

В.16

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

50

ПРЕПРИНТ И ЯФ 76 - 82

Ю.Д.Валяев, В.А.Киселев, В.Н.Пакин,
В.Б.Хлестов

ИМПУЛЬСНЫЕ МАГНИТНЫЕ КВАДРУПОЛИ
С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

БИБЛИОТЕКА
Института ядерной
физики СО АН СССР
ИНВ. № _____

Новосибирск

1976

АННОТАЦИЯ

В работе показано, что импульсные магнитные квадрупольные катушки с прямоугольной апертурой и тонкой, прозрачной для импульсного поля обмоткой в режиме с большой скважностью по магнитным, энергетическим и технологическим свойствам предпочтительнее импульсных магнитных квадруполей с гиперболическими полюсами. Описаны две рабочие конструкции с градиентами 8 Т/м и 120 Т/м при апертурах 12 см и 1,6 см соответственно.

I. Введение

Импульсные магнитные квадрупольные применяются как при разработке жесткофокусирующих ускорителей, так и при создании импульсных каналов /1/, /2/, поскольку при заданных апертуре и градиенте они имеют существенно меньший вес и габариты относительно квадрупольных, питаемых постоянным током, потребляют меньшую среднюю мощность, а их поля рассеяния легко устраняются с помощью простых экранов.

По имеющимся у нас сведениям, в импульсном режиме применяются обычно магнитные квадрупольные с гиперболическими полюсами как многовитковые /1/, так и одновитковые /2/. При этом во втором случае для формирования квадрупольного поля используется также скин-эффект в токонесущих шинах, профилированных по силовым линиям поля (рис.1). Мы опишем импульсные квадрупольные с неявными прямоугольными полюсами и тонкими, прозрачными для импульсного поля обмотками, наряду с полюсами участвующими в формировании квадрупольного поля.

В первой же работе /3/ по магнитной квадрупольной линзе с прямоугольной геометрией, питаемой постоянным током, (линзе Хэнда-Панофского) показаны все ее основные преимущества и недостатки по сравнению с квадрупольным, имеющим гиперболические полюса. В частности, отмечается, что для тонких однородных токовых слоев с одинаковым полным током вдоль стенок полюсов, комплексный магнитный потенциал в окне задается выражением

$$(1) \quad \psi = k z^2 = k (x + iy)^2,$$

соответствующим идеальному квадрупольному полю /4/, /5/. Там же показано, что это идеальное поле сохраняется повсюду в полном зазоре, даже для обмоток возбуждения конечной толщины, что принципиальные преимущества такого квадрупольного состоит в малом насыщении полюсов при больших токах и малой зависимости распределения поля в рабочем зазоре от насыщения, простой и технологической форме магнитопровода, а также в удобстве применения для пучков, витянутых по одному из направлений поперечного сечения. Единст-

Разлагая (I) по $1/\omega$ и считая G не зависящим от скоростей и спинов, в координатном представлении найдем /3/ ($\rho(\vec{x})$ - плотность в ядре, $\hbar = m = 1$)^{x)}

$$-\omega^2 V(\vec{x}) = \int d\vec{x}' G(\vec{x}|\vec{x}') \operatorname{div}(\rho(\vec{x}') \frac{\partial V}{\partial \vec{x}'}) \quad (3)$$

Это уравнение имеет макроскопический характер и может быть получено непосредственно из уравнений линейной гидродинамики /6/

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta \rho(\vec{x}, t) + \operatorname{div}(\rho(\vec{x}) \frac{\partial \varphi(\vec{x}, t)}{\partial \vec{x}}) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{x}, t) + \delta P(\vec{x}, t) \equiv \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{x}, t) + \int d\vec{x}' G(\vec{x}|\vec{x}') \delta \rho(\vec{x}', t) = 0 \quad (4)$$

исключением $\delta \rho(\vec{x}, t) = e^{-i\omega t} \delta \rho(\vec{x})$ и отождествлением взаимодействия G с вариацией давления $P(\vec{x})$ по плотности, а $\varphi = \int V dt'$

Уравнение для $\delta \rho(\vec{x})$

$$-\omega^2 \delta \rho(\vec{x}) = \operatorname{div}(\rho(\vec{x}) \frac{\partial}{\partial \vec{x}} \int d\vec{x}' G(\vec{x}|\vec{x}') \delta \rho(\vec{x}')) \quad (5)$$

является сопряженным к (3), а функции $\delta \rho$ и φ образуют ортонормированный набор.

Иногда удобно работать с гамильтонианом волн. Для системы (4) он имеет вид

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int \rho(\vec{x}) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \vec{x}} \right)^2 d\vec{x} + \frac{1}{2} \iint G(\vec{x}|\vec{x}') \delta \rho(\vec{x}) \delta \rho(\vec{x}') d\vec{x} d\vec{x}' \quad (6)$$

с каноническими переменными $\varphi(\vec{x}, t)$ и $\delta \rho(\vec{x}, t)$. Отделение "духовой" ветви^{xx)} (изоскалярного $J^n = 1$ резонанса с $\omega = 0$) производится стандартным способом. В результате для \mathcal{H} найдем

$$\mathcal{H} \rightarrow \frac{1}{2} \int \rho(\vec{x}) \left[\frac{\partial \varphi}{\partial \vec{x}} - \vec{u} \right]^2 d\vec{x} + \frac{1}{2} \iint G(\vec{x}|\vec{x}') \delta \rho(\vec{x}) \delta \rho(\vec{x}') d\vec{x} d\vec{x}'$$

где вектор \vec{u} имеет смысл скорости ядра как целого

$$\vec{u} = \frac{1}{A} \int d\vec{x} \rho(\vec{x}) \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{x}} ; A = \int d\vec{x} \rho(\vec{x})$$

x) Мы опустим спин-орбитальный член в самосогласованном потенциале, который должен учитываться наряду с двухчастичными спин-орбитальными силами.

xx) В нашем приближении (большие ω) точное решение уравнения (I) с $\omega = 0$ разумеется теряется. Заметим также, что мы опускаем изотопические индексы, которые легко могут быть восстановлены в конечных формулах.

а в уравнении (3) появляется дополнительный член в правой части $-\omega \int d\vec{x}' G(\vec{x}|\vec{x}') \operatorname{div}(\vec{u} \rho(\vec{x}'))$

Физический смысл аппроксимации (2) весьма нагляден. Разность $|\epsilon_v - \epsilon_{v'}|$ имеет порядок

$$|\epsilon_v - \epsilon_{v'}| \approx \frac{\partial \epsilon_v}{\partial v} \delta v \approx \epsilon_F A^{-1/3} \frac{R}{\lambda} \quad (7)$$

где λ - характерное расстояние, на котором меняется эффективное поле $V(\vec{x})$ ($\epsilon_F = p_F^2/2$ - энергия Ферми, а R - радиус ядра). Поэтому, неравенство (2) можно переписать в виде

$$p_F / \omega \ll \lambda \quad (8)$$

Таким образом, локальный гидродинамический режим (4) для гигантских резонансов имеет место, если путь проходимый нуклонами ядра за период коллективного движения (длина "свободного пробега") много меньше длины волны фонона λ ^{x)}. /3/. Аналогичный, в физическом плане, критерий гидродинамического описания сверхтекучего ядра был получен в /7/. Для δ - сна ($G = \frac{\pi^2 f}{p_F} \delta(\vec{x} - \vec{x}')$) уравнение (3) становится дифференциальным

$$\operatorname{div} \left(\frac{\rho(\vec{x})}{\rho(0)} \frac{\partial V}{\partial \vec{x}} \right) + \frac{\omega^2}{c_s^2} V(\vec{x}) = 0 \quad (9)$$

где скорость звука $c_s = p_F \sqrt{f/3}$. Интегрируя (9) по слою толщиной l ($a \ll l \ll \lambda$) вблизи края ядра, где a - параметр диффузности в плотности $\rho(\vec{x})$, находим волновое уравнение для $V(\vec{x})$ внутри ядра.

$$\Delta V(\vec{x}) + \frac{\omega^2}{c_s^2} V(\vec{x}) = 0 \quad (10)$$

и граничное условие на поверхности ядра Σ

$$\frac{\partial V}{\partial n} \Big|_{\Sigma} = 0 \quad (11)$$

Обсудим влияние диффузности в $\rho(\vec{x})$ на свойства решений уравнения (9). В этом случае граничное условие типа (II) отсутствует и (9) необходимо решать с естественными граничными условиями - конечность при $x \rightarrow 0$ и нуль на бесконечности. Легко

x) Фактически область применимости гидродинамики несколько шире. Дело в том, что энергия перехода $|\epsilon - \epsilon'|$ определяется, в основном, не радиальной зависимостью, а правилами отбора по моменту L . Поэтому δv в (7) имеет порядок L , а не $R/\lambda > L$. Для монополюсного 0^+ резонанса, как будет показано ниже, $\delta v = 2$, а $R/\lambda \approx 4.5$.

ной линзы при заданном $B_{\text{нас}}$ достигается при еще больших относительных градиентах, чем сказано выше.

2.3. Магнитный поток и размеры магнитопровода

Магнитные потоки, замыкающиеся вокруг каждой из шин квадруполья, определяются соотношениями:

$$(I1) \quad \Phi_r = \frac{G z_0^2}{2} \quad \text{и}$$

$$(I2) \quad \Phi_n = \frac{G a^2}{2} ; \frac{G b^2}{2},$$

т.е. при одинаковых градиентах G и размерах пучка a и b сечение магнитопровода в плоскостях $x = 0$ и $y = 0$ у гиперболического квадруполья с квадратной апертурой в два раза больше, чем у прямоугольного, при существенно большем периметре, как и показано примерно в масштабе на рис.1. На самом же деле при $B_{\text{макс}} \leq B_{\text{нас}}$ количество стали в прямоугольном квадруполье можно уменьшить еще, обрезав пакеты по штриховым линиям на рисунке и сделав тем самым пакет "равно нагруженным" ($B = \text{const}$ по сечению магнитопровода). Итак, прямоугольный квадруполь при заданных размерах a и b и градиентах

G требует примерно в 1,5 + 4 раз меньше стали при существенно более простой форме полюсов и обмоток, чем гиперболический.

2.4. Индуктивность и энергоемкость. Выводы.

При условиях $\delta \ll a, b$ и $\mu \gg 1$ практически вся магнитная энергия заключена в зазоре линзы, и с помощью простого интегрирования легко получить ее величину в случае гиперболического и прямоугольного квадрупольей:

$$(I3) \quad W_r = \mu_0 2l \frac{J^2}{2} = L_r \frac{J^2}{2}$$

$$(I4) \quad W_n = \mu_0 \frac{l}{3} \cdot \frac{a^2 + b^2}{ab} \cdot \frac{J^2}{2} = L_n \frac{J^2}{2}$$

где J — ток в обмотке одновиткового квадруполья, l — длина квадруполья, L_r и L_n — индуктивности линз.

Поскольку при одинаковых градиентах $G_r = G_n$ и размерах пучка a и b обе линзы требуют одинакового тока J , из (I3) и (I4) очевидно, что индуктивность и энергоемкость прямоугольной линзы в 2,4 + 3,0 раза меньше, чем у гиперболической, что резко снижает энергоемкость, импульсную и среднюю мощность генератора питания. Это

вполне естественно, ибо в гиперболической линзе основная доля магнитной энергии сосредоточена вблизи полюсов и обмоток, вне рабочей апертуры линзы.

Итак, импульсный прямоугольный квадруполь имеет преимущества по всем основным параметрам перед гиперболическим квадрупольем, начиная с возможности получения идеального квадрупольного поля и кончая энергоемкостью и мощностью импульсного генератора.

3. Описание рабочих конструкций

Конструкции прямоугольных одновиткового и многовиткового квадрупольей приведены на рис.2, а и б. Обе линзы имеют высоковакуумные камеры в виде тонкостенных труб из немагнитной нержавеющей стали.

В случае а одновитковой линзы интегральный по длине градиент поддерживается с точностью $\sim 10^{-2}$ в области ϕ 14 мм вплоть до величины 120 Т/м при толщине медной шины 1 мм. и длительности импульса тока питания 250 мксек. Вся обмотка выкроена из одного медного листа, места перетекания тока выполнены симметрично в виде манжет, формирующих двумерное торцовое поле.

В случае многовитковой линзы интегральный по длине градиент поддерживается с точностью лучше 5×10^{-3} во всей доступной для измерения внутренней области линзы при диаметре проводников обмотки ϕ 2 мм., зазорах между витками 2 мм. и длительности импульса питания 500 мксек и более, вплоть до градиентов 8,0 Т/м. Постановка внутрь линзы тонкостенной (1,2 мм.) камеры в виде трубы из немагнитной нержавеющей стали понижает величину поля внутри линзы на пять процентов, не искажая практически его пространственное распределение.

Применение в многовитковой линзе обмоток в виде плоских соленоидов, как показано на рис.2, приводит к дополнительным омическим потерям в проводниках обратного тока и наружных экранах б, но резко упрощает торцовую коммутацию многовитковой обмотки. Обе линзы очень просты, дешевы и легко изготавливаются с необходимой точностью (смещение оптической оси на величину $\leq 0,1$ мм.)

Представляется интересным использование тонких, "прозрачных" для импульсного поля обмоток в случае импульсных диполей, имею-

положением резонанса для невзаимодействующих нуклонов.

Уравнение (20) сходно с гидродинамическим (3), хотя смысл аппроксимаций (2) и (18) совершенно различен. Поскольку величина ω произвольна, система (20), (21) имеет точное решение симметрии $J^{\pi} = 1^{-}$ с $\omega = 0$ (для одного сорта нуклонов). Для $V(\vec{x}) = \vec{x}$ и $\omega = 0$ из (20) находим

$$\Omega^2 \vec{x} = \int d\vec{x}' G(\vec{x}|\vec{x}') \frac{\partial \rho}{\partial \vec{x}'} \quad (22)$$

В силу трансляционной инвариантности интеграл в (22) равен $\frac{\partial U}{\partial \vec{x}}$ поэтому, для осцилляторного потенциала ($U = \frac{\omega^2 x^2}{2}$) уравнение (22) выполняется с $\Omega^2 = \omega^2$. Подстановкой в (21) убеждаемся в согласованности найденного решения.

Строго говоря, других функций координат (кроме \vec{x}), для которых выполняется приближение (18) не существует. Даже в осцилляторном потенциале, для мультипольных операторов $x^L Y_{LM}(\vec{n})$ уже для $L=2$ есть два типа перехода, с $|\epsilon - \epsilon'| = 0$, и $|\epsilon - \epsilon'| = 2$. Поэтому, для определения пригодности (18) был проведён прямой численный расчёт.

Для δ - сил и ступенчатой плотности, решение (20) в сферическом ядре имеет вид ($f_{e,}$ - сферические функции Бесселя)

$$V_{LM}(\vec{x}) = f_L \left(\frac{\sqrt{\omega^2 - \Omega^2}}{c_s} x \right) Y_{LM}(\vec{n}) \quad (23)$$

с граничным условием (II), определяющим собственные частоты ω

$$\omega_{NL}^2 = \Omega_{NL}^2 + \left(\frac{c_s}{R} \right)^2 x_{NL}^2 \quad (24)$$

где x_{NL} - N -ый корень уравнения $f_L'(x_{NL}) = 0$. Матричные элементы (23) $\langle n\epsilon | V_L | e'n' \rangle$ вычислялись в потенциале бесконечной сферической ямы между всеми состояниями в интервале одночастичных квантовых чисел $n, e \leq 6$. С точки зрения применимости (18) результаты можно сформулировать следующим образом.

$$L = 0, 1.$$

Максимальны матричные элементы с энергией перехода порядка двух и одной оболочек соответственно. Остальные матричные элементы с ростом δn на единицу ($\delta n = |n - n'|$) убывают в среднем на порядок. Поэтому, параметр γ в (18) имеет смысл ширины подоболочечной структуры.

$$L = 2.$$

Главные матричные элементы - через две оболочки и внутри оболочки имеют одинаковую величину. Приближение (18) для квадрупольного резонанса годится лишь для магических ядер, в которых переходы внутри оболочки не дают вклада.

$$L = 3.$$

Матричные элементы в соседнюю оболочку и через три оболочки велики. Приближение (18) не пригодно.

Полученные правила отбора для радиальных матричных элементов можно записать в аналитической форме. Матричный элемент

$$\int_0^1 dx x^2 f_e(p x) f_L(q x) f_{e'}(p' x) \quad (25)$$

(где e, e' и L связаны соотношением треугольника) велик, если q лежит в интервале^{x)}

$$|p - p'| \leq q \leq p + p' \quad (26)$$

Квазиклассический критерий (26) получается при замене верхнего предела интегрирования в (25) на $x = \infty$ (интеграл в этом случае вычисляется аналитически). Точность такого приближения оказывается очень хорошей ввиду быстрой сходимости интегральных синусов в (25) к $\pi/2$.

Таким образом, аппроксимация (18) гораздо более специализирована по сравнению с (2) и не выполняется для моментов $L \geq 3$. Однако, для $L=0, 1$ и частично $L=2$ (18) имеет существенно большую точность, нежели гидродинамическое приближение (2). Количественные вычисления $\Omega^2(\omega^2)$ согласно (21) требуют знания матрицы плотности $\rho(\vec{x}|\vec{x}')$ и невозможны аналитически. Мы оценим Ω^2 в квазиклассическом приближении для $\rho(\vec{x}|\vec{x}') / \rho_L$. Подставляя (23) в (21) и используя уравнения (10), (11) для $\Omega^2(\omega^2)$ находим

$$\Omega^2 = \int d\vec{x} \left\{ \frac{1}{4} \partial_{ik} V \partial_e (\rho \partial_{ike} V^*) + \partial_{ik} V \partial_e (\rho_{ik} \partial_e V^*) + 2 \rho_{ke} \partial_{ik} V \partial_{ie} V^* \right\} / \int d\vec{x} V^* \text{div} \left(\rho \frac{\partial V}{\partial \vec{x}} \right) \quad (27)$$

$$\left(\partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad \rho_{ik}(x) = \frac{\partial^2}{\partial(x-x')_i \partial(x-x')_k} \rho(\vec{x}|\vec{x}') \Big|_{\vec{x}=\vec{x}'} \right)$$

x) Мы признательны В.Ф.Дмитриеву, указавшему нам критерий (26).

Рис. 1. Гиперболический и прямоугольный импульсные квадруполь.
 1 - шихтованный магнитопровод; 2 - одновитковая обмотка; 3 - изолятор; 2а и 2б - размеры пучка по горизонтали и вертикали; - радиус вписанной в гиперболический квадруполь окружности; - ток.

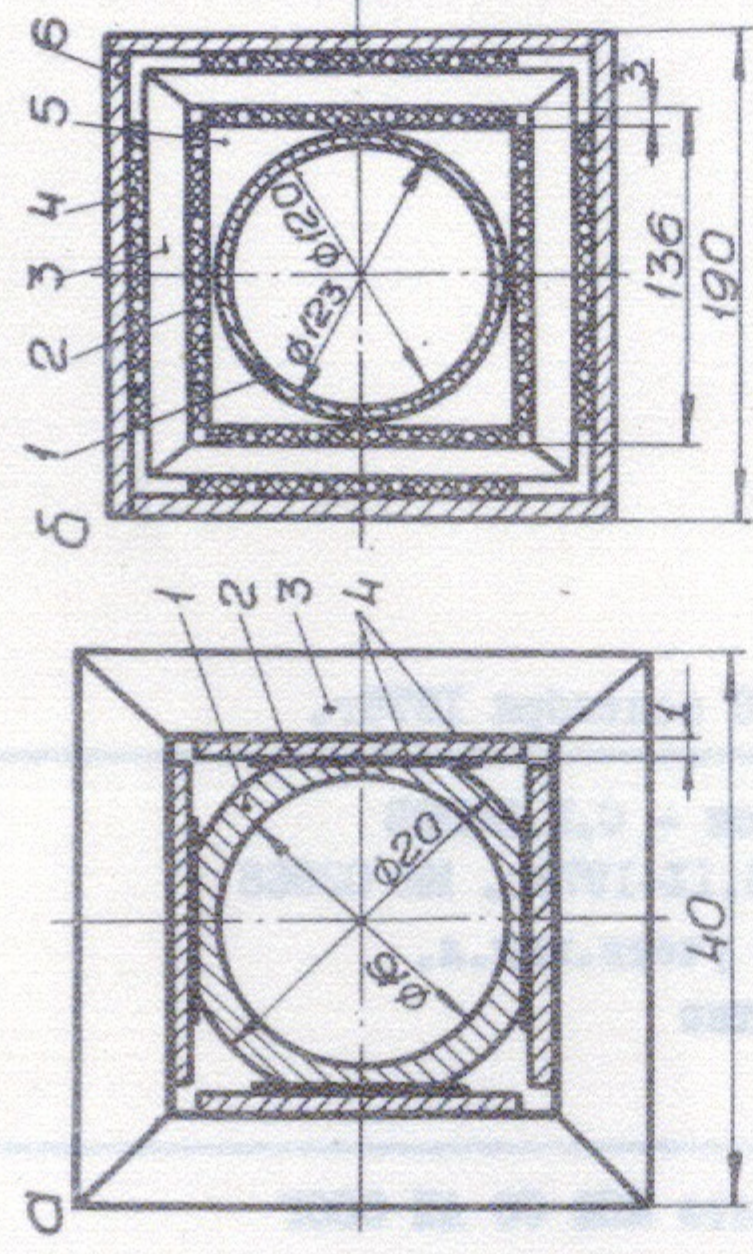
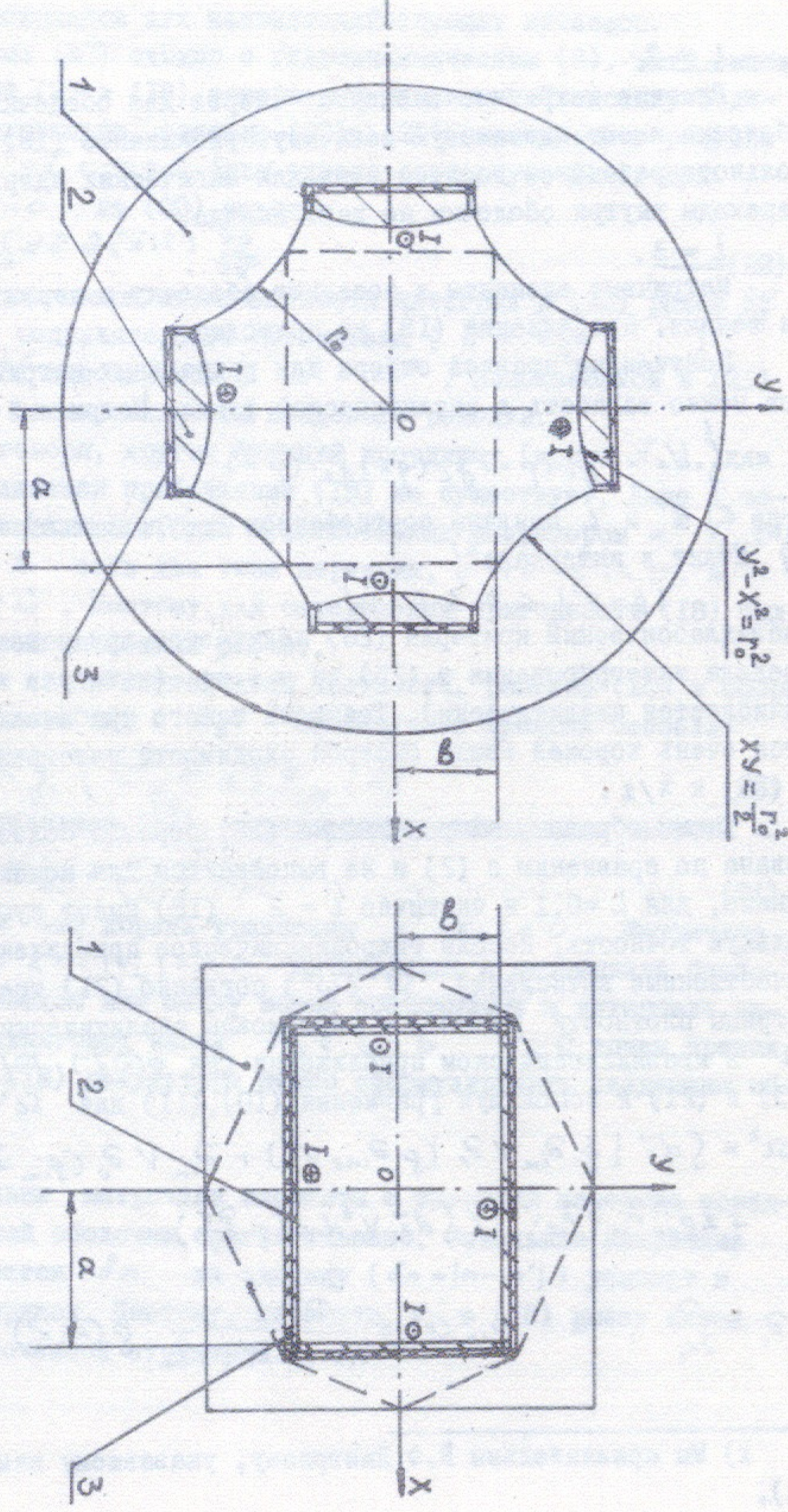


Рис. 2. Рабочие конструкции прямоугольных импульсных квадруполей.
 а - одновитковая линза; б - многовитковая линза:
 1 - труба из немагнитной нержавеющей стали; 2 - проводники обмотки; 3 - шихтованный магнитопровод; 4 - изолятор; 5 - опорный изолятор; 6 - экран, он же бандаж квадруполь.
 Все размеры в мм.

Работа поступила - 8 сентября 1976г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати 16.IX-1976г. МН 02968
Усл. 0,7 печ.л., 0,55 учетн.над.л.
Тираж 200 экз. Бесплатно
Заказ № 82.

Отпечатано на ротационте ИЯЭ СО АН СССР