

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

15

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

**НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОМЕРНОЙ
ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ВОЛНЫ**

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 21

Новосибирск

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОМЕРНОЙ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ВОЛНЫ

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

А Н Н О Т А Ц И Я

Методом численного эксперимента (метод "частиц в ячейках") исследована неустойчивость одномерной ленгмюровской волны в широком диапазоне параметров $E_0^2/8\pi nT \sim 10^{-8} \div 10^3$, $V_\phi/V_T \sim 2 \div 160$. В этом же диапазоне определены параметры, при которых становятся существенными электронная нелинейность и захват электронов. Построены кривые границы нелинейности и захвата, зависящие от начальной амплитуды и фазовой скорости волны. При $V_\phi/V_T > 10$ эти границы могут быть описаны кривыми $E_0^2/8\pi nT = \alpha'_1/(k_0 d)^2$, $\alpha'_1 \sim 10^{-3}$ (нелинейность), $\alpha'_2 \sim 6 \cdot 10^{-2}$ (захват). Декременты затухания при больших амплитудах $E_0^2/8\pi nT > (k_0 d)^2 (\frac{e\phi_0}{T} > 1)$ экспоненциально растут с ростом E_0 и уменьшением V_ϕ и могут значительно превосходить декремент затухания Ландау.

Показано, что наблюдаемая модуляционная неустойчивость не учитывается при теоретическом рассмотрении неустойчивостей ленгмюровской волны. Она представляет собой "стимулированный распад" - процесс $\nu_{k_0} \rightarrow \nu_{2k_0} - \nu_{k_0}$ - аперiodическую неустойчивость, в которой начальное возмущение ионов задается полем волны, что стимулирует модуляцию волны с длиной возмущения $\lambda \sim \frac{\lambda_0}{2}$. В исследованном диапазоне параметров эта неустойчивость наблюдается в области всех типов теоретических неустойчивостей (дозвуковая и сверхзвуковая модуляционная неустойчивость, распад и модифицированный распад) и является более сильной, чем неустойчивости, рассмотренные в теории.

THE INSTABILITY OF ONE-DIMENSIONAL
LANGMUIR WAVE

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

Institute of Nuclear Physics
630090, Novosibirsk 90, USSR

A b s t r a c t

The numerical experiment (PIC - method) was made to investigate the instability of one-dimensional Langmuir wave in a wide range of parameters $E_0^2/8\pi nT \sim 10^{-8} - 10^3$, $V_{ph}/V_T \sim 2 \cdot 160$.

In this region the parameters are found at which the electron nonlinearity and the trapping of plasma electrons are essential. The boundaries of nonlinearity and trapping are found depending on the initial amplitudes and phase velocities of the waves. At $V_{ph}/V_T > 10$ these boundaries can be described by the curves $E_0^2/8\pi nT = \alpha'/(k_0 r_d)^2$, $\alpha_n' \sim 10^{-3}$ (electron nonlinearity), $\alpha_{t2}' \sim 6 \cdot 10^{-2}$ (trapping). The damping rate for the high amplitude waves $E_0^2/4\pi nT > (k_0 r_d)^2$ ($\partial \psi_0 / \partial t > 1$) increase exponentially with E_0 increase and V_{ph} decrease and can essentially exceed the Landau damping rate.

The modulational instability which is observed in this numerical experiment differs from the instabilities found in the theory of one-dimensional Langmuir wave. This instability is the process of "stimulated decay" $\ell_{k_0} \rightarrow \ell_{2k_0} - S_{k_0}$: the ions are perturbed by the electron wave field with the length of perturbation $\lambda = \lambda_0$ and this perturbation stimulate the modulation of the wave with $\lambda \sim \lambda_0/2$. This instability is observed in the regions of all theoretical instabilities (static and hydrodynamic modulational instability, decay and modified decay instability) and in our range of parameters is more strong than theoretical instabilities.

В предыдущих работах /1-5/ мы исследовали методом численного эксперимента неустойчивость и затухание одномерной ленгмювской волны в довольно широком диапазоне параметров. В настоящей работе мы расширили диапазон параметров до пределов, разрешаемых методом и возможностями БЭСМ-6: $E_0^2/8\pi nT \sim 10^{-8} \div 10^3$; $V_{ph}/V_T \sim 2 \cdot 160$; $(k_0 r_d)^2 \sim 0,7 \div 4 \cdot 10^{-5}$.

В этом диапазоне параметров найдены граничные параметры, при которых становятся существенными электронная нелинейность и захват электронов плазмы волной, т.е. определены границы нелинейности и захвата, показывающие пределы применимости теории, не учитывающей затухания. Исследована начальная стадия неустойчивости при параметрах, соответствующих разным областям неустойчивости по теории одномерной ленгмювской волны. Показано, что наблюдаемая нами модуляционная неустойчивость отличается от неустойчивостей, рассматриваемых в теории, и представляет собой "стимулированный распад" $\ell_{k_0} \rightarrow \ell_{2k_0} - S_{k_0}$ - аперриодическую неустойчивость, приводящую к модуляции волны с длиной возмущения $\lambda < \lambda_0$, в которой начальное возмущение ионов задается полем волны.

Метод расчета

Для численного моделирования используется метод "частиц в ячейках". Рассматривается одномерная система с периодическими граничными условиями. Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям. В начальный момент времени ионы равномерно распределяются по длине системы. Ленгмювская волна задается возмущением плотности и скоростей электронов. Контроль правильности расчета проводится по сохранению полной энергии и импульса системы, по независимости результатов от счетных параметров.

При работе методом "частиц в ячейках" существенную проблему представляют тепловые шумы, т.к. число "частиц" обычно невелико. В нашем случае $N_e = N_i = 10^4$, длина ячейки $1 r_d$, так что при длине системы $L = 10^2 \div 10^3 r_d$ плотность "частиц" в ячейке составляет $N_0 \sim 10^2 \div 10$. Для понижения уровня начальных шумов применяется метод "спокойного старта" /6/. Метод заключается в том, что функция распределения частиц по скоростям и координатам $f_0(x, v)$ задается одинаковой во всех ячейках. При

этом перемещение частиц в пространстве не приводит к флуктуациям плотности в отличие от случая с тепловыми шумами. Уровень шумов при "спокойном старте" определяется ошибками счета и составляет $\sim 10^{-3}$ от уровня тепловых шумов. Однако, этот уровень не остается постоянным, а нарастает за время порядка одного - нескольких десятков плазменных периодов (интервал уменьшается с уменьшением N_0 , λ_0 и ростом E_0), причем уровень возрастает с ростом E_0 и уменьшением λ_0 . Расчет имеет смысл до тех пор, пока спектральный уровень шума остается малым по сравнению с уровнем гармоник исследуемого эффекта. Таким образом, этот метод позволяет исследовать те эффекты, скорость роста которых превосходит скорость роста шумов или те, которые развиваются за время, пока шумы не успели нарасти.

При работе со "спокойным стартом" вид функции распределения по скоростям определяется видом $f_0(v)$ в одной ячейке. Поскольку число частиц в ячейке ограничено, функция распределения обрезана по скоростям на некоторой предельной скорости

$v_{прег}$, зависящей от N_0 :

L/rd	11	100	300	1000
N_0	991	101	35	9
$v_{прег}/v_T$	2,82	2,15	1,8	1,3

Мы задаем обычно длину волны λ_0 равной длине системы. При работе с $\lambda_0 \leq 100 rd$ мы задаем $N_0 = 101$, так что $v_{прег}/v_T = 2,15$ и одинакова при разных λ_0 . Однако, при $\lambda_0 > 100 rd$ N_0 и $v_{прег}$ уменьшаются с ростом λ_0 .

Численные эксперименты проводятся при следующих параметрах: $m/M = 10^{-2}$; отношение температур $T_e/T_i = 30$; временной шаг $\tau/T_{oe} = 0,05$.

Приведем некоторые обозначения, которые будут использованы в тексте.

- E - нормированная амплитуда поля, равная $\frac{E}{mrd/eT_{oe}^2}$
- $E_0, \varphi_0, \omega_0, \lambda_0, k_0, v_\phi$ - амплитуда поля и потенциала, частота, длина волны, волновой вектор, фазовая скорость в начальный момент времени;

$W_0 = E_0^2/8\pi nT$ - плотность энергии в начальный момент времени.

$W_m = E_{max}^2/8\pi n_{min}T$ - максимальная за период T_{oe} плотность энергии во впадине плотности;

ω_{oe}, T_{oe} - частота и период плазменных колебаний;

$\sqrt{e\varphi_0/m}$ - начальное возмущение скорости;

v_T - тепловая скорость;

$v = v_\phi \pm 2\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} \sin \frac{\pi}{\lambda_0}(x-x_0)$ - сепаратриса, ограничивающая область захвата;

$2\sqrt{e\varphi_0/m}$ - граница захвата;

γ - декремент затухания или инкремент неустойчивости;

$\frac{\gamma_L}{\omega_{oe}} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{\omega_{oe} W^2}{k^3 v_T^3} \exp(-\frac{1}{2} \frac{W^2}{k^2 v_T^2})$ - декремент затухания Ландау.

Граница нелинейности и захвата

В работе /3/ мы исследовали ленгмювскую волну с $W_0 \sim 10^{-1} + 10^2$ и $v_\phi/v_T \sim 10-50$ и нашли параметры, при которых становятся существенными электронная нелинейность и захват электронов. В настоящей работе мы расширили диапазон параметров волны до $W_0 \sim 10^{-8} + 10^3$ и $v_\phi/v_T \sim 2-160$ и построили кривые границ нелинейности и захвата.

В монохроматической волне электронная нелинейность проявляется, когда возмущенная скорость электронов становится близкой к границе захвата. При этом электрон дольше остается в фазе ускоряющего поля и набирает большую скорость, так что положительные возмущения скорости становятся больше отрицательных $\Delta v_+/\Delta v_- > 1$ и колебания $v(t), x(t)$ начинают отличаться от синусоидальных. Это приводит к увеличению плотности электронов в фазах ускоряющего поля $n_+/n_- > 1$ и к увеличению энергии колебаний электронов по сравнению с энергией поля $\Delta W_e/W_e > 1$. (для линейных колебаний все эти отношения равны 1). Таким образом, $\tilde{n}_e(x)$ и $E(x)$ становятся несимметричными - $\tilde{n}_e(x)$ обостряется, а $E(x)$ укучается, так что волна не является

более монохроматической, а состоит из набора гармоник с одинаковыми фазовыми скоростями. Предельным случаем электронной нелинейности является захват электронов волной, при котором возмущенные скорости электронов попадают в область, ограниченную сепаратрисой, так что электроны ускоряются до скоростей $\sim \sqrt{e\phi_0/m}$.

Граница нелинейности определялась по отличию приведенных выше отношений от 1, граница захвата по виду фазовой плоскости и началу затухания волны. Строго говоря ни границы нелинейности, ни границы захвата нет, т.к. в максвелловском распределении всегда найдутся частицы, движущиеся нелинейно или захваченные данной волной. Термин граница имеет смысл границы (граничных параметров волны), за которой явление становится существенным (проявляется укрупнение волны или её затухание).

Границы электронной нелинейности и захвата показаны на Рис.1 в координатах $E_0^2/8\pi nT - (k_0 r_d)^2$ и на Рис.2 в координатах $\sqrt{e\phi_0/m}/v_T - v_\phi/v_T$ ($\sqrt{e\phi_0/m}/v_T = \sqrt{e\phi_0/T}$). Точки на этих рисунках соответствуют параметрам волны, при которых волна еще остается линейной или становится слабонелинейной (нижняя кривая) и параметрам, при которых еще нет или уже есть захват (верхняя кривая). Область линейной волны лежит ниже границы нелинейности, область захвата — выше границы захвата.

Мы уже отмечали, что при $\lambda_0 \leq 100 r_d$ ($v_\phi/v_T = 1,6$; $(k_0 r_d)^2 = 3,9 \cdot 10^{-3}$) функция распределения обрезана на $v_{прег} = 2,15 v_T$, так что при $\lambda_0 \leq 100 r_d$ граница захвата соответствует захвату частиц со скоростями $v \leq 2 v_T$. При $\lambda_0 > 100 r_d$ предельная скорость $v_{прег} < 2 v_T$, т.ч. соответствующие точки могут лежать несколько выше границы для $v_{прег} = 2 v_T$. Проверка границы нелинейности и захвата при $\lambda_0 = 100 r_d$ и $v_{прег}$ от $2 v_T$ до $1,3 v_T$ показывает, что различия не очень велики. То же дает и проверка границы захвата при $\omega_0 \sim 10^{-4}$ с $v_{прег}$ от $2,1$ до $2,8 v_T$.

Таким образом, можно считать, что приведенные кривые приближенно указывают параметры, при которых явления электронной нелинейности или захвата становятся существенными.

В работе /3/ для характеристики нелинейности и захвата в области $v_\phi/v_T \gg 1$ мы предложили параметры $\alpha = \frac{2\sqrt{e\phi_0/m}}{v_\phi - v_T}$ и

$\alpha' = \frac{E_0^2}{8\pi nT} (k_0 r_d)^2$ и нашли, что для границы нелинейности $\alpha_H \sim 0,4$; $\alpha'_H \sim 10^{-3}$; для границы захвата $\alpha_Z \sim 1,3$; $\alpha'_Z \sim 5 \cdot 10^{-2}$. По Рис.1 и 2 видно, что при $v_\phi/v_T > 10$ и $(k_0 r_d)^2 < 10^{-2}$ границы нелинейности и захвата, действительно, описываются прямыми $E_0^2/8\pi nT = \alpha'/(k_0 r_d)^2$ или $\sqrt{e\phi_0/m} = \frac{\alpha''}{v_\phi}$. Значения $\alpha'_H \sim 10^{-3}$ и $\alpha'_Z \sim 6 \cdot 10^{-2}$ близки к приведенным ранее. Значения $\alpha''_H \sim 0,2$ и $\alpha''_Z \sim 0,6$ также дают значения α (для $v_\phi \gg v_T$), близкие к приведенным ранее.

Таким образом, можно утверждать, что граница нелинейности и захвата для монохроматической ленгмювской волны описывается кривой $E^2/8\pi nT = 10^{-3}/(k r_d)^2$ и $E^2/8\pi nT = 6 \cdot 10^{-2}/(k r_d)^2$ соответственно.

Приведенные кривые показывают пределы применимости теории не учитывающей электронную нелинейность и затухание.

Граница захвата может рассматриваться как граница затухания не только для монохроматической волны, но и в более сложных случаях. Ранее /4/ мы исследовали модуляционную неустойчивость ленгмювской волны и нашли, что при $v_\phi/v_T = 16$ при малых амплитудах $\omega_0 < 10^{-1}$ развитие неустойчивости приводит к образованию квазистационарных солитонов, при $\omega_0 \sim 10^{-1}$ солитон образуется, но быстро затухает в результате захвата электронов плазмы. При $\omega_0 > 10^{-1}$ наблюдается коллапс — образование нестационарного солитона и сжатие его до начала затухания. На рис.3 показаны точки, характеризующие начальные параметры волны в случаях, исследованных в /4/ (нумерация соответствует таблице 2), и точки, характеризующие конечное состояние — параметры стационарного или нестационарного солитона в момент начала затухания (максимум кривой $w_m(t)$). В качестве параметров, характеризующих конечное состояние берется максимальная плотность энергии $w_m = \frac{E_{max}^2}{8\pi n_{min} T}$ и k , соответствующее ширине солитона Δx на уровне $\frac{E_{max}}{e} - \frac{\lambda}{2} \sim \Delta x$, так что $k \sim \frac{\pi}{\Delta x}$.

Из Рис.3 видно, что в случае стационарного солитона конечные параметры хотя и лежат в области нелинейности, но довольно далеко от границы захвата. В остальных случаях начало затухания соответствует параметрам, лежащим на границе захвата или вблизи от нее. Таким образом, кривая границы захвата может быть

использована в качестве кривой границы затухания, характеризующей параметры, при которых начинается затухание.

В теоретических работах иногда используется оценка границы затухания $E^2/8\pi nT \sim \frac{1}{(kr_d)^2}$. Наши результаты показывают, что затухание становится существенным раньше — при $E^2/8\pi nT \sim 6 \cdot 10^{-2}/(kr_d)^2$.

Для оценки затухания в теоретических работах и численных расчетах обычно используется декремент затухания Ландау γ_L . Мы показали ранее /3/, что затухание описывается декрементом γ_L только в случае волн достаточно малой амплитуды $\frac{e\varphi_0}{T} \lesssim 1$, $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \approx \frac{(k_0 r_d)^2}{2}$. На Рис.2 приведена кривая $\frac{e\varphi_0}{T} = 1$, а также кривая $\sqrt{e\varphi_0/T} = V_{\phi}$, характеризующая предел применимости теории затухания волн конечной амплитуды /7/, согласующейся с экспериментом /8/ и численным экспериментом /9/. На Рис.1 приведены соответствующие им кривые в координатах $\frac{E_0^2}{8\pi nT} - (k_0 r_d)^2$. В работе /3/ было показано, что при больших амплитудах $e\varphi_0/T > 1$ декремент затухания становится больше, чем γ_L . В настоящей работе мы расширили область параметров, в которой измерялся декремент затухания, и нашли его зависимость от E_0 и V_{ϕ} . Начальные параметры волны, при которых измерялся декремент, показаны на схеме Рис.1 и 2. На Рис.4а и 5а приведены зависимости декремента от амплитуды при постоянной $V_{\phi}/V_T = 16$ и от фазовой скорости при постоянной $\omega_0 = 1,6$. Видим, что декремент затухания экспоненциально нарастает с ростом амплитуды E_0 и экспоненциально падает с ростом V_{ϕ} . Поскольку декремент затухания Ландау не зависит от амплитуды и падает с фазовой скоростью пропорционально $\sim (V_{\phi}/V_T)^3 \exp[-\frac{1}{2}(V_{\phi}/V_T)^2]$ очевидно, что отличие γ от γ_L должно возрастать с ростом E_0 и V_{ϕ} . Это видно из Рис. 4б и 5б, где показано отношение γ/γ_L в зависимости от E_0 и V_{ϕ} .

Декремент затухания определялся в области амплитуд таких, чтобы возмущение скорости электронов было меньше фазовой скорости $\sqrt{e\varphi_0/m} < V_{\phi}$. В области $\sqrt{e\varphi_0/m} \approx V_{\phi}$ захватывается практически вся плазма, причем захват происходит за время, меньшее плазменного периода.

Таблица I

	1	2	3	4	5	6	7
E_0	I	II	18	30	76	119	240
$E_0^2/8\pi nT$	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-1}$	1,8	4,5	18
$\sqrt{e\varphi_0/m}/V_T$	$2,1 \cdot 10^{-1}$	$8,2 \cdot 10^{-1}$	1,15	1,7	3,6	5,3	9,9
$e\varphi_0/T$	$4,4 \cdot 10^{-2}$	$6,6 \cdot 10^{-1}$	1,3	2,9	13	28	97
$\sqrt{e\varphi_0/m}/V_{\phi}$	$8,5 \cdot 10^{-2}$	$2,8 \cdot 10^{-1}$	$3,4 \cdot 10^{-1}$	$4 \cdot 10^{-1}$	$5,2 \cdot 10^{-1}$	$5,7 \cdot 10^{-1}$	$6,1 \cdot 10^{-1}$
λ_0/r_d	II	15	18	24	42	58	100
V_{ϕ}/V_T	2,46	2,95	3,35	4,2	6,9	9,4	16,1
$(k_0 r_d)^2$	0,33	0,18	0,12	$6,8 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
δ/ω_{oe}	0,33	0,18	$8 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$
γ_L/ω_{oe}	0,32	0,17	$7,4 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^{-3}$	10^{-8}	$\sim 3 \cdot 10^{-17}$	$\sim 10^{-53}$
γ/γ_L	1,03	1,07	1,1	8	$3 \cdot 10^6$	$\sim 10^{15}$	$\sim 3 \cdot 10^{51}$

Декремент затухания определялся также для параметров волны вдоль границы захвата таких, чтобы был захвачен $\sim 1\%$ электронов плазмы (оценивалась доля электронов со скоростями $v > v_{\phi}$). Эти параметры и декременты приведены в таблице I, соответствующие точки представлены на Рис. I и 2. Видно, что в области $e\varphi_0/T \lesssim 1$ декремент практически совпадает с декрементом затухания Ландау. С увеличением E_0 и v_{ϕ} вдоль границы захвата декремент медленно падает, а отношение δ/δ_L очень быстро возрастает.

Неустойчивость ленгмюровской волны

Наиболее полное теоретическое исследование неустойчивостей ленгмюровской волны, обзор и анализ имеющихся результатов приведены в работе /10/. На Рис. 6 представлена схема, показывающая области разных типов неустойчивости из работы /10/ с некоторыми добавлениями и поправками, внесенными А.М. Рубенчиком. Области неустойчивости определяются начальными параметрами волны $\omega = 2\omega_0 = E_0^2/4\pi nT$ и $(k_0 r_d)^2$.

I. Модуляционная неустойчивость $\alpha < k_0$; $(\alpha r_d)^2 \sim \omega$;
 $\delta/\omega_{oe} \sim \omega$;

δ — максимальный инкремент; α — волновой вектор гармоники с максимальным инкрементом.

II. Дозвуковая модуляционная неустойчивость $\alpha > k_0$;
 $(\alpha r_d)^2 \sim \omega$; $\delta/\omega_{oe} \sim \omega$;
 В работе /10/ I и II объединены в одну область статической модуляционной неустойчивости.

III. Сверхзвуковая (по /10/ гидродинамическая) модуляционная неустойчивость $(\alpha r_d)^2 \sim (m/M)^{1/3} \omega^{2/3}$ (по /10/) или $(m/M \omega)^{1/4} < (\alpha r_d)^2 \leq \omega$ (по Рубенчику); $\delta/\omega_{oe} \sim (m/M \omega)^{1/2}$

IV. Неустойчивость модифицированного распада $\alpha \sim 2k_0$;
 $\delta/\omega_{oe} \sim (m/M \cdot \omega \cdot (k_0 r_d)^2)^{1/3}$;
 Кривая, разделяющая области III и IV по Рубенчику $\omega = (k_0 r_d)^4 \frac{M}{m}$;
 по /10/ — $(k_0 r_d)^2 = \frac{m}{M}$.

У. Распадная неустойчивость $\alpha \sim 2k_0$;

$$\delta/\omega_{oe} \sim (m/M)^{1/2} \omega k_0 r_d^{1/2}$$

На схеме Рис. 6 приведены найденные нами границы электронной нелинейности и захвата, показывающие пределы применимости теории. Отметим, что границы областей неустойчивости зависят от отношения m/M , а границы нелинейности и захвата не зависят от него. На Рис. 6 показаны области неустойчивости для ионов водорода $M/m = 1836$.

На схеме Рис. 7 показаны области неустойчивости для $M/m = 10^2$ и нанесены точки, соответствующие начальным параметрам волны в наших численных экспериментах (таблица 2). Неустойчивость (включая нелинейную стадию) и затухание волны были исследованы нами ранее в работах /3/ (случаи 8-13, 15-19) и /4/ (случаи 4-9, 14, 15). Более подробно неустойчивость была исследована в работах /1/ (случай 8) и /2/ (случай 9).

В /1,2/ было показано, что поле волны возмущает ионы, так что нарастает возмущение плотности с $\lambda = \lambda_0$. Поле волны с течением времени начинает модулироваться с длиной возмущения $\lambda < \lambda_0$, причем энергия волны концентрируется в области впадины плотности. В спектральном описании этому соответствует нарастание гармоник поля — второй, позже третьей и т.д., представляющих собой ленгмюровские волны. Фазы гармоник таковы, что в одной области пространства поле оказывается больше, чем в другой. Положение области концентрации поля не меняется во времени.

Такой же характер неустойчивости сохраняется во всем исследованном ранее диапазоне параметров, пока они не попадают на или за границу захвата, где с самого начала начинается затухание волны /3/ (случаи 11-13, 17-19). Если начальные параметры лежат в области электронной нелинейности, характер неустойчивости не меняется /2/, но затухание начинается тем раньше, чем ближе начальные параметры к границе захвата /3/ (случаи 8-10, 9-17).

Все исследованные ранее случаи (кроме 4 и 5) лежат в области сверхзвуковой модуляционной неустойчивости. В настоящей

Таблица 2

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
№ по/3/	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
№ по/4/	-	-	-	I-5	I-4	I-3	I-2	I-1	2-2	-	-	-	-
E_0	0.01	0.1	0.3	I	3	II	17,7	3I	70,4	193,6	252	350	626
$E_0^2/8\pi hT$	$3 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-1}$	$3 \cdot 10^{-1}$	$1 \cdot 10^{-1}$	1,6	II	18	36
λ_0/r_d	100	Для всех случаев I - I3											
$V\phi/v_T$	16,1	$\lambda_0/r_d, V\phi/v_T, K_0 r_d, (K_0 r_d)^2$											
$K_0 r_d$	$63 \cdot 10^{-2}$	одинаковы											
$(K_0 r_d)^2$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	одинаковы											
Область неустойчивости	I	I	I	I	I	III	III	III	III	III	III	III	III

Таблица 2 (продолжение)

№	14	15	9	16	17	18	19	20	21	22	23
№ по/3/	-	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6	-	-	-	-
№ по/4/	2-4	2-3	2-2	-	-	-	-	-	-	-	-
E_0	70,4	Для случаев 14-19									
$E_0^2/8\pi hT$	1,6	E_0 и $\frac{E_0}{8\pi hT}$ одинаковы									
λ_0/r_d	1000	300	100	58	42	24	15	1000	42	42	42
$V\phi/v_T$	160	48	16,1	9,4	6,9	4,2	2,96	160	6,9	6,9	6,9
$K_0 r_d$	$6,3 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^2$	$6,3 \cdot 10^2$	$1,1 \cdot 10^1$	$1,5 \cdot 10^1$	$2,6 \cdot 10^1$	$4,2 \cdot 10^1$	$6,3 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^1$	$1,5 \cdot 10^1$	$1,5 \cdot 10^1$
$(K_0 r_d)^2$	$3,9 \cdot 10^{-5}$	$4,4 \cdot 10^4$	$3,9 \cdot 10^3$	$1,2 \cdot 10^2$	$2,2 \cdot 10^2$	$6,8 \cdot 10^2$	$1,7 \cdot 10^1$	$3,9 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^2$	$2,2 \cdot 10^2$	$2,2 \cdot 10^2$
Область неустойчивости	III	III	III	III	III	III	III	II	III	IV	V

работе мы расширили диапазон параметров до $\omega_0 \sim 10^{-8} + 10^2$, $V_\phi/V_T \sim 3-160$ с тем, чтобы исследовать неустойчивость в разных областях. Из Рис.7 видно, что случаи 1-5 лежат в области модуляционной неустойчивости $\omega_0 < (k_0 r_d)^2$, случай 20 - в области дозвуковой модуляционной неустойчивости, случай 22 - в области модифицированного распада, случай 23 - в области распада.

Все эти случаи лежат в области малых амплитуд $\omega_0 \lesssim 10^{-2}$. Основной трудностью при работе с волнами малой амплитуды является высокий уровень шумов. Выше было отмечено, что метод "спокойного старта" позволяет значительно снизить шумы в начале, но со временем они нарастают, так что при работе с волнами малой амплитуды удается исследовать только начальную стадию неустойчивости (10-15 плазменных периодов), пользуясь спектральным описанием. Так как шумы падают с уменьшением амплитуды волны, удается наблюдать неустойчивость до $\omega_0 \sim 10^{-8}$ при $\lambda_0 = 100 r_d$, однако с уменьшением λ_0 шумы быстро возрастают, так что уже при $\lambda_0 \sim 40 r_d$ удается работать только с $\omega_0 > 10^{-3}$.

Оказывается, что характер неустойчивости одинаков во всем диапазоне начальных параметров волны и не отличается от исследованного ранее в /1-4/. Основные черты неустойчивости - рост возмущения ионной плотности с $\lambda = \lambda_0$ и рост второй гармоники поля с $\lambda = \lambda_0/2$, так что неустойчивость представляет собой процесс типа распада $\epsilon_{k_0} \rightarrow \epsilon_{2k_0} - \delta_{k_0}$.

Рассмотрим подробнее неустойчивость для волны разной амплитуды $\omega_0 \sim 10^{-8} + 10^{-1}$, $\lambda_0 = 100 r_d$, $V_\phi/V_T = 16$ (случай 1-8). На Рис.8 показана зависимость от времени ионного возмущения \tilde{n}_i/n_0 с $\lambda = \lambda_0$ для разных случаев. Видно, что во всех случаях \tilde{n}_i/n_0 нарастает на несколько порядков за первый период T_{oe} и далее растет более медленно. Величина \tilde{n}_i/n_0 пропорциональна E_0 . Ранее было показано, что \tilde{n}_i/n_0 обратно пропорционально λ_0 (это наблюдается и в случаях 20-23) и M/m /1/. Совокупность этих фактов доказывает, что ионное возмущение связано с возмущением ионов полем волны.

Характер нарастания второй гармоники поля с $\lambda = \lambda_0/2$ сохраняется, но скорость роста падает при уменьшении E_0 . Это

видно из Рис.9а,б и 10а,б, где показаны кривые $E^N(t)$ и спектры $E^N(N)$ в $t \sim 10 T_{oe}$ для случаев 1 и 5. Случай 5 был исследован ранее в /4/, где было показано, что рост второй гармоники соответствует модуляции волны того же типа, что и в случаях 6-9. С уменьшением амплитуды растут флуктуации поля второй гармоники, связанные, повидимому, с шумами. Это мешает определить инкремент нарастания. Для его характеристики построено отношение амплитуды второй гармоники E^II в $t \sim 10 T_{oe}$ к начальной E_0 в зависимости от E_0 (Рис.11). Видно, что это отношение растет с E_0 примерно, как $(E_0)^{1/2}$, т.е. $(\omega_0)^{1/4}$. Можно приближенно считать, что так же зависит от поля и инкремент. Для случая 8 /1/ было найдено, что $\gamma \sim 4 \cdot 10^{-2}$, оценка для случая 1 дает $\gamma \sim 7 \cdot 10^{-4}$.

Естественно, возникает вопрос, не связано ли возбуждение второй гармоники с граничными условиями или с тем, что $\lambda_0 = \mathcal{L}$. Для проверки этого рассматривались случаи с той же λ_0 , но большей $\mathcal{L} = 3 \lambda_0, 10 \lambda_0$, чтобы обеспечить возможность развития более длинноволновых гармоник. Такая проверка проводилась в случаях 3,4,8,9,23. Было найдено, что 2-я, 3-я гармоники поля с $\lambda = \lambda_0/2, \lambda_0/3$ и возмущение плотности с $\lambda = \lambda_0$ нарастают с той же скоростью, что и в случае $\lambda_0 = \mathcal{L}$. Роста других гармоник поля или плотности обнаружить не удалось при самом тщательном анализе. Таким образом, наблюдаемая неустойчивость не меняется при изменении длины системы, а другие гармоники, если и нарастают, то их скорость роста много меньше, чем для наблюдаемых.

Проверялось, не связана ли наблюдаемая неустойчивость с начальными условиями - шумовыми или какими-то другими паразитными возмущениями в системе. Для этой цели изменялись счетные параметры и задавались различные начальные возмущения. В случае 3 с $\lambda_0 = 100 r_d$ и $\mathcal{L} = 1000 r_d$, $N = 10$ задавался повышенный уровень гармоник плотности с $N = 1-9$, 10 и разным распределением фаз или спектр гармоник поля с $N = 1-9$. Во всех случаях неустойчивость не изменялась. Для случаев 3 и 9 задавались возмущения плотности с $\lambda = \lambda_0$ с \tilde{n}_i/n_0 сравнимым с возмущением от неустойчивости и с другой фазой (неустойчивость не изменялась), в фазе или противофазе с возмущением от неустойчивости-

слегка изменилась скорость роста. Наконец, задавалось большое ($\tilde{n}_i/n_0 \sim 10^{-2} + 10^{-1}$) возмущение ионной плотности с λ , отличным от λ_0 (случай 9). Неустойчивость сохраняется и в этом случае, хотя параллельно идет процесс конверсии ($\ell_{k_0} + s_k \rightarrow \ell_{k_0 \pm k}$).

Та же неустойчивость наблюдается и при работе с другой массой ионов в случаях 9, 10 с $M/m = 10^3$ /2,3/, причем скорость роста падает примерно как $(m/M)^{1/3}$.

Таким образом, можно утверждать, что наблюдаемая неустойчивость не связана с постановкой и особенностями численного эксперимента (граничными условиями, счетными параметрами, начальными возмущениями, выбором M/m , λ_0/L).

Однако эта неустойчивость отличается от ожидаемой согласно теоретическому рассмотрению. Действительно, она наблюдается во всех областях (Рис. 7), в том числе в области модуляционной неустойчивости, где длина волны возмущения должна превышать λ_0 и расти с уменьшением ω_0 , т.е. неустойчивость должна заведомо отличаться от нашей. Был проведен ряд численных экспериментов с целью обнаружения модуляционной неустойчивости в случаях 3 и 4 с $\lambda = 100 r_d$, $L = 1000 r_d$ и $N = 10$. Оценка длины возмущения с максимальным инкрементом согласно /10/ дает $\lambda_{\text{возм}} \sim 750 r_d$ (случай 3) и $\sim 250 r_d$ (случай 4). Известно, что основной процесс, приводящий к модуляционной неустойчивости — четырехволновое взаимодействие $\ell_{k_0} + \ell_{k_0} \rightarrow \ell_{k_0 + \alpha} + \ell_{k_0 - \alpha}$, так что неустойчивость должна проявляться в росте гармоник $k_0 + \alpha$ и $k_0 - \alpha$. Максимальный инкремент должны иметь гармоники с $\alpha \sim 2\pi/\lambda_{\text{возм}}$, т.е. $N \sim 9, 11$ (случай 3, $\lambda_{\text{возм}} \sim 1000 r_d$) и $N \sim 6, 14$ (случай 4, $\lambda_{\text{возм}} \sim 250 r_d$). Однако, роста этих гармоник в случаях 3, 4 с $L = 1000 r_d$ обнаружить не удалось. Поскольку инкремент согласно оценке /10/ мал ($\delta/\omega_0 \sim 2\omega_0 \sim 6 \cdot 10^{-5}$ и $\sim 6 \cdot 10^{-4}$), возможно, что рост гармоник скрыт шумами. Наша неустойчивость наблюдается вполне четко. Оценка инкремента для нее (в предположении $\delta/\omega_0 \sim (E_0)^{1/2}$) дает $\delta/\omega_0 \sim 4 \cdot 10^{-3}$ и $\sim 7 \cdot 10^{-3}$, т.е. значительно больше, чем для модуляционной неустойчивости.

Для того, чтобы поставить модуляционную неустойчивость в равные условия с нашей по начальным возмущениям плотности, задавался начальный спектр ионных гармоник с $N_i \sim 1-9, 1-10$ и

$\tilde{n}_i/n_0 \sim 10^{-4}$ для случаев 3, 4 с $L = 1000 r_d$ и $N = 10$.

В этих случаях мы действительно наблюдали рост гармоник в ожидаемой области. Однако эффект был очень мал и через 5-10 T_{oe} скрывался шумами. Рост 2-й и 3-й гармоник волны ($N = 20, 30$) и ионного возмущения с $\lambda = \lambda_0$ ($N = 10$), напротив, наблюдался совершенно четко. Эти результаты иллюстрируются Рисунками 12-14. На Рис. 12а, б показаны спектры в $t \sim 3 T_{oe}$ для случаев 3 и 4. Видно, что в случае 3 выделена 9-я гармоника, в случае 4

$\sim 4-7$ -я гармоники. В случае 3 рост 9 и 11-й гармоник можно наблюдать до $t/T_{oe} \sim 10$. На Рис. 13а, б показаны спектры в $t \sim 9 T_{oe}$ для случая 3 без и с начальным спектром возмущений плотности. Видно, что гармоники 9 и 11 выделены, однако, гармоники 20, 30 явно их превышают. На Рис. 14 показано распределение поля $E(x)$ в момент $t \sim 9 T_{oe}$, показывающее, что возбуждение 9, 11-й гармоник соответствует слабой модуляции волны с $\lambda_{\text{возм}} \sim 1000 r_d$. Следует еще раз отметить, что эффект слабо выделен над уровнем шумов, так что эти результаты нельзя считать вполне надежными.

Таким образом, мы не можем с полной уверенностью утверждать, что наблюдаем модуляционную неустойчивость с длиной возмущения $\lambda_{\text{возм}} > \lambda_0$, соответствующую ожидаемой по теории. Однако мы совершенно четко наблюдаем неустойчивость с $\lambda_{\text{возм}} < \lambda_0$ и следовательно можем утверждать, что если модуляционная неустойчивость с $\lambda_{\text{возм}} > \lambda_0$ и возможна, то она много слабее наблюдаемой нами неустойчивости.

Итак, во всем исследованном диапазоне параметров волны, перекрывающем все области теоретической неустойчивости, наблюдается неустойчивость одного типа. Она заключается в том, что волна задает возмущение плотности ионов, чем стимулируется нерезонансный распад $\ell_{k_0} \rightarrow \ell_{2k_0} - s_{k_0}$, проявляющийся при динамическом описании в росте впадины плотности с $\lambda = \lambda_0$ и модуляции волны с $\lambda_{\text{возм}} < \lambda_0$. Таким образом, эту неустойчивость можно назвать стимулированным распадом. В отличие от резонансного распада он не имеет порога и во всем исследованном диапазоне параметров имеет значительные инкременты. Стимулированный распад не был обнаружен в теории, поскольку при теоретическом рассмотрении не учитывается возмущение ионов полем волны.

То, что неустойчивость отличается от теоретической не очень существенно в области больших амплитуд, где теоретическая неустойчивость также должна приводить к модуляции волны с $\lambda_{\text{возм}} < \lambda_0$ и основную роль должна играть пондеромоторная сила. Как показывают результаты /1-4/ и в наших случаях при больших амплитудах развитие неустойчивости определяется пондеромоторной силой.

Можно ожидать, что на нелинейной стадии неустойчивости результаты теории и численного эксперимента будут одинаковы. Действительно, в согласии с теорией (см., например, /10/) в случаях 6 и 7 наблюдается образование солитонов с равновесными параметрами.

Однако при малых амплитудах теоретическая неустойчивость должна приводить к модуляции с $\lambda_{\text{возм}} > \lambda_0$ и на нелинейной стадии — к образованию солитона огибающей с $\Delta x > \lambda_0$. Обнаруженная нами неустойчивость приводит к модуляции с $\lambda_{\text{возм}} < \lambda_0$, что заведомо должно сказаться на нелинейной стадии. К сожалению, малые инкременты неустойчивости и большой уровень шумов не позволяют исследовать эту область методом численного эксперимента.

Остановимся на вопросе о пределах применимости нелинейной теории неустойчивости ленгмювской волны в области больших амплитуд. Как было показано нами ранее /4/ для области больших амплитуд $W_0 > 10^{-2}$, развитие неустойчивости приводит к образованию неравновесного солитона, поле которого $E(x, t)$ меняется подобно полю солитона, но ширина больше, а глубина впадины плотности меньше равновесной для солитона с той же плотностью энергии, так что неравновесный солитон продолжает сжиматься. Сжатие неравновесного солитона приводит к образованию квазистационарного солитона, если начальная энергия волны достаточно мала $W_0 < 0,1$ при $\lambda_0 = 100 r_d$, $V_0/V_T = 16$ (случай 6). В случае волны с $W_0 = 10^{-1}$ (случай 7) образуется равновесный, но нестационарный солитон с $W_m \sim 0,7$, $\Delta x \sim 16 r_d$, затухающий в результате захвата электронов.

Нелинейная теория модуляционной неустойчивости ленгмювской волны, не учитывающая затухания, строится в предположении $W_m \ll 1$. Наши результаты позволяют оценить предел применимости

теории по начальным параметрам волны: для $\lambda_0 = 100 r_d - W_0 \sim 10^{-1}$. Поскольку параметры солитона W_m и Δx определяются полной энергией волны, пропорциональной $W_0 \lambda_0$, можно полагать, что граница применимости нелинейной теории одномерной волны будет описываться кривой $W_0 \lambda_0 = \text{const}$, т.е. $W_0 \sim k_0 r_d$. Полагая, что случай 7 лежит на границе, получаем $W_0 \sim 1,6 k_0 r_d$ (Рис.3,7).

Как показано в /4/, в области, где нелинейная теория неприменима, для волн с $W_0 > 10^{-1}$ наблюдается коллапс — сжатие неравновесного солитона, приводящее к уменьшению области локализации энергии, рост плотности энергии и глубины впадины, так что первоначально распределенная на длине λ_0 энергия волны локализуется в области $\Delta x \ll \lambda_0$, причем $\Delta x/\lambda_0$ уменьшается с ростом λ_0 . Этот процесс ограничен только затуханием, связанным с захватом электронов коротковолновыми гармониками.

Этот процесс в принципе не отличается от процесса, в результате которого образуется солитон. В обоих случаях модуляционная неустойчивость приводит к образованию неравновесного солитона и его сжатию. Но при достаточно малых амплитудах давление плазмы уравнивает пондеромоторную силу и образуется квазистационарный солитон, а при достаточно больших $W_m > 1$ этого быть не может и равновесный солитон невозможен даже, если нет затухания. Наличие затухания приводит к появлению промежуточного случая — затухающего солитона и к ограничению сжатия неравновесного солитона.

Л и т е р а т у р а

1. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин. "Неустойчивость ленгмюровской волны большой амплитуды". Препринт ИЯФ 77-15, Новосибирск, 1977. Proc. XIII Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases v. II, p. 831, 1977, Berlin.
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость нелинейной ленгмюровской волны". Препринт ИЯФ 77-39, Новосибирск, 1977. Proc. III Int. Congress Waves and Instabilities in Plasmas, p. 71, 1977, Palaiseau.
3. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость и затухание ленгмюровских волн с разными амплитудами и фазовыми скоростями". Препринт ИЯФ 78-17, Новосибирск, 1978. Proc. XIV Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, 1979, Grenoble.
4. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны. Солитоны и коллапс". Препринт ИЯФ 78-76, Новосибирск, 1978.
5. "Неустойчивость и затухание стоячих ленгмюровских волн с разными амплитудами". Препринт ИЯФ 78-19, Новосибирск, 1978. Proc. XIV Conf. Phenomena in Ionized Gases, 1979, Grenoble.
6. J.A.Byers, M.S.Grewal Phys. Fluids 13, 1819, 1970.
7. R.Sugihara, T.Kamimura J. Phys. Soc. Japan 33, 206, 1972.
8. R.Franklin, S.Hamberger, G.Smith Phys. Rev. Let. 29, 914, 1972.
9. Y.Matsuda, F.W.Crowford Phys. Fluids 18, 1336, 1346, 1975.
10. S.G.Thornhill, D. ter Haar "Langmuir turbulence and modulational instability", Oxford, 1977.

Подписи к рисункам

- Рис.1. Границы электронной нелинейности и захвата в координатах $E_0^2/8\pi nT - (krd)^2$
- - линейная волна; □ - нелинейность; × - захват;
× - определение декремента. Нумерация точек - см. таблицу I.
- Рис.2. Граница электронной нелинейности и захвата в координатах $\sqrt{e\phi_0/m}/V_T - V_\phi/V_T$
- - линейная волна; □ - нелинейность;
× - захват; × - определение декремента.
Нумерация точек - см. таблицу I.
- Рис.3. Граница затухания при модуляционной неустойчивости ленгмюровской волны в координатах $E^2/8\pi nT - (krd)^2$
- Нумерация точек - см. таблицу 2.
- Рис.4. Зависимость декремента затухания от амплитуды волны $V_\phi/V_T = 16$.
- а. $\delta/\omega_0 e$; б. δ/γ_L
- Рис.5. Зависимость декремента затухания от фазовой скорости.
- $E_0 = 70,4$; $\omega_0 = 1,6$.
- а. $\delta/\omega_0 e$; б. δ/γ_L
- Рис.6. Схема - области неустойчивости одномерной ленгмюровской волны по теории /10/ и границы нелинейности и захвата в координатах $E^2/8\pi nT - (krd)^2$
- Рис.7. Схема - положение начальных параметров численных экспериментов относительно областей неустойчивости и границ нелинейности и захвата в координатах $E_0^2/8\pi nT - (krd)^2$
- Нумерация точек - см. таблицу 2.
- Рис.8. Зависимость от времени возмущения плотности с $\lambda = \lambda_0$ при разных амплитудах волны.
- Случай I-8. Начальные параметры см. таблицу 2.

Рис.9. Зависимость от времени амплитуды второй гармоники поля с $\lambda = \lambda_0/2$

- а. случай 5; $\omega_0 = 2,9 \cdot 10^{-3}$;
 б. случай 1; $\omega_0 = 3,2 \cdot 10^{-8}$

Пунктир - уровень шумов с $N \sim 10-20$.

Рис.10. Спектр гармоник поля в $t/T_{0e} \sim 10$

- а. случай 5, $\omega_0 = 2,9 \cdot 10^{-3}$;
 б. случай 1, $\omega_0 = 3,2 \cdot 10^{-8}$.

Рис.11. Зависимость амплитуды второй гармоники E^{II}/E_0 в $t/T_{0e} \sim 10$ от начальной амплитуды. Случаи 1-8. Начальные параметры см. таблицу 2.

Рис.12. Спектр гармоник поля в $t/T_{0e} \sim 3$.

- а. случай 3; $\omega_0 = 2,9 \cdot 10^{-5}$; $\lambda_0/r_d = 100$; $L/r_d = 1000$
 б. случай 4; $\omega_0 = 3,2 \cdot 10^{-4}$; $\lambda_0/r_d = 100$; $L/r_d = 1000$.
 Случай 3 и 4 с начальным спектром флуктуаций плотности.

Рис.13. Спектр гармоник поля в $t/T_{0e} \sim 9$.

- а. Случай 3; $\omega_0 = 2,9 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_0/r_d = 100$; $L/r_d = 1000$.
 без начального спектра флуктуаций плотности.
 б. Случай 3; $\omega_0 = 2,9 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_0/r_d = 100$; $L/r_d = 1000$.
 с начальным спектром флуктуаций плотности.

Рис.14. Распределение поля $E(x)$ в $t/T_{0e} \sim 9$.
 Случай 3; $\omega_0 = 2,9 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_0/r_d = 100$; $L/r_d = 1000$.
 с начальным спектром флуктуаций плотности.

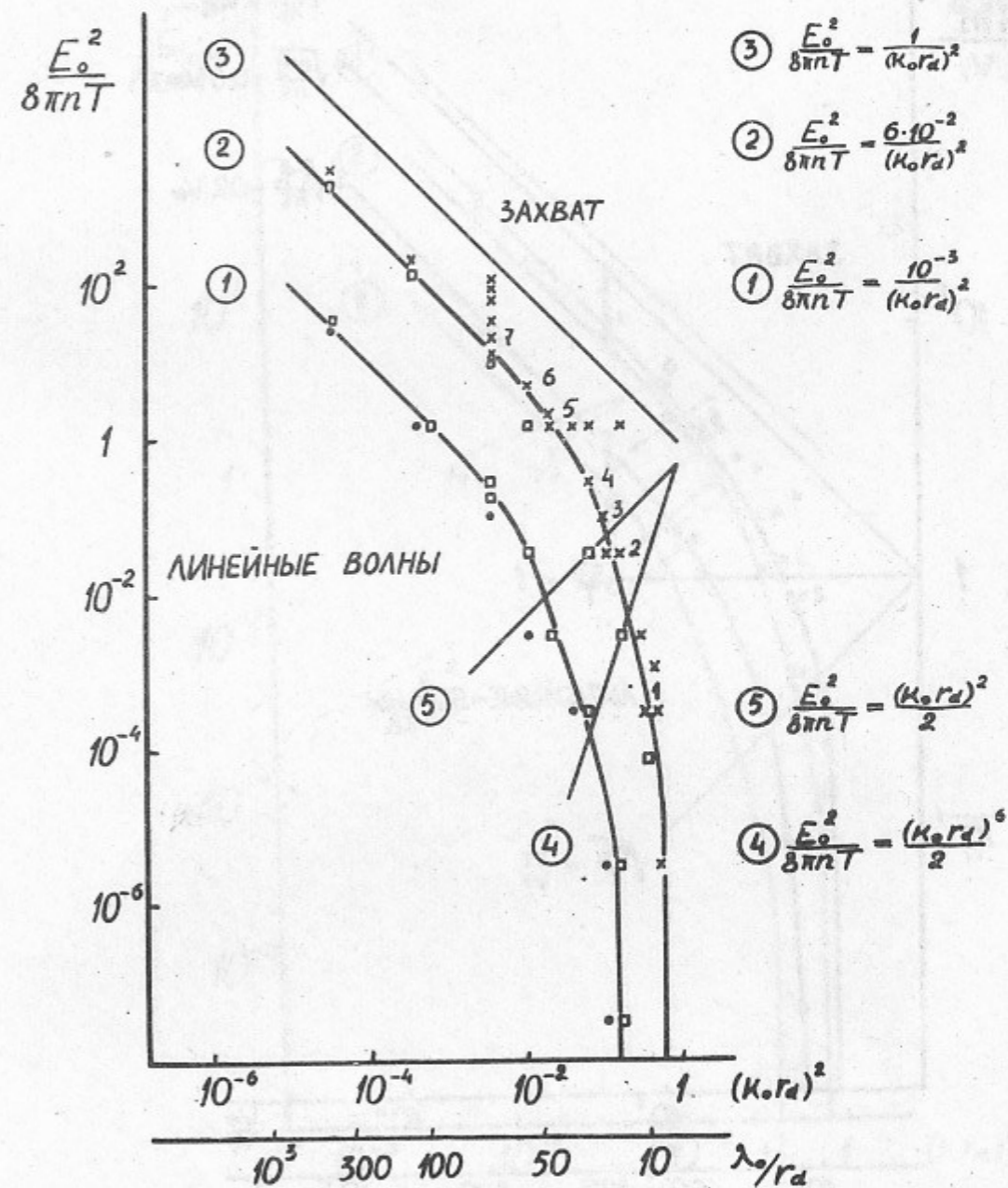


Рис. I.

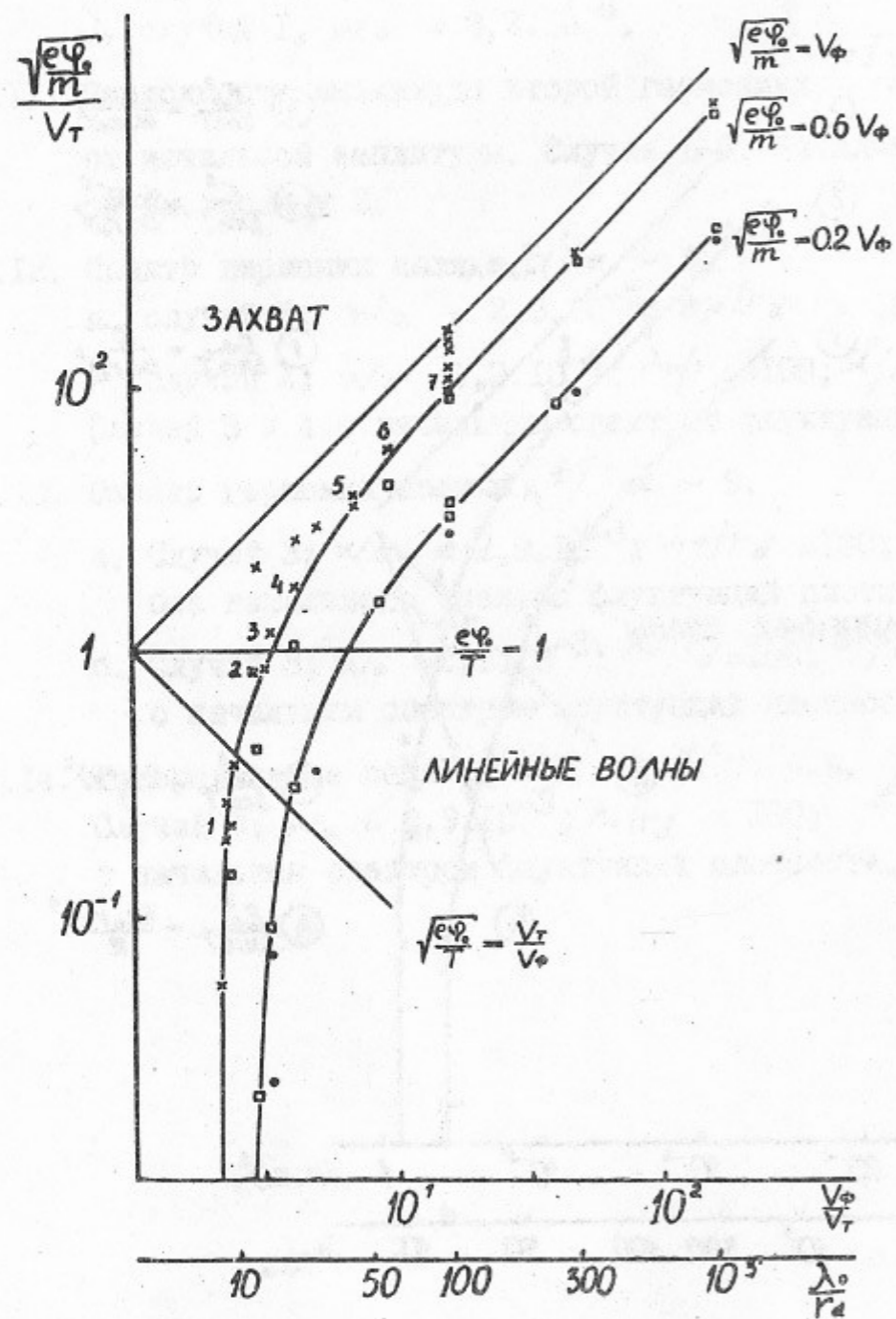


Рис.2.

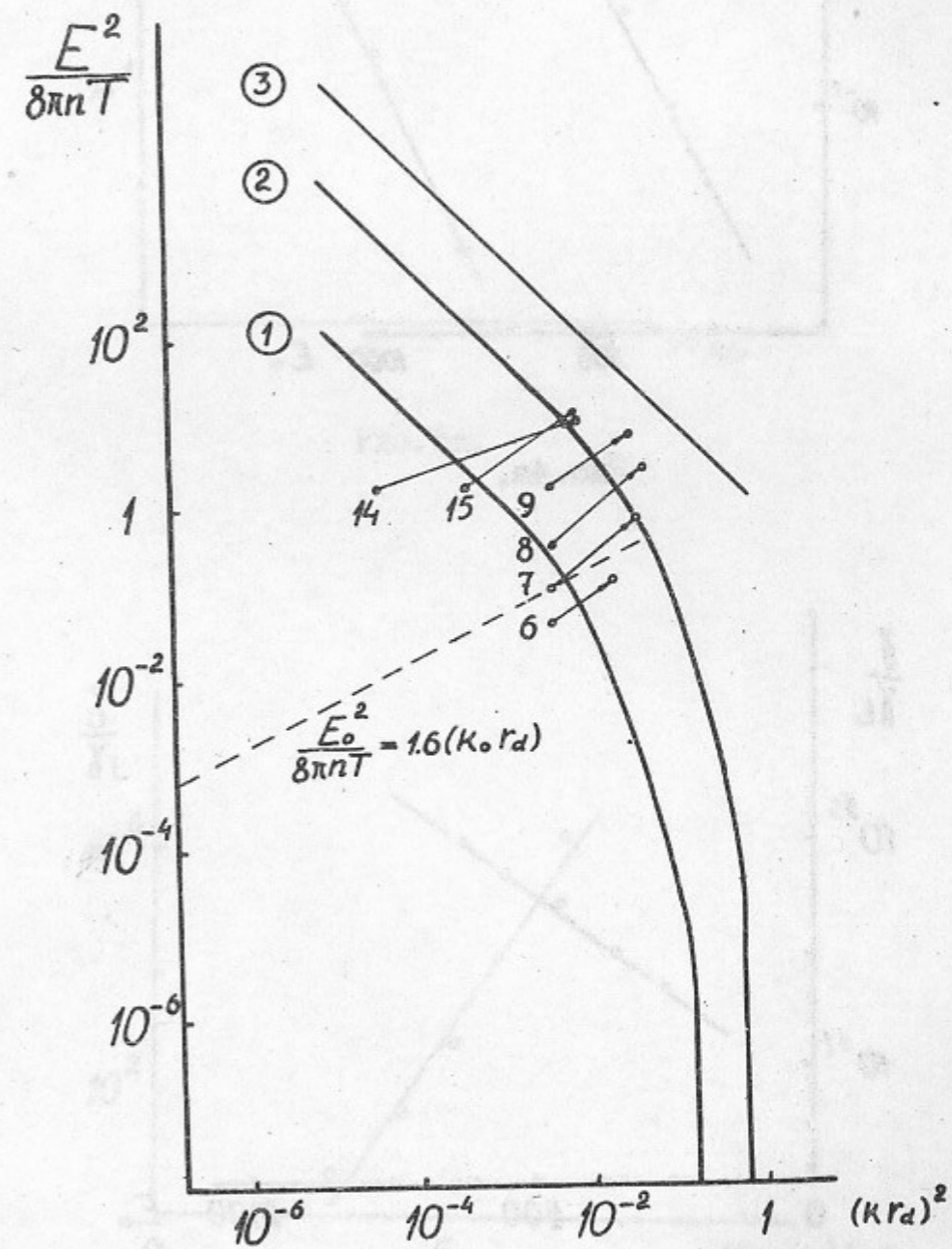


Рис.3.

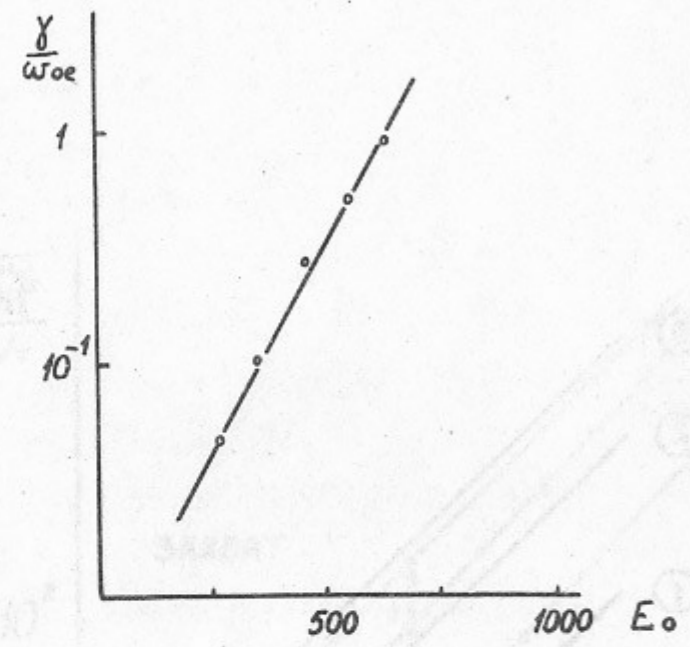


Рис. 4а.

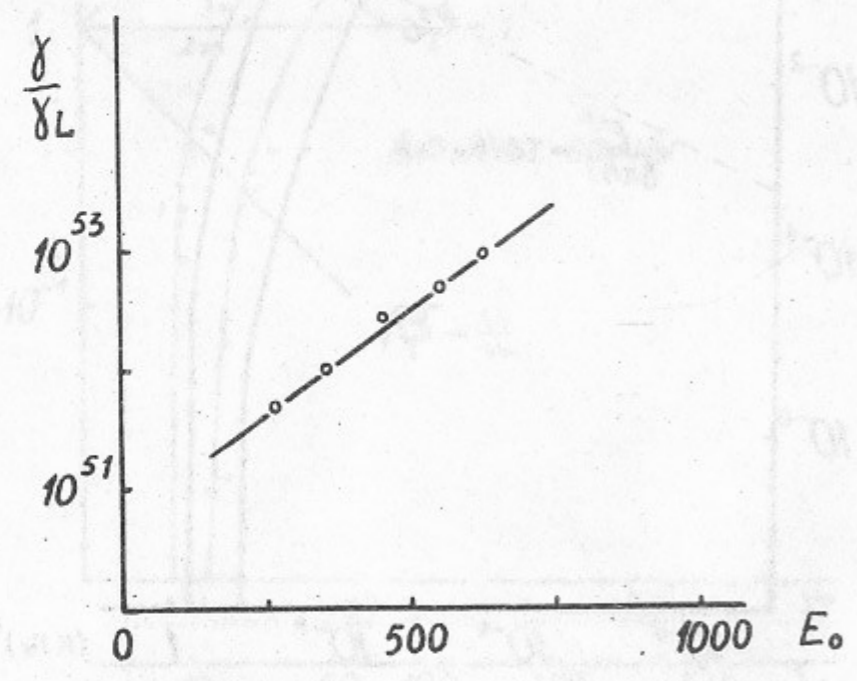


Рис. 4б.

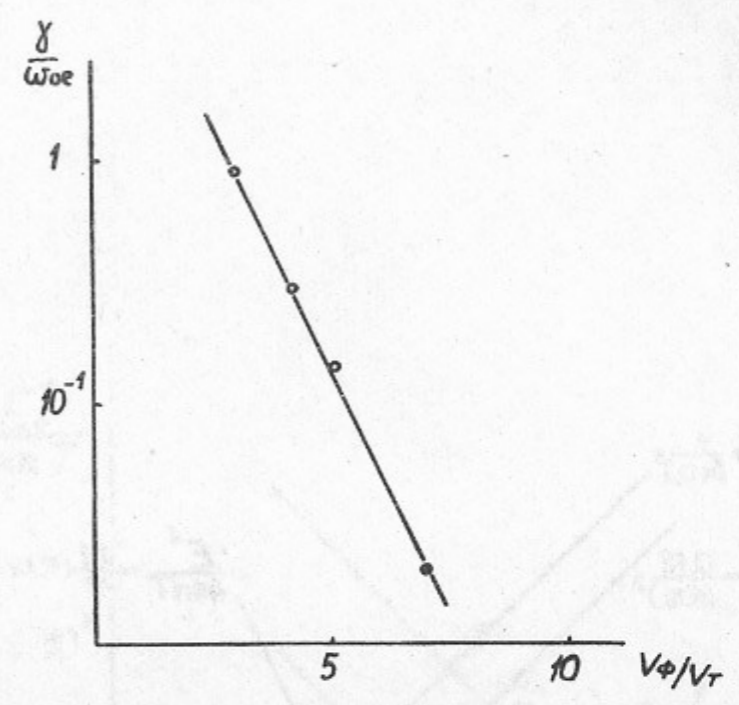


Рис. 5а.

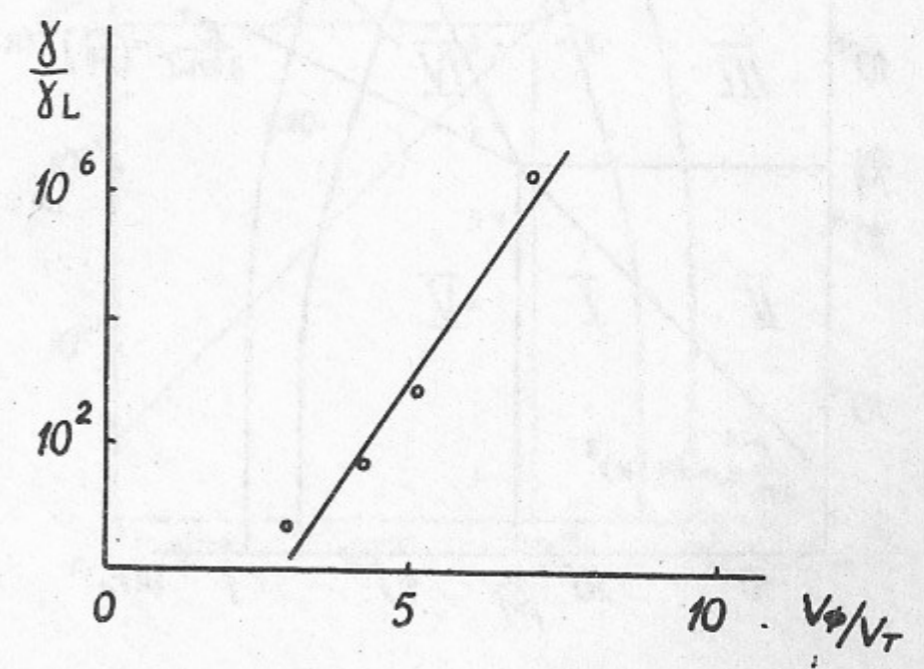


Рис. 5б.

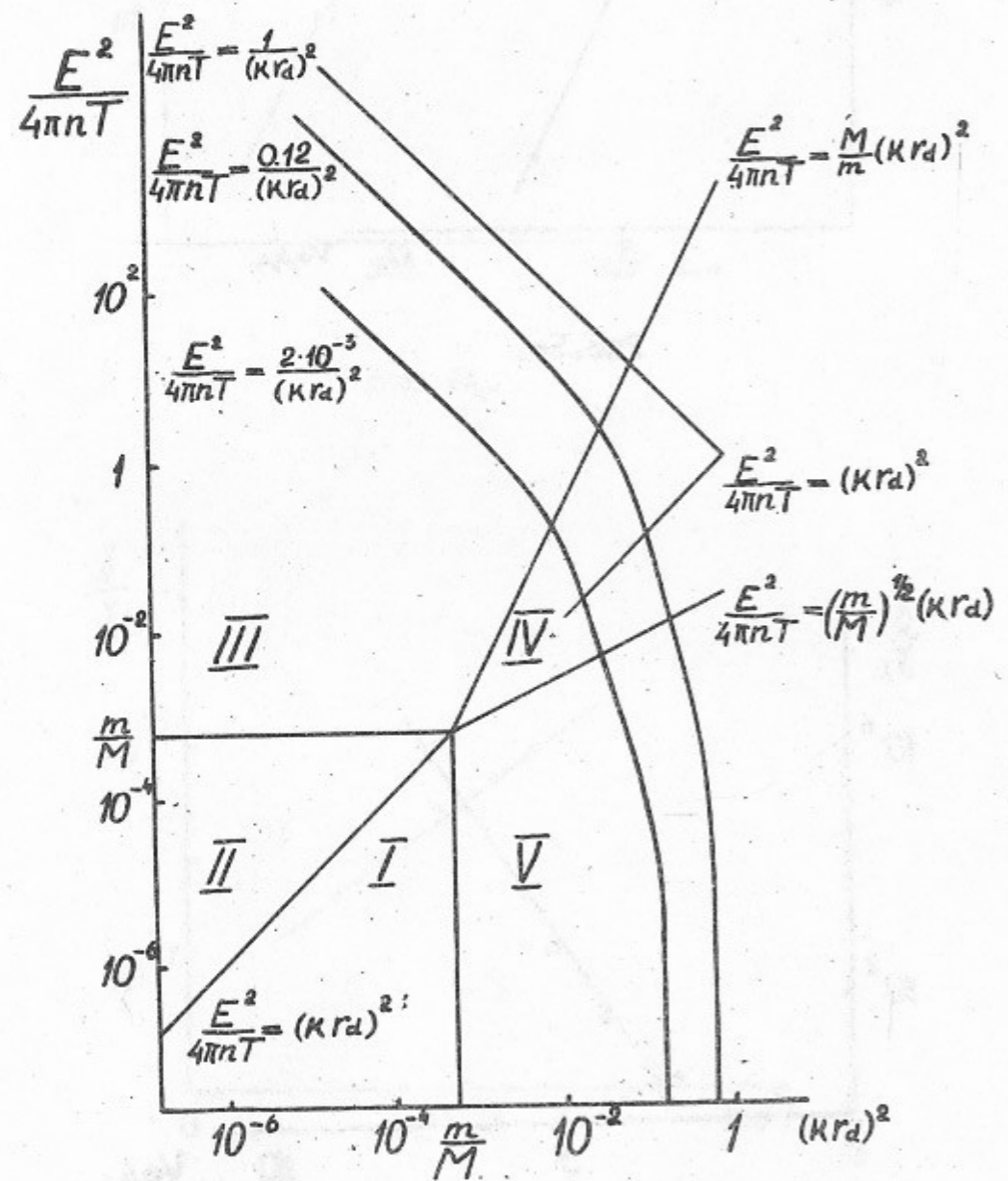


Рис. 6.

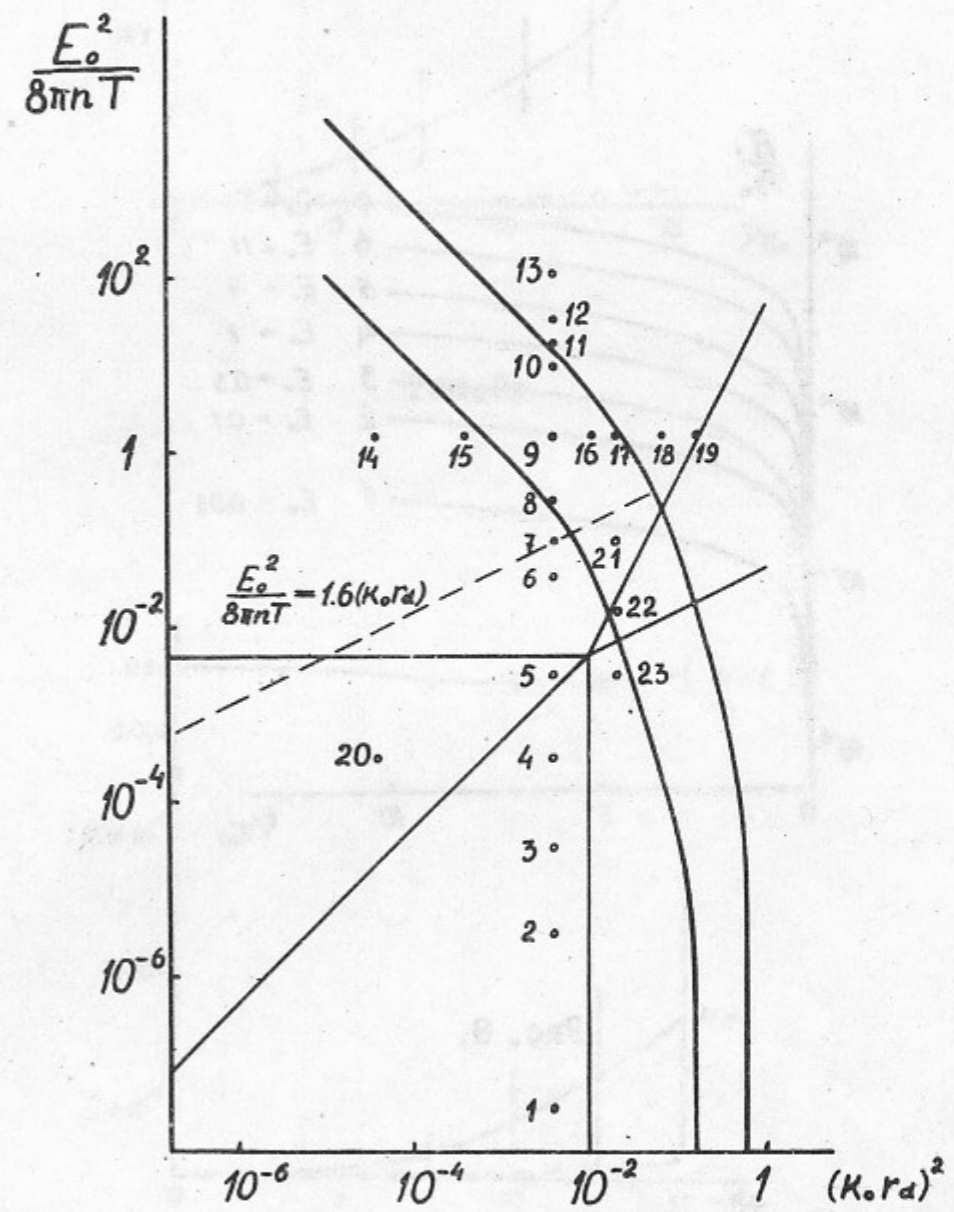


Рис. 7.

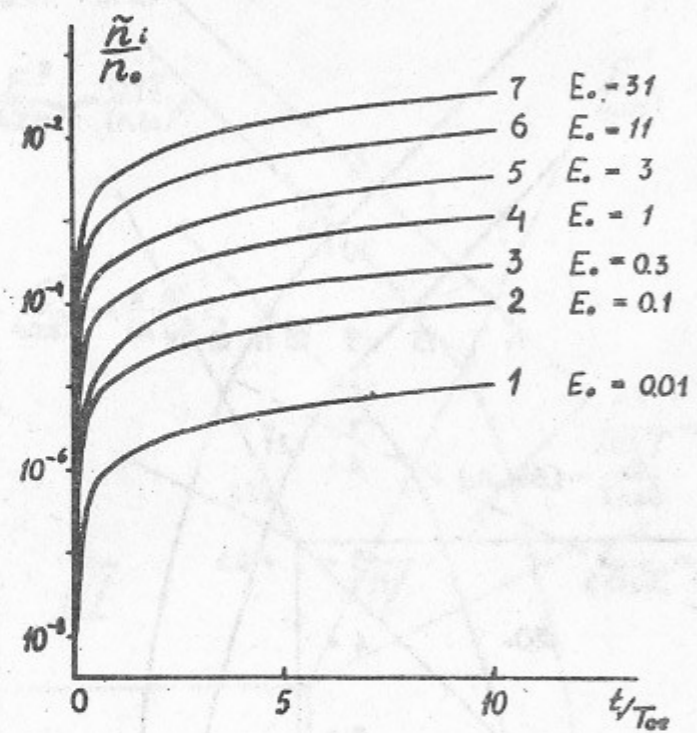


Рис. 8.

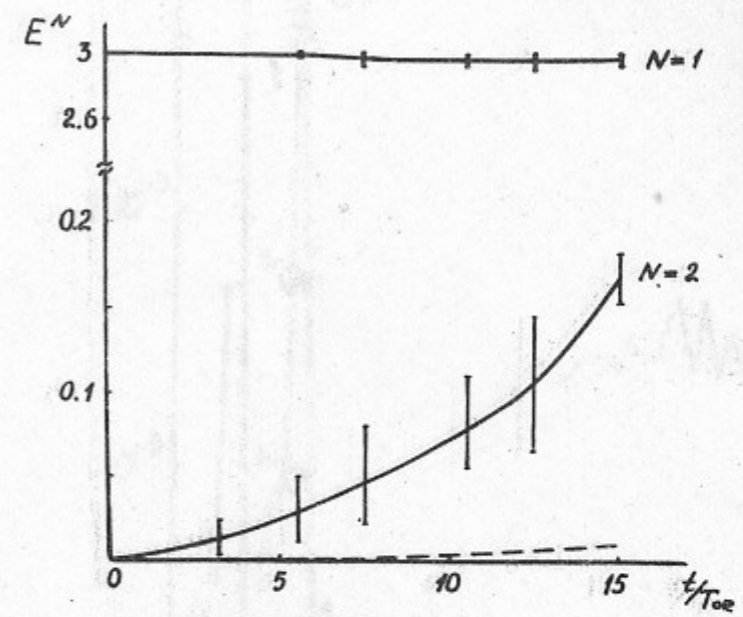


Рис. 9а

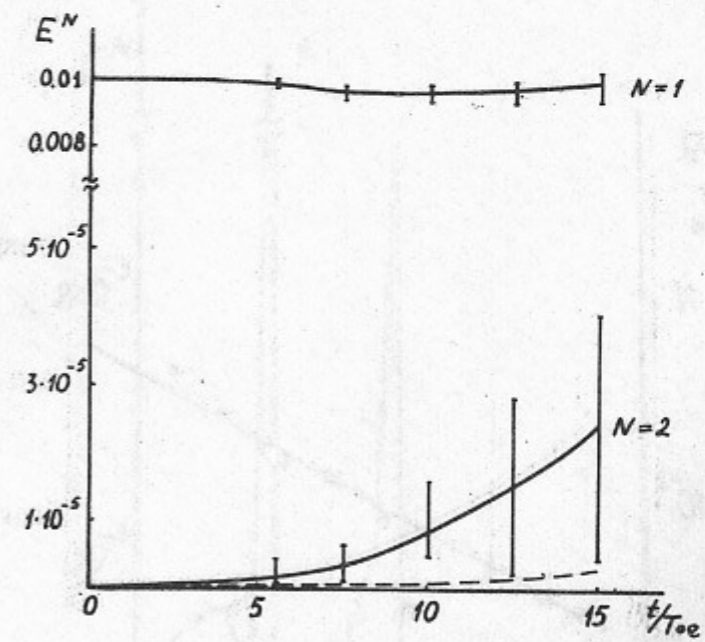


Рис. 9б

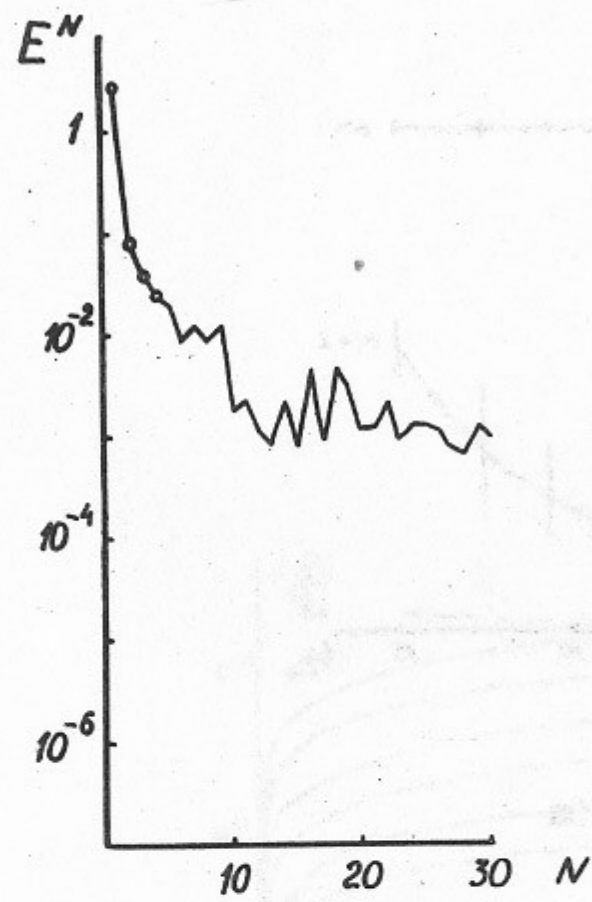


Рис. 10а.

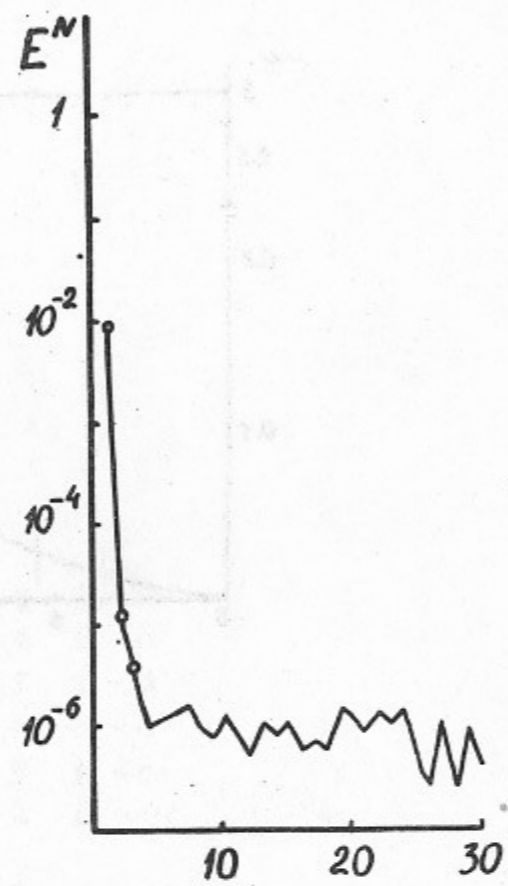


Рис. 10б.

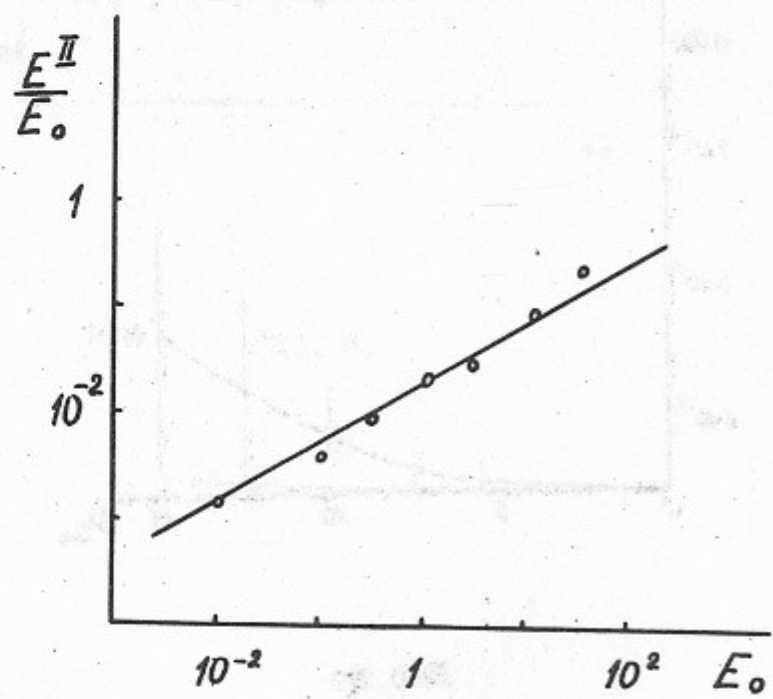


Рис. 11.

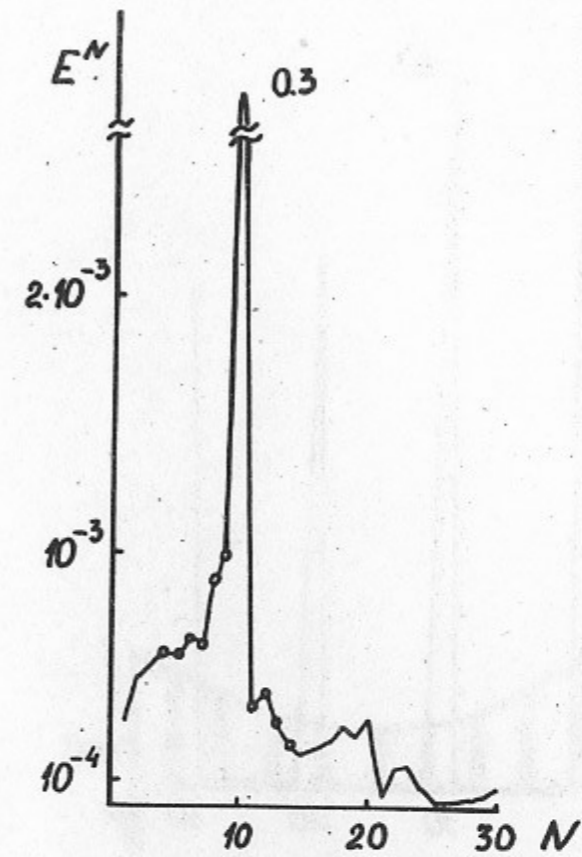


Рис. 12а.

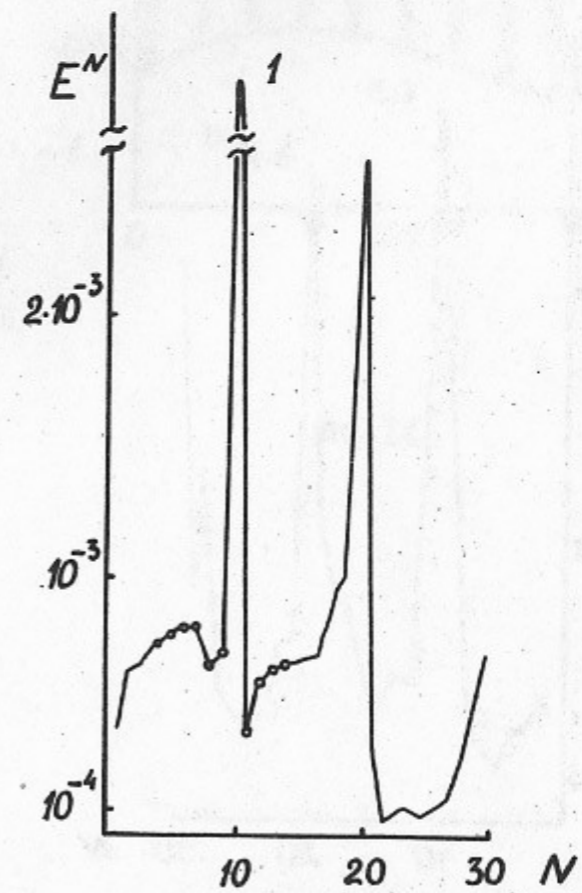


Рис. 12б.

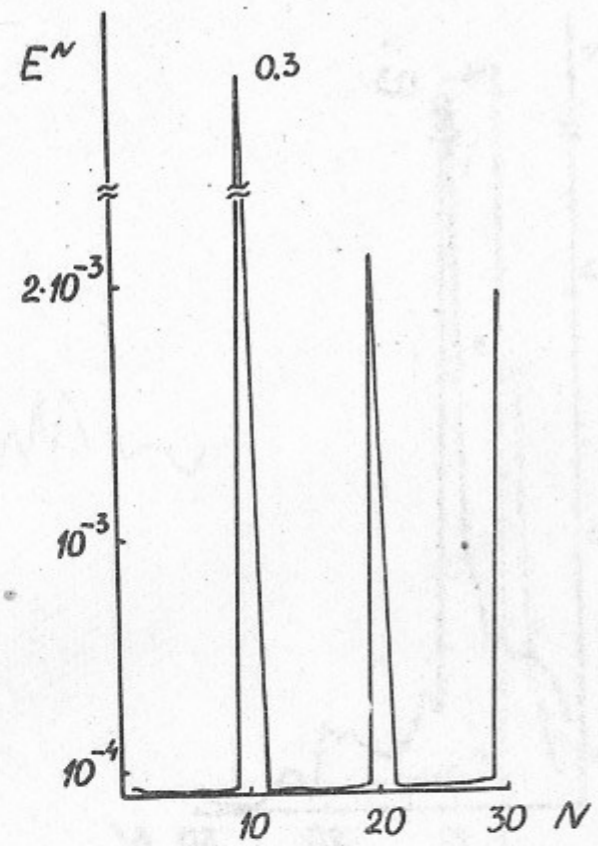


Рис. 13а

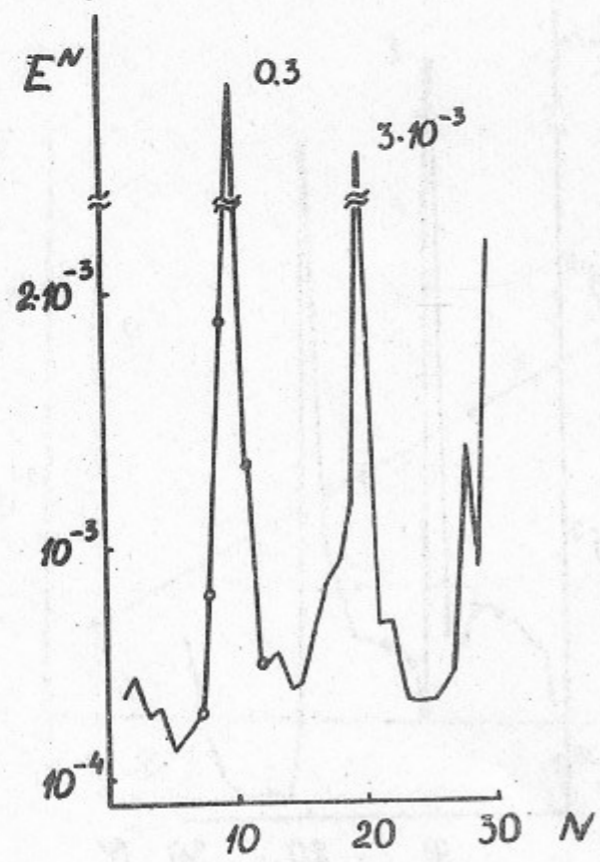


Рис. 13б

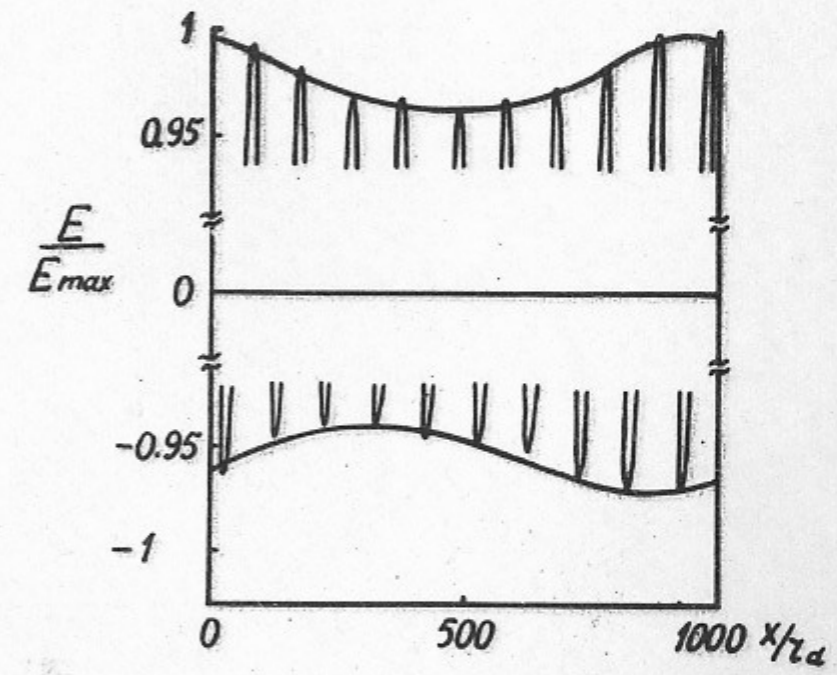


Рис. 14.

Работа поступила - 5 апреля 1979 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ

Подписано к печати 19.4-1979 г. МН 02754

Усл. 2,0 печ.л., 1,9 учетно-изд.л.

Тираж 250 экз. Бесплатно

Заказ № 21.

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР