

9
И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 78 -22

А.С.Медведко

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИНХРОННЫХ
ДЕТЕКТОРОВ УЗКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ

Новосибирск

1978

А.С.Медведко

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИНХРОННЫХ
ДЕТЕКТОРОВ УЗКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ

АННОТАЦИЯ

Рассмотрены характеристики синхронных детекторов (С.Д.) узкополосных сигналов, у которых опорное напряжение представляет собой смесь полезного сигнала и шума и подается на С.Д. через усилитель-ограничитель. Сравниваются характеристики С.Д., в которых:

- а) шумы опорного напряжения некоррелированы с шумами, поступающими на измерительный вход;
- б) опорное напряжение образуется из входного сигнала.

Получены выражения для среднего значения выходного напряжения и отношения сигнал/шум на выходе С.Д. в зависимости от отношения сигнал/шум на его входах.

А.С.Медведко

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИНХРОННЫХ ДЕТЕКТОРОВ УЗКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ

Синхронные детекторы (СД) находят сравнительно широкое распространение благодаря лучшим, чем у других детекторов, амплитудным характеристикам. Не представляет трудности получение амплитудной характеристики СД с высокой линейностью при детектировании сигналов от единиц милливольт до нескольких вольт в диапазоне частот, по крайней мере, в несколько МГц. Однако, применение СД ограничивается только ситуациями, в которых имеется источник синхронного опорного сигнала. Например, при измерении положения пучка в ускорителе заряженных частиц таким сигналом может быть напряжение интегрального электрода датчика. Причем, при малых токах пучка сигнал интегрального электрода может быть порядка шума, а сигнал положения пучка — много меньше шума.

Характеристики СД с шумящим опорным напряжением известны, но поведение СД в случае, когда опорное напряжение представляет смесь полезного сигнала и шума, не очевидно и требует дополнительного рассмотрения, что и является задачей предлагаемой статьи. Рассмотрим влияние шумов в канале опорного напряжения на два наиболее важных параметра — коэффициент передачи СД и отношение сигнал/шум на его выходе.

В зависимости от "качества" опорного напряжения и способов его получения возможны следующие разновидности СД:

1. СД с внешним нешумящим опорным напряжением (идеальный СД).
2. СД с внешним шумящим опорным напряжением — шумы опорного напряжения и измеряемого сигнала некоррелированы.
3. С.Д. с опорным напряжением, образованным из сигнала, поступающего на первый (измерительный) вход — "детектор с собственной опорой".

Как правило, СД используются в режиме с постоянной амплитудой опорного напряжения (например, используя в канале опорного напряжения усилитель — ограничитель). В этом случае СД можно рассматривать как идеальный перемножитель сигналов, для которого:

$$u_2 = k e_1 e_2 \quad (1)$$

где e_1, e_2, u_2 — соответственно входной, опорный и выходной сигналы,
 k — масштабный коэффициент, имеющий размерность вольт⁻¹.

Так, для двухтактного СД, выполненного на полевых транзисторах (рис.1) при $E_{оп.} \approx 3$ В соотношение (1) справедливо с высокой точностью при изменении e_1 от 1–2 мВ до 1,5 В. Погрешность снизу определяется коммутационной помехой от опорного сигнала, сверху — возможным отпиранием полевых транзисторов под воздействием входного сигнала.

Будем рассматривать только СД, имеющие усилитель-ограничитель в канале опорного напряжения, причем, остановимся на СД, работающих с узкополосными входными сигналами. Эти сигналы представим в виде смеси полезного сигнала и узкополосного шума с равными средними частотами ω_c :

$$\begin{aligned} e_1 &= s_1(t) + \xi_1(t) \\ e_2 &= s_2(t) + \xi_2(t) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{где } s_1(t) = A_c \cos(\omega_c t + \varphi), \quad s_2(t) = B_0 \cos \omega_c t \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \xi_1(t) &= A_m(t) \cos[\omega_c t + \theta_1(t)] = A_c(t) \cos \omega_c t + A_s(t) \sin \omega_c t \\ \xi_2(t) &= B_m(t) \cos[\omega_c t + \theta_2(t)] = B_c(t) \cos \omega_c t + B_s(t) \sin \omega_c t \end{aligned} \quad (4)$$

Такое представление узкополосного шума справедливо с хорошей точностью при $\Delta\omega_m \ll \omega_c$ [1], где $\Delta\omega_m$ — шумовая полоса узкополосного шума. Огибающая этих шумов подчиняется распределению Релея, поэтому:

$$\begin{aligned} \overline{A_m^2(t)} &= \overline{A_c^2(t)} + \overline{A_s^2(t)} = 2\sigma_1^2 \\ \overline{B_m^2(t)} &= \overline{B_c^2(t)} + \overline{B_s^2(t)} = 2\sigma_2^2 \end{aligned} \quad (5)$$

При "бесконечно большом" усилении ограничителя и при работе его на резонансную нагрузку, устраняющую высшие гармоники частоты ω_c в опорном сигнале, на выходе усилителя-ограничителя будем иметь фазовомодулированный сигнал с постоянной амплитудой E_0 :

$$e_2 = E_0 \cos[\omega_c t + \varphi(t)] \quad (6)$$

$$\text{где } \varphi(t) = \arctg \frac{B_s(t)}{B_c + B_c(t)}$$

Изменение соотношения между сигналом и шумом на входе ограничителя изменяет уровень фазовой модуляции выходного сигнала, что приводит к перераспределению его мощности внутри спектра частот, образующих процесс (6).

Воспользовавшись известными [2,3] результатами для сигналов на выходе усилителя-ограничителя, выделим в этих колебаниях составляющую, определяемую полезным сигналом на входе ограничителя:

$$\mathcal{E}_2 = \mathcal{E} \cos \omega_0 t + \mathcal{E}_m(t) \quad (7)$$

где
$$\mathcal{E} = E_0 \frac{\sqrt{\pi}}{2} m e^{-\frac{m^2}{2}} \left[I_0\left(\frac{m^2}{2}\right) + I_1\left(\frac{m^2}{2}\right) \right] \quad (8)$$

$m^2 = B_c^2 / 2 \sigma_2^2$; $I_0(\frac{m^2}{2}), I_1(\frac{m^2}{2})$ - модифицирование функции Бесселя переменного $m^2/2$; $\mathcal{E}_m(t)$ - шумовая составляющая напряжения на выходе ограничителя, имеющая $\overline{\mathcal{E}_m(t)} = 0$ и $\overline{\mathcal{E}_m^2(t)} = E_0^2 - \mathcal{E}^2$ и обладающая спектром, близким к спектру входного шума [3].

Для детектора с внешним шумящим опорным напряжением подставим (2,3,4,6) в (1):

$$U_2 = k e_2 \mathcal{E}_2 = k \left[A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) + A_c(t) \cos \omega_0 t + A_s(t) \sin \omega_0 t \right] \cdot E_0 \cos[\omega_0 t + \psi(t)]$$

и выделим низкочастотную ($\omega \ll \omega_0$) часть полученного напряжения:

$$U_{2B} = k e_2 \mathcal{E}_2)_H = \frac{k A_0 E_0}{2} \cos[\varphi - \psi(t)] + \frac{k A_c(t) E_0}{2} \cos \psi(t) + \frac{k A_s(t) E_0}{2} \sin \psi(t)$$

из которой с учетом (7) найдем среднее $\overline{U_{2B}}$, средне-квадратичное $\overline{U_{2B}^2}$ значения выходного напряжения и отношение сигнал/шум (F_{2B}) на выходе СД при полосе пропускания на его выходе не меньшей шумовой полосы входных шумов.

$$\overline{U_{2B}} = \overline{k e_2 \mathcal{E}_2)_H} = \frac{k A_0 E_0}{2} \cos \varphi = \frac{k A_0 E_0}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{2} m \left[I_0\left(\frac{m^2}{2}\right) + I_1\left(\frac{m^2}{2}\right) \right] e^{-\frac{m^2}{2}} \cos \varphi \quad (9)$$

поскольку $\overline{A_c(t) \cos \psi(t)} = 0$, $\overline{A_s(t) \sin \psi(t)} = 0$

т.к. шумы сомножителей e_1 и e_2 не коррелированы.

$$\overline{U_{2B}^2} = \frac{k^2 E_0^2}{4} [A_0^2 + 2 \sigma_1^2] = \frac{k^2 A_0^2 E_0^2}{4} \left[1 + \frac{1}{n^2} \right] \quad (10)$$

$$F_{2B} = \frac{\overline{U_{2B}}}{\sqrt{\overline{U_{2B}^2} - (\overline{U_{2B}})^2}} = \frac{n f(m)}{\sqrt{1 + n^2 [1 - f^2(m)]}} \quad (11)$$

где $n^2 = \frac{A_0^2}{2 \sigma_1^2}$; $f(m) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} m \left[I_0\left(\frac{m^2}{2}\right) + I_1\left(\frac{m^2}{2}\right) \right] e^{-\frac{m^2}{2}}$

Соотношения (10), (11) записаны при $\varphi = 0$.

Выражения (9,11) упрощаются в случаях слабого и сильного сигналов на входе ограничителя, что легко выполнить, воспользовавшись разложениями модифицированных функций Бесселя для малого и большого значений переменных $m^2/2 = Z$ [4]:

$$Z \ll 1: I_0(Z) \approx 1 + \frac{Z^2}{4} + \frac{Z^4}{64} + \dots; I_1(Z) \approx \frac{Z}{2} + \frac{Z^3}{16} + \dots; e^{-Z} \approx 1 - Z$$

$$Z \gg 1: I_0(Z) \approx \frac{e^Z}{\sqrt{2\pi Z}} \left[1 + \frac{1}{2^3 Z} + \frac{9}{2^7 Z^2} + \dots \right]; I_1(Z) \approx \frac{e^Z}{\sqrt{2\pi Z}} \left[1 - \frac{3}{2^3 Z} - \frac{3 \cdot 5}{2^7 Z^2} + \dots \right]$$

Ограничиваясь членами разложения, содержащими Z в первой степени, получаем:

1. В опорном напряжении сигнал много меньше шума ($m^2/2 \ll 1$)

$$\overline{U_{2B}} \approx \frac{k A_0 E_0}{2} \frac{\sqrt{\pi}}{2} m \left(1 - \frac{m^2}{4} \right) \quad (12^a)$$

$$F_{2B} \approx \frac{m \cdot n \sqrt{\pi}}{2 \sqrt{1 + n^2 (1 - \pi m^2/4)}} \quad (12^b)$$

или $F_{2B} \approx \frac{m \cdot n \sqrt{\pi}}{2}$ при $n^2 \ll 1$

2. Сигнал много больше шума ($m^2/2 \gg 1$):

$$\overline{U_{2e}} \approx \frac{k A_c E_0}{2} \left(1 - \frac{1}{4m^2}\right) \quad (I3^a)$$

$$F_{2e} \approx n \frac{(1 - 1/4m^2)}{\sqrt{1 + n^2/2m^2}} \quad (I3^b)$$

3. Детектор с идеальным (нешумящим) опорным напряжением получаем при $m \rightarrow \infty$:

$$\overline{U_{2e}} = \frac{k A_c E_0}{2} \quad (I4^a)$$

$$F_{2e} = n \quad (I4^b)$$

В практически наиболее интересной области сигналов ($m > 3$, $m > 3n$) отличие в отношении сигнал/шум для СД с шумящей опорой от идеального составляет не более 5%, выходное напряжение отличается меньше чем на 2,5%.

Сравнение соотношений I2^a, I3^a и 9 показывает, что погрешность приближенных формул не превышает 1% при $m < 0,6$; $m > 1,8$ соответственно. При $m = 1$ приближение снизу имеет погрешность -6,5%, сверху - +5,6%.

Для детектора с собственной шумящей опорой представим $e_1(t)$ в виде:

$$e_1(t) = E_1(t) \cos[\omega_c t + \psi(t)]$$

где $E_1(t)$ — огибающая смеси сигнала и шума,

$$\psi(t) = \arctg \frac{A_s(t)}{A_c + A_c(t)}$$

Опорное напряжение, образованное из этого сигнала, равно:

$$E_2(t) = E_0 \cos[\omega_c t + \psi(t)]$$

Перемножив оба сигнала:

$$U_2 = k e_1 e_2 = k E_1(t) \cos[\omega_c t + \psi(t)] \cdot E_0 \cos[\omega_c t + \psi(t)]$$

и выделим низкочастотную часть этого произведения в предположение, что ограничитель не вносит фазовых сдвигов в опорный сигнал:

$$U_{2c} = k e_1 e_2|_H = \frac{k E_1(t) E_0}{2} \quad (I5)$$

Полученное напряжение есть огибающая входного (e_1) сигнала, т.е. синхронный детектор превратился в классический линейный детектор огибающей, характеристики которого известны [1]:

$$\overline{U_{2c}} = \frac{k E_0 \sigma_1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[(1+m^2) I_0(m^2/2) + m^2 I_1(m^2/2) \right] e^{-\frac{m^2}{2}} \quad (I6)$$

$$\overline{U_{2c}^2} = \frac{k^2 E_0^2}{4} (A_0^2 + 2\sigma_1^2) = \frac{k^2 A_c^2 E_0^2}{4} \left(1 + \frac{1}{m^2}\right) \quad (I7)$$

Выражение (16) может быть также представлено в виде, более удобном для дальнейшего применения:

$$\overline{U_{2c}} = \frac{k A_c E_0}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} m \left[I_0\left(\frac{m^2}{2}\right) + I_1\left(\frac{m^2}{2}\right) \right] e^{-\frac{m^2}{2}} + \frac{k E_0 \sigma_1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} I_0\left(\frac{m^2}{2}\right) e^{-\frac{m^2}{2}} \quad (16^a)$$

или $\overline{U_{2c}} = \overline{U_{2c}} + \overline{U_{2ш}}$

Первое слагаемое, пропорциональное входному сигналу, совпадает с напряжением на выходе СД с внешней опорой (9), наличие второго слагаемого означает детектирование входных шумов. Величина этого сигнала при $m=0$ однозначно определяет их уровень:

$$\overline{U_{2c}}(0) = \frac{k E_0 \sigma_1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Выражения (16, 16^a) упрощаются в предельных случаях.

При малом входном сигнале:

$$\overline{U_{2c}} \approx \frac{k E_0 \sigma_1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 + \frac{m^2}{2}\right) \quad (18)$$

При сигнале много больше шума:

$$\overline{U_{2c}} \approx \frac{k A_c E_0}{2} \left(1 + \frac{1}{4m^2}\right) \quad (19)$$

Отношение сигнал/шум на выходе СД с собственной опорой определим также через среднее значение полезного выходного сигнала:

$$F_{2c} = \frac{\overline{U_{2c}}}{\sqrt{U_{2c}^2 - (\overline{U_{2c}})^2}} = \frac{m f(m)}{\sqrt{1 + m^2 [1 - f^2(m)]}} \quad (20)$$

Из сравнения коэффициентов шума СД с внешней и собственной опорой видно, что при $m = n$ и одинаковых шумовых полосах выражения (II, 20) становятся идентичными.

Характер сигналов $\overline{U_{2c}}$ и $\overline{U_{2u}}$ и отношения сигнал/шум на выходе СД -ов при $m \gg 1$ (практически при $m \gg 3$) мало отличаются друг от друга и от аналогичных характеристик СД с идеальным шумящим опорным напряжением (Рис.2а).

Однако при $m < 1$ наличие $\overline{U_{2u}}$ в среднем значении выходного напряжения СД (16⁹) приводит к принципиальному различию в характеристиках СД с внешней и собственной опорой. Отличие состоит в том, что при сужении полосы пропускания ($\Delta\omega_{\text{пх}}$) шум СД с внешней опорой уменьшается пропорционально $\sqrt{\Delta\omega_{\text{пх}}/\Delta\omega_{\text{шх}}}$ по сравнению с величиной, определяемой соотношением (II). В той же ситуации отношение сигнал/шум на выходе СД с собственной опорой стремится к значению:

$$F_{2c}(0) = \frac{\overline{U_{2c}}}{\overline{U_{2u}}} = \frac{A_c^2}{2\sigma^2} \left[1 + \frac{I_1(m/2)}{I_0(m/2)}\right],$$

отличаясь в пределе не больше, чем вдвое от величины, получаемой при $\Delta\omega_{\text{пх}} = \Delta\omega_{\text{ш}}$.

На рис.2а приведены графики, иллюстрирующие поведение обоих СД в зависимости от отношения сигнал/шум на входе. Характеристики СД с внешней опорой построены в предположении $\sigma_1 = \sigma_2$, $A_0 = B_0$. Зависимость коэффициента передачи СД от отношения сигнал/шум на входе усилителя-ограничителя видна из рис.2б. Коэффициент передачи определен как $K_{c2} = U_2 / [A_0 K_{c0}(\infty)]$, где $K(\infty)$ - значение коэффициента передачи при $m \rightarrow \infty$. Значения функций $I_0(m/2)$ и $I_1(m/2)$ взяты из [5].

Таким образом, получены соотношения, описывающие средние значения выходного напряжения и отношение сигнал/шум на выходе СД, работающих с узкополосным шумом и сигналом в режимах с внешним и собственным опорным напряжением.

Показано, что при $m \gg 3$ ($m^2 = B_c^2 / 2\sigma_c^2$) характеристики СД обоих типов близки друг другу и мало отличаются от характеристик СД с шумящим опорным напряжением.

При $m < 3$ схема СД с внешним опорным напряжением более предпочтительна, т.к. она, как и идеальный СД, позволяет существенно улучшить отношение сигнал/шум на выходе за счет сужения полосы пропускания, что невозможно в СД с собственной опорой или любых других детекторах огибающей.

Недостатком СД с внешней опорой по сравнению с идеальным СД является существенная зависимость коэффициента передачи от отношения сигнал/шум в канале опорного напряжения при малых сигналах ($m \leq 2$). В ряде случаев (при сравнительных измерениях) этот недостаток не очень существен либо может быть устранен путем использования комбинации СД с собственным и внешним опорным напряжением.

В заключение автор выражает благодарность М.М.Карлинеру и А.С.Калинину за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. В.И.Тихонов. "Статистическая радиотехника". Сов.радио, М., 1966г.
2. Б.Р.Левин. "Теоретические основы статистической радиотехники" Сов.радио, М., 1969г.
3. И.С.Гоноровский. "Радиотехнические цепи и сигналы" ч.П, Сов.радио, М., 1967г.
4. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений". Наука, М., 1971.
5. Е.Янке, Ф.Эмде "Таблицы функций", М., 1959г.

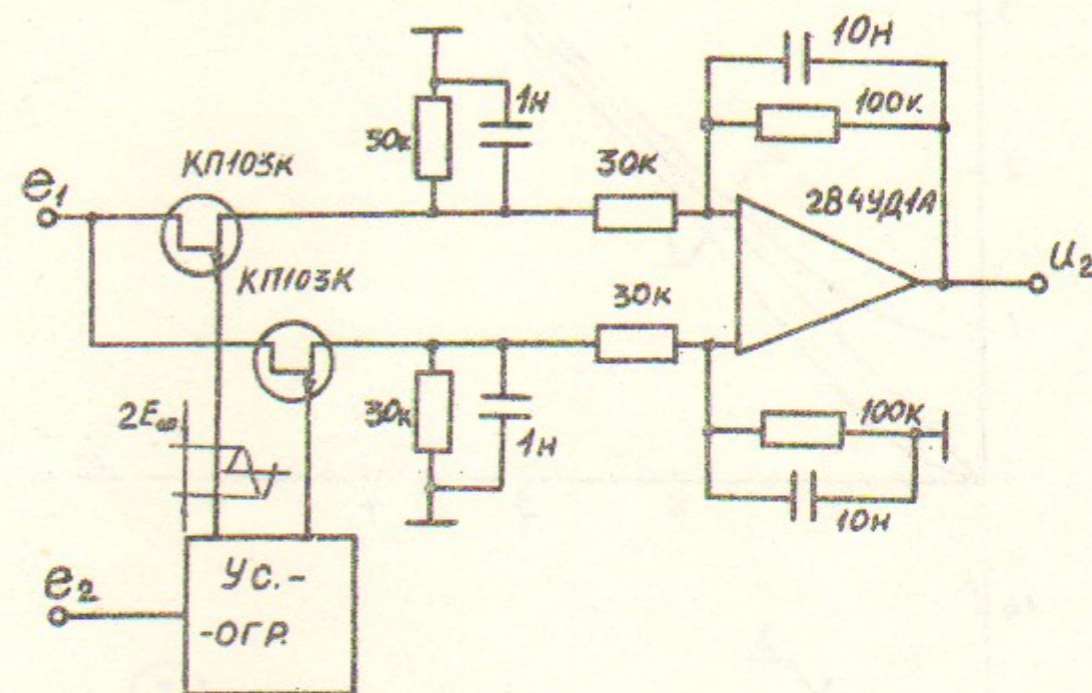


Рис. I.
Двухтактный синхронный детектор.

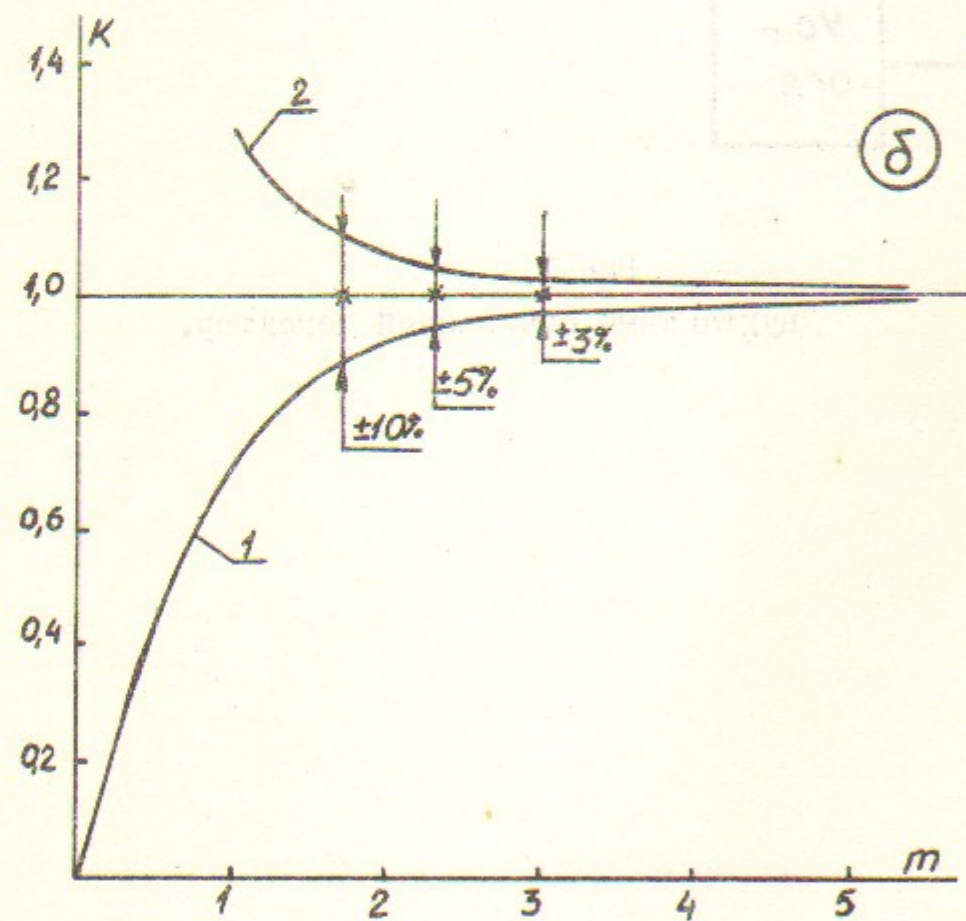
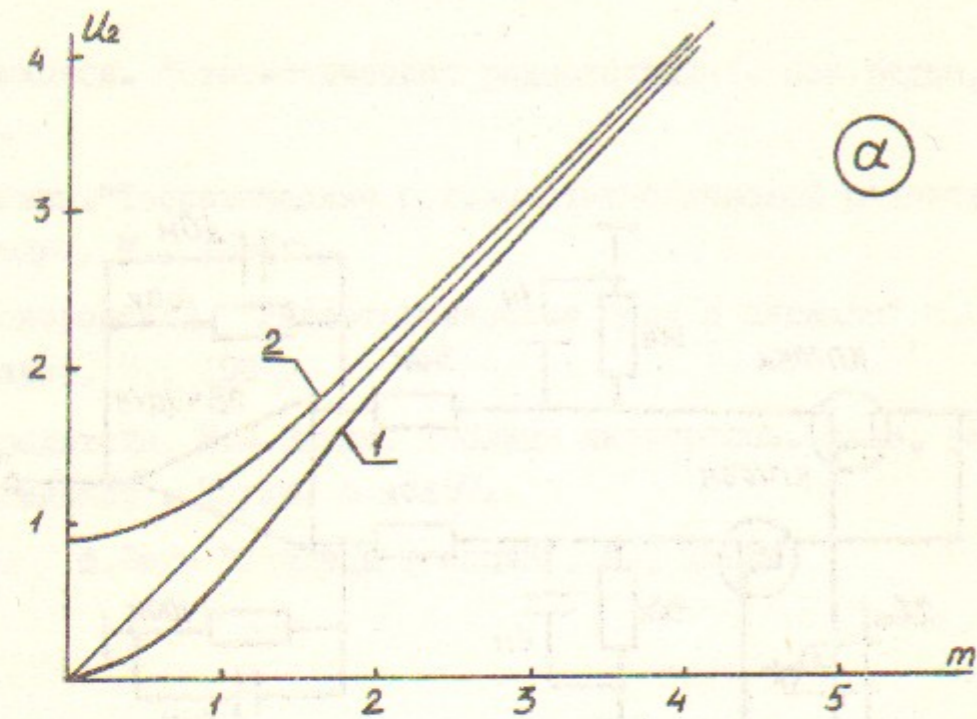


Рис.2.

Выходное напряжение (а) и коэффициент передачи (б) синхронных детекторов. 1 - С.Д. с внешней шумящей опорой; 2 - С.Д. с собственной шумящей опорой.

Работа поступила - 20 марта 1978 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ

Подписано к печати 23.III-1978 г. МН 02733

Усл. 0,7 печ.л., 0,6 учетно-изд.л.

Тираж 200 экз. Бесплатно

Заказ № 22.

Отпечатано на ротапринте ИлФ СО АН СССР