

Б.90

3

**И Н С Т И Т У Т  
Я Д Е Р Н О Й Ф И З И К И С О А Н С С С Р**

ПРЕПРИНТ И Я Ф 74 - 85

Г.И.Будкер, Я.С.Дербенёв, Н.С.Диканский,  
В.В.Пархомчук, Д.В.Пестриков, А.Н.Скринский

**КИНЕТИКА ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ**

Новосибирск

1974

## КИНЕТИКА ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

Г.И.Будкер, Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский,  
В.В.Пархомчук, Д.В.Пестриков, А.Н.Скринский

### А Н Н О Т А Ц И Я

Излагается теория явления. Приведены качественные решения кинетического уравнения и результаты численных расчетов. Получены декременты затухания углового и энергетического разброса пучка тяжелых частиц.

БИБЛИОТЕКА  
Института ядерной  
физики СО АН СССР  
ИНВ. № \_\_\_\_\_

INSTITUTE FOR NUCLEAR PHYSICS

NOVOSIBIRSK, 630090

KINETICS OF ELECTRON COOLING

G.I. BUDKER, Ya.S. DERBENEV, N.S. DIKANSKY,  
V.V. PARCHOMCHUK, D.V. PESTRIKOV, A.N. SKRINSKY

ABSTRACT

Paper contains theory of the phenomenon. Qualitatively solutions of the kinetic equation and numerical data are given. The decrements of energy and angle spread for the heavy particles beam are obtained.

Для получения больших светимостей в накопителях тяжелых частиц необходимы высокие плотности сталкивающихся пучков. Практическое отсутствие синхротронного излучения у тяжелых частиц требует разработки других способов демпфирования колебаний частиц в накопителях.

В 1966 году Г.И. Будкером /1/ был предложен метод электронного охлаждения, основанный на передаче тепловой энергии пучка тяжелых частиц сопутствующему электронному потоку с более низкой температурой. Для этого на отрезке орбиты накопителя создается электронный пучок со средней скоростью, совпадающей с продольной скоростью накапливаемых частиц (протонов, антипротонов). За счет столкновений частиц с электронами тепловая энергия протонов передается электронному пучку, что приводит к уменьшению размеров пучка накапливаемых частиц. При высоких энергиях протонов (несколько ГэВ и выше) в качестве электронного потока может быть использован пучок, циркулирующий в электронном накопителе. При низких энергиях разумно использовать электронный поток с рекуперацией энергии, затрачиваемой на ускорение электронов. Последняя система создана в институте для проверки принципов электронного охлаждения.

Первые расчеты эффекта затухания были сделаны в работе /1/ на основе представлений о релаксации двухкомпонентной плазмы. Принимая во внимание специфику движения частиц в накопителе, можно исследовать кинетику процесса на основе интеграла столкновений Ландау /2/. В результате столкновений на протон действует сила трения (в сопровождающей системе пучка протонов):

$$\vec{F}(\vec{v}, \vec{r}) = -\frac{4\pi e^4 L}{m} \int d\vec{v}' \frac{(\vec{v} - \vec{v}') f_e(\vec{v}', \vec{r})}{|\vec{v} - \vec{v}'|^3} \quad (1)$$

где  $f_e(\vec{v}, \vec{r})$  - плотность электронов в фазовом пространстве скорость-координата в сопровождающей системе,  $e$  и  $m$  - заряд и масса электрона,  $L$  - кулоновский логарифм ( $L \approx 20$ ). Диффузия на электронах существенна лишь вблизи теплового равновесия пучков.

При скоростях протонов, существенно меньших тепловых скоростей электронов  $|\vec{v}| \ll v_T^e$ , сила трения линейно зависит от  $\vec{v}$ . При больших скоростях протонов сила трения падает

как  $1/\nu^2$ . В линейном приближении  $|\vec{v}| \ll v_T^e$  декременты колебаний частиц (отнесенные к лабораторной системе), могут быть записаны в виде [2]:

$$\begin{aligned} \lambda_r &= -\frac{1}{2\gamma M} \left\langle \frac{\partial F_r}{\partial v_r} - \gamma \frac{d\psi}{d\theta} \frac{\partial F_\theta}{\partial v_r} - \frac{R_0 \psi}{v_s} \frac{\partial F_\theta}{\partial r} \right\rangle \\ \lambda_\theta &= -\frac{1}{2\gamma M} \left\langle \frac{\partial F_\theta}{\partial v_\theta} + \gamma \frac{d\psi}{d\theta} \frac{\partial F_\theta}{\partial v_r} + \frac{R_0 \psi}{v_s} \frac{\partial F_\theta}{\partial r} \right\rangle \\ \lambda_z &= -\frac{1}{2\gamma M} \left\langle \frac{\partial F_z}{\partial v_z} \right\rangle \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $2\pi R_0$  - периметр орбиты накопителя;  $v_s$  - скорость протонов в лабораторной системе;  $\gamma = 1/\sqrt{1-v_s^2/c^2}$ ,  $c$  - скорость света;  $\psi = \psi(\theta)$  вынужденное решение уравнения:

$$\frac{d^2 \psi}{d\theta^2} + \frac{R_0^2}{R^2(\theta)} (1-n) \psi = \frac{R_0}{R(\theta)}$$

$\theta$  - азимут;  $n$  - показатель спада ведущего поля; скобки  $\langle \rangle$  - означают усреднение вдоль орбиты.

Для термодинамически равновесного распределения электронов из (1), (2):

$$\lambda_r = \lambda_\theta = \lambda_z = \lambda = \frac{8\pi^2 e^4 L}{3\gamma m M} \overline{f_e(0)} \approx \frac{8\pi^2 e^4 L n_0}{3\gamma m M} \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2} \quad (3)$$

где  $n_0$  - плотность пучка в лабораторной системе.

Сумма декрементов из (2), равная дивергенции силы трения по скоростям

$$\lambda_r + \lambda_z + \lambda_\theta = -\frac{1}{2\gamma M} \operatorname{div}_v \vec{F}(\vec{v}, \vec{r}) = \frac{8\pi^2 e^4 L}{\gamma m M} \overline{f_e(0)} \quad (4)$$

не зависит от связи колебаний по парциальным степеням свободы. Из инвариантности суммы декрементов по отношению к введению связей следует, что наличие радиальной неоднородности в распределении электронов в пространстве, либо распределении электронов по скоростям приводит лишь к перераспределению декрементов радиальных и продольных колебаний. Поэтому увеличение за счет связи декремента затухания по одной из степеней свободы ограничивается возможностью появления антитехатухания по другой степени свободы.

Значения декрементов и в целом процесс затухания чувствительны и к виду распределения электронов по скоростям.

Рассмотрим, например, ситуацию, когда распределение электронов в пучке пространственно однородно, но сдвинуто по скорости в направлении одного из нормальных колебаний на величину  $\Delta$ . При  $\Delta \ll v_T^e$  процесс релаксации остается близким к оптимальному. Если же  $\Delta > v_T^e$ , то характеристика трения для малых колебаний становится отрицательной. Качественное исследование с выходом за линейную область показывает, что при этом происходит раскачка до амплитуды  $\nu \sim \Delta$ , т.е. выравниваются не температуры, а квадраты скоростей. Для остальных степеней свободы смещение средней скорости эквивалентно увеличению теплового разброса электронов до величины  $\Delta$ .

На рис.1 и 2 приведены результаты численного расчета декрементов для максвелловского распределения электронов по скоростям, отвечающего угловому разбросу  $\theta_e = 3 \cdot 10^{-3}$ . Пространственное распределение электронов было выбрано гауссовым с шириной  $\Gamma_r^e = \Gamma_z^e = 0.5$  см, плотность тока электронов  $I$  А/см<sup>2</sup>, энергия протонов 150 МэВ, длина участка охлаждения 1 м. Данные относятся к экспериментальной установке НАП-М (см./4/). На рис.1 - кривая 1 изображает декремент аксиальных колебаний, как функцию амплитуды при совпадении средних скоростей электронного и протонного пучков. При угле пересечения пучков  $\theta_z \approx 3.75 \cdot 10^{-3}$  в области малых амплитуд декремент становится отрицательным. Раскачка колебаний происходит до амплитуд, соответствующих пересечению кривых  $\lambda_z(a)$  с осью абсцисс и зависит от угла ошибки  $\theta_z$ . Максимальный инкремент неустойчивости достигается при  $\theta_z = 6 \cdot 10^{-2}$  при дальнейшем увеличении угла ошибки инкремент неустойчивости уменьшается (кривая 6).

На рис.2 изображена зависимость декремента аксиальных колебаний от амплитуды при различных углах ошибки в радиальном направлении ( $\theta_r$ ). Видно монотонное убывание максимального декремента без изменения знака.

Наличие различных диффузионных процессов, таких как рассеяние на электронном пучке, рассеяние на остаточном газе и на когерентных флюктуациях приводит к установлению размера пучка, равного

$$a_i^2 = \frac{D_i}{2\lambda_i} \quad (5)$$

где  $D_i$  - коэффициент диффузии, а  $\lambda_i$  - декремент затухания по данной степени свободы. При наличии только первого из перечисленных механизмов затухание идет до полного выравнивания температуры электронов и протонов, при этом угловой и относительный энергетический разброс есть

$$\theta_p^2 = \frac{m}{M} \theta_e^2 \quad (6)$$

Для получения максимальной плотности протонов необходимо, чтобы диффузия на остаточном газе была слабее диффузии на электронном пучке.

Если установившийся размер протонного пучка  $\alpha_z$  мал по сравнению с апертурой, то время жизни пучка, в основном, определяется однократными процессами. Зависимость времени жизни от величины декремента затухания, полученная численным моделированием, приведена на рис.3. Видно, что при времени затухания, меньшем времени жизни, определяемом многократным рассеянием, время жизни частиц увеличивается в пять раз (порядка )

Декременты затухания линейно растут с увеличением плотности электронного пучка. Наиболее очевидное ограничение на плотность электронного тока связано с искажением фокусирующих свойств накопителя полем электронного пучка:

$$j_{кр} < 2V(\Delta V)_{зон} \frac{e c \beta^3 \gamma^3}{\ell R_0 r_p} \quad (7)$$

где  $\beta = v_s/c$ ,  $\ell$  - длина области взаимодействия,  $r_p = e^2/Mc^2$  - классический радиус частицы,  $(\Delta V)_{зон}$  - расстояние до опасного резонанса.

Для установки НАП-М, описанной в /4/, формула (7) дает (при  $\Delta V = 0.01$  и  $\beta = 0.35$ )

$$j_{кр} < 0.5 \text{ А/см}^2$$

Этот эффект существенен для амплитуд протонов, больших или порядка размера электронного пучка, когда он приводит к образованию паразитных орбит. Увеличение размера электронного пучка уменьшает роль нелинейных резонансов.

Дополнительные ограничения могут быть связаны с когерентным взаимодействием пучков, а также с другими побочными явлениями.

## Л и т е р а т у р а

1. Г.И.Будкер, АЭ, 22, 346 (1967).
2. Я.С.Дербенев, А.Н.Скринский. "Кинетика электронного охлаждения пучков в накопителях тяжелых частиц", Институт ядерной физики, Новосибирск, препринт 255 (1968).
3. Б.А.Трубников. В сб. "Вопросы теории плазмы", вып. I, Госатомиздат, стр. 98 (1963).
4. В.В.Анашин, Г.И.Будкер и др. "Установка для экспериментов по электронному охлаждению", доклад на IV Всесоюзном совещании по ускорителям заряженных частиц (1974).

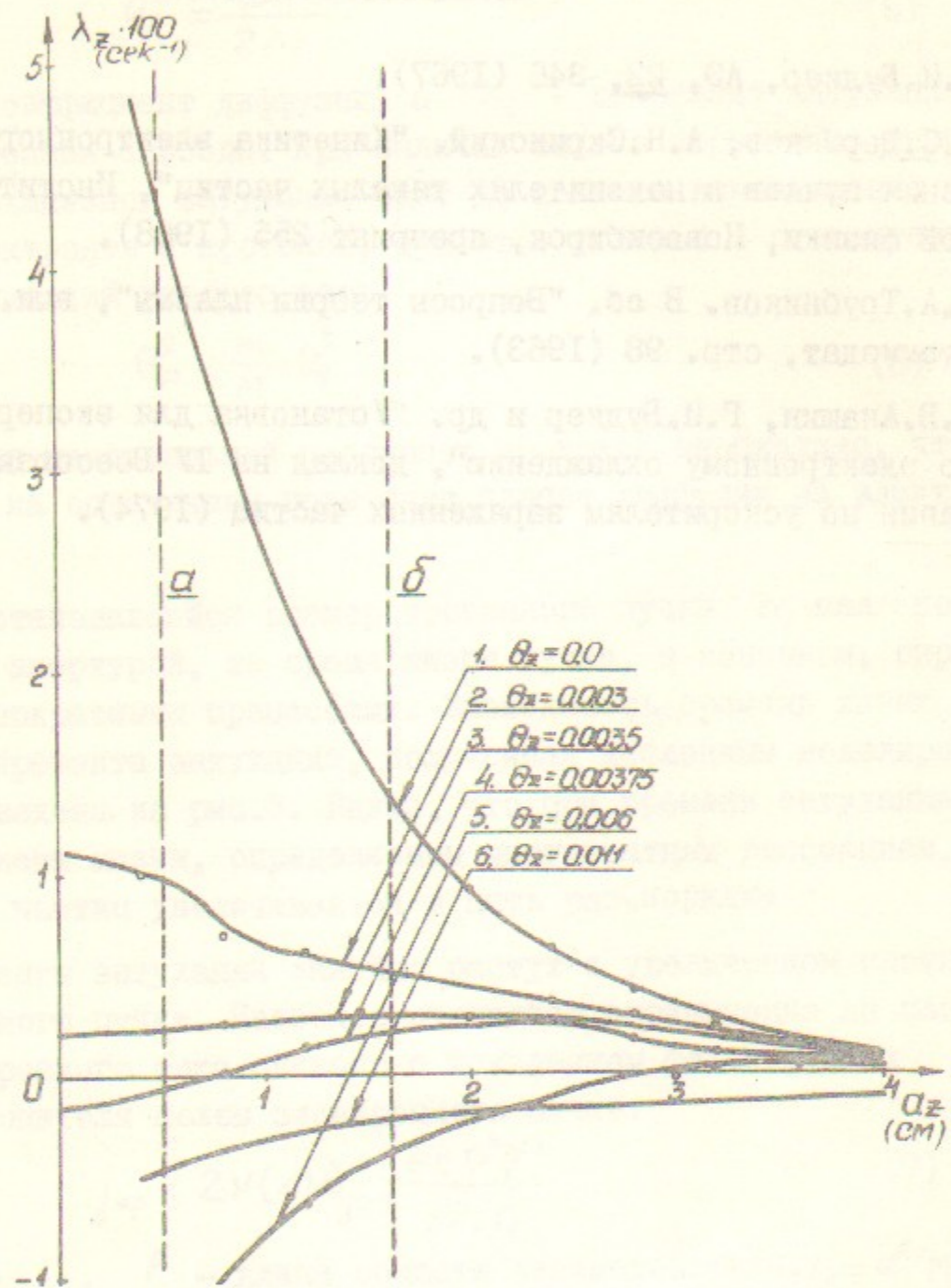


Рис.1. Зависимость декремента аксиальных колебаний от амплитуды аксиальных колебаний и угла ошибки по вертикали  $\theta_z$ . Кинетическая энергия протонов 1500 МэВ, угловой разброс электронов  $\theta_e = 3 \cdot 10^{-3}$ ,  $r_r^e = 0,5$  см,  $r_z^e = 0,5$  см, радиальный угол ошибки  $\theta_r = 0$ .

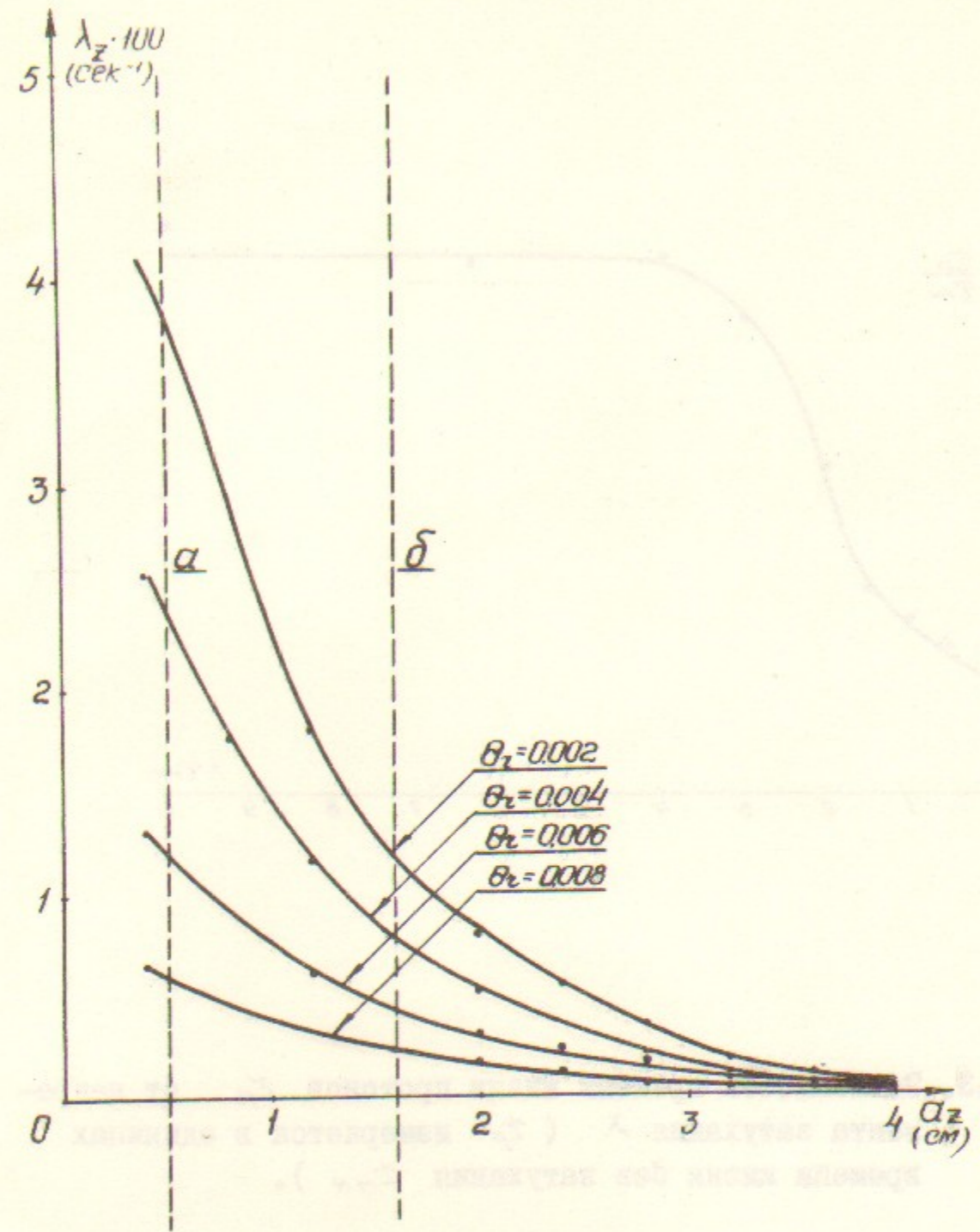


Рис.2. Зависимость декремента аксиальных колебаний от амплитуды аксиальных колебаний и радиального угла ошибки  $\theta_r$ . Кинетическая энергия протонов 150 МэВ, угловой разброс электронов  $\theta_e = 3 \cdot 10^{-3}$ ,  $r_r^e = 0,5$  см,  $r_z^e = 0,5$  см, вертикальный угол ошибки  $\theta_z = 0$ .

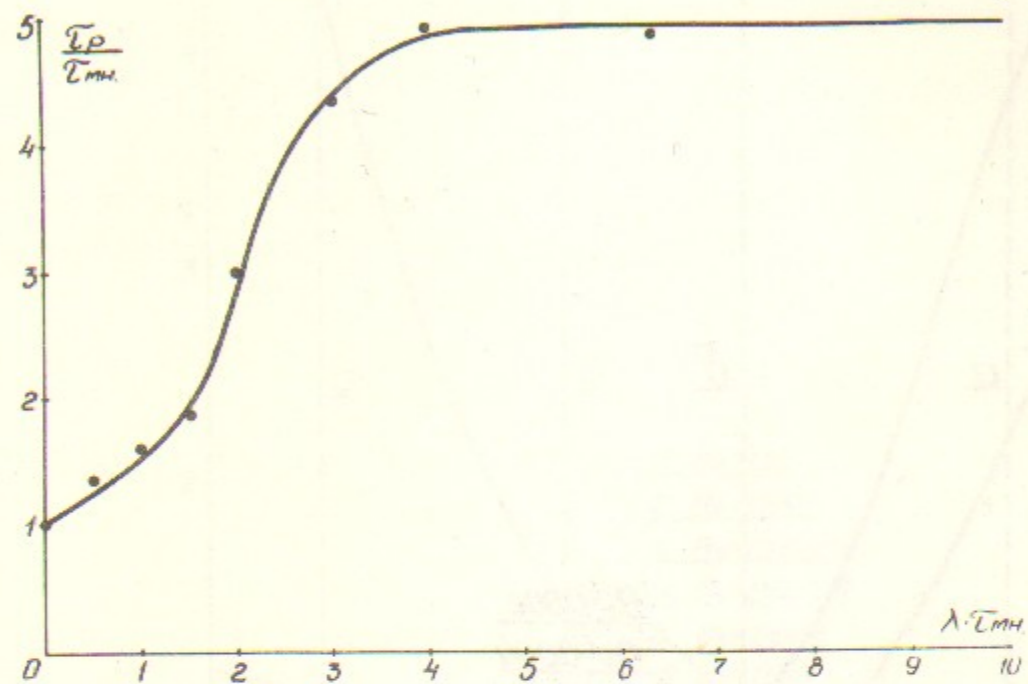


Рис.3. Зависимость времени жизни протонов  $\tau_p$  от декре-  
мента затухания  $\lambda$  ( $\tau_p$  измеряется в единицах  
времени жизни без затухания  $\tau_{MH}$ ).

---

Ответственный за выпуск Г.А.СПИРИДОНОВ  
Усл. 0,6 печ.л., тираж 300 экз. Бесплатно.  
Подписано к печати 28.X-1974г. МН 08544  
Заказ № 85

---

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, тв