50

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 75 - 92

Б. Г. Конопельченко

О СПОНТАННОМ НАРУШЕНИИ СИММЕТРИИ. ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ СПИНА ГОЛДСТОУНОВСКИХ ЧАСТИЦ

Новосибирск

1975

О СПОНТАННОМ НАРУШЕНИИ СИММЕТРИИ. ВОЗМОЖНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ СПИНА ГОЛДСТОУНОВСКИХ ЧАСТИЦ

Б.Г.Конопельченко

АННОТАЦИЯ

Рассмотрена возможность спонтанного нарушения непрерывной симметрии и найдены допустимые значения спина голдстоуновских частиц для пространства-времени произвольной размерности при нулевой и конечной температурах, в рамках квантовой теории поля.

I. Как известно, в квантовой теории поля спонтанное нарушение непрерывной симметрии тесно связано с существованием безмассовых частиц, а именно, присутствие безмассовых частиц является необходимым условием спонтанного нарушения непрерывной симметрии (теорема Голдстоуна /I-5/). В простейших случаях (например, модель Голдстоуна /I,2/) безмассовые голдстоуновские частицы являются скалярными. В теориях с группами внутренней симметрии они обладают внутренними квантовыми числами, но остаются скалярными. Спинорные голдстоуновские частицы возникают при рассмотрении групп симметрии, содержащих спинорные генераторы (групп суперсимметрии) /6,7/. В связи с этим представляет интерес вопрос - какие значения спина (модуля спиральности) голдстоуновских частиц вообще возможны? Или, что эквивалентно, - какого типа непрерывные симметрии могут быть спонтанно нарушены? Для случая четырехмерного пространства-времени ответ на этот вопрос был дан в работе /8/. А именно было показано, что в пространстве Минковского в теории без индефинитной метрики возможны только скалярные и спинорные (спин $1/2$) безмассовые голдстоуновские частицы.

В настоящей работе мы рассмотрим, в рамках квантовой теории поля, возможность спонтанного нарушения непрерывной (глобальной) симметрии и найдем допустимые значения спина голдстоуновских частиц для пространства-времени произвольной размерности как при нулевой (раздел 2), так и при конечной (раздел 3) температурах. В разделе 4 обсуждается спонтанное нарушение симметрии в двумерных моделях квантовой теории поля.

2. Рассмотрим квантовую теорию поля в n -мерном пространстве-времени (с одной временной (x^0) и n-I пространственными ($\vec{x}$) координатами), удовлетворяющую аксиомам Вайтмана /9/. Будем предполагать, что непрерывные автоморфизмы алгебры наблюдаемых генерируются сохраняющимися токами $J_{\mu(\dots)}(x)$, которые преобразуются по унитарным представлениям n -мерной группы Пуанкаре[x]. Генераторы группы автоморфизмов выражаются,

---

x) Лоренцевский индекс μ принимает значения $0,1,\dots,n$. $(\dots)$ обозначает совокупность векторных или спинорных, или тех и других индексов.

аналогично случаю $n=4$ /3,4/, в виде сглаженных интегралов от нулевых компонент токов:

$$Q_{(\dots)r} = \int d^{n-1}\vec{x}\, dx^0 f_r(\vec{x})\alpha(x^0)\, J_{0(\dots)}(x^0, \vec{x}), \quad \text{(I)}$$

где $f_r(\vec{x}) = \theta(\frac{\vec{x}}{r})$ и $\alpha(x^0)$ – бесконечно-дифференцируемые функции с компактным носителем: $\theta(\vec{z})=1$ при $|\vec{z}| \le 1$, $\theta(\vec{z})=0$, при $|\vec{z}| \ge 2$, $\int dx^0 \alpha(x^0) = 1$. Как показано в /4/ симметрия, генерируемая током $J_{\mu(\dots)}$, будет спонтанно нарушена, если существует хотя бы один полином A по сглаженным полям такой, что выполняется неравенство

$$\lim_{r\to\infty} \langle 0 | [\, Q_{(\dots)r}, A] | 0 \rangle =$$

$$= \lim_{r\to\infty} \big(\langle 0 | Q_{(\dots)r} E_0 A | 0\rangle - \langle 0 | A E_0 Q_{(\dots)r} | 0 \rangle \big) \neq 0 \quad (2)$$

где $|0\rangle$ – вакуум, E_0 – оператор проектирования на состояния с $p^2=0$ (p – n – мерный импульс). Используя трансляционную инвариантности теории, можно показать (аналогично случаю $n=4$ /4/), что необходимым условием выполнения неравенства (2) является расходимость нормы вектора $E_0 Q_{(\dots)r}|0\rangle$ при $r\to\infty$. Вычислим $\| E_0 Q_{(\dots)r}|0\rangle \|^2$. Используя (I), находим:

$$\| E_0 Q_{(\dots)r}|0\rangle\|^2 = \int d^n p\, |\tilde{f}_r(\vec{p})|^2 |\tilde{\alpha}(p^0)|^2 \times$$

$$\times \langle 0 | J_{0(\dots)} E_0 J_{0(\dots)} | 0 \rangle (p),$$

где $\tilde{f}_r(\vec{p})$, $\tilde{\alpha}(p^0)$, $\langle 0| J_{0(\dots)} E_0 J_{0(\dots)} |0\rangle (p)$ – фурье-образы $f_r(\vec{x})$, $\alpha(x^0)$ и $\langle 0 | J_{0(\dots)}(x) E_0 J_{0(\dots)}(y) | 0\rangle$. Далее, поскольку $\langle 0 | J_{\mu(\dots)} E_0 J_{\nu(\dots)} | 0 \rangle (p) = p_0^{2d_J - n+2}\, \Pi_{\mu\nu(\dots)}(p)\, \delta(p^2)$, где d_J – масштабная размерность свободного безмассового поля, имеющего те же трансформационные свойства относительно группы Лоренца, что и ток $J_{\mu(\dots)}$, а $\Pi_{\mu\nu(\dots)}(p)$ – безразмерная матричная функция импульса и учитывая, что $\tilde{f}_r(\vec{p}) = r^{n-1}\tilde{\theta}(r\vec{p})$, получаем:

$$\lim_{r\to\infty} \| E_0 Q_{(\dots)r}|0\rangle\|^2 =$$

$$= \int d^n p\, r^{2(n-1)} |\tilde{\theta}(r\vec{p})|^2 |\tilde{\alpha}(p^0)|^2 p_0^{2d_J - n + 2} \delta(p^2)\, \Pi_{00(\dots)}(p) =$$

$$= \lim_{r\to\infty} r^{2n-2-2d_J}\, \Phi, \quad (3)$$

где Φ – конечный интеграл.

Таким образом, симметрия, генерируемая током $J_{\mu(\dots)}$, может быть спонтанно нарушена только при условии

$$d_J < n-1 \quad (4)$$

Если выполнено условие (4), то при спонтанном нарушении симметрии вектор $\lim_{r\to\infty} E_0 Q_{(\dots)r}|0\rangle$ отличен от нулевого и, тем самым, в теории имеются безмассовые частицы. Квантовые числа этих безмассовых голдстоуновских частиц совпадают с квантовыми числами оператора $Q_{(\dots)r}$.

Найдем ограничение на значения спина S_r (модуля спиральности) голдстоуновских частиц, вытекающее из (4). Для этого учтем, что в безмассовых унитарных представлениях n -мерной группы Пуанкаре, соответствующих спину (модулю спиральности) S_J выполняется соотношение $d_J = \frac{n}{2} - 1 + S_{J max}$ x). В результате получаем

$$S_r < \frac{n}{2} - 1 \quad (5)$$

Таким образом, спонтанное нарушение симметрии, генерируемой током $J_{\mu(\dots)}$, возможно только, если спин соответствующих голдстоуновских частиц удовлетворяет условию (5).

Итак, мы видим, что

I) в двумерном пространстве-времени спонтанное нарушение непрерывной (глобальной) группы симметрии (как с векторными, (тензорными), так и со спинорными генераторами) вообще невозможно. Отметим, что этот результат совершенно независим от аргумен-

---

x) При $n=4$ $S_{J max} = j_1 + j_2$, $S_J = |j_1 - j_2|$, где j_1 и j_2 числа, задающие неприводимые представления группы Лоренца /IO/. При $n<4$ $S_{J max} = S_J$.

тов работы /II/ о несуществовании при $n=2$ скалярных голдстоуновских частиц.

2) в трехмерном пространстве-времени возможны только скалярные голдстоуновские частицы.

3) при $n=4$ возможны скалярные и спинорные ($S_r = 1/2$) голдстоуновские частицы /8/.

4) при $n>4$ возможны голдстоуновские частицы с более высокими спинами.

Подчеркнем, что требование положительности метрики пространства состояний (унитарности представлений группы Пуанкаре) играет важнейшую роль в выводе условия (5). Если отказаться от этого требования, то, т.к. при этом d_y и S_y не связаны, ограничений на значения спина голдстоуновских частиц не возникает.

3. В предыдущем разделе мы рассмотрели спонтанное нарушение симметрии в квантовой теории поля при нулевой температуре. Рассмотрим теперь, следуя работам /I2,I3/, квантовую теорию поля при конечной температуре T. Как изменится при этом условие (5)?

Воспользуемся формализмом вещественного времени (см.например /I3/). В этом формализме средние от операторов при $T>0$ имеют вид:

$$\langle \mathcal{Y}_{\mu(\dots)} E_0 \mathcal{Y}_{\nu(\dots)} \rangle_T (p) = \langle 0| \mathcal{Y}_{\mu(\dots)} E_0 \mathcal{Y}_{\nu(\dots)} |0\rangle_{T=0} (p) + \\ + \frac{1}{e^{\frac{p_0}{T}} \mp 1} A_{\mu\nu(\dots)}(p)\, \delta(p^2),$$

где $A_{\mu\nu(\dots)}(p)$ - матричная функция, имеющая одинаковую с $p^2 \langle 0| \mathcal{Y}_{\mu(\dots)} E_0 \mathcal{Y}_{\nu(\dots)} |0\rangle_{T=0} (p)$ степень однородности по импульсу. Знак минус соответствует тензорным, а знак плюс спинорным токам.

Вычислим норму вектора $\lim\limits_{\tau\to\infty} E_0 Q_{(\dots)\tau} |0\rangle$ при $T>0$. Для этого необходимо знать, как мы видели, в предыдущем разделе, поведение $\langle \mathcal{Y}_{\mu(\dots)} E_0 \mathcal{Y}_{\nu(\dots)} \rangle_T (\frac{p}{\tau})$ при $\tau\to\infty$. Так как $\lim\limits_{\tau\to\infty} \{ \exp(\frac{|\vec p|}{2T}) + 1 \} = 2$, то для спинорных токов

$\langle \mathcal{Y}_{\mu(\dots)} E_0 \mathcal{Y}_{\nu(\dots)} \rangle_T (\frac{p}{\tau})$ ведет себя при $\tau\to\infty$ так же, как и $\langle 0| \mathcal{Y}_{\mu(\dots)} E_0 \mathcal{Y}_{\nu(\dots)} |0\rangle_{T=0} (\frac{p}{\tau})$. Для тензорных же токов в силу $\lim\limits_{\tau\to\infty} \{ \exp(\frac{|\vec p|}{2T}) - 1 \} = \frac{|\vec p|}{\tau 2T}$ имеем $\lim\limits_{\tau\to\infty} \langle \mathcal{Y}_{\mu(\dots)} E_0 \mathcal{Y}_{\nu(\dots)} \rangle_T (\frac{p}{\tau}) = \lim\limits_{\tau\to\infty} \tau^{-(2d_y^T - n + 1)} A_{T\mu\nu(\dots)}(p)\,\delta(p^2)$. В результате, как легко видеть, для спинорных токов условия (4) и (5) сохраняются и при $T>0$. Для тензорных же токов условие (4) ослабляется и для голдстоуновских бозонов вместо (5) при $T>0$ имеем

$$S_{Г.Б}(T>0) < \frac{n}{2} - \frac{1}{2}. \tag{6}$$

Таким образом, 1) в четырехмерном пространстве-времени при $T>0$ кроме скалярных и спинорных голдстоуновских частиц ($T=0$) возможны голдстоуновские частицы со спином единица.

2) в двумерном и трехмерном пространстве-времени при $T>0$ возможны в силу (6) скалярные голдстоуновские частицы. Однако флуктуации поля для безмассовых скалярных частиц при $n=2$ ($T\geqslant 0$) и $n=3$ ($T>0$) обращаются в бесконечность /II,I4/ и тем самым, в двумерном и трехмерном пространстве-времени спонтанное нарушение непрерывной симметрии при конечной температуре невозможно.

4. Подчеркнем, что полученные выше результаты являются точными и не связаны ни с каким конкретным видом моделей, ни с каким конкретным способом спонтанного нарушения симметрии, ни тем более с теорией возмущений. Это обстоятельство является важным при рассмотрении спонтанного нарушения непрерывной симметрии в двумерных моделях квантовой теории поля, широко обсуждаемых в последнее время (см.например /I5,I6/).

В древесном (классическом) приближении, как легко видеть, спонтанное нарушение непрерывной (глобальной) симметрии в двумерном пространстве-времени возможно. Однако в точных решениях спонтанное нарушение должно отсутствовать. Поэтому учет вклада следующих порядков теории возмущений в моделях с положительной метрикой должен приводить (и не только в приближении большого числа компонент полей /I6,I7/) к невозможности существования несимметричного вакуума. Подобным образом и фазовые переходы второго рода в двумерных моделях, рассмотренные в низших порядках в работах /I8-20/, отсутствуют в точных решениях.

Литература

I. J.Goldstoyne, Nuovo Cim., I9,I54 (I96I).
2. J.Goldstoyne, A.Salam, S.Weinberg, Phys.Rev.,I27,965(I962).

3. D.Kastler,D.W.Robinson,A.Swieca, Commun.Math.Phys., 2, I08 (I966).
4. H.Reeh, Fort.Phys., I6,687 (I968).
5. А.А.Гриб, Е.В.Дамаскинский, В.М.Максимов, УФН, I02, 587 (I970).
6. Д.В.Волков, В.П.Акулов. Письма в ЖЭТФ, I6, 62I (I972), ТМФ, I8, 39 (I974).
7. A.Salam, J.Strathdee, Phys.Lett., B49,465 (I974).
P.Fayet, J.Iliopoulos, Phys.Lett., B5I,46I (I974).

8. D.Maison, H.Reeh, Commun.Math.Phys., 24,67 (I97I).

9. Р.Стритер, А.Вайтман. РСТ, спин и статистика и все такое, "Наука", I966.
I0. S.Weinberg, Phys.Rev., I34B,882 (I964).

II. S.Coleman, Commun.Math.Phys., 3I,259 (I973).

I2. Д.А.Киржниц, А.Д.Линде, ЖЭТФ, 67, I263 (I974).
I3. S.Weinberg, Phys.Rev., D9,3357 (I974).
L.Dolan, R.Jackiw, Phys.Rev., D9,3320 (I974).
I4. Shang-keng Ma, R.Rajaraman, Phys.Rev., DII,I70I (I975).

I5. D.Gross, A.Neveu, Phys.Rev., DI0,3235 (I974).
I6. S.Coleman, R.Jackiw, H.D.Politzer, Phys.Rev.,DI0,249I (I974).

I7. R.G.Root, Phys.Rev., DI0,3322 (I974);ibid,DII,83I (I975).

I8. L.Jacobs, Phys.Rev., DI0,3956 (I974).
I9. B.J.Harrington, A.Yildiz, Phys.Rev., DII,779 (I975).

20. R.G.Dashen, Shang-keng Ma, R.Rajaraman, Phys.Rev., DII, I499 (I975).

Работа поступила 30 июня 1975 года

Ответственный за выпуск Г.А.СПИРИДОНОВ
Подписано к печати 7.X-1975 г. МН 03179
Усл. 0,5 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно
Заказ № 92.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР,вт