

1

АКАДЕМИЯ НАУК СССР СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

препринт 225

А. В. Комин, Л. С. Красицкая, В. П. Минаев

**Магнитные поверхности тороидального
винтового поля вблизи сепаратрисы**

Новосибирск
1968

В настоящее время магнитные тороидальные ловушки являются, по-видимому, наиболее перспективными для удержания высокотемпературной плазмы. Однако, даже простое стеллараторное поле изучено ещё недостаточно полно. Используя метод усреднения Боголюбова, можно аналитически рассчитать в центральной области стелларатора магнитные поверхности, угол прокручивания, характеризующий отклонение частиц от магнитной поверхности, и шир, необходимый с точки зрения современной теории плазмы для подавления неустойчивостей, связанных с градиентом плотности /1/. В наиболее интересной области магнитного поля - вблизи сепаратрисы, где шир и угол прокручивания максимальны, расчёты можно провести только численными методами /2-4/.

Ниже приводятся результаты численных расчётов, дающие общее представление о зависимости шира и угла прокручивания от заходности n , периодичности поля m (угла наклона винтовой обмотки), тороидальности (отношение радиуса винтовой обмотки r_0 к большому радиусу системы R) и расстояния сепаратрисы до винтовой обмотки.

Расчёты проводились для простейшего тороидального винтового поля, имеющего магнитный потенциал /5/

$$\Phi = aH (\operatorname{Ch} \eta - \operatorname{Cos} \theta)^{0.5} Q_{n-0.5}^m \operatorname{Sin}(n\theta + m\varphi) + a\varphi,$$

где η , θ , φ - тороидальные координаты, a - радиус базисной окружности, выбранной системы координат ($a \approx R$), H - константа, характеризующая отношение винтового поля к продольному, $Q_{n-0.5}^m$ - присоединенная сферическая функция. За единицу длины принят радиус винтовой обмотки ($r_0 = 1$).

Магнитные поверхности находились интегрированием уравнения магнитной силовой линии методом Рунге-Кутты с автоматическим выбором шага для обеспечения заданной точности. В большинстве случаев точность определения координат силовой линии в плоскости малого сечения тора была не менее 10^{-3} (в районе сепаратрисы $10^{-4} - 10^{-5}$). Магнитная поверхность считалась замкнутой, если силовая линия не уходила за радиус винтовой обмотки за сто периодов поля. Положение сепаратрисы определя -

лось, обычно, с точностью + 1%. Для проверки процедуры счёта было рассчитано трехзаходное винтовое поле прямой трубы

($R^{-1} = 0$) и для двух углов намотки 45° и 10° , получен угол прокручивания близкий к 120° .

Предельный угол прокручивания на период поля для прямого винтового поля $-2\pi/n$, естественно, не может быть получен в случае тороидального винтового поля. Величина угла прокручивания ω на последней замкнутой поверхности (рис.1,2), как и следует ожидать /2/, /6/, уменьшается с увеличением угла намотки и кривизны системы. На рис.3 показана зависимость угла прокручивания ω на период поля от радиуса при различных углах намотки β и различных тороидальностях ($\text{tg}\beta = m n^{-1} a^{-1}$).

Для удержания отдельных частиц большое значение имеет угол прокручивания силовой линии на периметре системы $i = m \omega$. Из рис.4 видно, что i почти линейно зависит от R . При угле намотки порядка 50° i имеет пологий максимум, очевидно, из-за быстрого разрушения поверхностей при больших углах прокручивания (рис.5).

Наибольший интерес представляет зависимость шири от различных параметров и его максимальное значение, достигаемое в реальных установках. Шир определялся как

$$\theta = m r_c^2 (2\pi R)^{-1} d\omega/dr_c$$
 где r_c - средний радиус магнитной поверхности; производная от среднего за период поля угла прокручивания по радиусу $d\omega/dr_c$ находилась графически. Как видно из рис.6, 7 шир на сепаратрисе слабо зависит от тороидальности при значении $R > 30$ и растёт с увеличением угла намотки β . Однако, сделать вывод, что установки с более крутыми обмотками предпочтительнее, нельзя, т.к. средний шир (определяемый как $\theta_c = m r_c (2\pi R)^{-1} (\omega - \omega_0)$; ω_0 - прокручивание на оси системы) уменьшается при углах намотки β больших 55° (рис.7). Для выбора оптимального угла намотки необходимо знать зависимость шири от радиуса во всем рабочем объёме (рис.8); значение шири при $r < 0.5$ рассчитывалось аналитически. При угле намотки $\beta = 45^\circ$ и обычной для экспериментальных установок кривизне $R^{-1} = 0.1$ максимальное значение шири на сепаратрисе - $\theta = 1.4$, среднее значение шири $\theta_c = 0.22$.

Большинство расчётов проведено при радиусе сепаратрисы $r_c = 0.8 - 0.9$. Как видно из рис.9 (а, б), максимальное значение ширины не зависит от радиуса сепаратрисы.

Рис.10 (а, б) иллюстрируют, что простое стеллараторное поле не обладает минимумом B в среднем. Интересно отметить, что в осцилляциях $B_0/L \oint dl/B$ при приближении к сепаратрисе появляются более высокие гармоники (рис.11) с амплитудой, заметно растущей с увеличением угла намотки.

Магнитные поверхности имеют чётко выраженную сепаратрису; переходная область между силовыми линиями, уходящими за радиус обмотки, и замкнутыми магнитными поверхностями узка, порядка 0.1 - 0.2% от радиуса обмотки. В качестве примера можно привести рис.12. Тонкая структура поля и области расщепления вблизи оси нами подробно не исследовалась, хотя можно утверждать, что размеры "резонансов" малы ($\ll 0.5\%$).

Проведенные расчёты показывают, что максимально достигаемые значения ширины значительно превосходят величину

$$\theta = \sqrt{m_e/M_i} \quad , \text{необходимую для стабилизации дрейфовых}$$

неустойчивостей. Можно утверждать, что оптимальными углами намотки являются $40^\circ - 50^\circ$; тороидальность в пределах экспериментальных возможностей 0.1 - 0.02 слабо влияет на величину ширины; максимальное значение ширины трехзаходного поля приблизительно в 2 раза больше, чем для двухзаходного поля.

В заключение авторы считают приятным долгом выразить благодарность Волосову В.И., Цельнику Ф.А. за ценные дискуссии в ходе работы.

Л и т е р а т у р а

- / 1 / Л.С.Соловьев, В.Д.Шафранов. Замкнутые магнитные конфигурации для удержания плазмы. Вопросы теории плазмы. Под ред.Леонтовича, т.5, стр.3. Госатомиздат, 1967.
- / 2 / A. Gibson. Phys. Fluids, 10,1553, 1967.
- / 3 / M. Vuillemin, C. Gourdon. EUR-CEA-FC,393,1967.
- / 4 / N. Marschall, M. Rosenbluth. Proceedings of a conference at Culham, VI, p 106, 1966.
- / 5 / Л.М.Коврижных, ЖТФ, 33 377, 1964.
- / 6 / Г.М.Заславский, Р.З.Сагдеев, И.И.Филоненко. Препринт ИЯФ, Новосибирск, 1966.

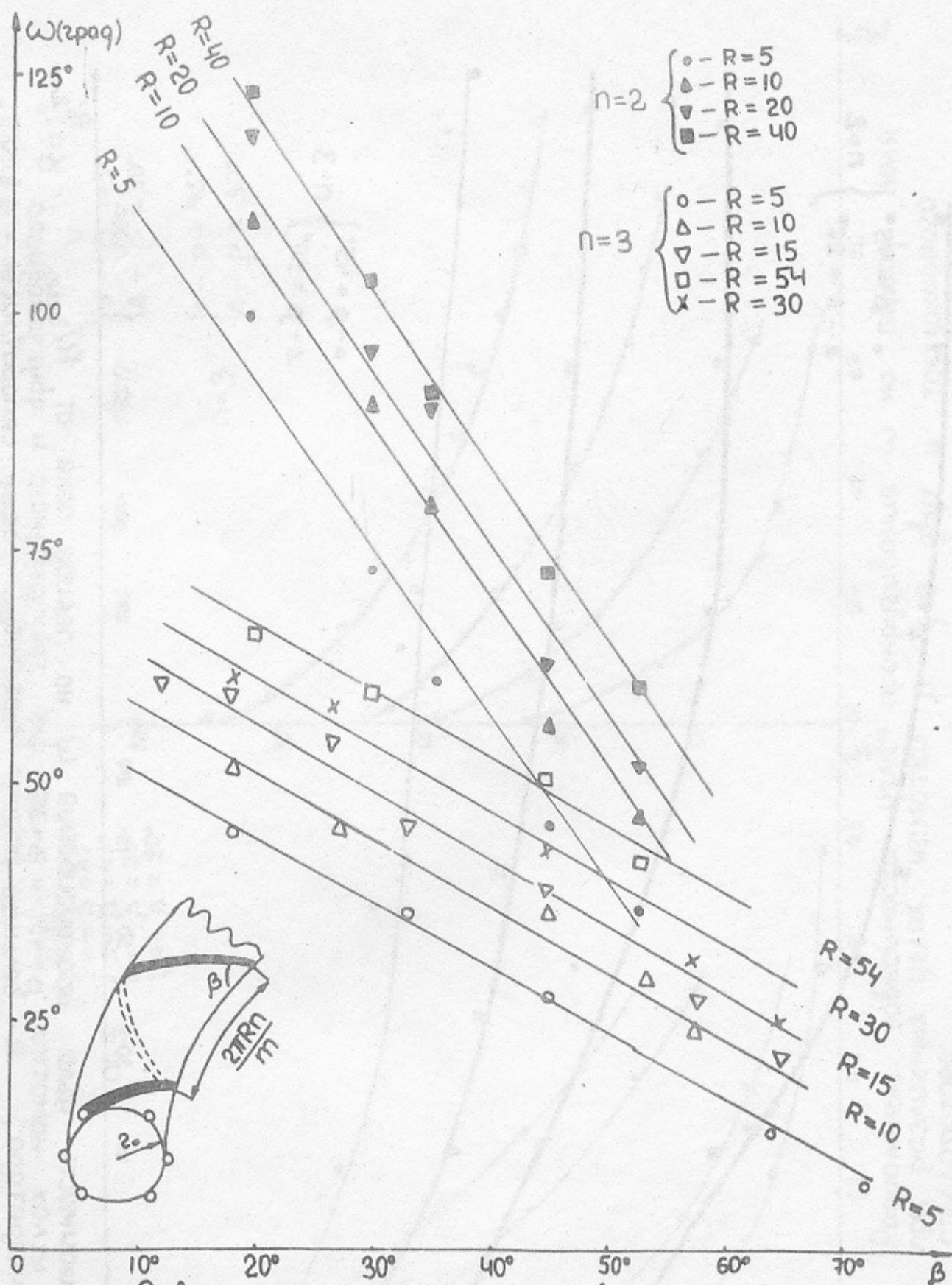


Рис.1 Зависимость угла прокручивания ω на период поля от угла намотки $\beta = \arctan\left(\frac{mz_0}{R}\right)$ для двух ($n=2$) и трехзаконного ($n=3$) стелларатора. m - число периодов поля; R, z_0 - большой и малый радиус тора; $z_0 \equiv 1$.

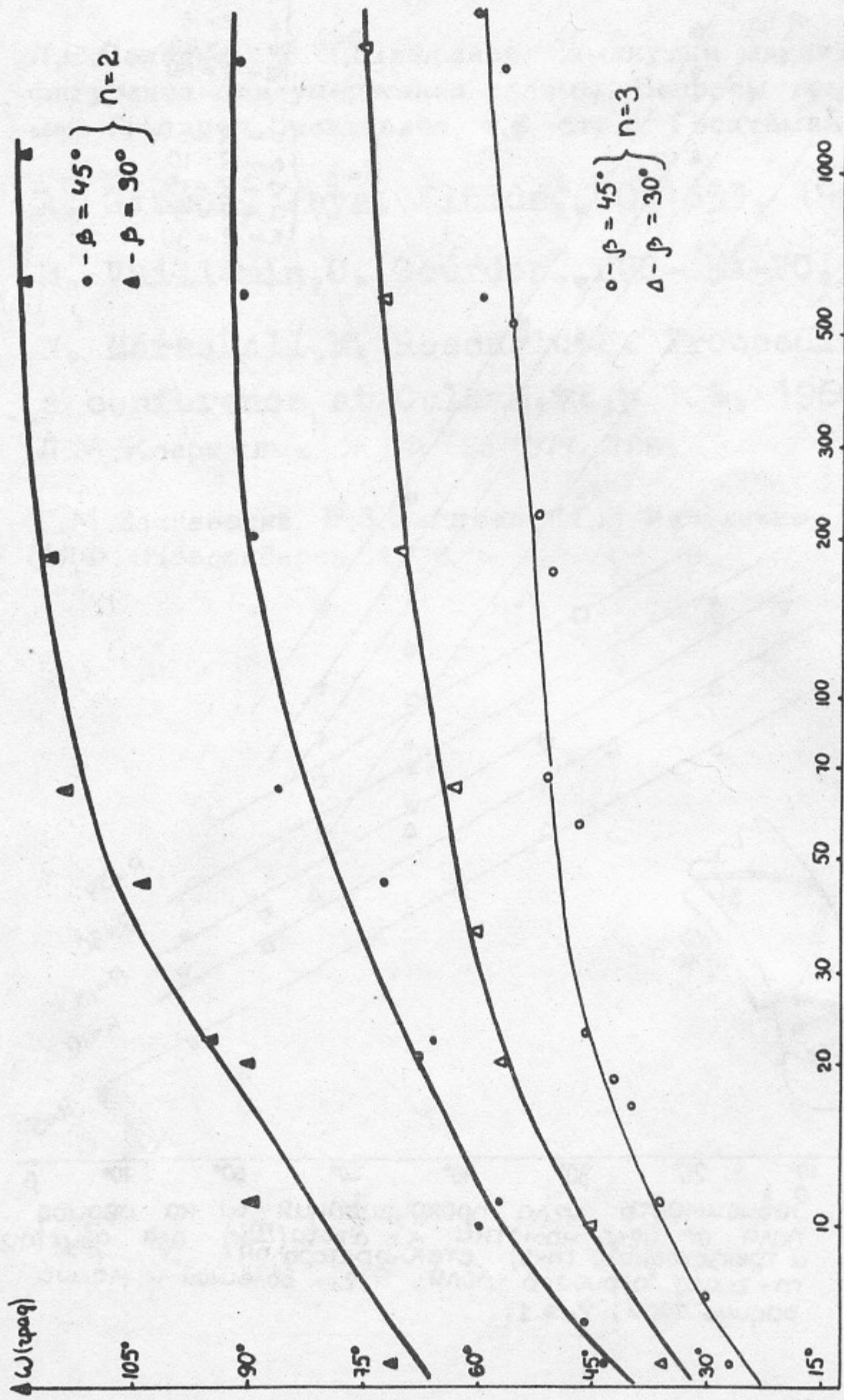
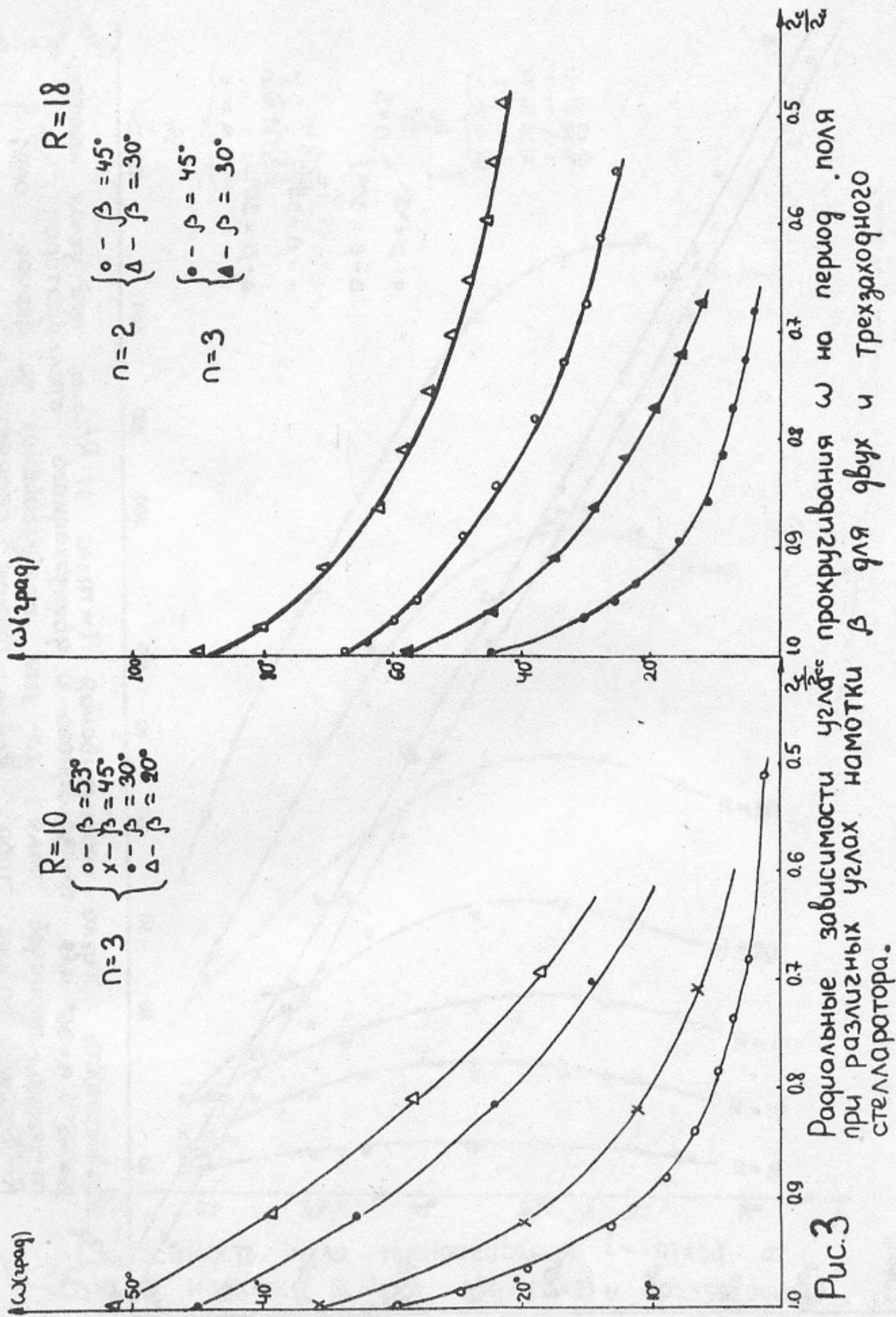


Рис. 2 Зависимость угла прокручивания ω на период поля от $R/2z_{\text{сеп}}$ при углах намотки $\beta = 45^\circ$ и $\beta = 30^\circ$ для трехзаходного стелларатора; R - длиной радиус тора; $z_{\text{сеп}}$ - радиус сепаратрисы = $0.8 \div 0.9$.



Радикальные зависимости угла ω от прокручивания ω на период поля при различных углах намотки β для двух и трехзаконного стелларатора.

Рис.3

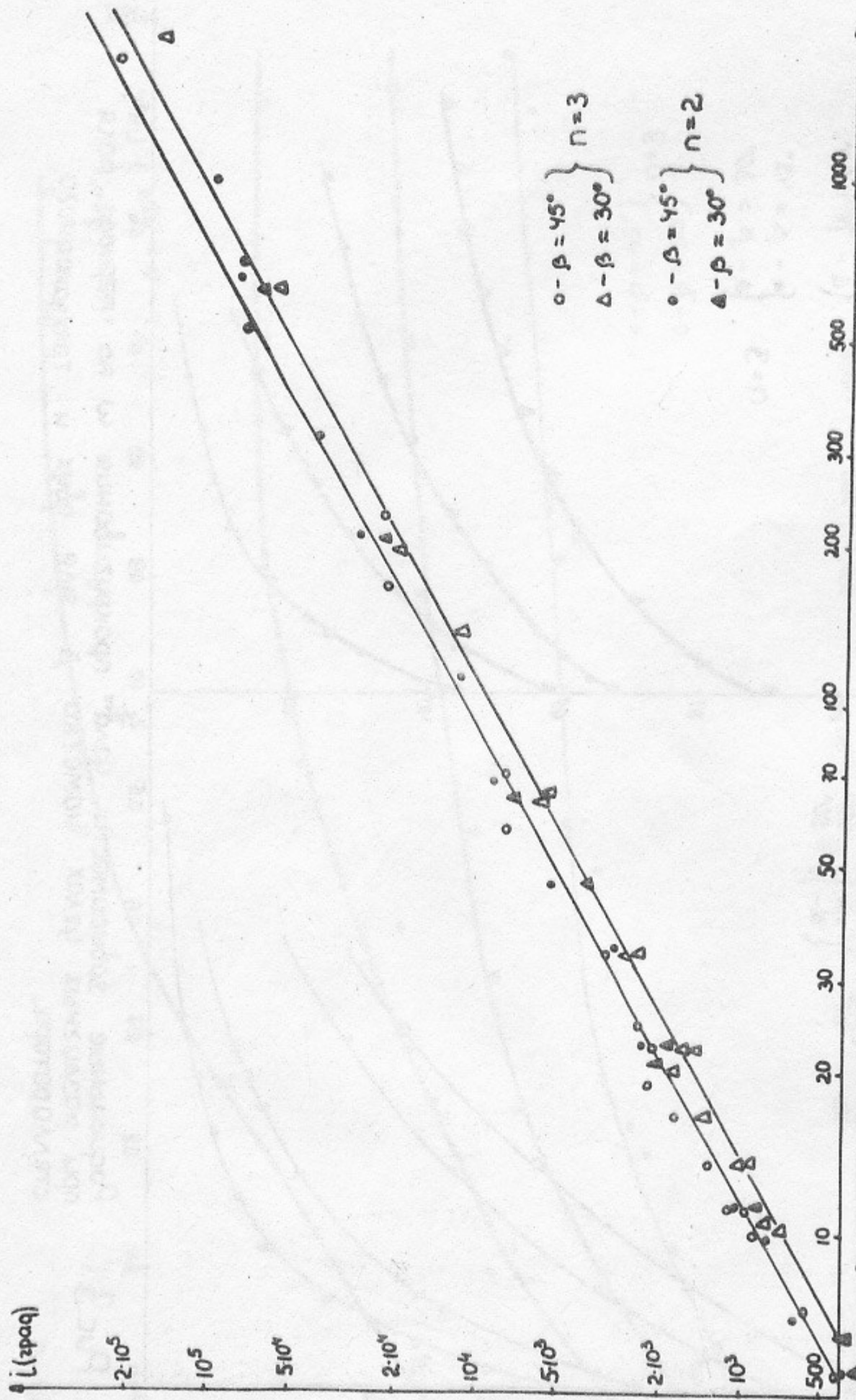


Рис. 4 Зависимость угла прокручивания $i = \pi \times \omega$ от $R/2$ стелларатора при углах намотки $\beta = 45^\circ$ и $\beta = 30^\circ$ для трехходового и двухходового стелларатора;
 m - число периодов поля; ω - угол прокручивания за период поля;
 R - большой радиус тора; 2 - радиус стелларатора.

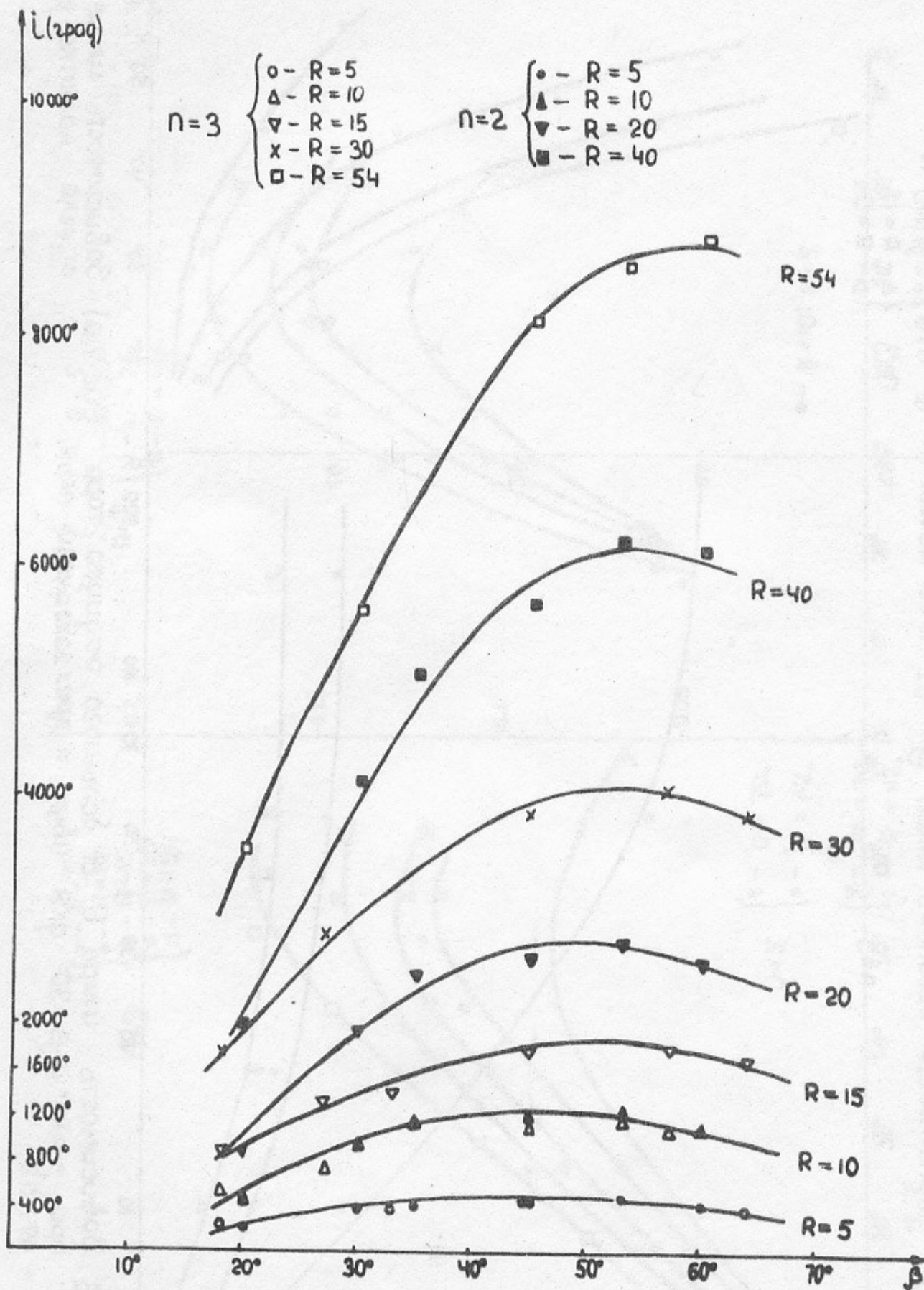


Рис. 5 Зависимость угла прокручивания $i = \pi \times \omega$ от угла намотки β для двух ($n=2$) и трехзаконного ($n=3$) стелларатора.

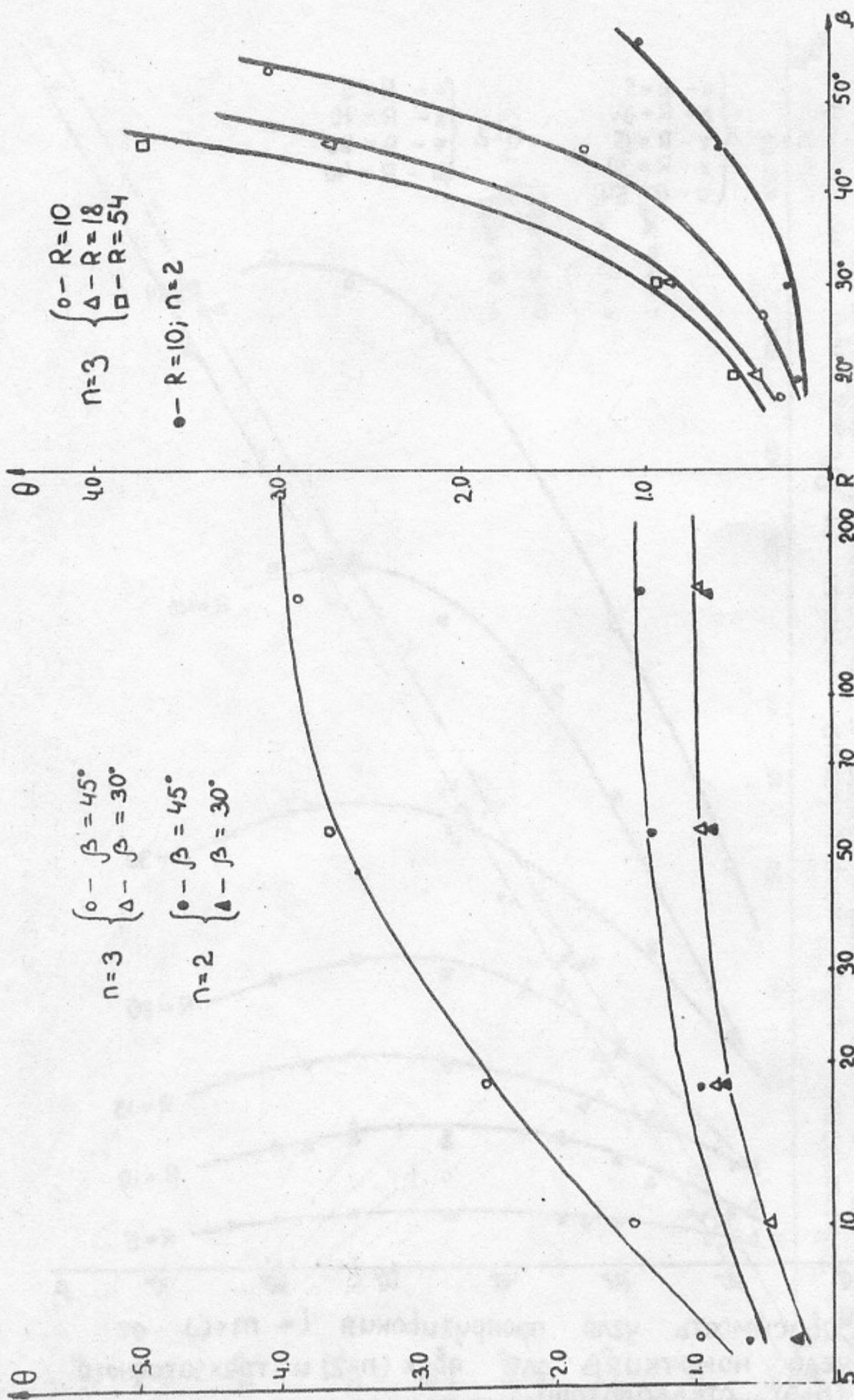


Рис.6 Зависимость ширины θ от большого радиуса тора при $\beta = 45^\circ$ и $\beta = 30^\circ$ для двух- и трехзаходного поля;
 $z_{\text{ср}} = 0,9 \div 0,8$.

Рис 7(a) Зависимость ширины от угла намотки β .

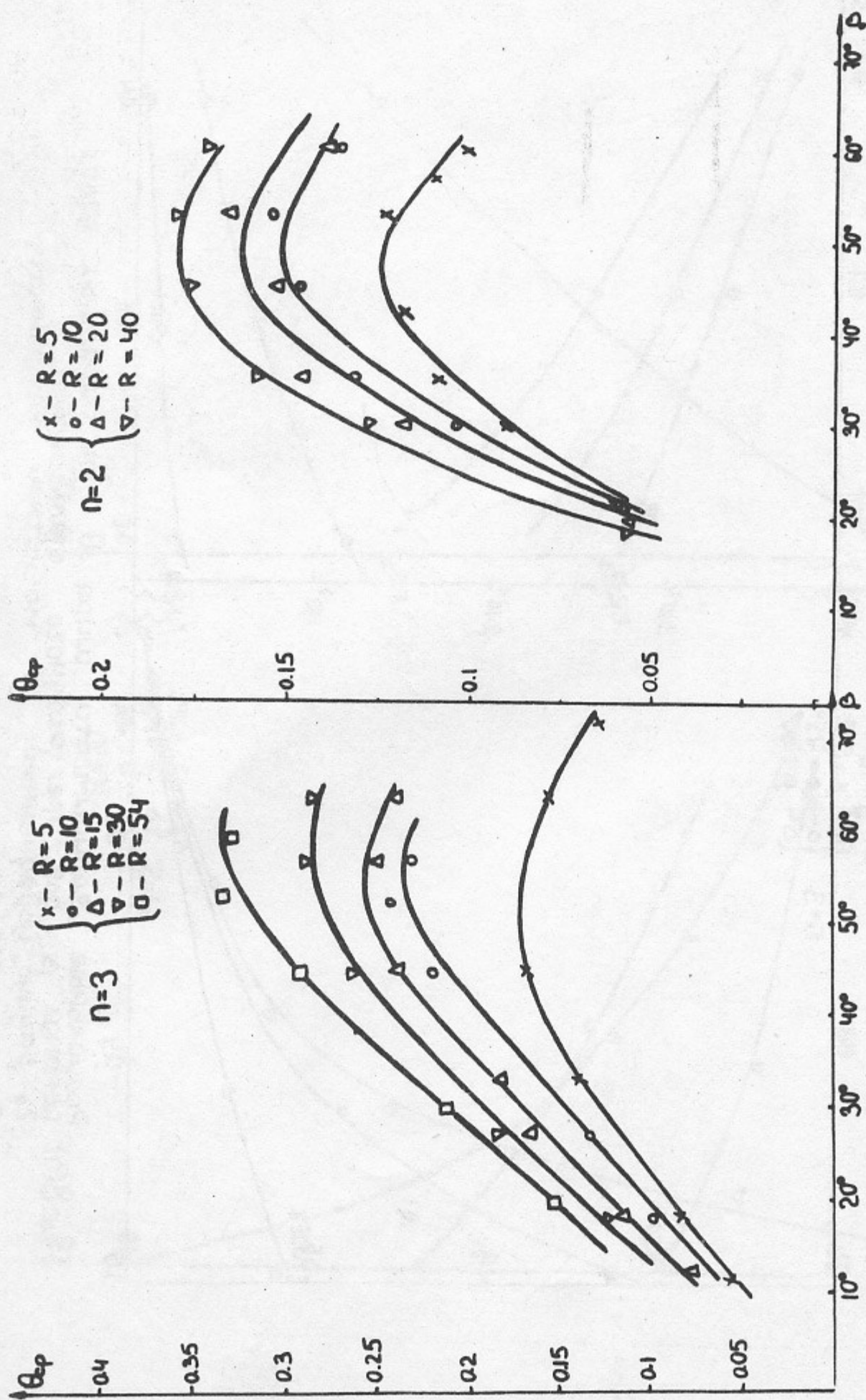


Рис. 7(б) Зависимость среднего ширины θ_{cp} от угла намотки β для двух- и трехзаходного стелларатора $Z_{стлар} = 0.895 - 0.905$.

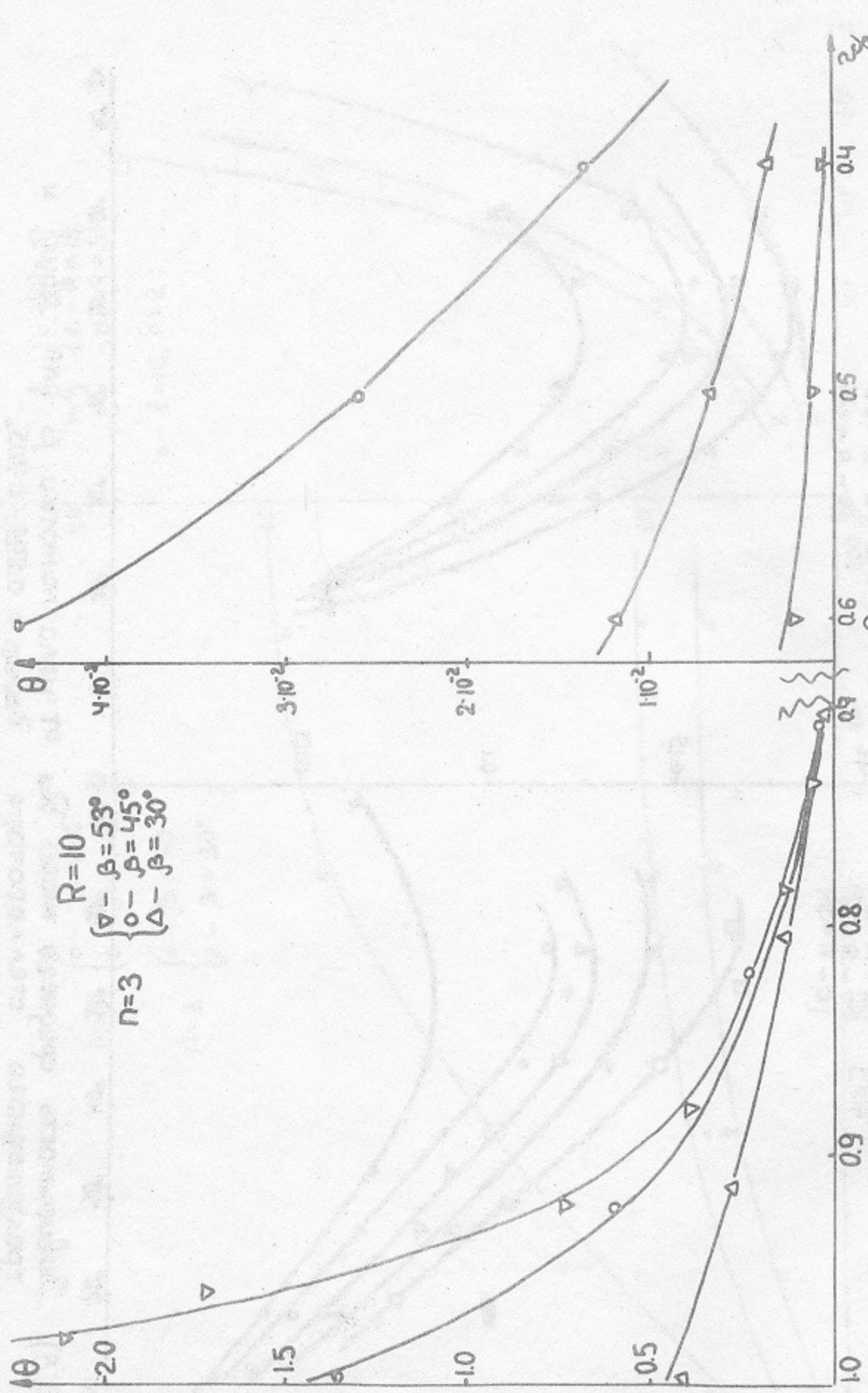


Рис. 8(a) Радиальные зависимости ширины θ при различных углах намотки β для трехзаходного стелларатора;
 z_c - радиус, усредненный по магнитной поверхности;
 $z_{сепар} = 0.895 \div 0.905$.

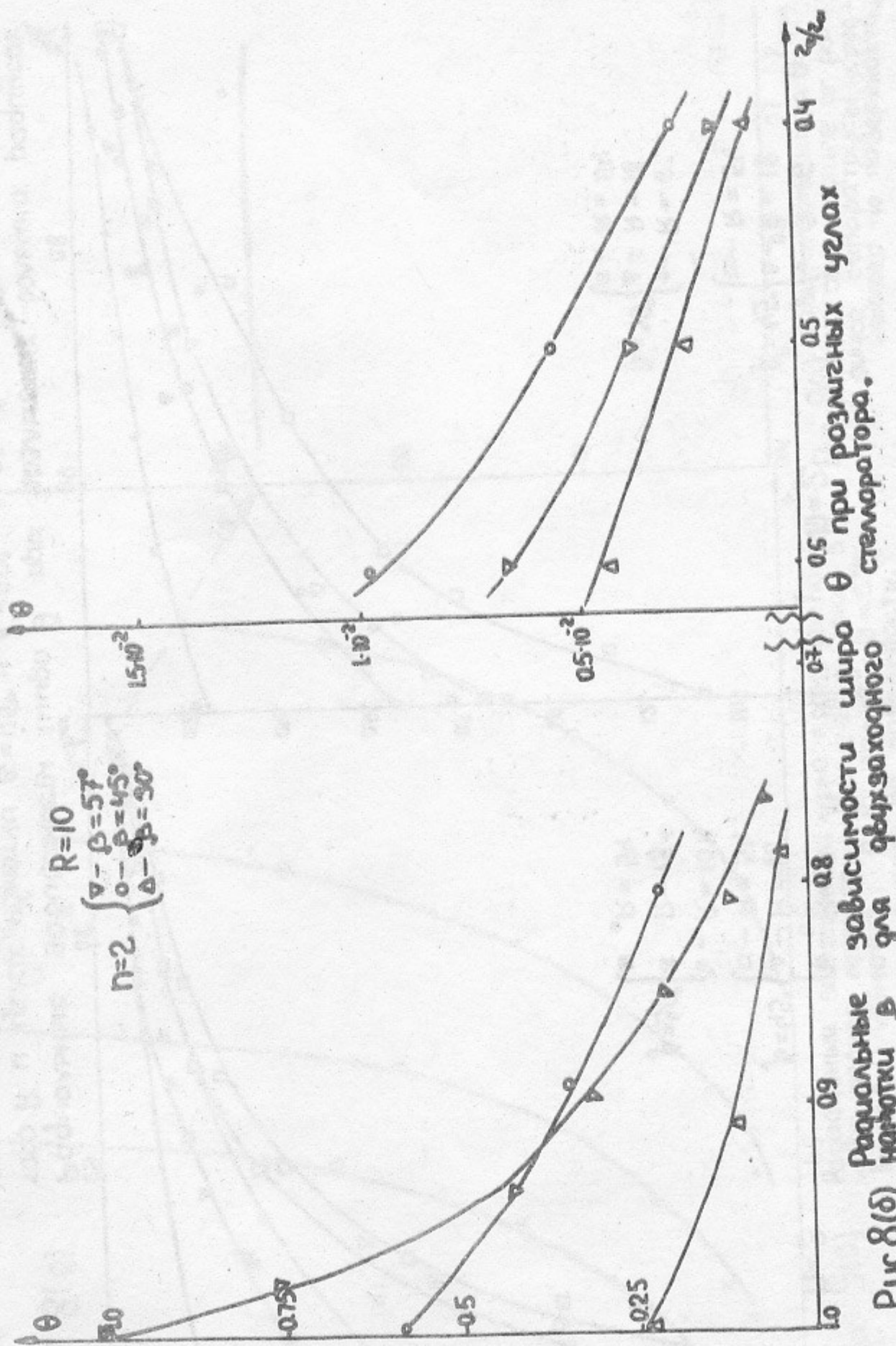


Рис. 8(б) Радиальные зависимости ширины θ при различных углах θ при различных диаметрах статора.

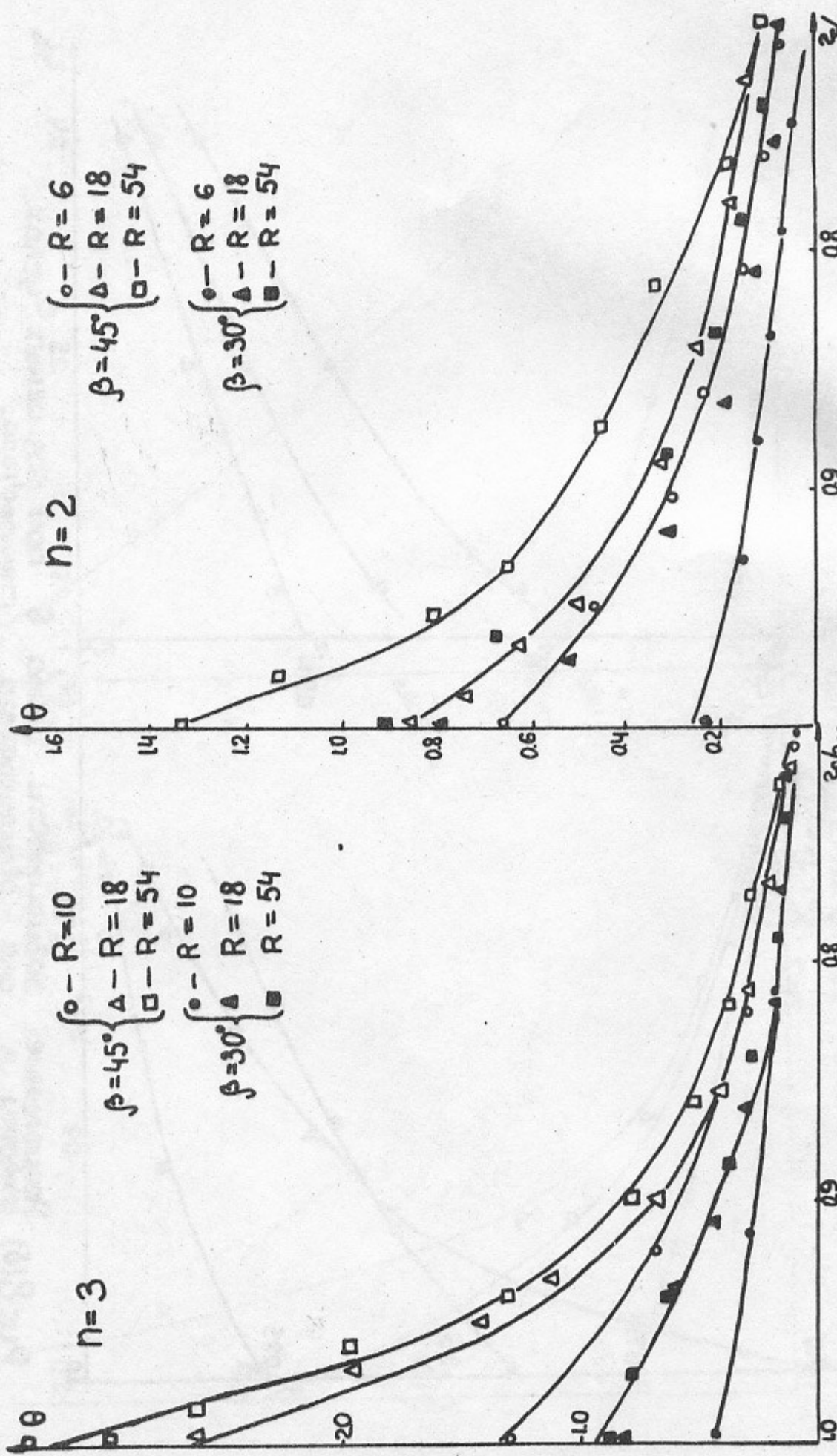


Рис 8(б)
 Радиальные зависимости ширя θ при различных больших радиусах тора R и углах намотки $\beta=45^\circ$ и $\beta=30^\circ$ для двух- и трехзаходного стелларатора.

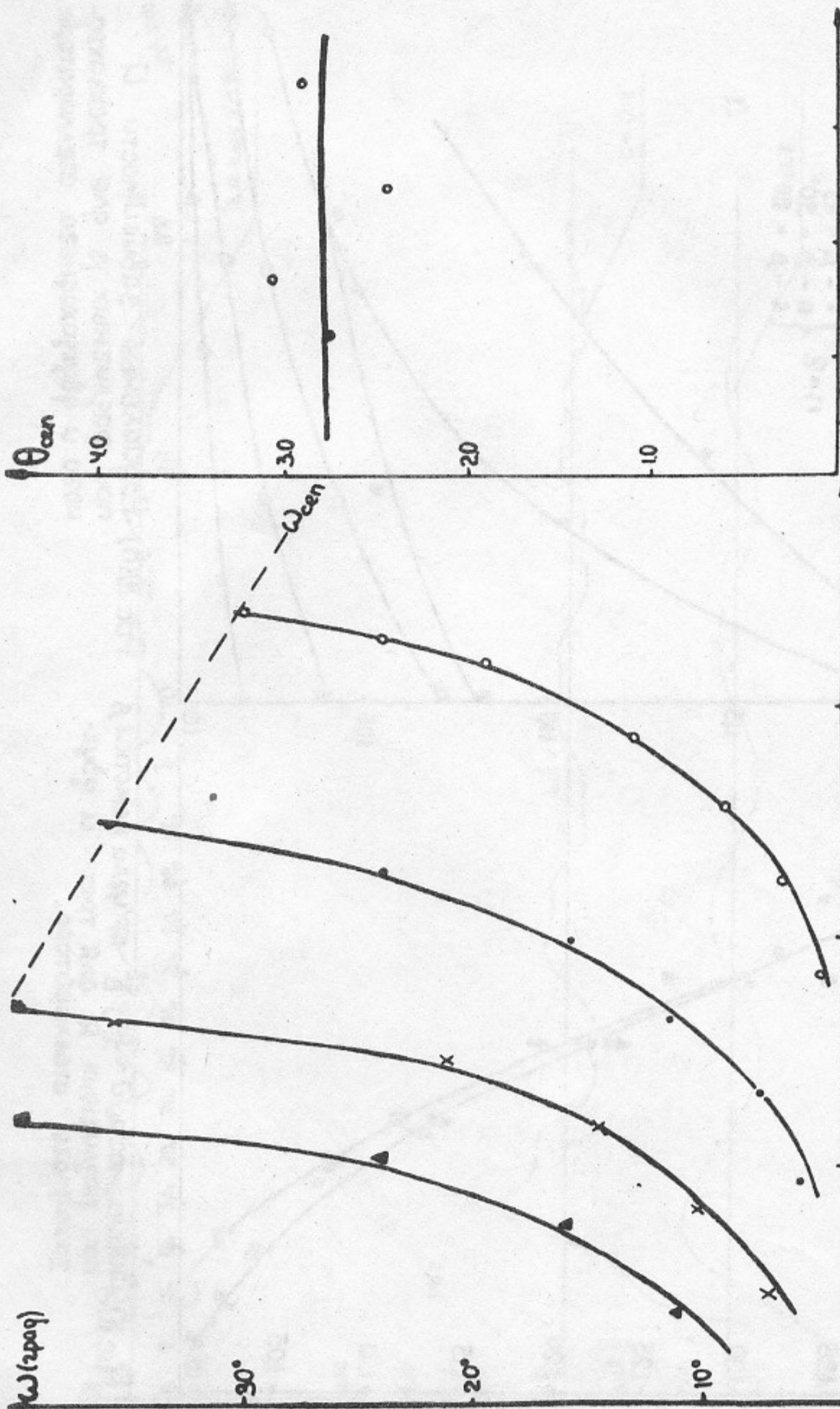


Рис. 9(a) Радиальные зависимости угла прокручивания ω на период поля при увеличении тока винтовой обмотке; $R=10$; $m=40$; $\rho \approx 53^\circ$; z_c - радиус, усредненный по поверхности.

Рис. 9(б) Зависимость широта θ на сепаратрисе от радиуса сепаратрисы, усредненного по поверхности.

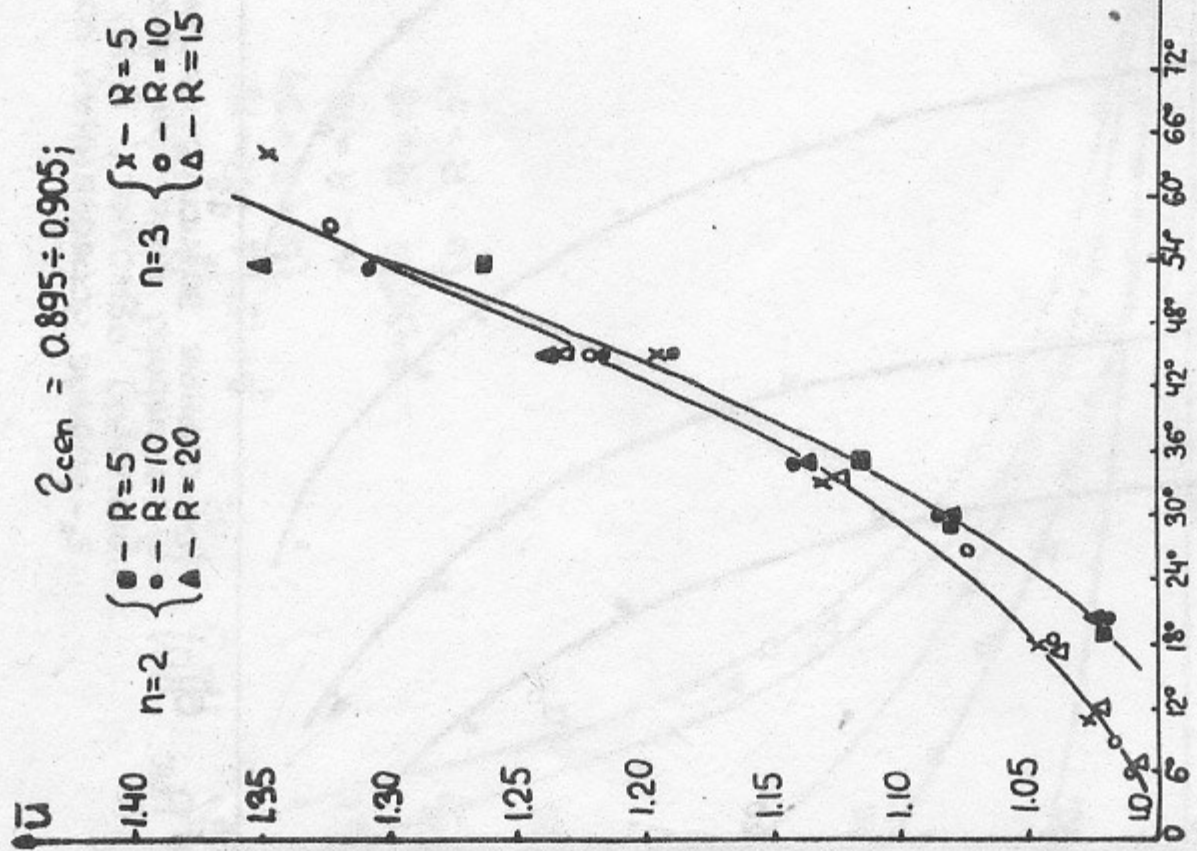


Рис. 10(a) Зависимость $\bar{U} = \frac{E}{L} \frac{df}{d\beta}$ от угла намотки β при различных R для трех- и двух-фазного статора.

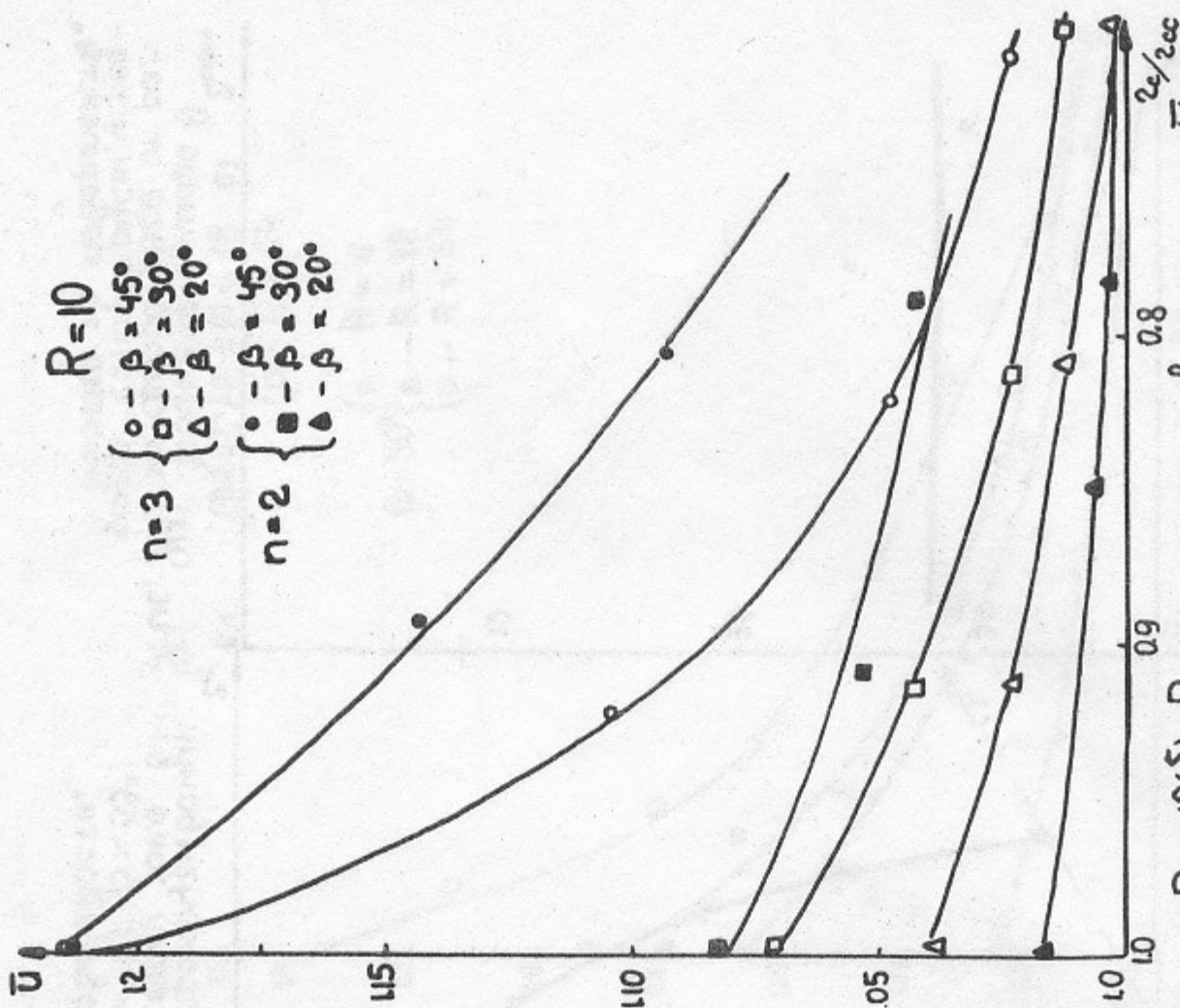
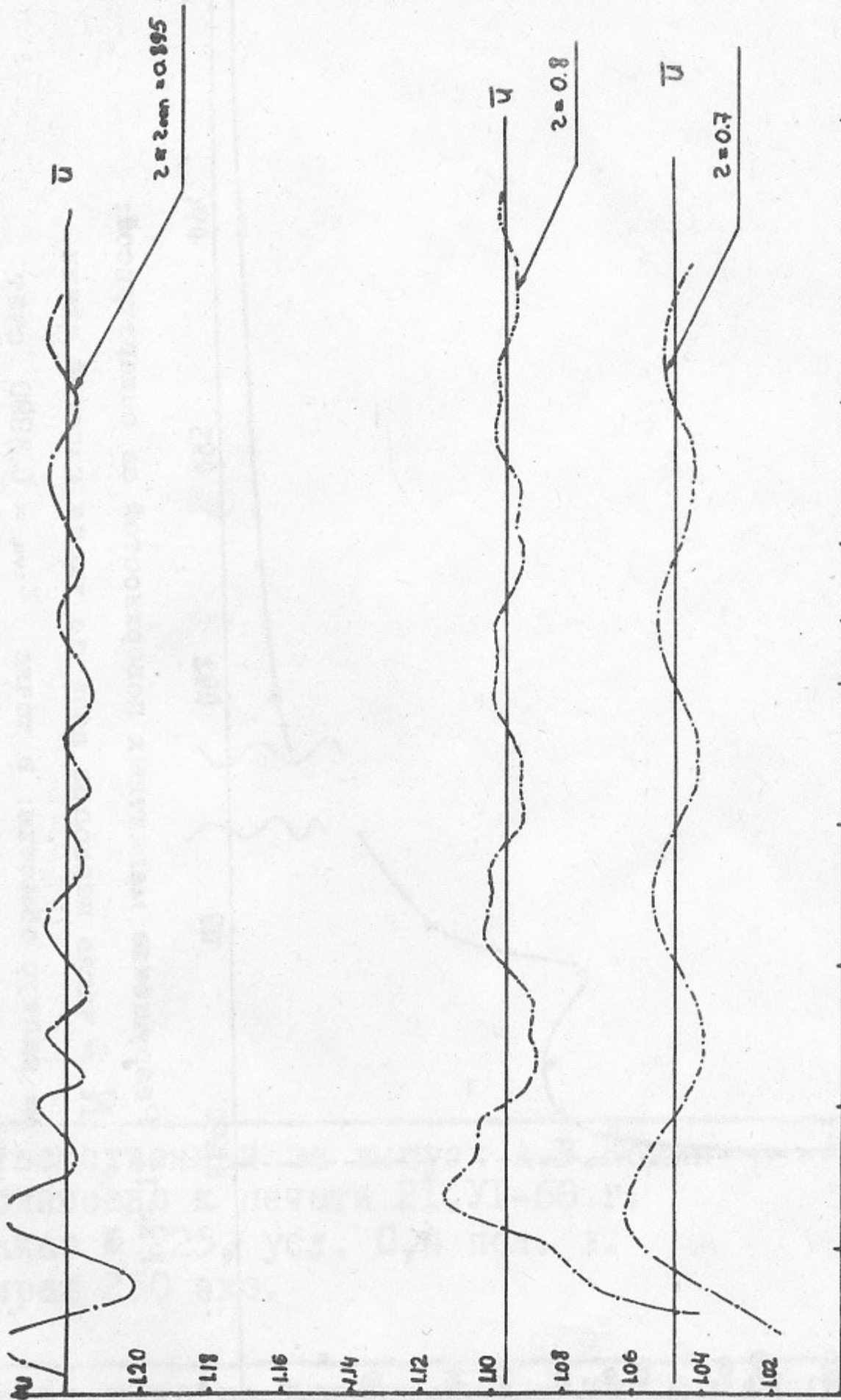


Рис. 10(б) Радиальные зависимости \bar{U} при различных β для трехфазного и двухфазного статора.



$\frac{1}{m}$ $\frac{28}{m}$ $\frac{38}{m}$ $\frac{48}{m}$ $\frac{58}{m}$ $\frac{68}{m}$ $\frac{78}{m}$ $\frac{88}{m}$ $\frac{98}{m}$ φ
 Изменение $H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{B}{L} \int \frac{dB}{B}$ вдоль силовой линии на разных магнитных поверхностях
 трехфазного стелларатора при угле намотки $\beta = 45^\circ$; большом радиусе тора
 $R = 10$; радиусе сепаратрисы $r_{sep} = 0.895 \div 0.905$; числе периодов поля $m = 30$.

Рис II

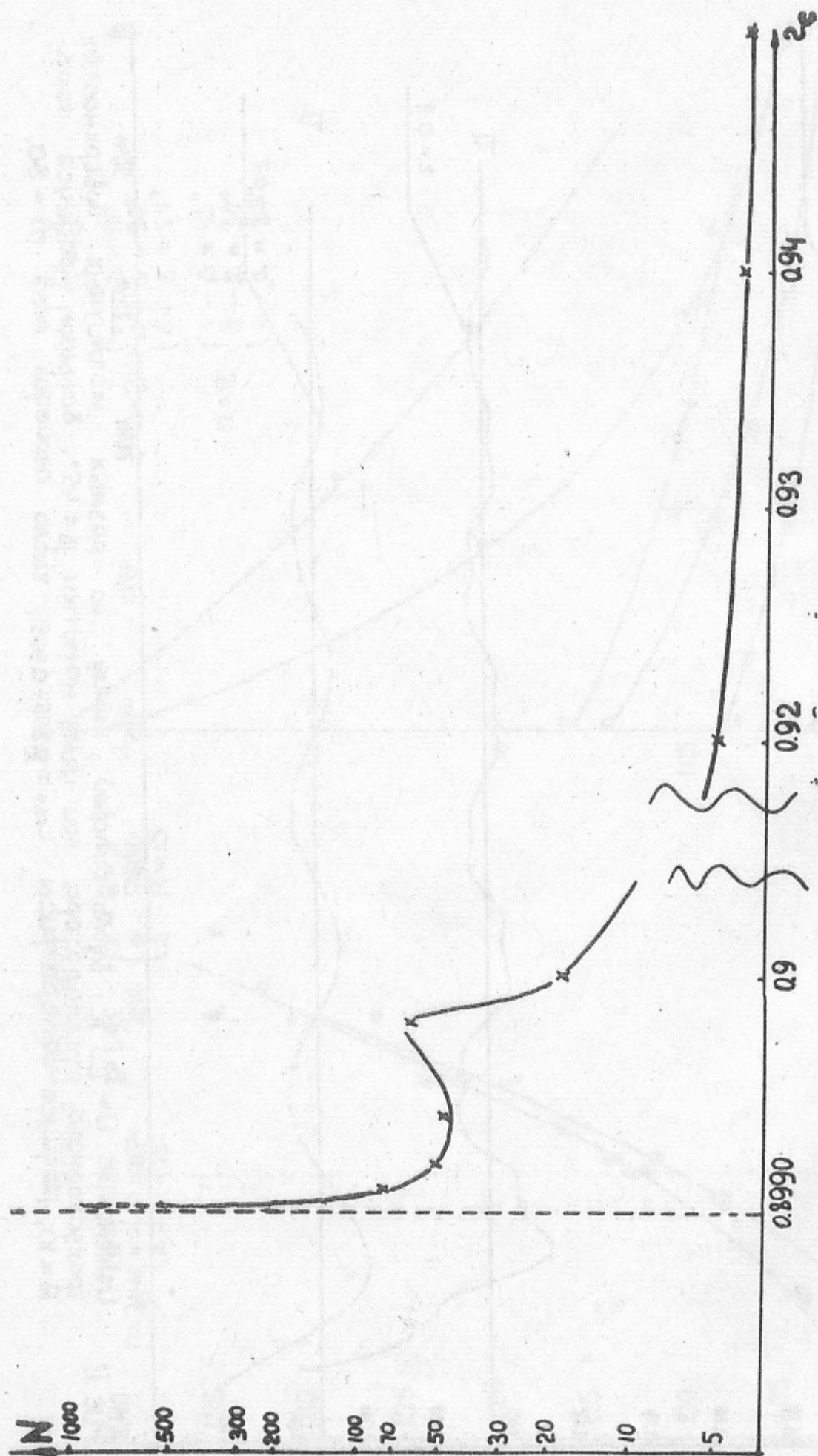


Рис.12. Разрушение магнитных поверхностей за сепаратрисой;

N - число периодов поля до ухода силовой линии

за радиус обмотки; в точке $z_{сеп.} = 0.8990$ счёт

ограничен $N = 500$; $R = 10$, $n = 3$, $m = 30$ ($\beta = 45^\circ$)

Ответственный за выпуск А.В.Комин
Подписано к печати 21.VI-68 г.
Заказ № 225, усл. 0,4 печ. л.
Тираж 250 экз.

Отпечатано на роталпринте в ИЯФ СО АН СССР