

7

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

ПРЕПРИНТ И Я Ф 74 - 93

В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова

**ВОЛНА БЕРНШТЕЙНА - ГРИНА - КРУСКАЛА
ПРИ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ**

Новосибирск

1974

ВОЛНА БЕРНШТЕЙНА-ГРИНА-КРУСКАЛА ПРИ ПУЧКОВОЙ
НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В.Т.Астредин, Н.С.Бучельникова

А Н Н О Т А Ц И Я

Методом численного эксперимента исследована неустойчивость холодного пучка с параметрами $n_1/n_0 = 5 \cdot 10^{-3}$, $V_0/V_T = 11$ за время ~ 220 периодов плазменных колебаний. Показано, что развитие неустойчивости приводит к состоянию, близкому к нелинейной волне Бернштейна-Грина-Крускала.

ВОЛНА БЕРНШТЕЙНА-ГРИНА-КРУСКАЛА ПРИ ПУЧКОВОЙ
НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова

Неоднократно отмечалось, что развитие неустойчивости холодного пучка в плазме может привести к установлению квазистационарной волны Бернштейна-Грина-Крускала (БГК) /1/. Возможность этого была показана Томпсоном /2/. В настоящей работе методом численного эксперимента показано, что развитие неустойчивости холодного пучка не очень большой плотности приводит к состоянию, близкому к волне БГК.

Для численного моделирования взаимодействия пучка с плазмой используется метод "частиц в ячейках" /3/. Рассматривается одномерная система длины L с периодическими граничными условиями. Движение ионов не учитывается. Для описания электронов пучка применяется метод "взвешивания". Для понижения уровня начальных шумов применяется метод "спокойного старта" /4/. В начальный момент времени задается бегущая волна с амплитудой, слегка превышающей уровень шумов, с длиной волны и частотой гармоники с максимальным инкрементом. Более подробно метод расчета описан ранее /5/.

Контроль правильности счета производился по сохранению импульса ($\Delta P_0/P_0 \leq 10^{-4}$) и энергии системы ($\Delta W_0/W_0 \leq 5 \cdot 10^{-3}$).

Описанная модель соответствует случаю замагниченной плазмы с малым уровнем начальных шумов. В такой плазме, как известно из экспериментов /6,7/ и полуфеноменологического рассмотрения /2/, развивается практически монохроматическая волна с λ и ω гармоники с максимальным инкрементом, причем, результаты экспери-

ментов /6/ хорошо согласуются с теоретическими результатами для однмерной системы /8/. Отметим, что результаты численных экспериментов /2,5/ для пучков малой плотности практически совпадают с теоретическими /8,9/.

Численный эксперимент проводился при следующих параметрах: $n_1/n_0 = 5 \cdot 10^{-3}$, $V_0/V_T = 11,25$ (n_1, n_0 - плотность пучка и плазмы, V_0 - скорость пучка, $V_T = \sqrt{2T/m}$ - тепловая скорость плазмы).

$N_0 = 9500$; $N_1 = 2500$; $L = 100 z_d$; $\tau = 0,05 T_{oe}$ (N_0 - число частиц плазмы, N_1 - число "взвешенных" частиц пучка, z_d - дебаевский радиус, τ - счетный шаг, $T_{oe} = 2\pi/\omega_{oe}$, $\omega_{oe} = \sqrt{4\pi n_0 e^2/m}$ - плазменная частота).

Параметры начальной волны: $\lambda/z_d = 100$; $\omega/\omega_{oe} = 0,93$; $W_E^0/W_B^0 = 2,8 \cdot 10^{-4}$ (W_E, W_B - энергия поля и пучка).

Как известно /8,9/, холодный пучок малой плотности возбуждает в плазме ленгмюровские колебания с максимальным инкрементом

$$\gamma_{max} = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \omega_{oe} \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^{1/3}$$

Гармоника с максимальным инкрементом имеет частоту и длину волны

$$\omega = \omega_{oe} \left[1 - \frac{1}{2^{4/3}} \left(\frac{n_1}{n_0} \right)^{1/3} \right]$$

$$k = \omega_{oe}/V_0$$

Для пучка конечной плотности эти величины несколько изменяются /10/.

В нашем случае взаимодействие пучка с плазмой приводит к нарастанию амплитуды монохроматической волны с инкрементом $\gamma/\omega_{oe} \sim 0,11$, совпадающим с линейным инкрементом неустойчивости пучка конечной плотности /10/. Нелинейная стадия неустойчивости определяется захватом пучка. При этом энергия поля в момент времени $t/T_{oe} = 7,3$ достигает максимума $W_E^{max}/W_B^0 = 0,13$ и да-

лее колеблется с периодом $T/T_{oe} \sim 6$, совпадающим с периодом колебаний захваченных частиц (рис.1). Отметим, что период изменения энергии поля определяется временем, за которое захваченные частицы совершают оборот на фазовой плоскости, а характерные точки на кривой $W_E(t)$ (максимум, минимум) соответствуют определенным фазам захваченных частиц. Потери энергии пучка в максимуме поля составляют $\Delta W_B^{max}/W_B^0 = 0,29$. Фазовая скорость волны зависит от фазы сгустка захваченных частиц: в области экспоненциального роста W_E $t/T_{oe} = 3$; $V_\phi/V_0 = 0,94$; в максимуме W_E $t/T_{oe} = 7,2$, $V_\phi/V_0 = 0,94$; в минимуме W_E $t/T_{oe} = 9,9$, $V_\phi/V_0 = 0,75$. Энергия поля в максимуме, потери энергии пучка, период колебаний W_E , характер зависимости V_ϕ от фазы захваченных частиц близки к полученным теоретически в работах /8,9/.

Бунчировка захваченного пучка приводит к появлению гармоник поля, связанных с собственным зарядом сгустка. Инкремент нарастания этих гармоник превышает инкремент основной гармоники и нарастает с ростом номера гармоники, так для второй гармоники $\gamma/\omega_{oe} \sim 0,17$, для третьей $\gamma/\omega_{oe} \sim 0,23$. Амплитуда гармоник достигает максимального значения в районе максимальной бунчировки вблизи максимума энергии поля. Однако максимальная энергия гармоник мала по сравнению с энергией основной гармоники и практически не искажает поле монохроматической волны, хотя и приводит к расталкиванию сбунчированного пучка. Вид фазовых плоскостей на первом периоде колебаний захваченных частиц мало отличается от случая пучка малой плотности (рис.2), однако уже второй период отличается существенно (рис.3). Расталкивание сгустка приводит к увеличению разброса скоростей и координат захваченных частиц, следствием чего является более быстрое "размешивание" захваченных частиц на фазовой плоскости.

Было исследовано развитие неустойчивости за большое время ~ 36 периодов захваченных частиц ($\sim 220 T_{oe}$). На рис.4 показана зависимость энергии поля от времени. Видно, что амплитуда колебаний, связанных с движением захваченных частиц, уменьшается и энергия поля приближается к стационарному значению.

$W_E^c/W_B^0 = 5,6 \cdot 10^{-2}$. При $t/T_{oe} \sim 220$ колебания W_E невелики, их амплитуда не превышает 1% от этой вели-

чины. Величина W_E^c несколько меньше половины энергии поля в первом максимуме $- W_E^c/W_E^{max} \sim 0,46$. Потеря энергии пучка также приближается к стационарной величине $\Delta W_b^c/W_b^0 = 0,12$. Волна остается практически монохроматической (рис.5), колебания $E(t)$ регулярны (рис.1). Фазовая скорость волны несколько меньше, чем V_ϕ в области экспоненциального роста и первого максимума $W_E - V_\phi/V_0 = 0,92 \pm 0,03$.

Отметим, что с течением времени нарастают шумы, связанные с ошибками счета. При $t/T_{oe} \sim 220$ эти шумы еще невелики: суммарная амплитуда шумов и гармоник (гармоники объемного заряда, сателлиты) не превосходит 20% от амплитуды основной волны (рис.5), а суммарная энергия меньше 4% энергии поля волны. Продолжение счета, однако, нецелесообразно из-за роста этих шумов.

Изменение вида фазовых плоскостей с течением времени показывает, что затухание колебаний энергии поля связано с "размешиванием" захваченных частиц на фазовой плоскости, причем при уменьшении амплитуды часть частиц выходит из захвата и остается пролетными. На рис.6 показана фазовая плоскость в момент времени $t/T_{oe} = 220,2$, соответствующий максимуму энергии поля. Сплошной линией показана сепаратриса, ограничивающая область захвата $V = V_\phi \pm 2 \sqrt{\frac{e\psi}{m}} \sin \frac{\pi}{\lambda} [x - (x_0 + \frac{\lambda}{2})]$, где ψ - амплитуда потенциала, x_0 - координата минимума $e\psi(x)$, т.е. дна потенциальной ямы. Видно, что основная часть частиц пучка (85%) лежит внутри сепаратрисы, а часть (~ 15%) вне её. Захваченные частицы, в основном, группируются вблизи дна потенциальной ямы в области $V_\phi \pm \sqrt{e\psi/m}$, $x_0 \pm \lambda/4$, причем их плотность возрастает с приближением к $V = V_\phi$, $x = x_0$.

Сравнение распределения плотности захваченных частиц по координате в разные моменты времени показывает, что распределение становится более размытым, а максимум его смещается к координате дна потенциальной ямы. На первом периоде колебаний захваченных частиц вид распределения сильно зависит от фазы захваченных частиц. В фазах максимальной бунчировки $n(x)$ имеет вид пика шириной $\Delta x < 0,1 \lambda$ на координатах $x \sim x_0 + 0,2 \lambda$ и $x \sim x_0 - 0,2 \lambda$. Вблизи $t/T_{oe} \sim 220$ зависимость $n(x)$ от фазы становится слабой, во всех фазах $n(x)$ размыта в пре-

делах $\Delta x \sim \lambda/2$, в фазах максимальной бунчировки максимум $n(x)$ лежит на координатах $x = x_0 + 0,08 \lambda$ и $x = x_0 - 0,08 \lambda$ (рис.7). Таким образом, $n(x)$ приближается к стационарному распределению с максимумом на $x = x_0$.

Распределение по скоростям с течением времени также размывается, а максимум его смещается к фазовой скорости волны. На первом периоде колебаний захваченных частиц вид функции распределения по скоростям сильно зависит от фазы захваченных частиц. В фазах максимума и минимума энергии поля функция распределения имеет вид шириной $\Delta V \leq 0,1 V_0$ на координатах $V \sim V_\phi - 0,15 V_0$ и $V \sim V_\phi + 0,15 V_0$. Вблизи $t/T_{oe} \sim 220$ $f(v)$ в разных фазах различаются не очень сильно, причем $f(v)$ размыта в пределах области захвата $\Delta V \sim 0,6 V_0$, а максимум её в фазах максимума и минимума W_E лежит на координатах $V \sim V_\phi - 0,05 V_0$ и $V \sim V_\phi + 0,05 V_0$ (рис.8). Таким образом, функция распределения по скоростям близка к симметричной относительно фазовой скорости волны и мало меняется с течением времени. Действительно, накладывая друг на друга $f(v)$, снятые в разные моменты времени в течение одного периода захваченных частиц, можно видеть, что основная часть функции распределения, содержащая ~ 70% захваченных частиц, симметрична относительно V_ϕ и постоянна во времени (рис.9). Полуширина функции распределения $\Delta V_{1/2} \sim 0,2 V_0 \sim 2 V_T$

Частицы, вышедшие из захвата, группируются, в основном, вблизи границ области захвата. Их функция распределения по скоростям близка к симметричной относительно V_ϕ (рис.8).

Таким образом, в результате "размешивания" захваченных частиц они заполняют область захвата так, что максимальное число частиц группируется вблизи дна потенциальной ямы. Распределение плотности приближается к стационарному и симметричному относительно x_0 с максимумом на $x = x_0$. Функция распределения по скоростям приближается к стационарной и симметричной относительно V_ϕ с максимумом на $V = V_\phi$. При приближении к стационарному состоянию часть частиц выходит из захвата и остается пролетными.

Таким образом, система приближается к квазистационарному состоянию монохроматической волне постоянной амплитуды с захва-

ченными электронами, функция распределения которых близка к симметричной относительно фазовой скорости волны и постоянна во времени, то есть к квазистационарной нелинейной волне Бернштейна-Грина-Крускала.

Следует рассмотреть вопрос о роли неустойчивости спутников /II-IV/. Действительно, можно ожидать, что эта неустойчивость, связанная с захваченными частицами будет приводить к разрушению волны и хаотизации колебаний до установления квазистационарного состояния. Согласно /I3/ инкремент неустойчивости спутников

γ^c при пучковой неустойчивости зависит от параметра $\delta = \frac{kV_0 - \omega_{ce}}{\omega_{ce} (n_i/n_0)^{1/3}}$, причем максимальный инкремент не превосходит инкремента пучковой неустойчивости. С ростом δ инкремент быстро падает. В нашем случае минимальное значение δ имеет вторая гармоника с $\lambda = L/2$. При этом δ велико ($\delta = 6$) и можно ожидать, что γ^c будет мал. Был исследован случай, в котором гармоники лежат ближе друг к другу, т.е. γ^c должен быть больше. Для этого в качестве основной была выбрана вторая гармоника с $\lambda = L/2$, так что 3-я гармоника, для которой

$\delta = 3,4$, может быть спутником. Для того, чтобы пучковая неустойчивость имела тот же инкремент (для выполнения условия $k = \omega_{ce}/V_0$) было взято $V_0/V_T = 5,56$. Этот случай удобен тем, что только четные гармоники системы связаны с объемным зарядом сбунчированного пучка, а нечетные могут нарастать только за счет спутниковой неустойчивости (отметим, что все гармоники в линейном приближении устойчивы). Действительно, оказалось, (рис. I0), что 3-я гармоника довольно быстро растет с

$\gamma^c/\omega_{ce} \sim 3 \cdot 10^{-2}$ и через $\sim 30 T_{oe}$ её энергия становится сравнимой с энергией основной гармоники. После этого основная гармоника начинает затухать, что согласуется с результатами /I3/. Поведение 4-й гармоники, аналогичной второй в основном эксперименте, вначале определяется бунчировкой пучка. Как уже говорилось,

инкремент нарастания, связанный с бунчировкой, больше инкремента пучковой неустойчивости, так что гармоника быстро нарастает за $\sim 1/2$ периода колебаний захваченных частиц, а затем из-за уменьшения плотности сгустка в результате расталкивания в среднем несколько падает с сильными колебаниями. Рост при $t/T_{oe} \approx 40$ по-видимому, связан с спутниковой неустойчивостью.

Такое же поведение наблюдается вначале для 2-й гармоники в основном эксперименте (рис. II). При $t/T_{oe} \sim 40-150$ наблюдается небольшой рост с $\gamma^c/\omega_{ce} \sim 6 \cdot 10^{-4}$, при $t/T_{oe} > 150$ рост прекращается, энергия 2-й гармоники колеблется около некоторого уровня и в среднем не меняется. Более высокие гармоники тоже не нарастают. Такое поведение можно объяснить, предполагая, что рост гармоники определяется спутниковой неустойчивостью, инкремент которой падает по мере "размешивания" захваченных частиц. В поддержку этого предположения можно указать на работу /I4/, в которой было показано, что инкремент неустойчивости спутников различен при различном распределении захваченных частиц: при равномерном заполнении области захвата γ^c меньше, чем для случайной сгустка. Кроме того, в работе /II/ было найдено, что могут существовать области параметров (амплитуда волны, плотность захваченных частиц, распределение захваченных и пролетных частиц), в которых волна устойчива к возбуждению спутников.

Таким образом, можно предполагать, что квазистационарное состояние может быть достигнуто, если "размешивание" захваченных частиц произойдет раньше, чем амплитуда спутника станет сравнимой с амплитудой основной волны, при условии, что конечные параметры лежат в области устойчивости. В реальном эксперименте это возможно, если нелинейная стадия пучковой неустойчивости достигается при амплитудах, намного превосходящих амплитуду шумов, из которых может развиваться спутник.

Естественно остается открытым вопрос о роли параметрических неустойчивостей, связанных с ионами.

Подпись к рисункам

Рис. I. Зависимость энергии и напряженности поля от времени. Точки отмечены моменты вывода фазовых плоскостей, $n(x)$ и $f(v)$, представленных на рис. 3, 6, 7, 8, 9.

Рис. 2. Фазовые плоскости в разные моменты времени для пучка малой плотности из работы [13]. $\tau = 10,0$ - I максимум W_E ; $\tau = 12,5$ - I минимум W_E ; $\tau = 16,5$ - II максимум W_E ; $\tau = 9,0, 12,0, 14,5$ - моменты максимальной бунчировки.

Рис. 3. Фазовые плоскости в разные моменты времени.
 а. $t/T_{oe} = 12,2$ аналогично $\tau = 14,5$
 б. $t/T_{oe} = 13,2$ аналогично $\tau = 16,5$
 в. $t/T_{oe} = 15$.
 г. $t/T_{oe} = 16,3$

Рис. 4. Зависимость энергии поля от времени.

Рис. 5. Зависимость напряженности поля от координаты.
 $t/T_{oe} = 220,2$ (максимум W_E).

Рис. 6. Фазовая плоскость.

$t/T_{oe} = 220,2$ (максимум W_E).

Рис. 7. Распределение плотности частиц пучка по координате.
 $x_n = x - x_0$, — $t/T_{oe} = 218,5$; ---- $t/T_{oe} = 5,7$
 (моменты максимальной бунчировки).

Рис. 8. Функция распределения частиц пучка по скорости.

а. полная функция распределения.

б. функция распределения незахваченных частиц.

— $t/T_{oe} = 220,2$; ---- $t/T_{oe} = 7,3$

(максимум W_E)

стрелкой отмечены границы области захвата $2\sqrt{\frac{e\psi}{m}}$.

Рис. 9. Функция распределения частиц пучка по скорости.

— $t/T_{oe} = 220,2$ - максимум W_E

---- $t/T_{oe} = 217,3$ - минимум W_E

..... - стационарная часть $f(v)$

Стрелкой отмечены границы области захвата

$$2\sqrt{\frac{e\psi}{m}}$$

Рис. 10. Зависимость энергии гармоник от времени.

$n/n_0 = 0,5\%$; $V_0/V_T = 5,56$; $\lambda = L/2$

Рис. 11. Зависимость энергии гармоник от времени.

$n/n_0 = 0,5\%$; $V_0/V_T = 11,25$; $\lambda = L$.

Л и т е р а т у р а

1. J. B. Bernstein, J. M. Greene, M. D. Kruskal
Phys. Rev. 108, 546, 1957.
2. J. R. Thompson Phys. Fl. 14, 1532, 1971.
3. R. L. Morse, C. W. Nielson Phys. Fl. 12, 2418, 1969.
4. J. A. Byers, M. S. Gzawal Phys. Fl. 13, 1819, 1970.
5. В. Т. Астрелин, Н. С. Бучельникова, ЖТФ 45, н, 1975.
6. K. W. Gentle, C. W. Roberson Phys. Fl. 14, 2780, 1971.
K. W. Gentle, J. Lohz Phys. Fl. 16, 1464, 1973.
7. V. Piffle, S. Šunka, J. Ullschmied, K. Jungwirth, L. Kzlin
Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res. Vienna,
v. II, 155, 1971;
В. А. Лавровский, И. Ф. Харченко, Е. Г. Шустин Письма ЖЭТФ 16,
602, 1972;
J. H. A. van Wakegen, J. H. Norman Phys. Rev. Let. 28, 295, 1972;
K. Mizuno, S. Tanaka Phys. Rev. Let. 29, 45, 1972;
J. Phys. Soc. Japan 35, 1753, 1973.
8. T. M. O'Neil, J. H. Winfrey, J. H. Malmberg Phys. Fl. 14, 1204, 1971;
T. M. O'Neil, J. H. Winfrey Phys. Fl. 15, 1514, 1972.
9. И. Н. Онищенко, А. Р. Линецкий, Н. Г. Мациборко, В. Д. Шапиро,
В. И. Шевченко. Письма ЖЭТФ 12, 407, 1970;
N. G. Matsibozko, J. N. Onishenko, V. D. Shapigo, V. J. Shevchenko
Plasma Physics 14, 591, 1972.
10. В. С. Имшенник, Ю. И. Морозов, ЖТФ 31, 640, 1961.
11. K. Mima, K. Nishikawa J. Phys. Soc. Japan 30, 1722, 1971;
33, 1669, 1972
12. C. V. Wharton, J. H. Malmberg, T. M. O'Neil Phys. Fl. 11, 1761, 1968;
В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко, ЖЭТФ 57, 2066, 1969;
W. L. Kruetz, J. M. Dawson, R. W. Sudan Phys. Rev. Let. 23, 838, 1969;
W. L. Kruetz, J. M. Dawson Phys. Fl. 13, 2747, 1970;
M. V. Goldman Phys. Fl. 13, 1281, 1970; Phys. Fl. 14, 801, 1971;

- T. Yagashita, Y. H. Ichikawa J. Phys. Soc. Japan 28, 1555, 1970;
Н. И. Бугько, В. И. Карпман, Д. Р. Шклар ЖЭТФ 61, 1463, 1971;
W. Manheimer Phys. Rev. A3, 1402, 1971;
J. Denavit, W. Kruetz Phys. Fl. 14, 1782, 1971;
В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко ЖЭТФ 60, 1023, 1971;
R. Franklin, S. Hamberger, H. Ikezi, J. Lampis, G. Smith
Phys. Rev. Let. 28, 1114, 1972;
B. Rosen, G. Schmidt, W. Kruetz Phys. Fl. 15, 2001, 1972;
H. W. Wong Phys. Fl. 15, 632, 1972.
13. Н. Г. Мациборко, И. Н. Онищенко, Я. Б. Файнберг, В. Д. Шапиро,
В. И. Шевченко ЖЭТФ 63, 874, 1972.
 14. H. Bloomberg Phys. Fl. 17, 263, 1974.

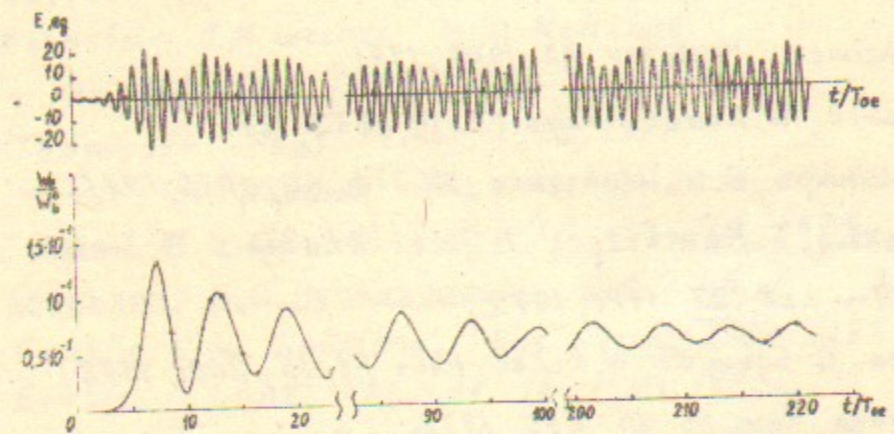


Рис. 1.

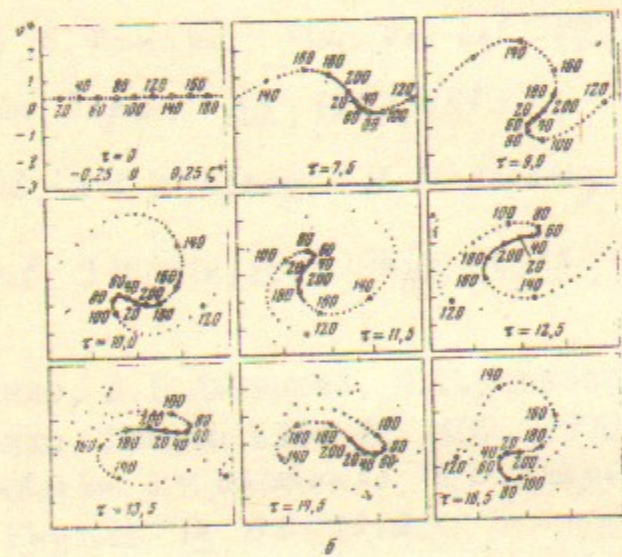


Рис. 2.

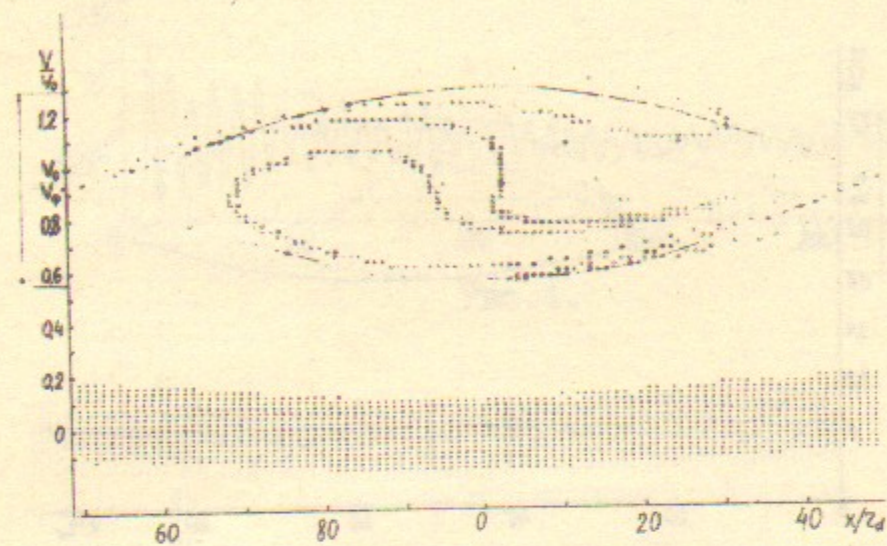


Рис. 3а.

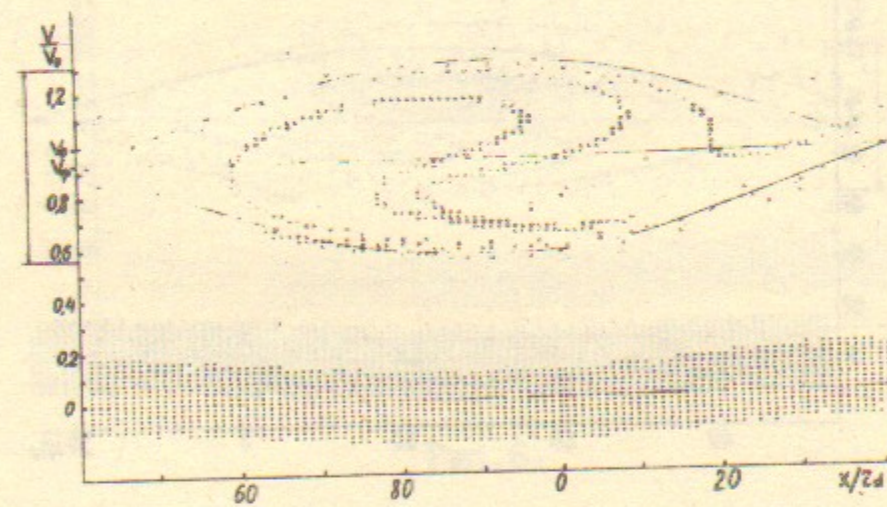


Рис. 3б.

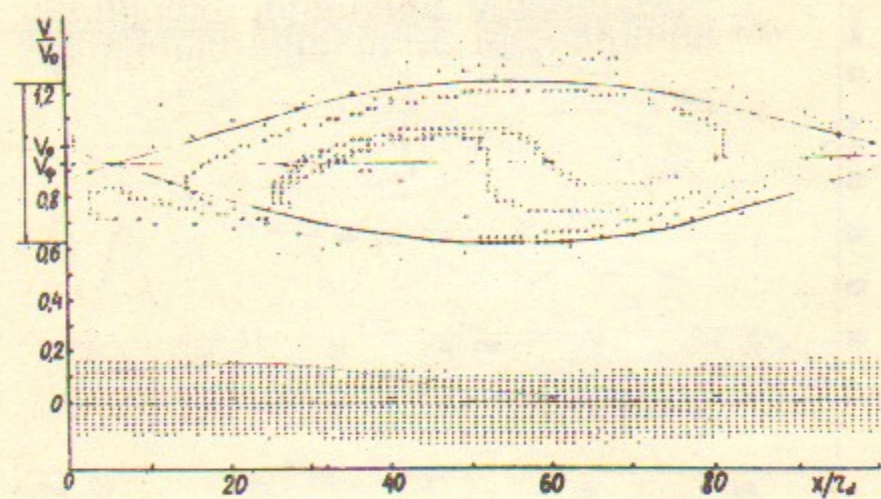


Рис.3в.

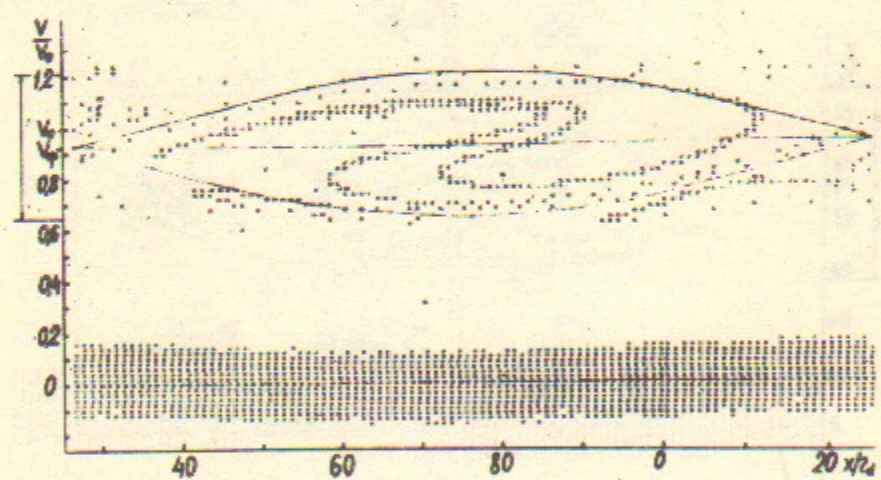


Рис.3г.

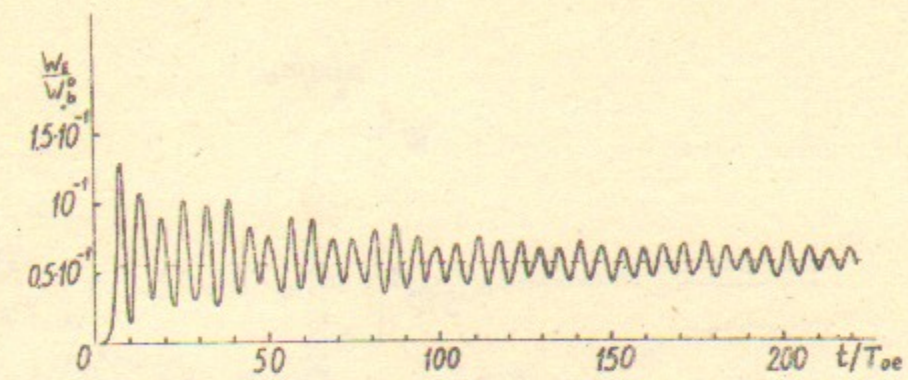


Рис.4.

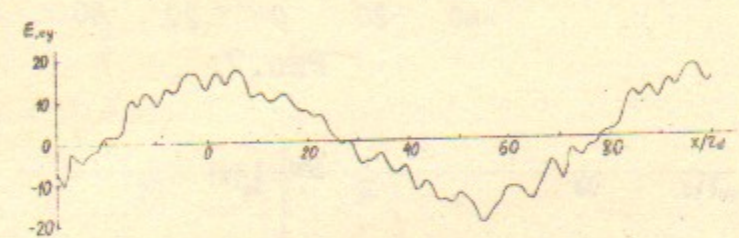


Рис.5.

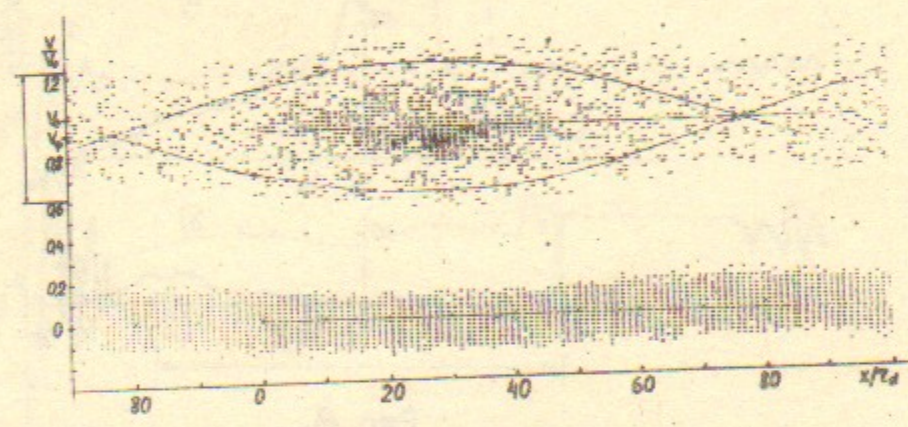


Рис.6.

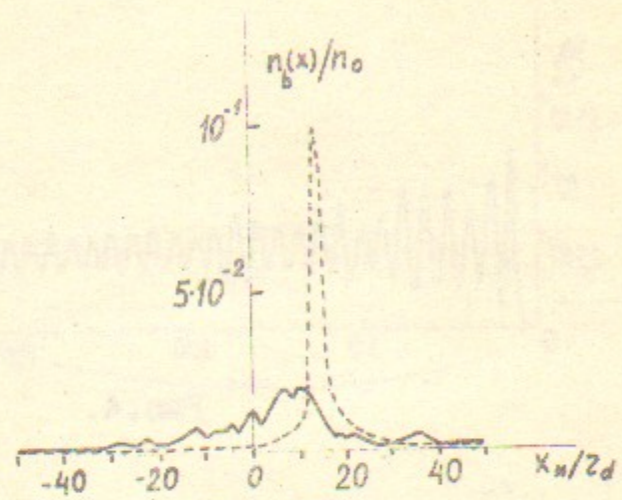


Рис. 7.

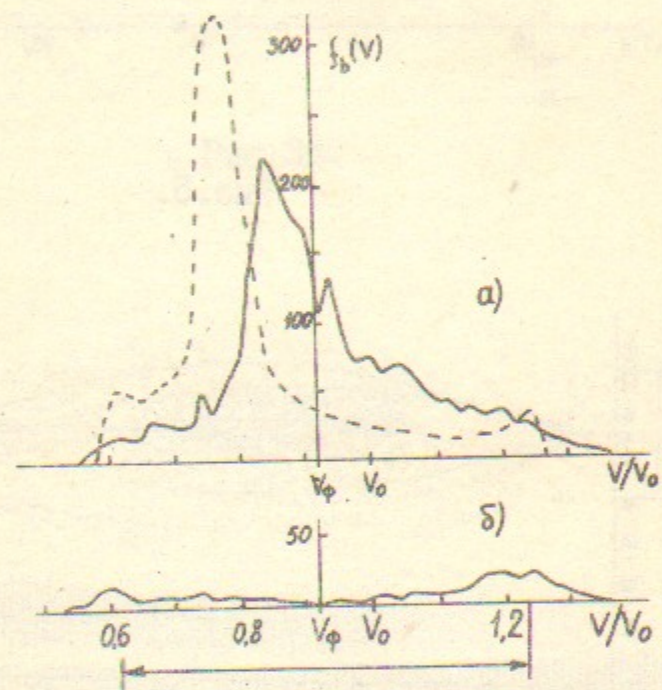


Рис. 8.

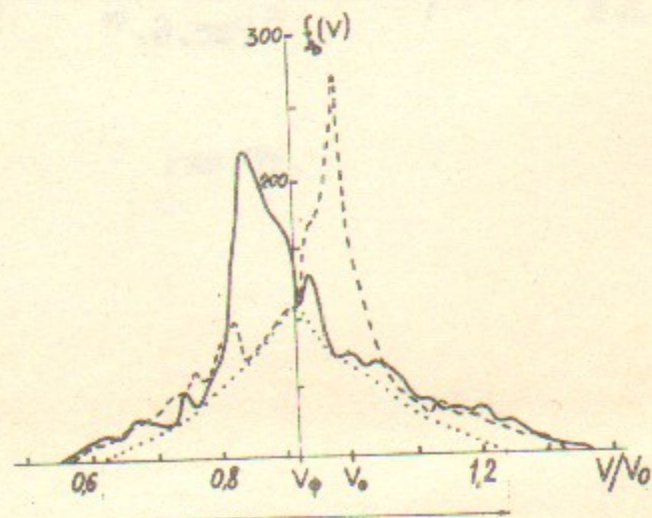


Рис. 9.

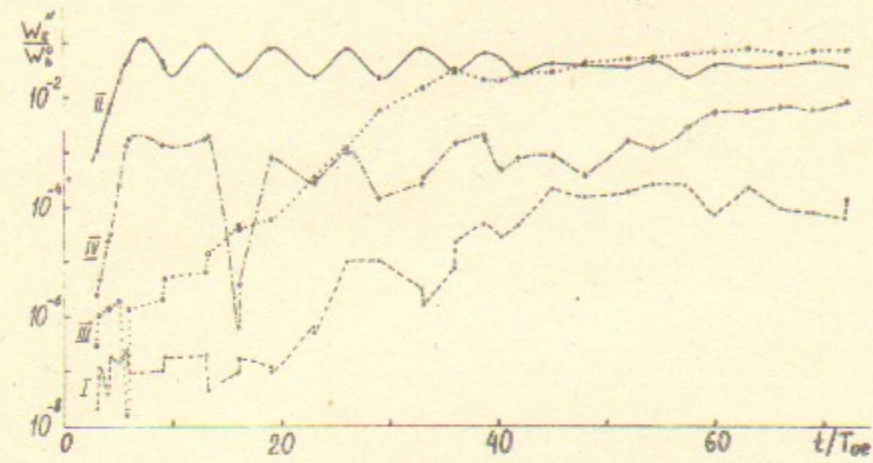


Рис. 10.

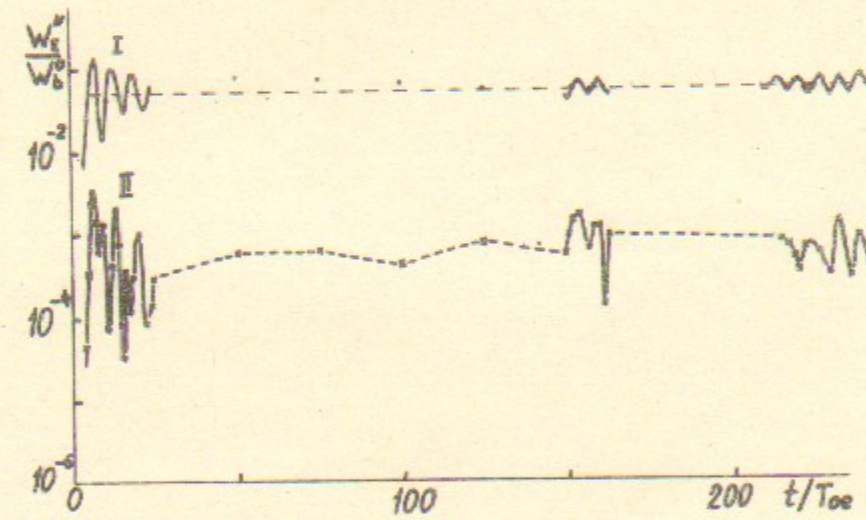


Рис. 11.

Ответственный за выпуск Г.А.СПИРИДОНОВ
Подписано к печати 14.XI-1974г. МН 08563
Усл. 0,8 печ.л., тираж 170 экз. Бесплатно.
Заказ №93

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, МП