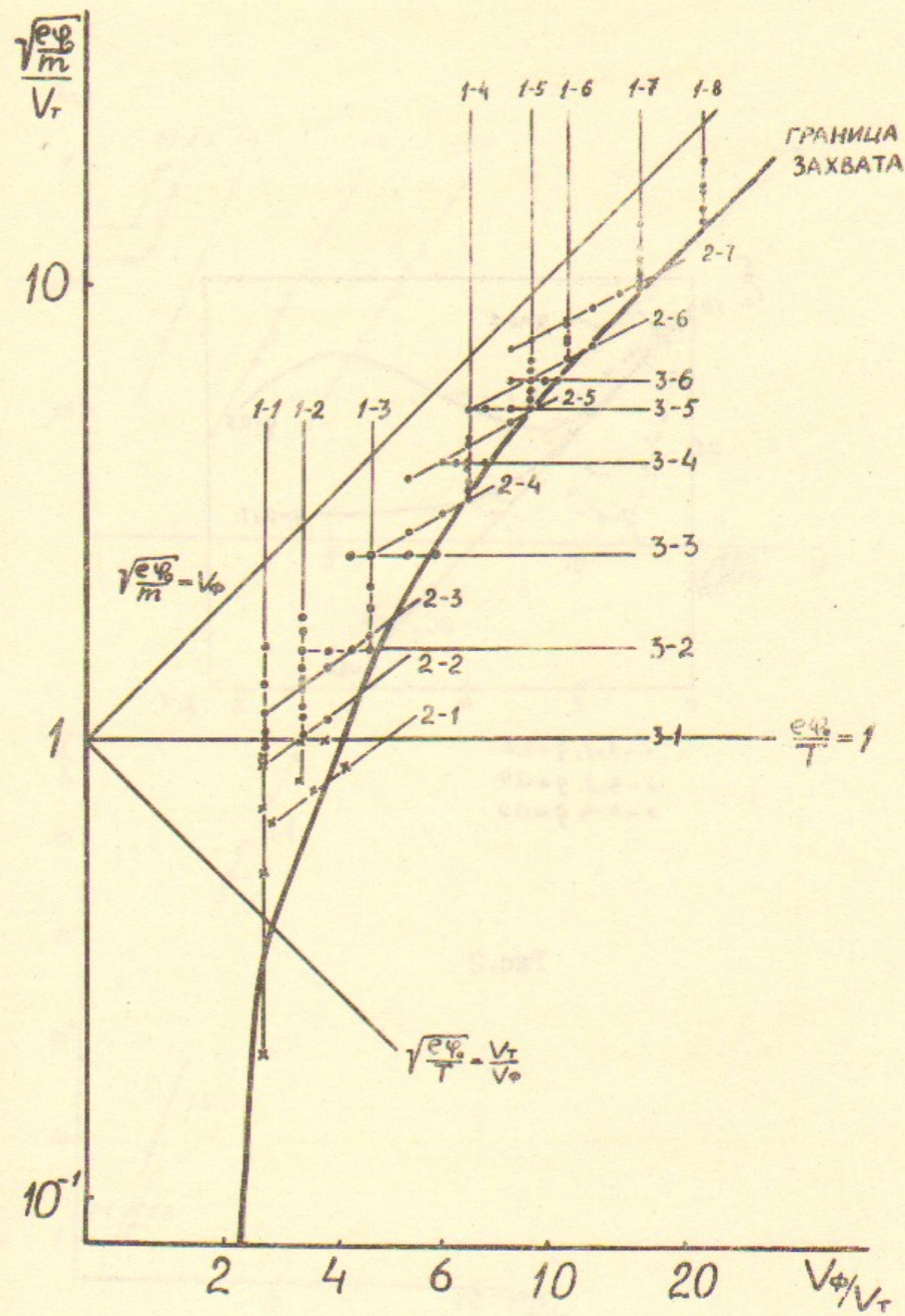
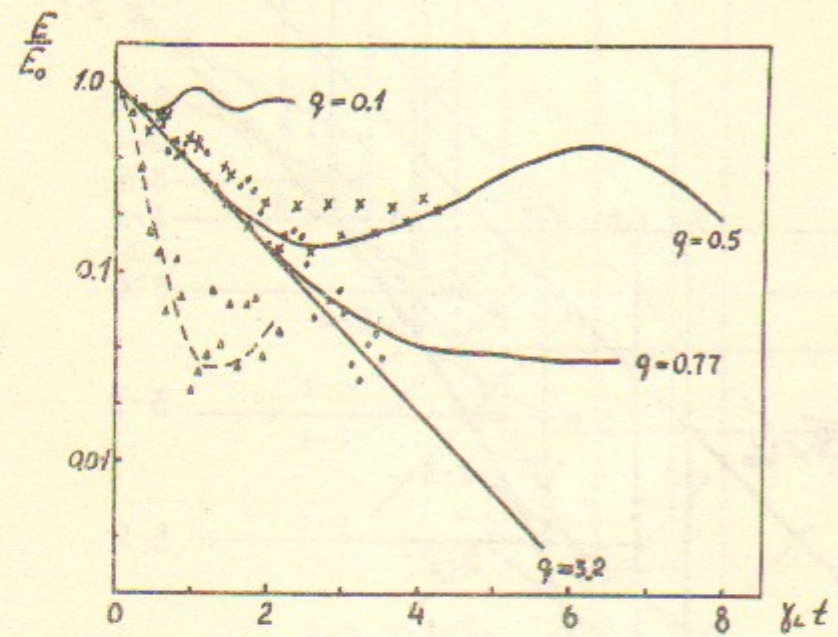


Рис. 1б



$\cdot$  - 3-1,  $q=2.6$   
 $\times$  - 3-2,  $q=0.5$   
 $\triangle$  - 3-4,  $q=0.2$

Рис. 2

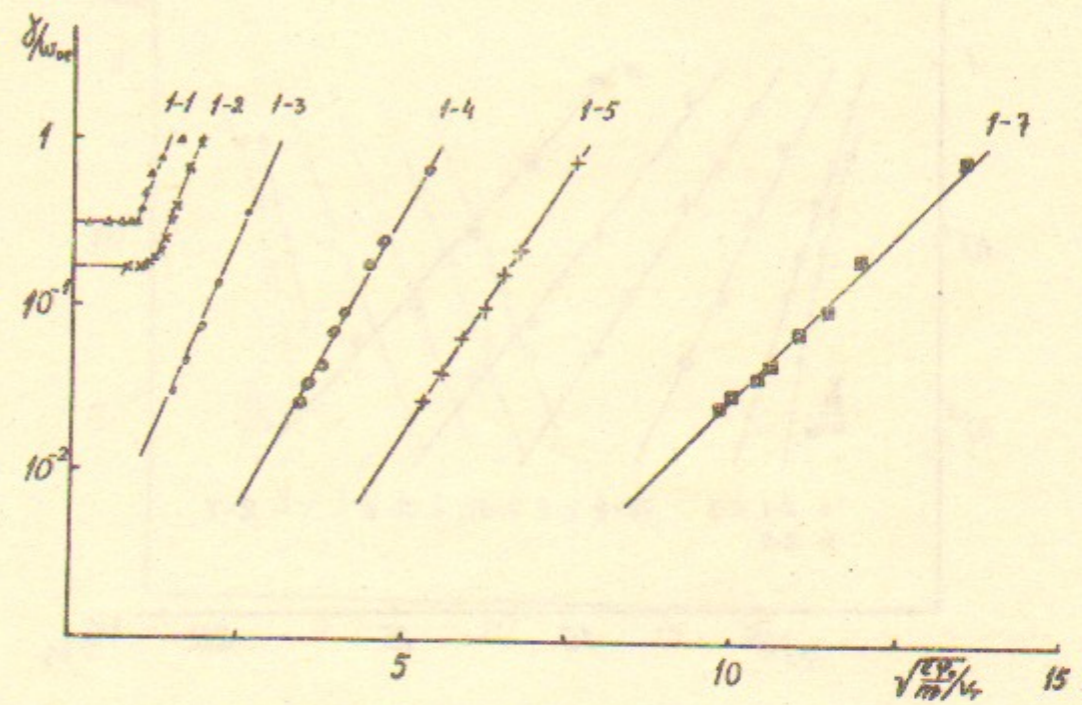


Рис. 3а

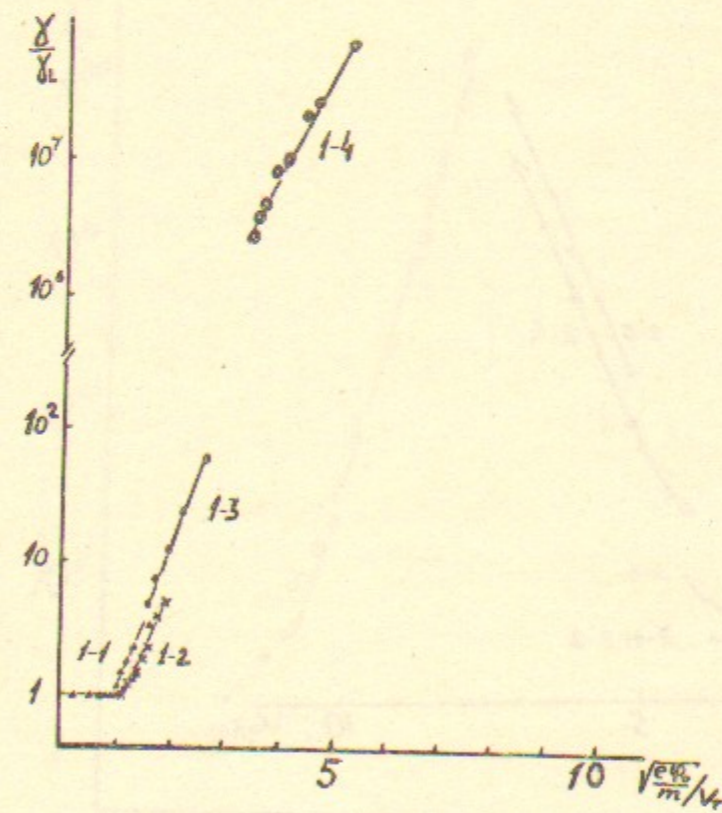


Рис. 3б



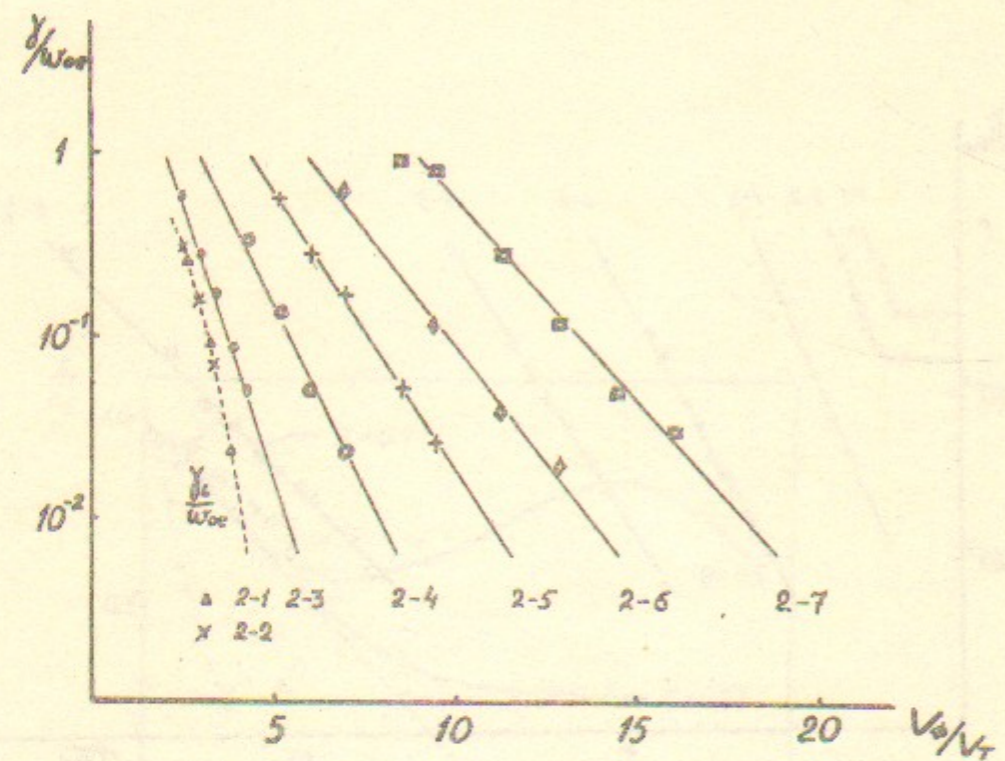


Рис. 4а

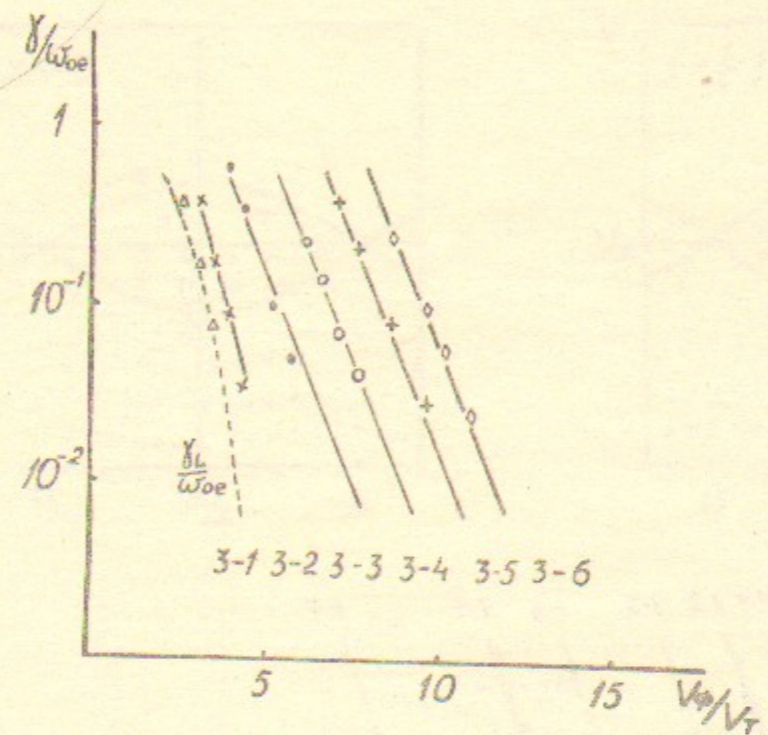


Рис. 5а

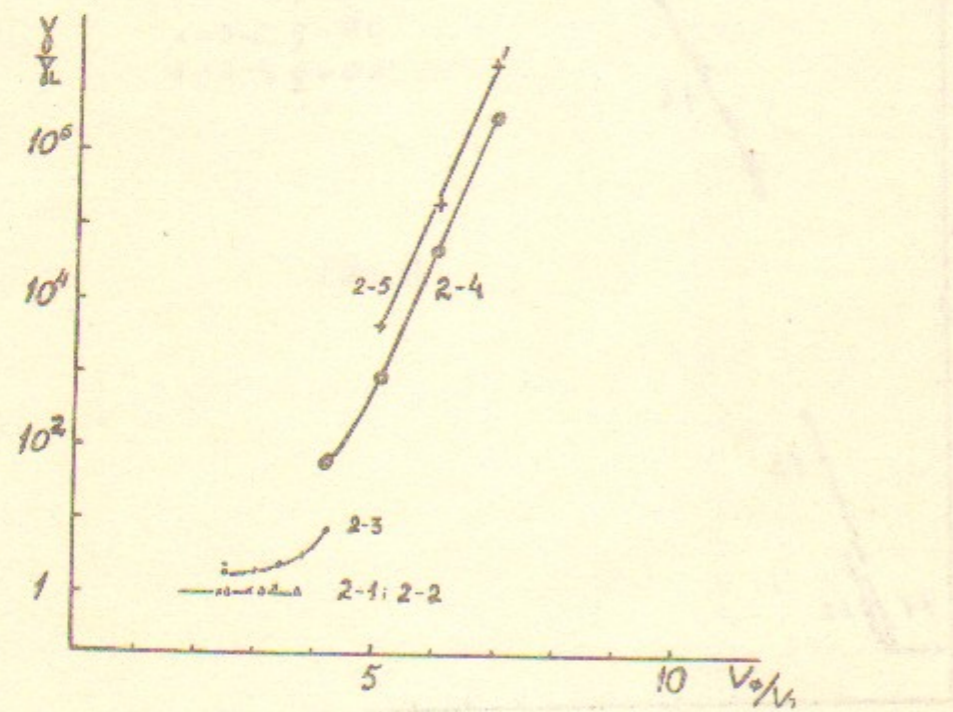


Рис. 4б

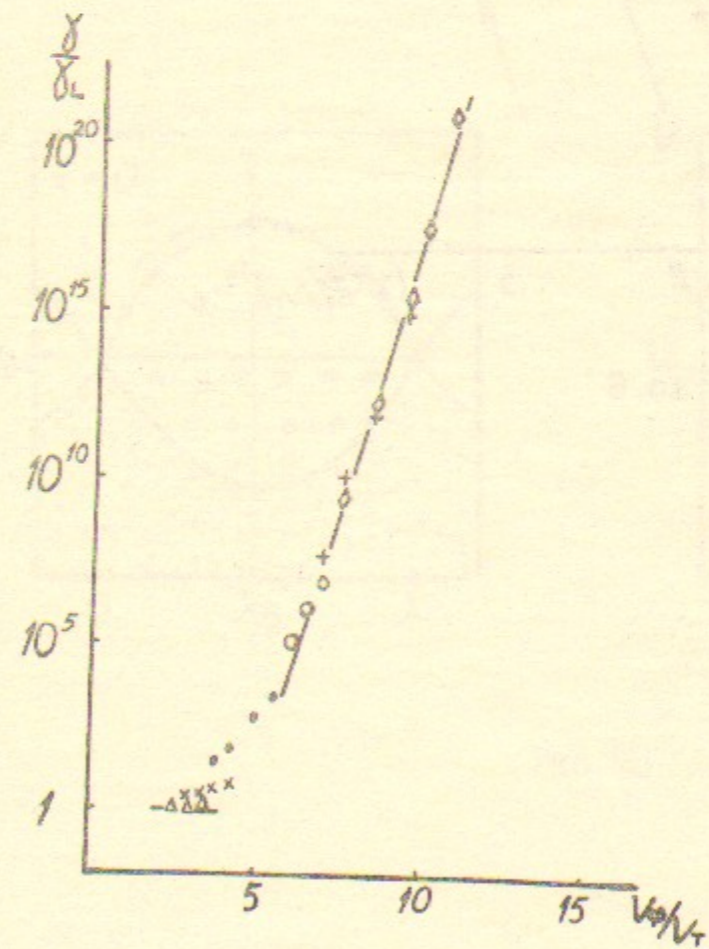


Рис. 5б

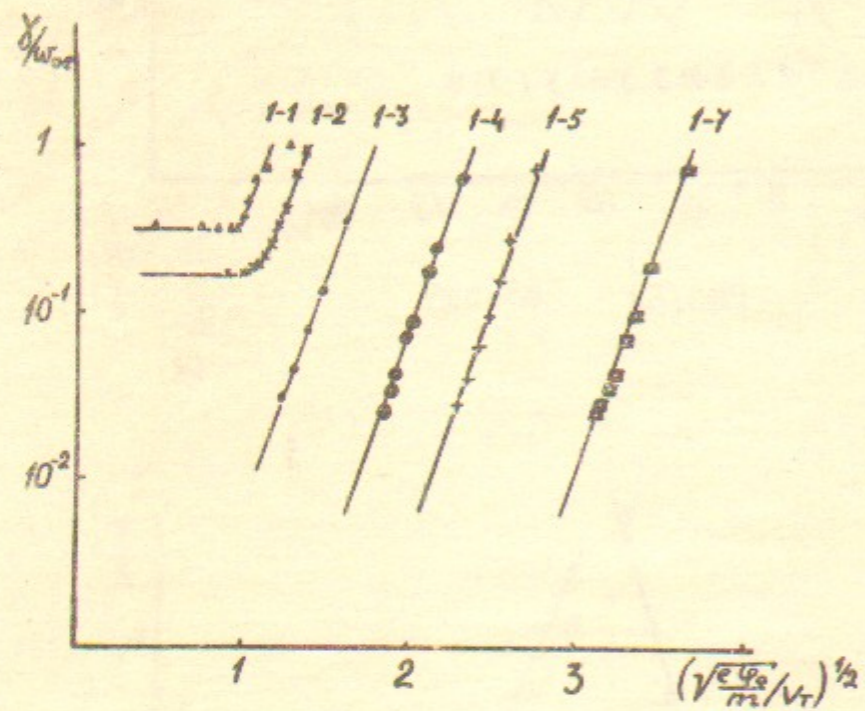


Рис. 6

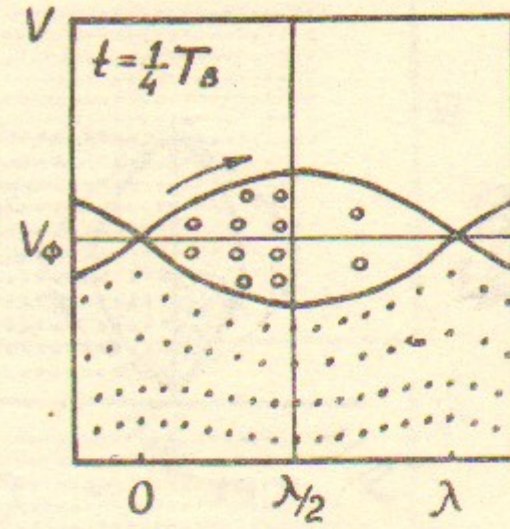
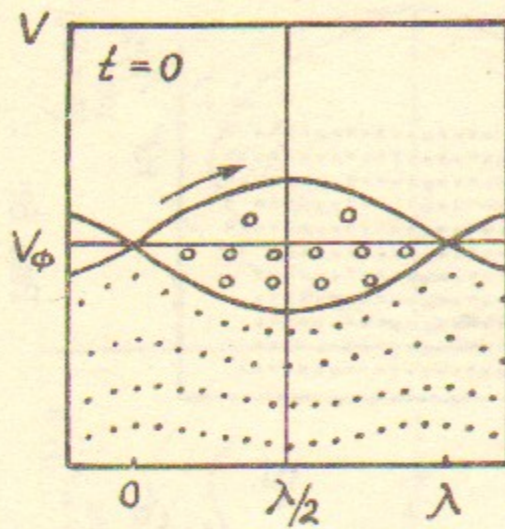


Рис. 7а

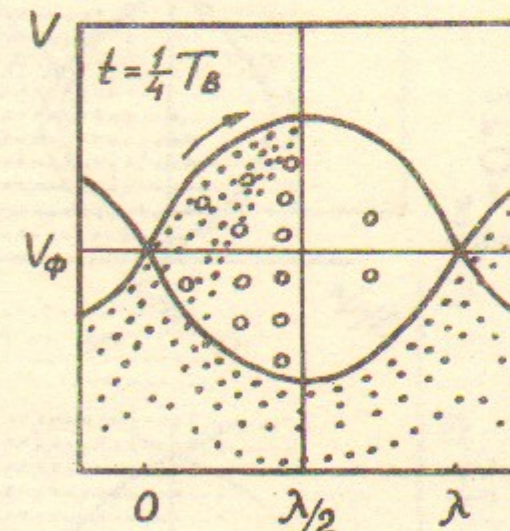
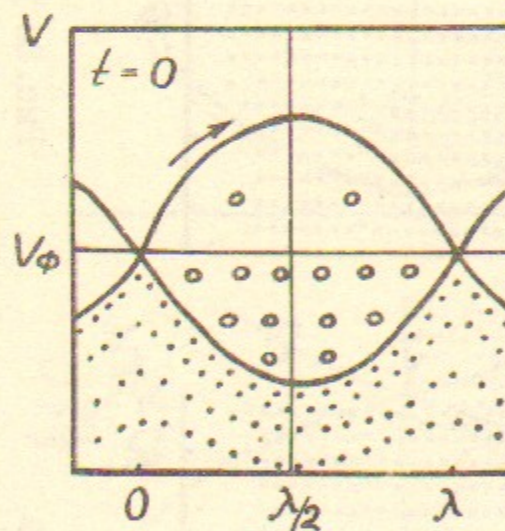


Рис. 7б

$\frac{t}{T_{oe}} = 0.075$

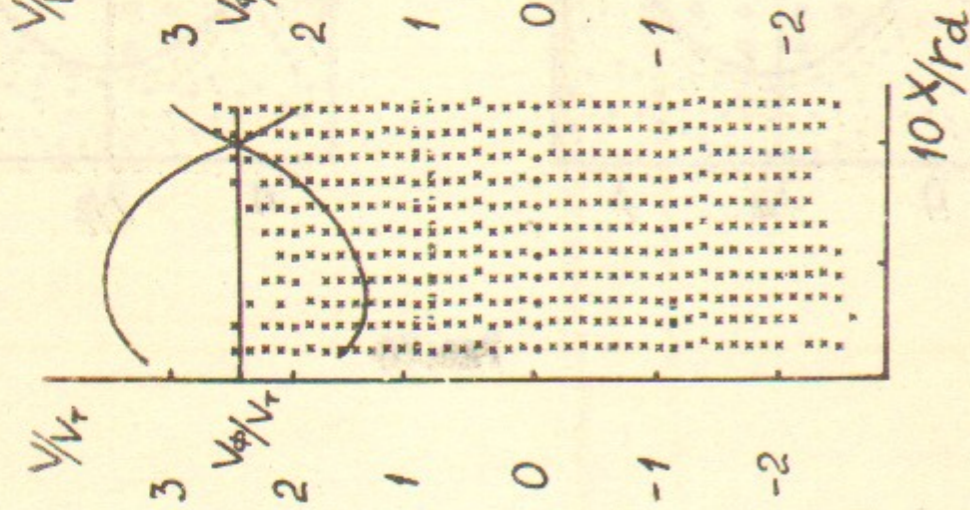


Рис. 8a

$\frac{t}{T_{oe}} = 0.27$

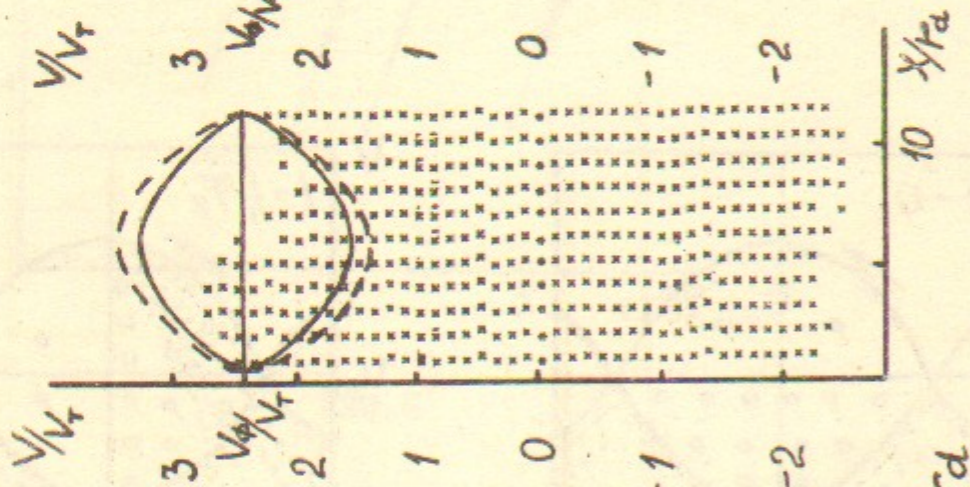


Рис. 8б

$\frac{t}{T_{oe}} = 0.57$

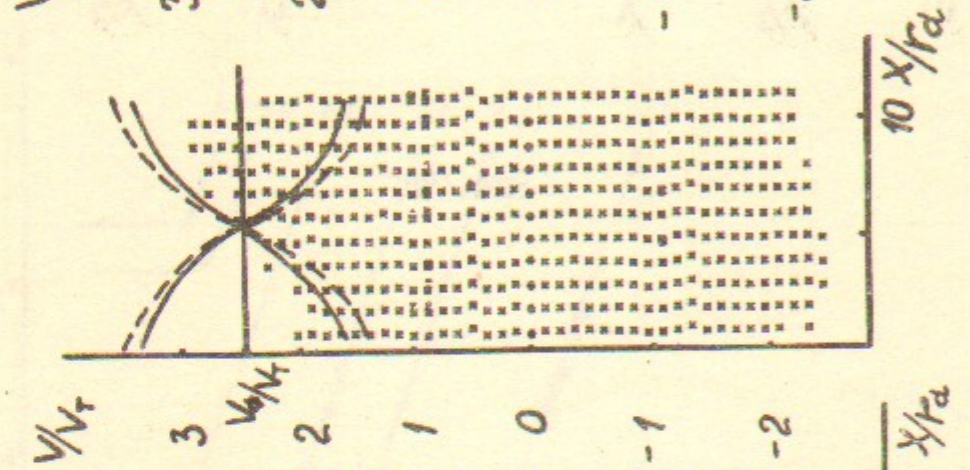


Рис. 8в

$\frac{t}{T_{oe}} = 0.9$

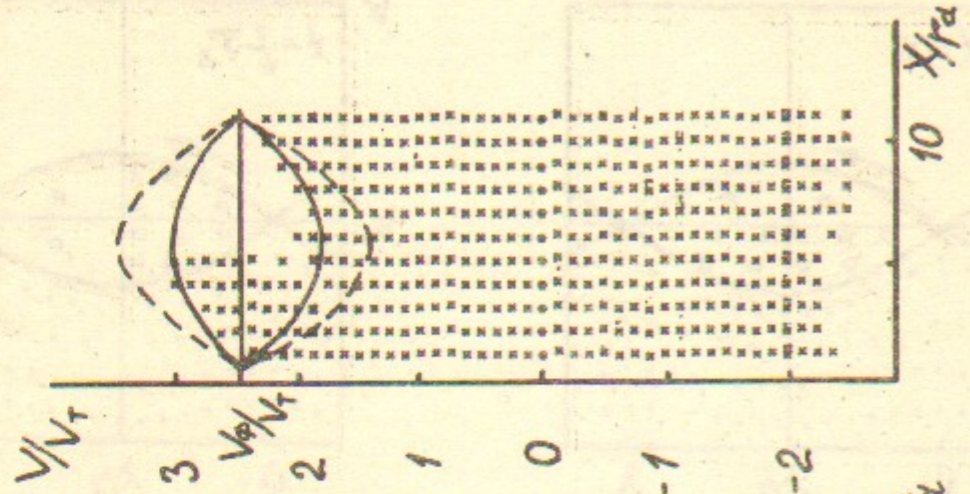


Рис. 8г

$\frac{t}{T_{oe}} = 0$

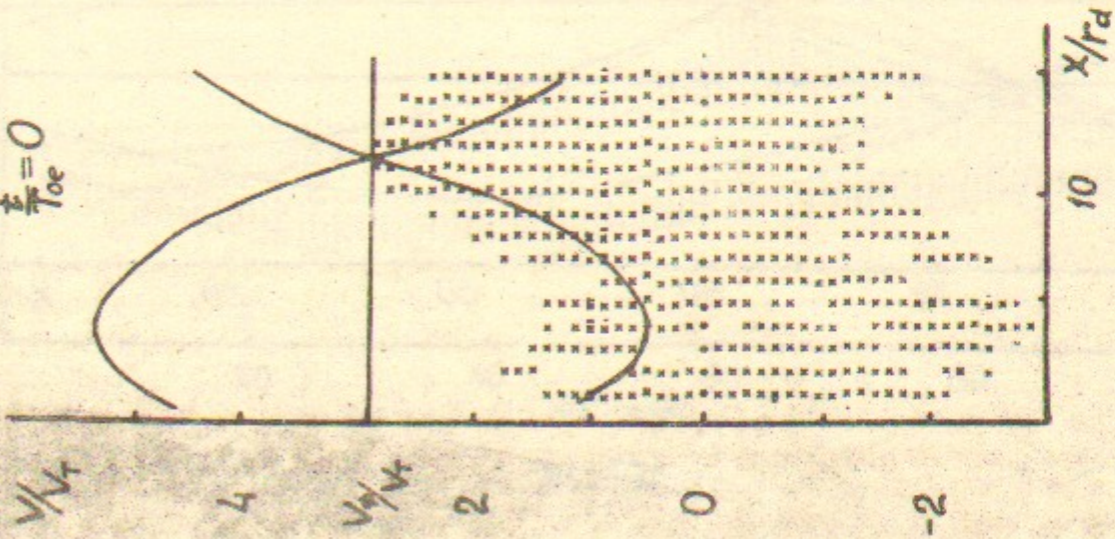


Рис. 9a

$\frac{t}{T_{oe}} = 0.27$

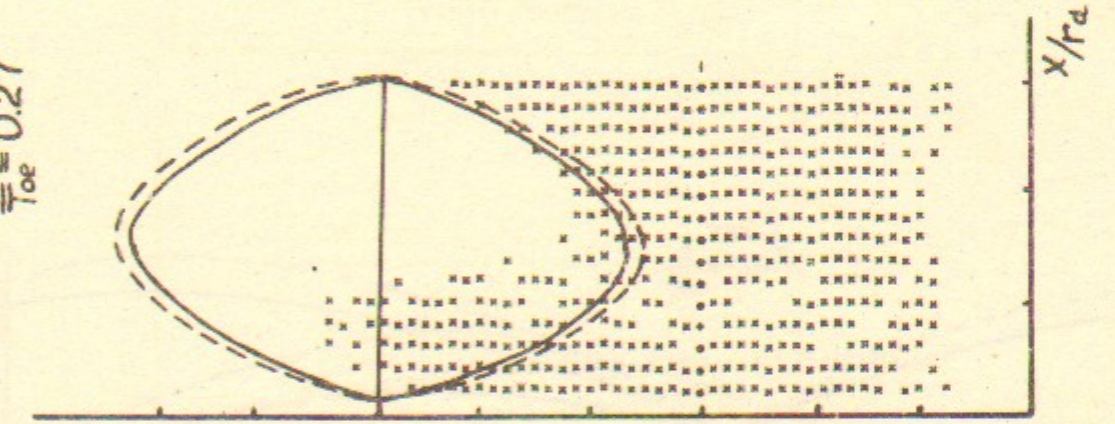


Рис. 9б

$\frac{t}{T_{oe}} = 0.47$

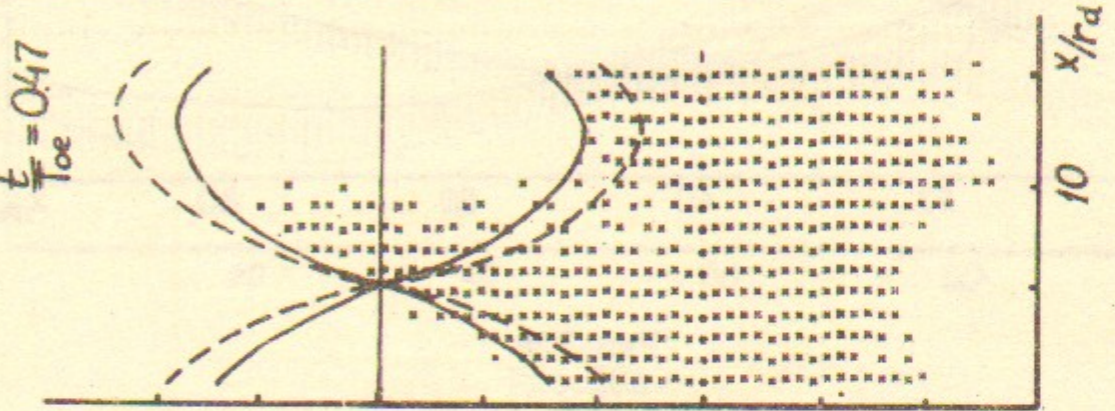


Рис. 9в

$\frac{t}{T_{oe}} = 1.0$

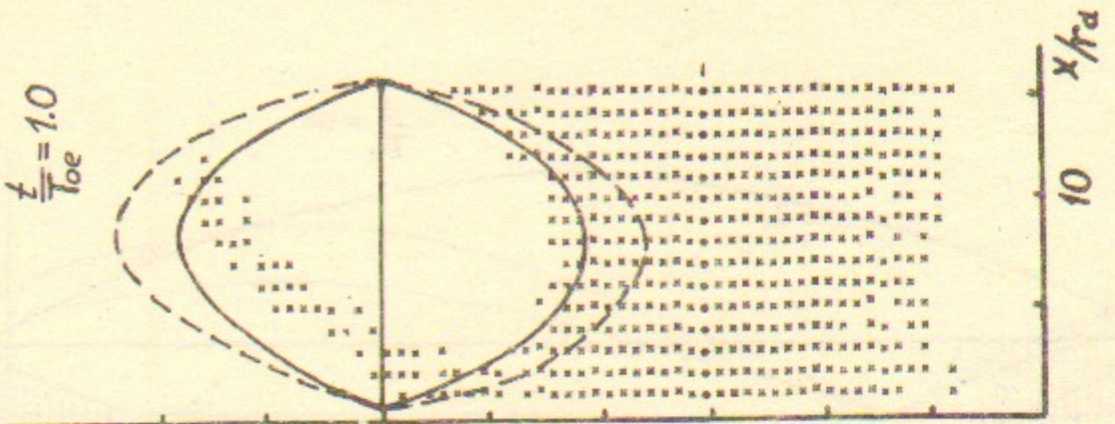


Рис. 9г

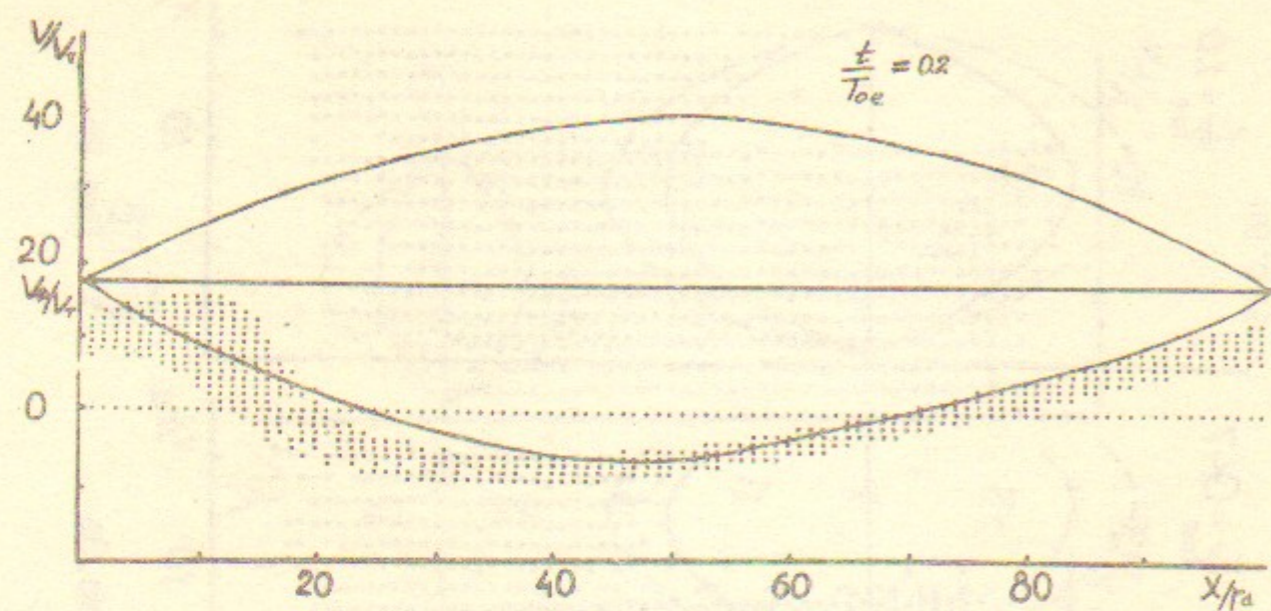


Рис. 10а

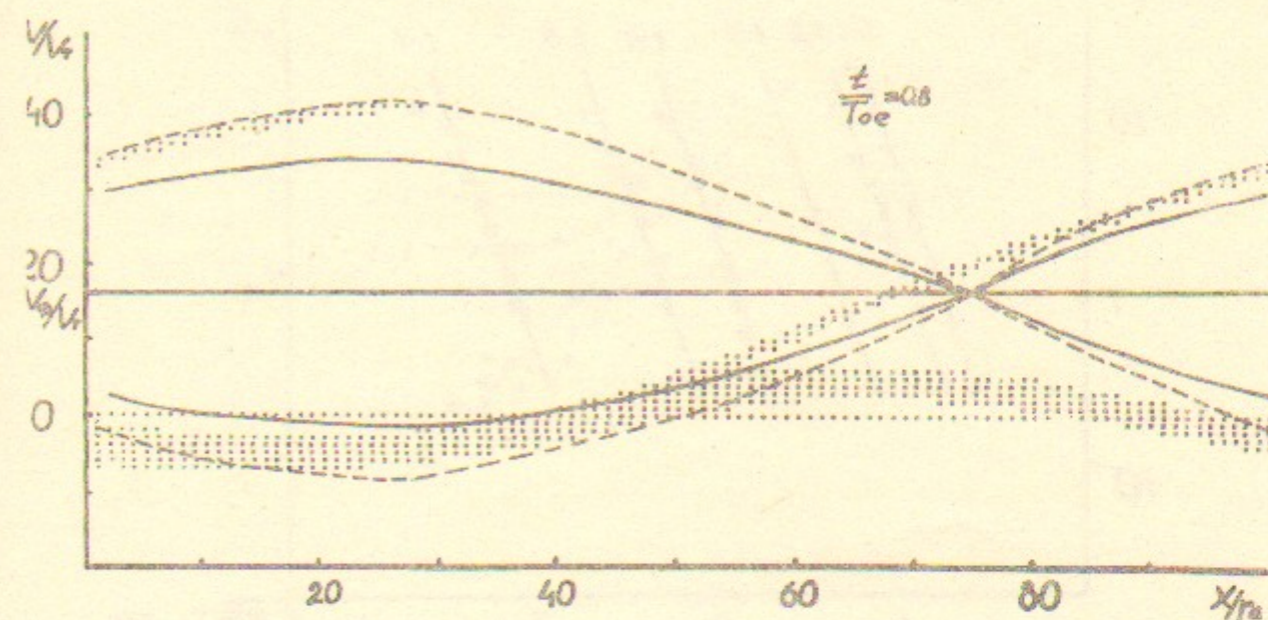


Рис. 10в

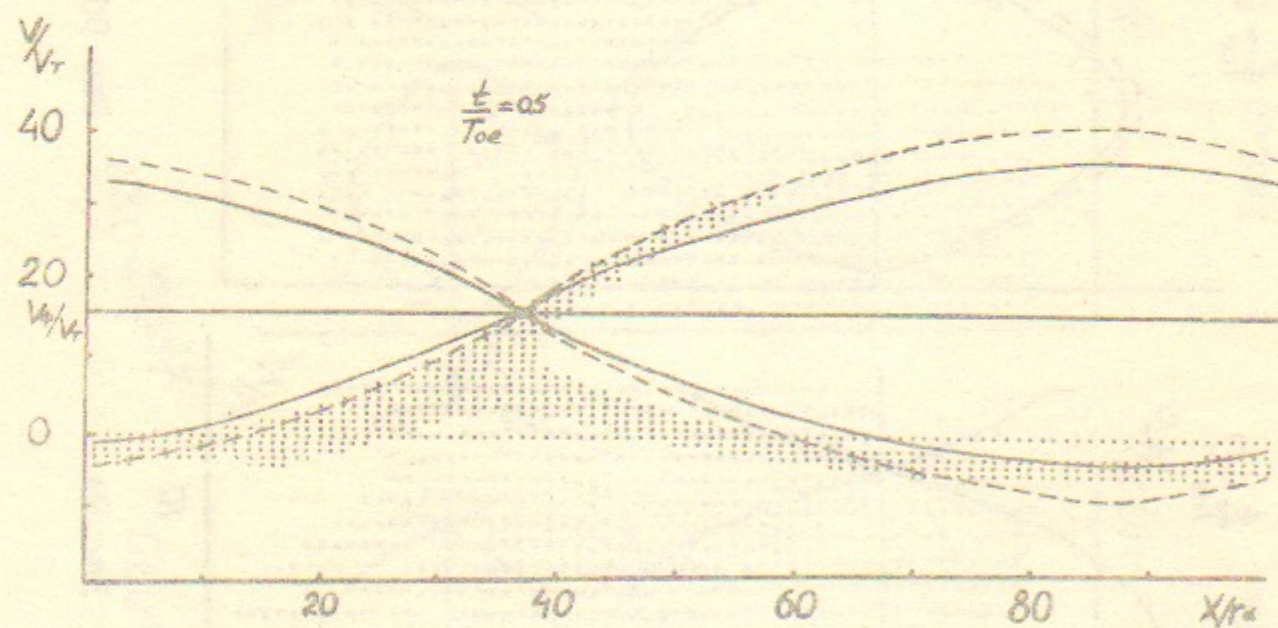


Рис. 10б

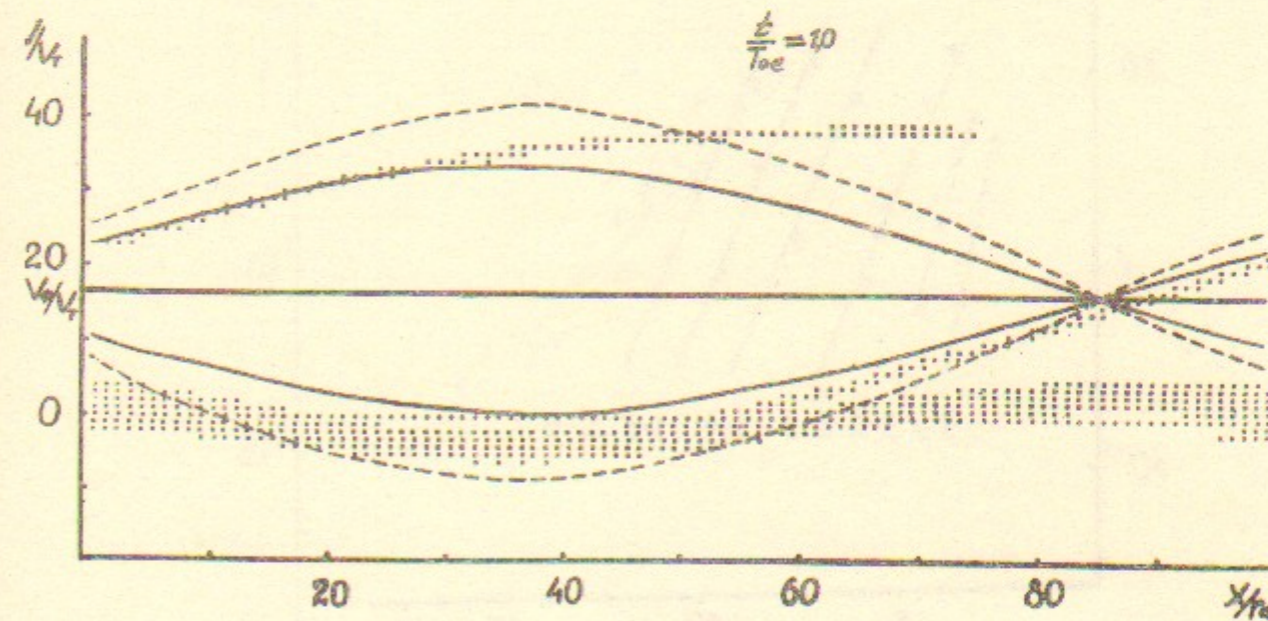


Рис. 10г

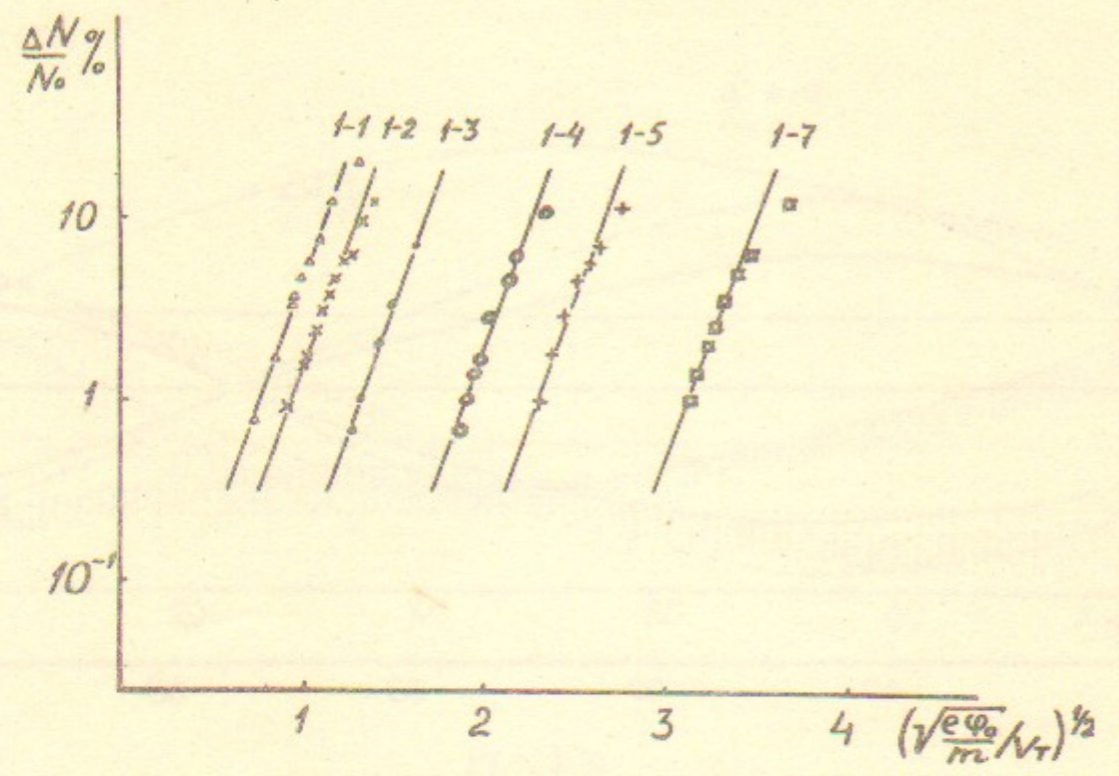


Рис. II

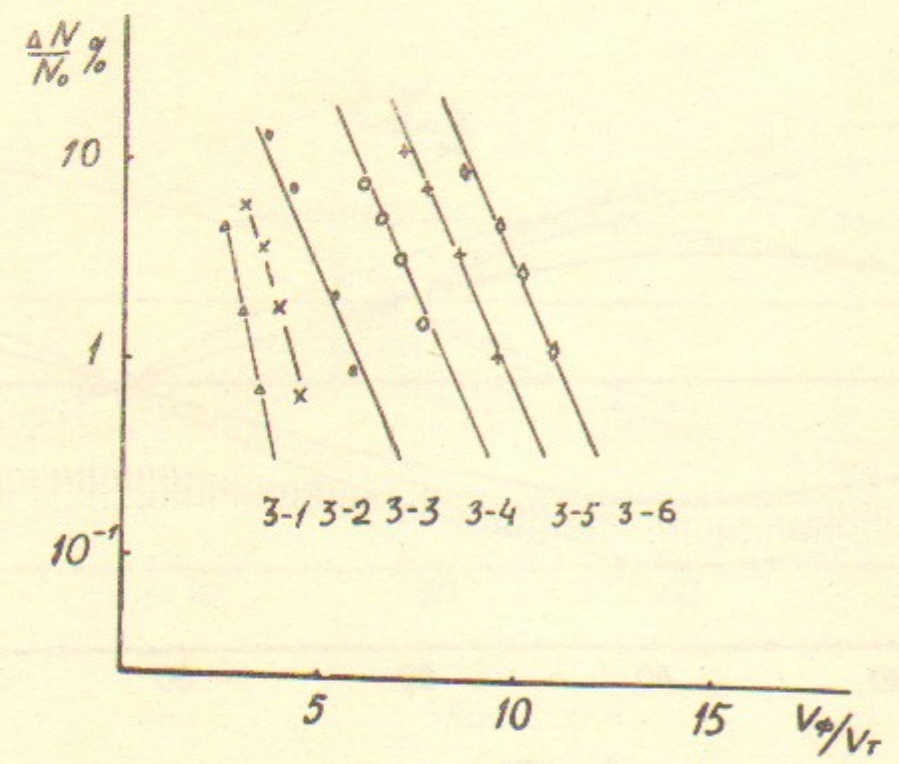


Рис. I2

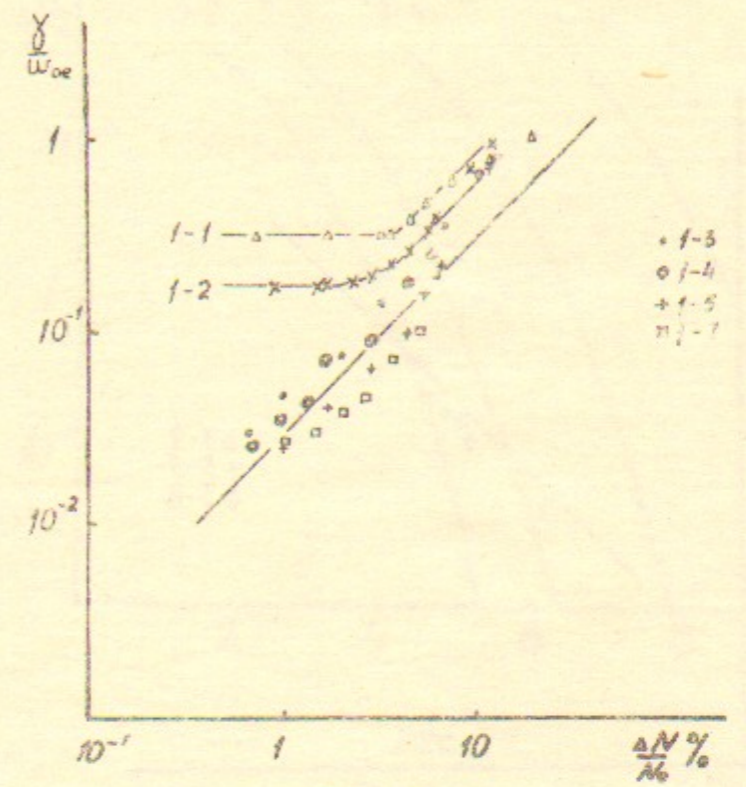


Рис. I3

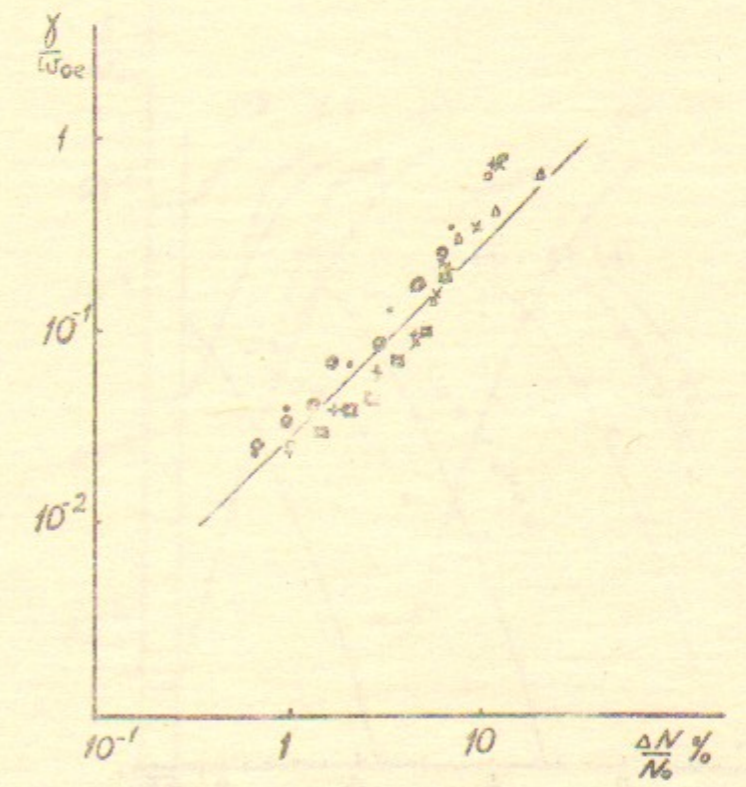


Рис. I4

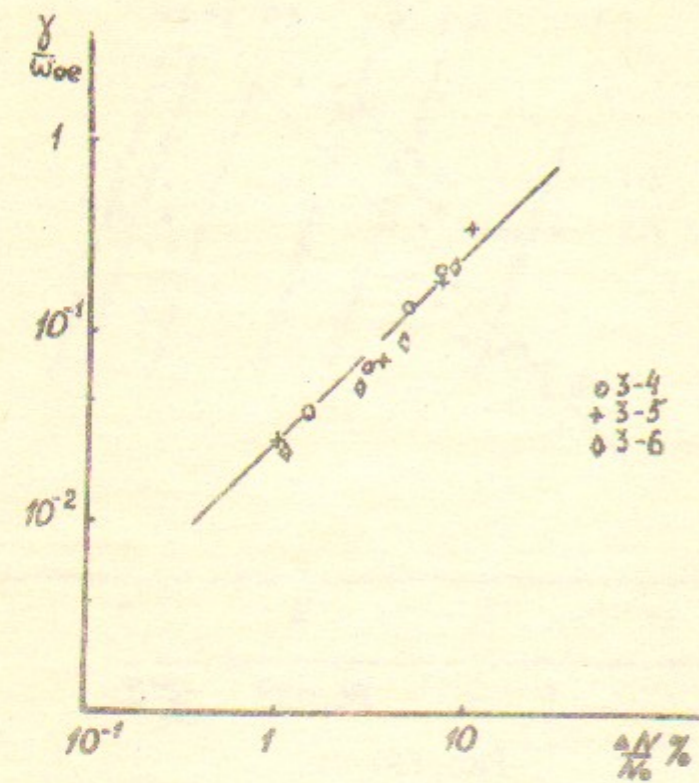


Рис. 15

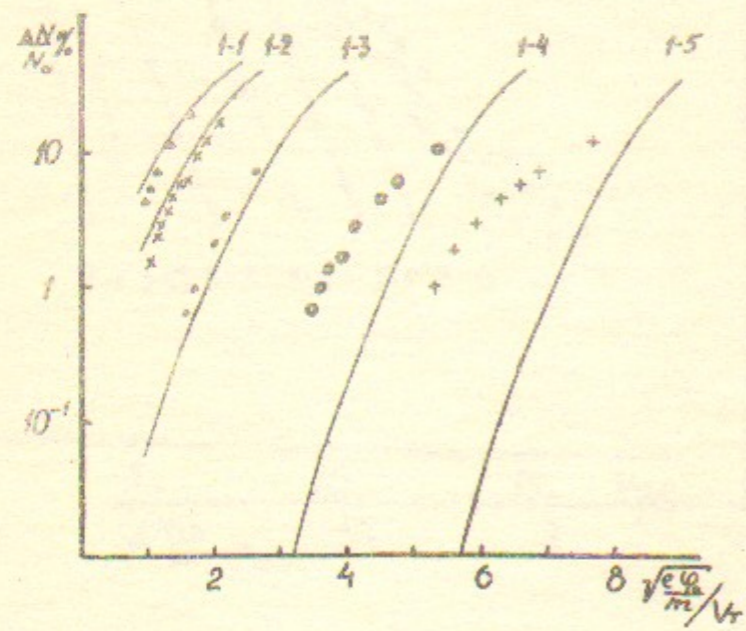


Рис. 16

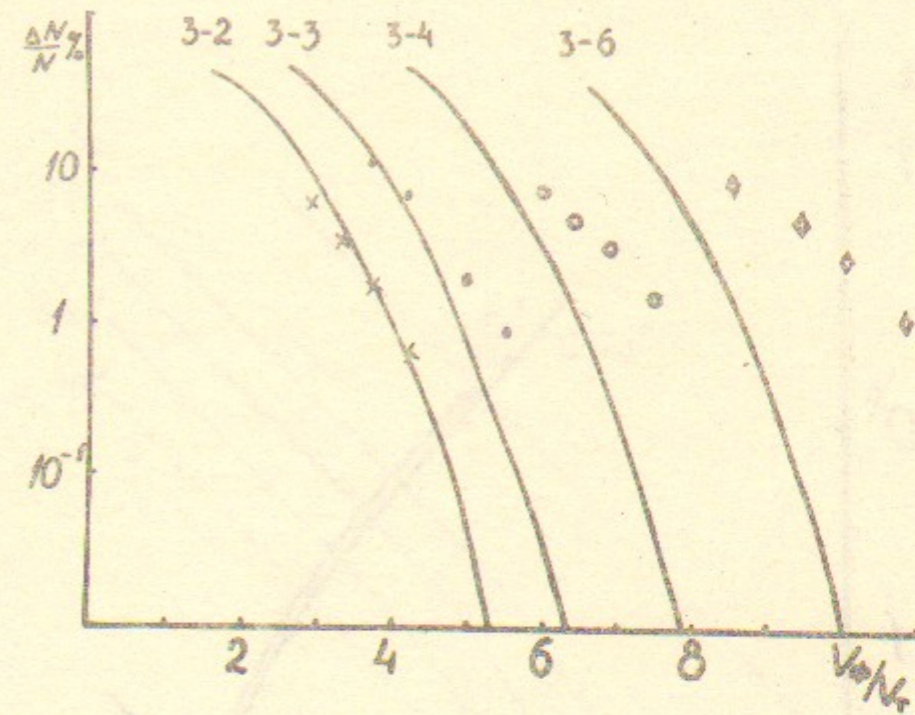


Рис. 17

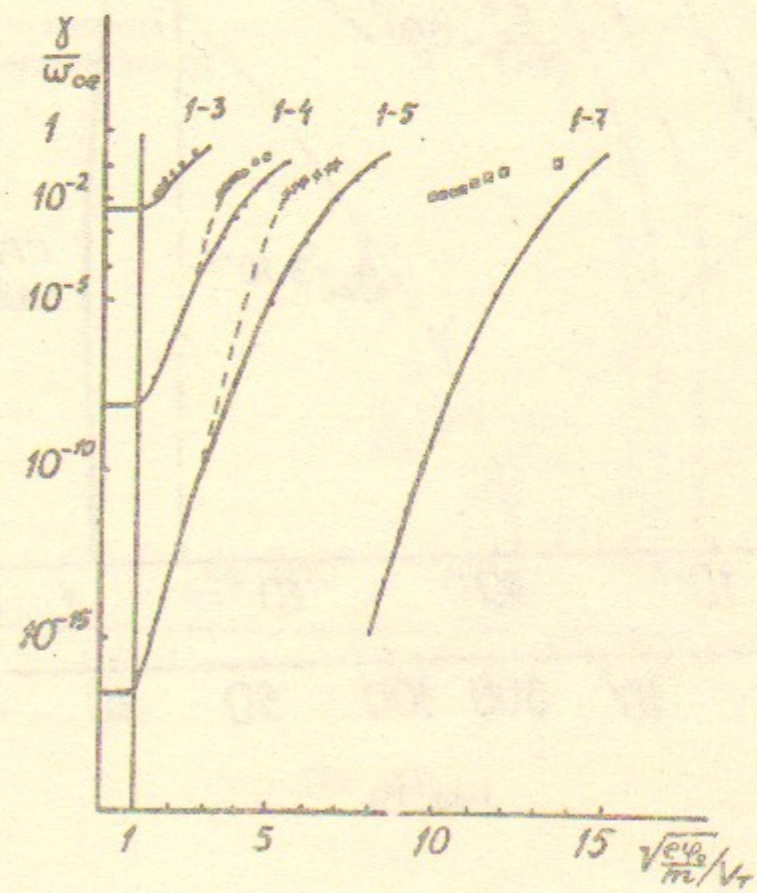


Рис. 18

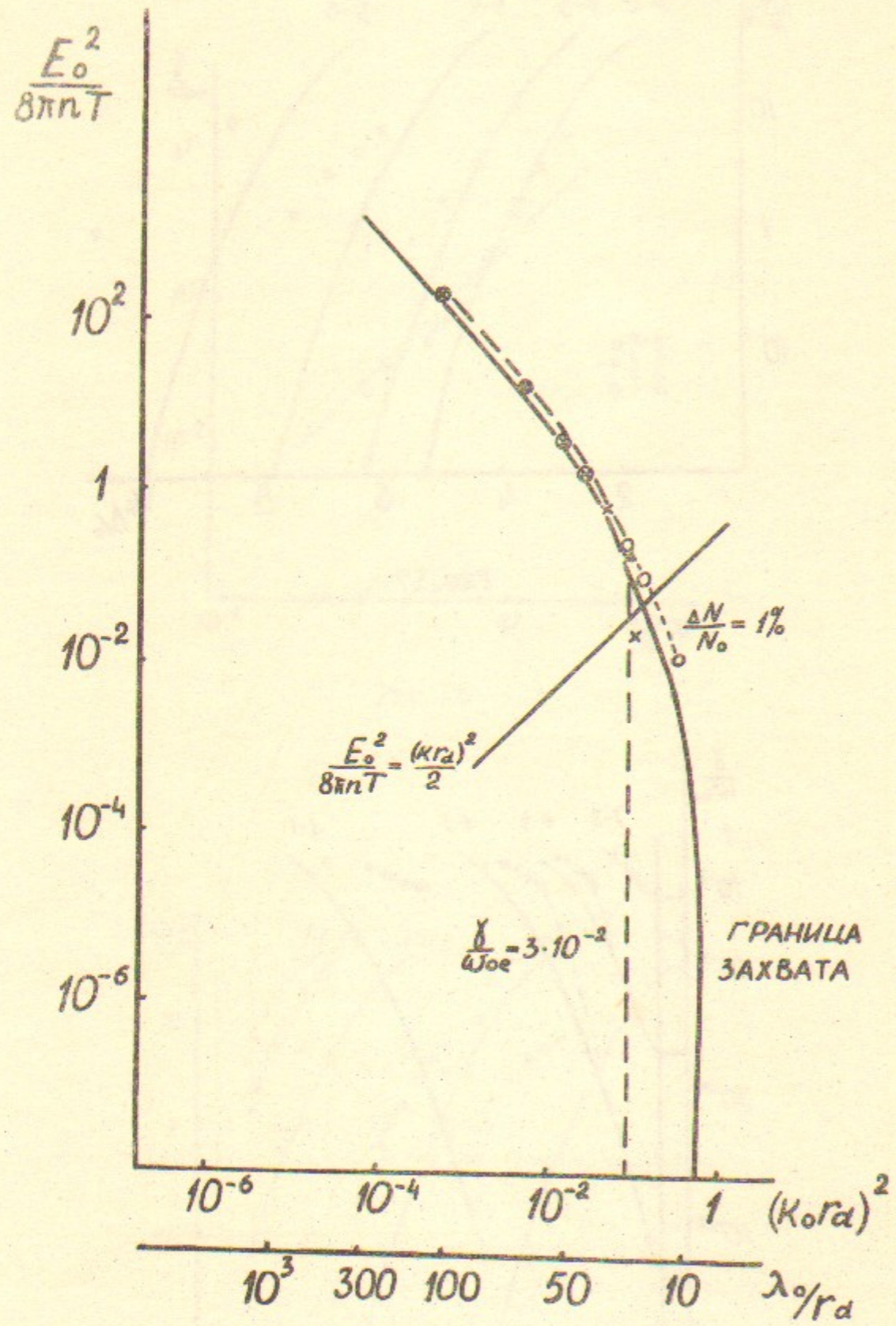


Рис. 19

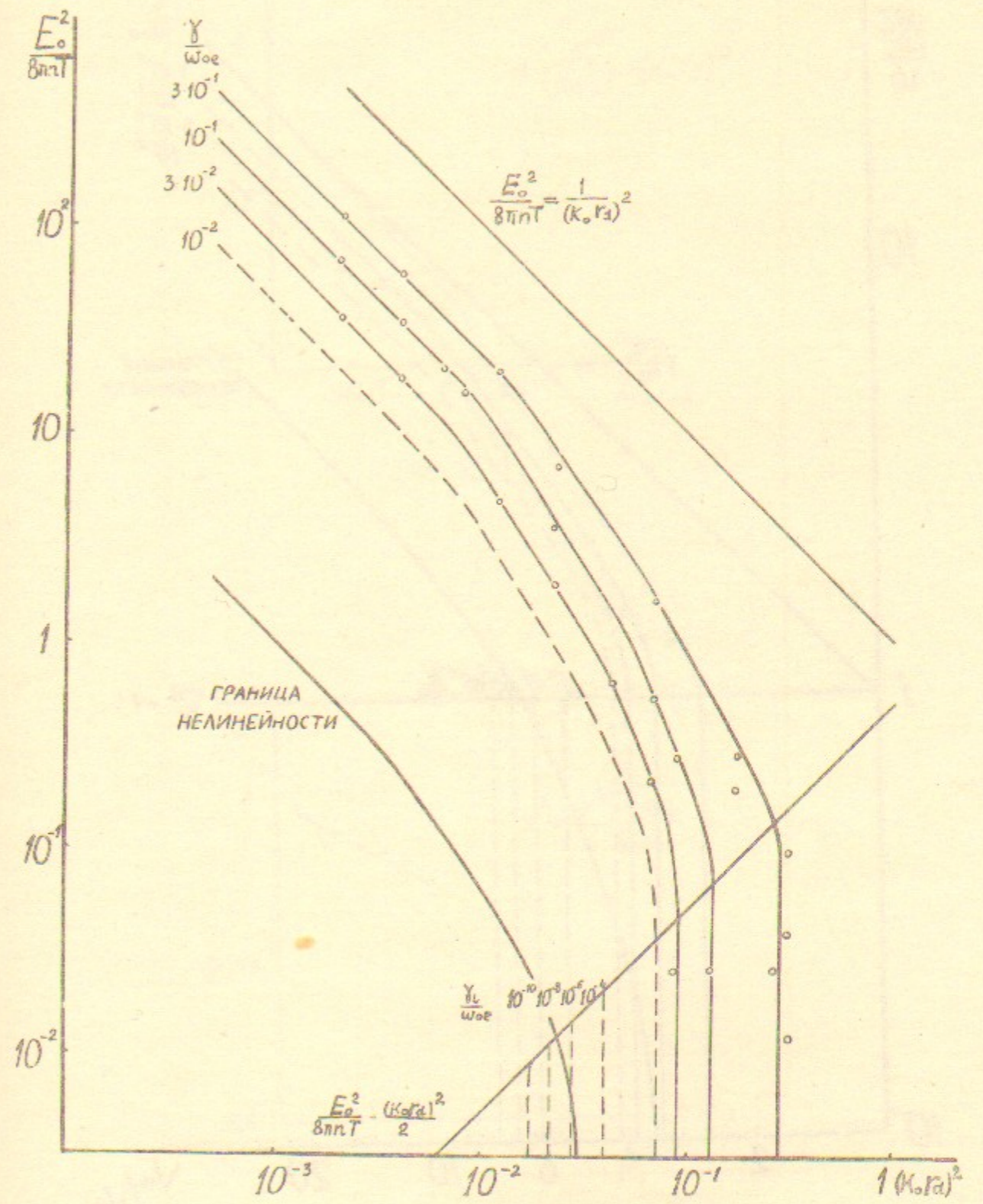


Рис. 20а

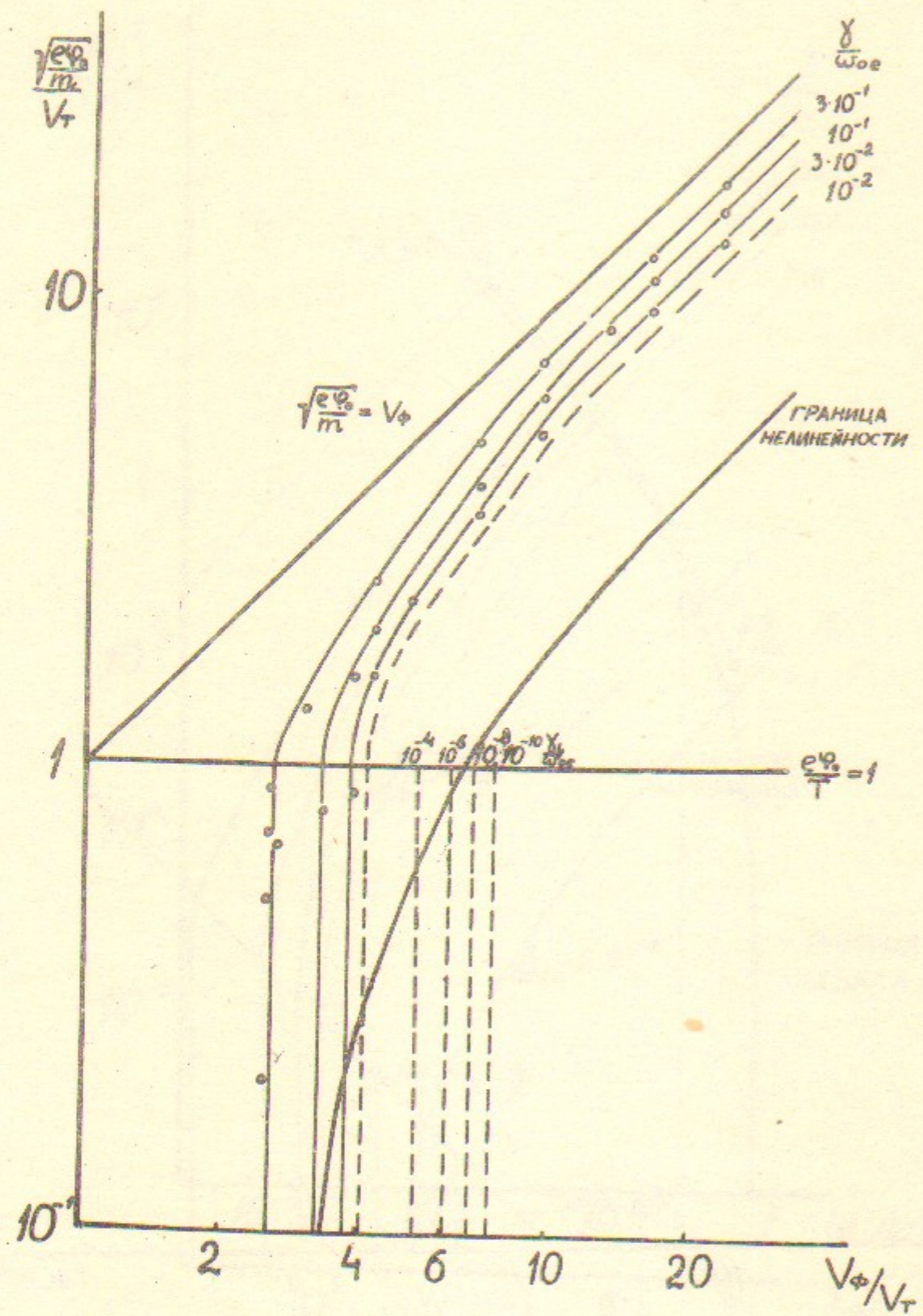


Рис. 20б

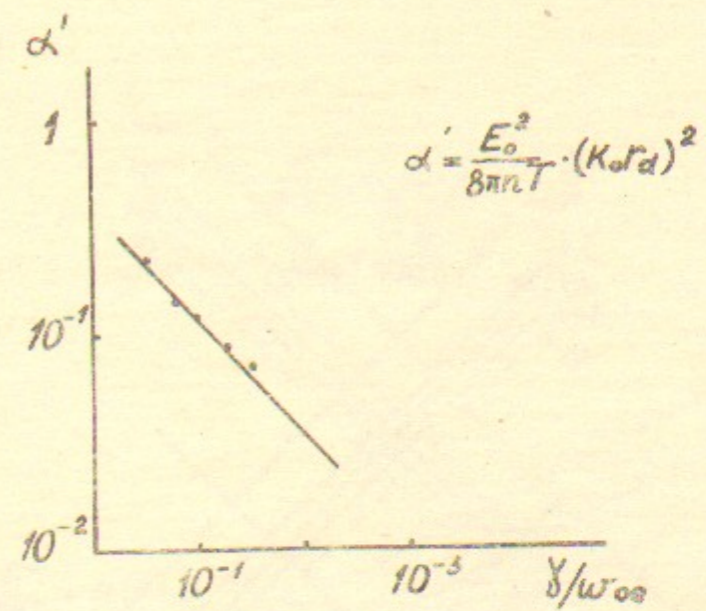


Рис. 21а

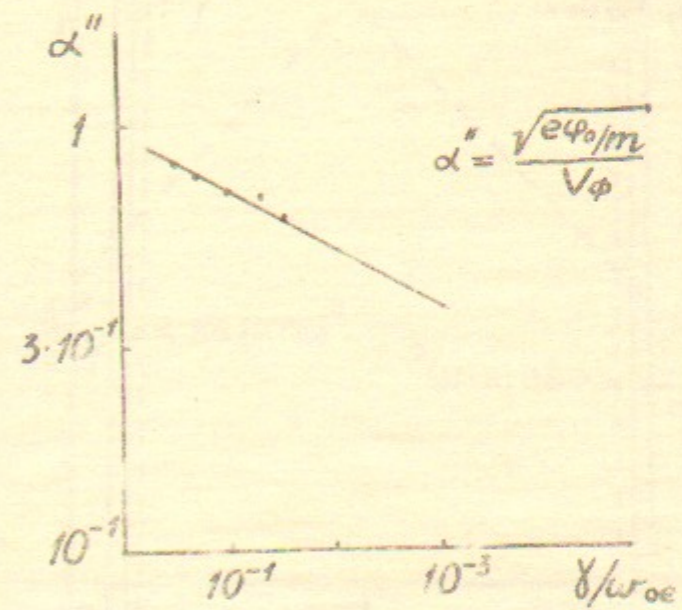


Рис. 21б



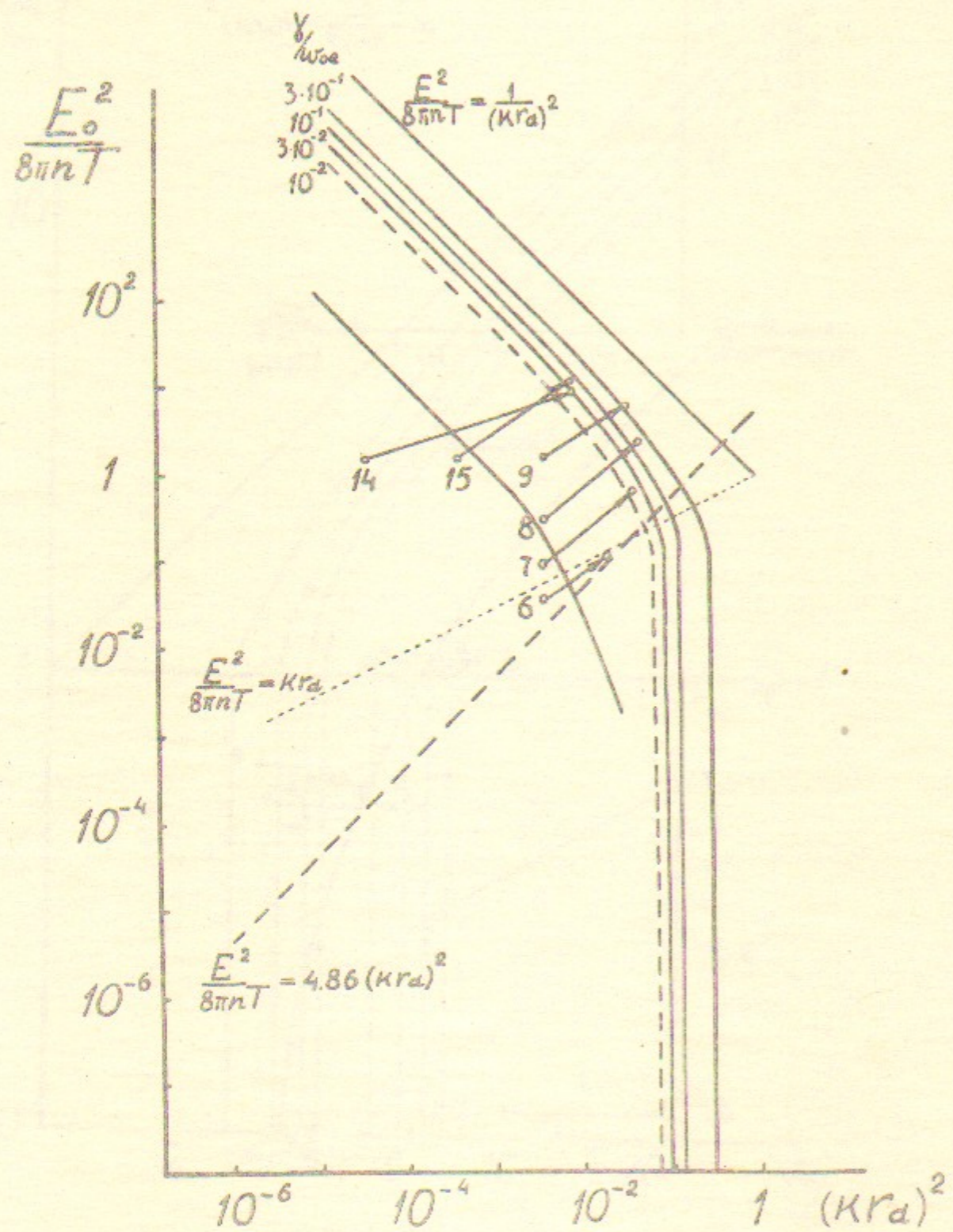


Рис. 22

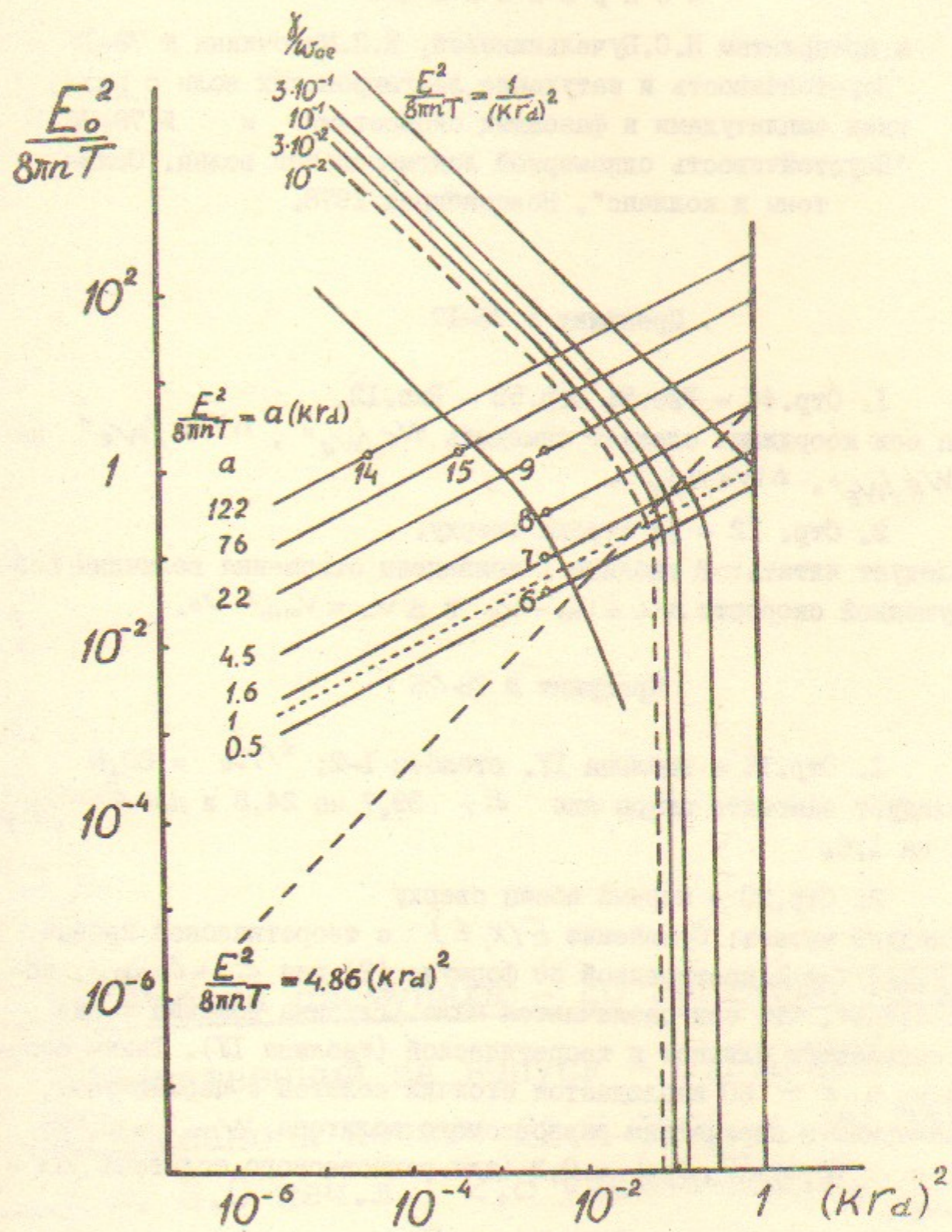


Рис. 23

Исправления

к препринтам Н.С.Бучельниковой, Е.П.Маточкина № 78-17  
 "Неустойчивость и затухание ленгмюровских волн с раз-  
 ными амплитудами и фазовыми скоростями" и № 78-76  
 "Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны. Соли-  
 тоны и коллапс", Новосибирск 1978.

Препринт № 78-17

1. Стр.44 - Рис.5; стр.53 - Рис.12.

На оси координат следует заменить  $W_E/W_{E^0}$ ,  $\Delta W_E/W_{E^0}$  на  $W_E/W_{E^0}$ ,  $\Delta W_E/W_{E^0}$ .

2. Стр. 12 - 1я строка сверху.

Следует читать: В таблице I приведены отношения величины воз-  
 мущенной скорости  $\Delta V_+ = V_m - V_0$  к  $\Delta V_- = V_{min} - V_0$ .

Препринт № 78-76

1. Стр.15 - таблица IV, столбец 1-2;  $t/T_{0e} = 60,6$

Следует заменить цифры для  $E_T$  39,7 на 24,8 и для  $E_{max}/E_T$   
 I на 1,6.

2. Стр.20 - первый абзац сверху

Следует читать: Сравнение  $E(x, t)$  с теоретической кривой  
 $E_{теор}(x, t)$ , построенной по формуле (2) для  $E_T = E_{max}$ , по-  
 казывает, что они различаются мало. Глубина впадины также  
 оказывается близкой к теоретической (таблица IV). Таким обра-  
 зом, в  $t \sim 60$  наблюдается стоячий солитон с параметрами,  
 близкими к параметрам равновесного солитона  $W_m = 0,72$ ;  
 $\Delta x = 15,5$ ;  $(\tilde{n}_i/n_0)_{min} = 0,3$  (для равновесного солитона  $\Delta x =$   
 $= 8$ ).

3. Стр.39 - Рис.1.

Шкала  $E^2/E_0^2$  - цифру 10 следует заменить на 5.

Препринт № 79-21.

1. Стр.7 - 5-я строка сверху формулу  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} = \frac{\alpha''}{V\phi}$  следует  
 заменить на  $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T = \alpha'' \cdot V\phi/V_T$ .

Работа поступила - 20 сентября 1979 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ

Подписано к печати 22.X-1979 г. МН 03121

Усл. 3,0 печ.л., 2,8 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно

Заказ № 112.

Отпечатано на роталпринте ИЯФ СО АН СССР