

На правах рукописи

ТЕРЕХОВ Иван Сергеевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ
В ФИЗИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА
И ПРОЦЕССОВ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ
ВНЕ РАМОК ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ**

01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук**

НОВОСИБИРСК — 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук.

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:

МИЛЬШТЕЙН – доктор физико-математических наук, профессор, Александр Ильич Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН.

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

КОЖЕВНИКОВ – доктор физико-математических наук, доцент, Аркадий Алексеевич Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск, ведущий научный сотрудник.

КОЛОКОЛОВ – доктор физико-математических наук, доцент, Игорь Валентинович Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, г. Черноголовка, ВРИО директора.

ШАПИРО – доктор физико-математических наук, профессор, Давид Абрамович Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт автоматизации и электрометрии СО РАН, г. Новосибирск, заведующий лабораторией.

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение Санкт-Петербургский государственный университет, г. Санкт-Петербург.

Защита диссертации состоится « 14 » июня 2019 г. в « 10:00 » часов на заседании диссертационного совета Д 003.016.02 Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук.

Адрес: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 11.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерной физики им. Г.И. Будкера Сибирского отделения Российской академии наук. www.inp.nsk.su/images/diss/Terekhov_disser.pdf

Автореферат разослан « 29 » апреля 2019 г.

Учёный секретарь диссертационного совета
д.ф.-м.н., профессор, чл.-корр. РАН

В.С. Фадин

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Методы, развитые в квантовой теории поля [1-4], позволяют исследовать различные явления как в физике элементарных частиц, физике твердого тела [5], гидродинамике [6], так и в теории информации, экономике и даже в поведении финансовых рынков [7]. Довольно часто при изучении явлений можно использовать метод теории возмущений по константе взаимодействия. Данный метод применим в случае, когда в системе можно построить некоторую безразмерную константу, описывающую взаимодействие, и величина этой константы меньше единицы. Например, метод теории возмущений хорошо работает в рамках квантовой электродинамики, в которой постоянная тонкой структуры (константа взаимодействия) равна примерно $1/137$. Однако даже в квантовой электродинамике существует множество задач, для решения которых необходимо выйти за рамки теории возмущений, то есть решать задачу точно по константе взаимодействия. Задачи, для решения которых необходимо выходить за рамки теории возмущений, возникают в физике довольно часто. В нашей работе мы рассматриваем некоторые актуальные задачи, которые возникли в последнее время в физике твердого тела и теории информации.

Диссертация состоит из пяти частей. В первой и второй частях диссертации мы исследуем поведение электронного газа в графене в присутствии внешних полей. Исследования проводятся точно по внешнему полю. Поведение электронов в двумерных углеродных структурах изучалось и ранее в связи с исследованиями графита и фуллеренов. Повышенный интерес к свойствам электронного газа в графене резко возрос в последнее время после успешного создания графена и исследования его электронных свойств. В первой части диссертации мы исследуем эффекты экранирования поля примеси электронным газом в графене. Эта задача важна как для понимания высокой проводимости графена, так и для понимания электронных свойств графена в целом. Кроме того, графен представляет некоторую модель двумерной теории поля, в которой безмассовые электроны находятся в $2 + 1$ мерном пространстве-времени, а электромагнитное поле распространяется в $3 + 1$ мерном пространстве-времени. Поэтому экспериментальное и теоретическое изучение электронных свойств графена интересно не только для по-

нимания проводимости графена, но и для понимания теорий поля с двумя пространственными измерениями. Для исследования экранирования внешнего поля примеси электронами графена мы используем метод функции Грина электрона во внешнем поле. Использование метода функции Грина позволило нам впервые вычислить индуцированный заряд в графене точно по полю примеси.

Вторая часть посвящена исследованию взаимодействия электронного газа в графене с внешним магнитным полем соленоида малого радиуса. Данные исследования имеют прямое отношение к изучению эффекта Бома-Ааронова. Этот эффект отсутствует в классической механике, но возникает в рамках квантовой механики. Рассмотрение электронного газа графена в поле соленоида малого радиуса позволяет понять модификацию эффекта Бома-Ааронова в случае безмассовых заряженных частиц, локализованных на двумерной поверхности. Для решения этой задачи мы также используем метод функции Грина. Мы рассмотрели два случая: в первом – электроны не могут проникать в область ненулевого магнитного поля, во втором – могут. Нам впервые удалось показать, что в обоих случаях лидирующая асимптотика индуцированного тока зависит только от полного магнитного потока через соленоид и не зависит от распределения магнитного поля внутри соленоида.

В третьей части мы изучаем взаимодействие двух электронов в графене, имеющих энергию выше, чем энергия Ферми. Мы исследуем зависимость этого взаимодействия от положения энергии Ферми. Данные исследования необходимы для понимания того, как устроено взаимодействие между электронами в графене и какое влияние оказывают электроны ниже поверхности Ферми на взаимодействие между двумя электронами, энергия которых больше энергии Ферми. Для исследования электрон-электронного взаимодействия в графене мы получили уравнение Дайсона, которое для нашей задачи редуцировалось к уравнению Бете-Солпитера. С учетом отсутствия запаздывания нам впервые удалось найти плотность и ток для полученного уравнения. Поэтому его можно трактовать как уравнение на волновую функцию двух электронов. Кроме того, нам впервые удалось найти как влияет положение энергии Ферми на процесс рассеяния электронов в графене и выяснить причины необычного поведения электронов в процессе электрон-электронного рассеяния в графене.

В четвертой части мы переходим к исследованию эффектов, связанных с существованием квантовой критической точки в антиферромагнитном материале. А именно, мы исследуем экранирование спина примеси в материале, имеющем магнитную квантовую критическую точку, и наблюдаем эффект разделения спина и заряда. В этом случае плотность заряда остается локализованной на месте примеси, а плотность намагниченности распределяется по всему образцу и зануляется в точке расположения примеси. Данный эффект в физике твердого тела часто называется эффектом разделения спина и заряда, а намагниченность называют спином. Нам впервые удалось показать, что эффект разделения спина и заряда возникает в трех измерениях. Данная задача интересна, поскольку распределение спина (намагниченности) по образцу может приводить к изменению положения квантовой критической точки. Поэтому положение квантовой критической точки может зависеть от концентрации примесей в образце.

В пятой части мы переходим к исследованию пропускной способности нелинейных каналов связи. Эта задача является актуальной, поскольку большинство линий связи основаны на оптоволокне, в котором существуют нелинейные эффекты, связанные с керровской нелинейностью, а количество передаваемой информации по оптоволоконным линиям связи растет на 40% в год. Поэтому необходимо понять предел скорости передачи информации через такие линии связи. В нашей работе мы вычисляем точно по константе керровской нелинейности функцию плотности условной вероятности, энтропию выходящего сигнала, условную энтропию, взаимную информацию для нелинейных каналов связи с шумом. Исследования этих величин методами квантовой теории поля позволили нам впервые получить ответы для пропускной способности некоторых нелинейных каналов связи.

Цель работы

Целью данной работы является решение актуальных задач в физике графена, физике материалов с магнитной квантовой критической точкой и теории информации точно по константам взаимодействия.

Личный вклад автора

Личное участие автора в получении результатов, составляющих основу диссертации, является основным и определяющим. Им выполнены вычисле-

ния плотности индуцированного заряда в поле кулоновской примеси и локализованного потенциала в графене, исследован индуцированный соленоидом малого радиуса ток в графене, исследован эффект Бома-Ааронова в графене. Кроме того, исследовано электрон-электронное взаимодействие в графене в отсутствие возбуждений типа частица-дырка. Используя уравнение Бете-Солпитера, получено уравнение на волновую функцию двух взаимодействующих электронов в графене с учетом энергии Ферми. Для этого уравнения найден сохраняющийся ток. Рассмотрен эффект разделения спина и заряда в трехмерном антиферромагнетике с квантовой критической точкой. Разработан метод вычисления функции плотности условной вероятности для канала связи, который описывается нелинейным уравнением Шредингера с аддитивным шумом. Для нелинейного оптоволоконного бездисперсионного канала связи с шумом вычислена функция плотности условной вероятности, энтропия выходящего сигнала, условная энтропия, оптимальная функция распределения начального сигнала, а также емкость этого канала связи в лидирующем и следующем за лидирующим порядке по параметру отношения мощности шума к мощности сигнала, но точно по параметру керровской нелинейности.

Научная новизна

Впервые вычислена плотность индуцированного заряда в поле кулоновской примеси точно по полю примеси, что позволило впервые показать, что примесь с зарядовым номером равным единице остается в докритическом режиме. Впервые исследована лидирующая асимптотика плотности индуцированного заряда в поле локализованного потенциала в докритическом и сверхкритическом режимах. Впервые исследован индуцированный ток в поле соленоида малого радиуса в графене. Впервые показано, что в задаче взаимодействия двух электронов в графене с потенциалом отталкивания возникает локализованное состояние, а так же найдена причина возникновения этого состояния. Впервые получено уравнение на волновую функцию двух взаимодействующих электронов в графене при произвольном положении энергии Ферми. Впервые найден сохраняющийся ток для этого уравнения, что позволяет придать физический смысл волновой функции. Впервые исследован эффект разделения спина и заряда в трехмерном антиферромагнетике. Впервые представлен метод вычисления функции плотности условной вероятности для нелинейного оптоволоконного канала связи с шумом. Впервые найдена

оптимальная плотность вероятности входящего сигнала и емкость для нелинейного оптоволоконного канала связи с нулевой дисперсией и аддитивным шумом.

Научная и практическая ценность

Исследования экранирования полей примесей и электрон-электронного взаимодействия позволят понять высокую проводимость графена. Поскольку плотность индуцированного тока в случае чистого эффекта Бома-Ааронова существенно отличается от случая, когда электрон проникает в область магнитного поля, измерение плотности индуцированного тока позволит понять, попадают ли электроны в область ненулевого магнитного поля в эксперименте. Исследования эффекта разделения спина и заряда в антиферромагнетике вблизи квантовой критической точки могут привести к пониманию влияния концентрации примесей на положение квантовой критической точки. Развитый метод вычисления функции плотности условной вероятности позволит исследовать нелинейные оптоволоконные каналы связи. Найденная емкость нелинейного бездисперсионного оптоволоконного канала связи позволит оценить емкость современных оптоволоконных линий связи, а также найти способ увеличения их пропускной способности.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Вычисление точно по параметру $Z\alpha$ плотности индуцированного кулоновской примесью заряда в графене. Исследование зависимости эффективного зарядового номера примеси от величины параметра $Z\alpha$.
2. Исследование плотности индуцированного заряда в графене в присутствии локализованного потенциала. Исследование поведения плотности индуцированного заряда на больших расстояниях при значениях потенциала, близких к критическому.
3. Исследование плотности индуцированного тока в графене в поле соленоида малого радиуса на расстояниях много больших радиуса соленоида. Рассмотрение случаев проникновения и непроникновения электронов в область ненулевого магнитного поля.
4. Изучение электрон-электронного взаимодействия в графене при различных положениях энергии Ферми относительно положения дираковской точки.

5. Исследование эффекта разделения спина и заряда в трехмерном квантовом антиферромагнетике вблизи квантовой критической точки.
6. Развитие методов вычисления функции плотности условной вероятности для нелинейных оптоволоконных каналов связи, описываемых нелинейным уравнением Шредингера с аддитивным шумом.
7. Вычисление функции плотности условной вероятности, взаимной информации и емкости для нелинейного бездисперсионного канала связи точно по константе керровской нелинейности.

Апробация работы

Материалы работы опубликованы в ведущих зарубежных журналах и неоднократно докладывались на международных конференциях и семинарах, в частности: Gordon Godfrey Workshop (Сидней, Австралия, 2007), 39th Annual Condensed Matter and Materials Meeting (Вогга, Австралия, 2015), 25th Annual International Laser Physics Workshop (Ереван, Армения, 2016), 26th Annual International Laser Physics Workshop (Казань, Россия, 2017), 2017 IEEE Information Theory Workshop (Гаосюн, Тайвань, 2017), 27th Annual International Laser Physics Workshop (Ноттингем, Великобритания, 2018), Photon 2018 (Бирмингем, Великобритания, 2018) и других. По теме диссертации опубликовано 11 работ, из них 11 – в реферируемых научных журналах, входящих в перечень ВАК.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и трех приложений. Полный объем диссертации составляет 198 страниц с 39 рисунками. Список литературы содержит 130 наименований.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель, обсуждены научная новизна и практическая значимость представляемой работы, представлены выносимые на защиту результаты.

В первой главе исследуется экранирование внешнего потенциала электронным газом в графене. Вначале рассматривается экранирование ку-

лоновской примеси в графене, затем исследуется экранирование локализованного потенциала.

Для исследования экранирования кулоновской примеси в графене мы вычисляем аналитически плотность индуцированного заряда в докритическом режиме, т. е. параметр $Z\alpha < 1/2$. Здесь Z – зарядовый номер примеси, $\alpha = e^2/(\hbar v_F)$, $v_F \approx 10^6$ м/с. Далее мы работаем в единицах $\hbar = v_F = 1$. Вычисления основаны на методе, предложенном в работе [8]. В [8] плотность индуцированного заряда в сильном кулоновском поле была получена в координатном представлении в трехмерной квантовой электродинамике. Используя этот метод, мы выражаем плотность индуцированного заряда через точную функцию Грина электрона в кулоновском поле, и получаем:

$$\rho_{ind}(\mathbf{r}) = -ieN \int_C \frac{d\epsilon}{2\pi} \text{Tr}\{G(\mathbf{r}, \mathbf{r}|\epsilon)\}, \quad (1)$$

где параметр $N = 4$ – учитывает вырождение по спину и по количеству дираковских конусов, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}|\epsilon)$ – функция Грина электрона в кулоновском поле в графене, контур интегрирования C изображен на рис. 1. Функция $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}|\epsilon)$ удовлетворяет уравнению

$$\left(\epsilon + \frac{Z\alpha}{r} - (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) - \sigma_z M \right) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'|\epsilon) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (2)$$

где $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ – оператор импульса электрона, $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y)$, $\sigma_{x,y,z}$ – матрицы Паули, отвечающие псевдоспину, M – масса электрона, которая введена для удобства вычислений. Используя операторный метод, развитый в работе [9],

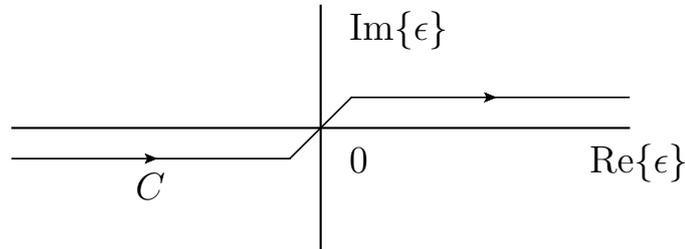


Рис. 1 – Контур интегрирования C в комплексной плоскости параметра ϵ .

мы нашли следующее интегральное представление для функции Грина:

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \epsilon) = - \left(\epsilon + \frac{Z\alpha}{r} + (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) + \sigma_z M \right) \times \sum_{\lambda_1, \lambda_2} P_\lambda(\phi, \phi') \times \int_0^\infty ds \frac{k}{\sin(ks)} e^{2is\epsilon Z\alpha} \exp [ik(r+r') \cot(ks) - i\pi\lambda] J_{2\lambda} \left(\frac{2k\sqrt{rr'}}{\sin(ks)} \right), \quad (3)$$

где $J_\nu(x)$ – функция Бесселя первого рода, $k = \sqrt{M^2 - \epsilon^2}$, а проектор для $\lambda_1 = \gamma - \frac{1}{2}$ имеет вид:

$$P_\lambda(\phi, \phi') = \frac{1}{4\pi\gamma} \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$P_{11} = (\gamma + \varkappa) e^{im(\phi - \phi')} + (\gamma - \varkappa) e^{-i(m+1)(\phi - \phi')},$$

$$P_{12} = -iZ\alpha \left(e^{-i(m+1)\phi} e^{im\phi'} + e^{im\phi} e^{-i(m+1)\phi'} \right),$$

$$P_{11} = P_{22}^*, \quad P_{12} = -P_{21}^*.$$

Здесь $\gamma = \sqrt{\varkappa^2 - (Z\alpha)^2}$, $\varkappa = m + 1/2$, $m = 0, 1, 2, \dots$. Для собственного значения $\lambda_2 = \gamma + 1/2$ проектор получается из выражения (4) заменой $\gamma \rightarrow -\gamma$.

Подставляя выражение (3) в (1), вычисляя интегралы по переменной ϵ и s , затем полагая $M = 0$, мы получаем следующее выражение для плотности индуцированного заряда:

$$\rho_{ind}(\mathbf{r}) = Q_{ind} \delta(\mathbf{r}), \quad (5)$$

где индуцированный заряд Q_{ind} равняется

$$Q_{ind} = eN \left[\frac{\pi}{8} Z\alpha + \Lambda(Z\alpha) \right] \equiv -|e|A(Z\alpha),$$

$$\Lambda(Z\alpha) = \frac{2}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \text{Im} \left[\ln \Gamma(\gamma - iZ\alpha) + \frac{1}{2} \ln(\gamma - iZ\alpha) - (\gamma - iZ\alpha) \psi(\gamma - iZ\alpha) + \frac{iZ\alpha}{2\varkappa} - iZ\alpha \varkappa \psi'(\varkappa) \right]. \quad (6)$$

Здесь $\Gamma(x)$ – гамма функция Эйлера, $\psi(x) = d \ln \Gamma(x) / dx$. Видно, что индуцированный заряд Q_{ind} отрицателен, поскольку функция $A(Z\alpha)$ положительна. Функция $A(Z\alpha)$ изображена на рис. 2. На рис. 2 видно, что при $Z\alpha > 0.3$

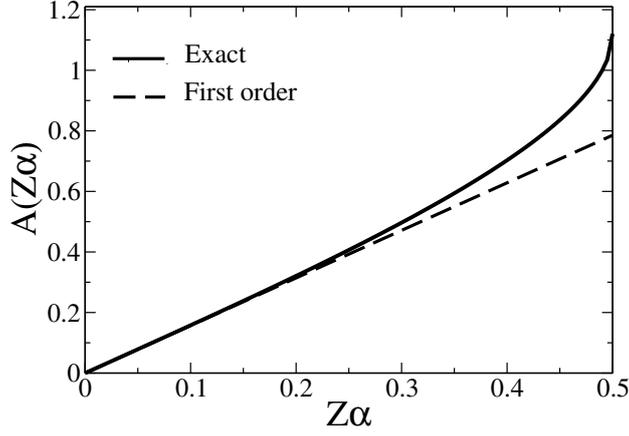


Рис. 2 — Зависимость индуцированного заряда $Q_{ind}/e \equiv A$ от $Z\alpha$.

Сплошная линия отвечает точному выражению (6), пунктирная линия отвечает однопетлевому приближению $A^{(1)} = \pi(Z\alpha)/2$.

точное выражение для функции $A(Z\alpha)$ заметно отличается от ее разложения до лидирующего вклада по параметру $Z\alpha$. При критическом значении $Z\alpha = 1/2$ отличие составляет приблизительно 40%.

Поскольку индуцированный заряд локализован на примеси, мы можем учесть электрон-электронное взаимодействие, используя подход Хартри. В этом подходе мы полагаем, что фоковский вклад (обменное взаимодействие) подавлен параметрически в случае $N \gg 1$ (в нашем случае $N = 4$). Для нахождения Z_{eff} в приближении Хартри мы решаем следующее уравнение, учитывающее самосогласование:

$$Z_{eff}\alpha = Z\alpha - \alpha A(Z_{eff}\alpha). \quad (7)$$

Решение Z_{eff} уравнения (7) является функцией Z и α . Функция $Z_{eff}\alpha$ как функция $Z\alpha$ для различных значений затравочного зарядового номера Z приведена на рис. 3. Видно, что примесь с зарядовым номером $Z = 1$ (наиболее важный случай) остается в докритическом режиме для всех значений параметра α , то есть Z_{eff} всегда меньше $1/2$.

Такое поведение связано с существенным вкладом высших порядков по параметру $Z\alpha$ в разложение функции $A(Z\alpha)$. Отметим, что в рамках приближения случайных фаз примесь с $Z = 1$ становится критической при $\alpha \approx 2.25$. Примеси с зарядовыми номерами $Z = 2$ и выше становятся критическими и в нашем приближении. Так, примесь с зарядовым номером $Z = 2$ становится

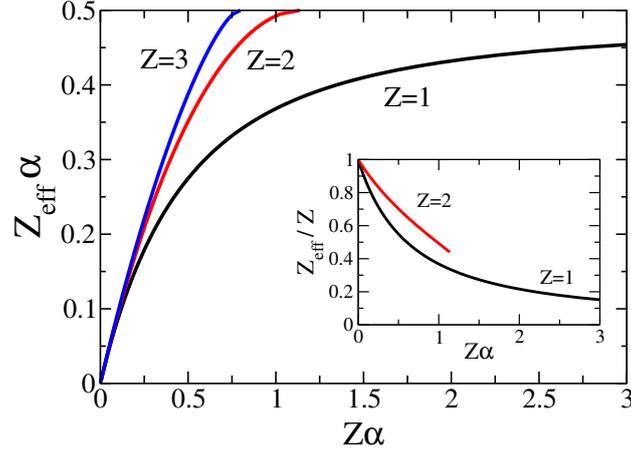


Рис. 3 — Функция $Z_{eff}\alpha$ как функция $Z\alpha$, решение уравнения (7), для $Z = 1$, $Z = 2$ и $Z = 3$. Вставка: отношение Z_{eff}/Z .

критической в точке $\alpha_c^{Z=2} = 0.568$, а для примеси с $Z = 3$ критическая точка равна $\alpha_c^{Z=3} = 0.266$, см. рис. 3.

Перейдем к рассмотрению экранирования локализованного потенциала. Исследуя поведения $\rho_{ind}(\mathbf{r})$ на расстояниях $r \gg R$, где R — характерный радиус локализации потенциала, мы показываем, что в нашей задаче существуют докритический и закритический режимы. В закритическом режиме происходят процессы, аналогичные процессам электрон-позитронного рождения в квантовой электродинамике в сильных полях, в докритическом — нет. В докритическом режиме на расстояниях $r \lesssim R$ эффекта локализации заряда не происходит, а на больших расстояниях, $r \gg R$, плотность индуцированного заряда спадает степенным образом, в отличие от случая кулоновской примеси (индуцированный заряд локализован на примеси). Вблизи перехода докритический режим — закритический режим малые изменения параметров потенциала приводят к существенному изменению плотности индуцированного заряда.

Во второй главе мы рассматриваем эффект Бома-Ааронова в графене. Для этого мы вычисляем плотность индуцированного тока в поле соленоида малого радиуса R . Плотность индуцированного тока выражается через функцию Грина электрона следующим образом:

$$\mathbf{j}_{ind}(\mathbf{r}) = -ieN \int_C \frac{d\epsilon}{2\pi} \text{Tr}\{\boldsymbol{\sigma}G(\mathbf{r},\mathbf{r}|\epsilon)\}, \quad (8)$$

где контур интегрирования C изображен на рис. 1. Функция Грина удовлетворяет уравнению

$$\left[\epsilon - \boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\mathbf{p} - \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) \right) \right] G(\mathbf{r}, \mathbf{r}' | \epsilon) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (9)$$

где c – скорость света,

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \frac{\Phi[\boldsymbol{\nu} \times \mathbf{r}]}{2\pi r} V(r). \quad (10)$$

Здесь Φ – полный магнитный поток магнитного поля \mathbf{B} через плоскость графена, единичный вектор $\boldsymbol{\nu}$ направлен вдоль оси z , а функция $V(r)$ выражается через магнитное поле следующим образом:

$$V(r) = \frac{2\pi}{\Phi r} \int_0^r dy y B(y). \quad (11)$$

Индукцированный ток вычисляется для двух различных постановок задачи: в первой постановке электроны не могут проникать в область ненулевого магнитного поля, во второй – могут. В первом случае мы получили, что

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{ind}(r) &= \frac{eN}{16\pi} F(\tilde{\gamma}) \operatorname{rot} \left(\frac{\boldsymbol{\nu}}{r} \right), \\ F(\tilde{\gamma}) &= (1 - 2|\tilde{\gamma}|)^2 \tan(\pi\tilde{\gamma}), \end{aligned} \quad (12)$$

где $\tilde{\gamma}$ – целая часть параметра $\gamma = \Phi/\Phi_0$, Φ – магнитный поток через соленоид, $\Phi_0 = 2\pi/e$ – элементарный магнитный поток. Функция $F(\tilde{\gamma})$ изображена на рис. 4. Во втором случае получаем:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_{ind}(\mathbf{r}) &= \frac{eN[\boldsymbol{\nu} \times \mathbf{r}]}{16\pi r^3} F_{tot}(\gamma), \\ F_{tot}(\gamma) &= (1 - 4\tilde{\gamma}^2) \tan(\pi\tilde{\gamma}). \end{aligned} \quad (13)$$

Функция $F_{tot}(\gamma)$ изображена на рис. 5. Видно, что плотность индуцированного тока существенно зависит от постановки задачи.

Таким образом, мы показали, что в случае, когда электроны не могут проникать в область ненулевого магнитного поля, индуцированный ток является периодической функцией магнитного потока. Если же электроны прони-

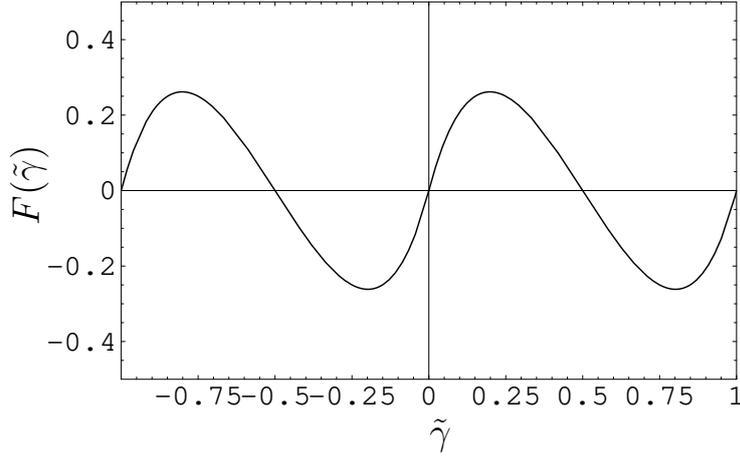


Рис. 4 — Зависимость функции $F(\tilde{\gamma})$ от дробной части $\tilde{\gamma}$ параметра $\gamma = e\Phi/(2\pi)$, где Φ — магнитный поток через бесконечно тонкий соленоид.

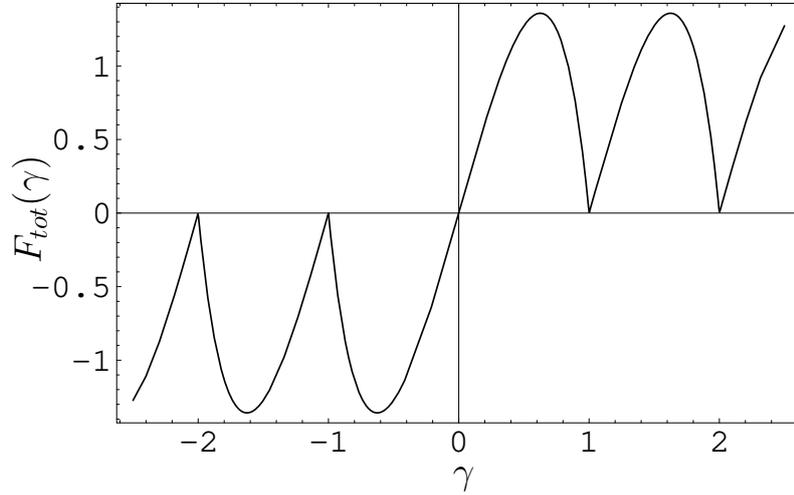


Рис. 5 — Зависимость функции $F_{tot}(\gamma)$ от $\gamma = \Phi/\Phi_0$ см. (13).

кают в область ненулевого поля, индуцированный ток не является периодической функцией магнитного потока. В этом случае лидирующая асимптотика плотности индуцированного тока при $r \gg R$ зависит только от полного магнитного потока через соленоид и не зависит от распределения магнитного поля внутри соленоида. Таким образом было показано, что параметр расширения гамильтониана θ , см. [10, 11], имеет универсальное значение равное $\pi/2$. Похожим способом можно показать, что волновые функции уравнения Дирака в $(2+1)$ измерениях в поле соленоида радиуса R также имеют универсальное поведение при $R \rightarrow 0$. Поскольку плотность индуцированного тока в случае чистого эффекта Бома-Ааронова существенно отличается от случая, когда электрон проникает в область магнитного поля, измерение плотности

индуцированного тока позволит понять, попадают ли электроны в область ненулевого магнитного поля в эксперименте.

Третья глава посвящена изучению электрон-электронного взаимодействия в графене.

Очевидно, что уравнение, описывающее два невзаимодействующих электрона в графене, имеет следующий вид:

$$i\partial_t\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t) = \hat{H}_0\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t), \quad (14)$$

$$\hat{H}_0 = \hat{h}_1 + \hat{h}_2 = \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}_2, \quad (15)$$

где $\psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, t)$ – волновая функция, зависящая от координат двух электронов и псевдоспиновых переменных обоих электронов. Обобщение уравнения (14) на случай взаимодействующих электронов является нетривиальной задачей. Причина сложности заключается в том, что на самом деле электронов в графене не два, поскольку все уровни энергии ниже энергии Ферми заполнены электронами. Это значит, что при рассмотрении двух взаимодействующих электронов в графене, находящихся выше поверхности Ферми, необходимо учитывать их взаимодействие с электронами, имеющими энергии меньше энергии Ферми. Учет такого взаимодействия приводит к необходимости включать в рассмотрение возбуждения типа частица-дырка в промежуточных состояниях. Рассмотрение подобных эффектов в квантовой электродинамике приводит к уравнению Швингера-Дайсона, которое редуцируется к уравнению Бете-Солпитера [1, 2]. Однако в нерелятивистской квантовой электродинамике эффекты виртуального рождения электрон-позитронных пар в промежуточных состояниях подавлены. Для безмассовых электронов в графене подавления нет, поэтому возбуждения типа частица-дырка в промежуточных состояниях важны при рассмотрении электрон-электронного взаимодействия. В качестве первого шага мы забываем о возбуждениях типа частица-дырка и исследуем взаимодействие двух электронов. Физический смысл такого приближения заключается в том, что энергии рассматриваемых электронов много больше энергии Ферми. Затем мы учитываем существование поверхности Ферми. Для этого мы получаем уравнение Бете-Солпитера в лидирующем приближении по потенциалу взаимодействия и показываем, как возбуждения типа частица-дырка влияют на картину взаимодействия двух электронов, имеющих энергии больше чем энергия Ферми.

В случае простой модели уравнение, описывающее взаимодействие двух электронов в графене, имеет следующий вид:

$$\hat{H}_V = \hat{H}_0 + V(r) = \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{p}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{p}_2 + V(r), \quad (16)$$

где $V(r) = V(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|)$ – потенциал электрон-электронного взаимодействия. Несмотря на простоту модели, она приводит к очень необычной динамике. Мы показали как численно, так и аналитически, что в процессе рассеяния волнового пакета возникает локализованное состояние. С точки зрения внешнего наблюдателя, данный процесс выглядит как неупругий. Причина этого феномена – дополнительное двукратное вырождение спектра гамильтониана для энергий $0 < E < V_{\max}$. Это вырождение является следствием вырожденности матрицы производных по переменной r в гамильтониане.

Для учета положения поверхности Ферми мы записываем уравнение Бете-Солпитера, затем переходим в систему полного нулевого импульса и получаем уравнение на волновую функцию двух электронов:

$$(i\partial_t - \boldsymbol{\Sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}) \psi(t, \mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' [Q_+(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - Q_-(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] V(r') \psi(t, \mathbf{r}'), \quad (17)$$

где операторы Q_{\pm} имеют вид:

$$\begin{aligned} Q_+(\mathbf{r}) &= \vartheta(-E_F) f_0 + f_1 + f_2, \quad Q_-(\mathbf{r}) = \vartheta(E_F) f_0 - f_1 + f_2, \\ f_0 &= \frac{y J_1(y)}{2\pi r^2}, \quad f_1 = i \frac{\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{y}}{8\pi r^2 y} \left[y J_0(y) + 1 - \int_0^y J_0(x) dx \right] \\ f_2 &= \frac{1}{4} \left[\delta(\mathbf{r}) - \frac{y J_1(y)}{2\pi r^2} \right] \left(1 - \frac{\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{2} \right) \\ &+ \frac{2(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \mathbf{y})(\boldsymbol{\sigma}_2 \cdot \mathbf{y}) - y^2 \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2}{16\pi r^2 y^2} [2J_0(y) + y J_1(y)], \end{aligned} \quad (18)$$

где $J_n(a)$ – функция Бесселя первого рода, а энергия Ферми E_F отсчитывается от положения дираковской точки. Используя (18), мы находим уравнение

непрерывности

$$\begin{aligned}
\partial_t \rho(t, \mathbf{r}) + \operatorname{div} \mathbf{j}_{tot}(t, \mathbf{r}) &= 0, \\
\mathbf{j}_{tot} &= \mathbf{j} + \frac{1}{2\pi} \int d\mathbf{r}' \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} F(\mathbf{r}'), \quad \rho = \psi_+^+ \psi_+ - \psi_-^+ \psi_-, \\
\mathbf{j} &= \psi_+^+ \Sigma \psi_+ - \psi_-^+ \Sigma \psi_-, \quad \Sigma = \sigma_1 - \sigma_2, \quad \psi_{\pm}(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r}' Q_{\pm}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \psi(\mathbf{r}'), \\
F &= 2 \operatorname{Im} \int d\mathbf{r}' V(r') [\psi_+^+(t, \mathbf{r}) Q_+(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \psi_-^+(t, \mathbf{r}) Q_-(\mathbf{r} - \mathbf{r}')] \psi(t, \mathbf{r}'),
\end{aligned} \tag{19}$$

Можно показать, что величина $\int d\mathbf{r} \rho(t, \mathbf{r})$ не зависит от времени. Существование уравнения неразрывности позволяет трактовать функцию $\psi(t, \mathbf{r})$ как волновую функцию двух электронов. Поскольку $\rho(t, \mathbf{r})$ не является положительно определенной величиной, мы не можем трактовать ее как плотность вероятности, но можем рассматривать величину $e\rho(t, \mathbf{r})$ как локальную плотность заряда (e – заряд электрона).

Используя уравнение (19), мы проследили как картина рассеяния зависит от положения энергии Ферми E_F в случаях локализованного и кулоновского потенциалов. Мы показали, что при угловом моменте не равном нулю, $E_F < 0$ и $E < \max V(r)$ в случае, когда волновой пакет, отвечающий задаче рассеяния, приходит в область ненулевого потенциала, возникает долгоживущее локализованное состояние, которое затем распадается в набор волновых пакетов, следующих друг за другом. На очень больших временах полная нормировка ушедших волновых пакетов совпадает с нормировкой падающего волнового пакета. Данная картина отличается от картины, возникающей в простой модели, где появившийся пик живет бесконечно долго (до тех пор пока не возникают эффекты, связанные с конечным размером шага решетки). При $E_F \rightarrow -\infty$ простая модель и модель, полученная в рамках уравнения Бете-Солпитера, совпадают. При $E > \max V(r)$ для обеих моделей локализованное состояние не возникает. В процессе рассеяния в рамках уравнения Бете-Солпитера при нулевом угловом моменте и произвольной E_F долгоживущее локализованное состояние не возникает. В случае $E_F \geq 0$ и при любых угловых моментах никаких локализованных состояний также не возникает.

В случае $E_F < 0$ возникает бесконечный набор локализованных стационарных решений с конечной нормировкой и типичным масштабом локализации $1/|E_F|$. Данные решения не имеют отношения к задаче рассеяния.

Экспериментальное наблюдение таких состояний является интересной задачей.

В четвертой главе мы рассмотрели примесь со спином, помещенную в трехмерную антиферромагнитную систему. Система находится вблизи квантовой критической точки со стороны парамагнитной фазы. Квантовая критическая точка разделяет парамагнитную и антиферромагнитную фазы. Спин примеси индуцирует облако намагниченности и антиферромагнитную намагниченность вокруг примеси. Используя метод эффективного лагранжиана, мы вычисляем распределение плотности намагниченности $s(r)$ и антиферромагнитной намагниченности $\langle \phi(r) \rangle$ в облаке, индуцированном примесью. Для вычисления мы использовали два метода: самосогласованное борновское приближение (СБП) и ренорм-групповой подход (РГ подход). СБП выполняется с точностью $1/N$, где $N = 3$ для $O(3)$ группы, а РГ подход справедлив при малой константе связи. Мы показываем, что результаты обоих методов для $S = 1/2$ согласуются с точностью $1/N$. Однако при больших значениях спина примеси, метод СБП неприменим, поскольку параметр малости $1/N$ компенсируется большим спином. Поэтому при $S \geq 1$ применим РГ подход.

Мы показали, что квазичастичный вычет функции Грина примеси зануляется в квантовой критической точке. Плотность намагниченности имеет компоненту $S_{imp}\delta(\mathbf{r})$, которая локализована на примеси и пространственно распределенную часть $s_{nl}(r)$. Вследствие зануления вычета, плотность намагниченности, локализованная на примеси S_{imp} , зануляется в квантовой критической точке. А плотность намагниченности в облаке, индуцированном примесью, спадает при $r < 1/\Delta$ как $s_{nl}(r) \propto 1/r^3$ с точностью до логарифмических поправок. При $r > 1/\Delta$ плотность намагниченности спадает экспоненциально, где Δ – величина щели в магнетонном спектре.

Характерный размер облака намагниченности $r \sim 1/\Delta$. Этот эффект в теории твердого тела называется эффектом разделения спина и заряда. В этом смысле наш результат демонстрирует эффект разделения спина и заряда в трех измерениях в квантовой критической точке.

Интересно, что антиферромагнитная намагниченность спадает при $r < 1/\Delta$ только как первая степень расстояния, поэтому небольшая концентрация примесей может существенно повлиять на критическое поведение системы.

Мы также рассмотрели квазиклассический предел $S \gg 1$. В этом пределе задача упрощается до точно-решаемой модели, рассмотренной в [12].

В пятой главе мы исследуем нелинейные каналы связи, которые описываются нелинейным уравнением Шредингера с аддитивным шумом. В частотном представлении рассматриваемое уравнение имеет вид:

$$\begin{aligned} \partial_z \psi_\omega(z) = & i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \psi_\omega(z) + \eta_\omega(z) - \\ & i\gamma \int \frac{d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3}{(2\pi)^2} \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega) \psi_{\omega_1}(z) \psi_{\omega_2}(z) \psi_{\omega_3}^*(z), \end{aligned} \quad (20)$$

где $\psi_\omega(z)$ – Фурье образ сигнала, который распространяется по оптоволокну, β_2 – коэффициент второй дисперсии, γ – коэффициент керровской нелинейности, $\eta_\omega(z)$ – аддитивный гауссов шум с нулевым средним и имеющий следующие корреляторы (см. [13, 14]):

$$\langle \eta_\omega(z) \eta_{\omega'}^*(z') \rangle_\eta = 2\pi Q \delta(z - z') \delta(\omega - \omega').$$

Используя формализм Мартина-Сигга-Роза для данного канала связи, мы представляем функцию плотности условной вероятности $P[Y(\omega)|X(\omega)]$ получить на выходе из линии связи сигнал $Y(\omega) = \psi_\omega(L)$, если входящий сигнал равен $X(\omega) = \psi_\omega(0)$ в виде континуального интеграла:

$$P[Y(\omega)|X(\omega)] = \int_{X(\omega)=\psi_\omega(0)}^{Y(\omega)=\psi_\omega(L)} \mathcal{D}\psi \exp \left\{ -\frac{S[\psi]}{Q} \right\}, \quad (21)$$

где действие $S[\psi]$ равняется

$$\begin{aligned} S[\psi] &= \int_0^L dz \int \frac{d\omega}{2\pi} \left| \mathcal{L}^{(0)} - V[\psi] \right|^2, \\ \mathcal{L}^{(0)}[\psi] &= \partial_z \psi_\omega(z) - i \frac{\beta_2}{2} \omega^2 \psi_\omega(z), \\ V[\psi] &= i\gamma \int \frac{d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3}{(2\pi)^2} \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega) \psi_{\omega_1}(z) \psi_{\omega_2}(z) \psi_{\omega_3}^*(z). \end{aligned} \quad (22)$$

Представление функции плотности условной вероятности в виде континуального интеграла позволяет использовать методы, развитые в квантовой теории

поля. Например, когда параметр нелинейности γ мал, можно построить теорию возмущений по нему.

В случае, когда нелинейность произвольная, а мощность шума мала по сравнению с мощностью сигнала, мы используем метод, аналогичный методу поиска классической траектории в квантовой механике [15]. Идея вычислений следующая. При малой мощности шума вклад в континуальный интеграл должны давать траектории, которые близки к траектории при нулевом шуме. Поэтому для вычисления интеграла мы используем метод интеграла Лапласа [16]. Главный вклад в интеграл по траекториям дает область вблизи траектории $\Psi_\omega(z)$, на которой действие $S[\Psi_\omega(z)]$ достигает минимума. Используя развитый метод, мы вычислили функцию плотности условной вероятности, энтропию выходящего из канала сигнала, условную энтропию, взаимную информацию, оптимальную функцию распределения начального сигнала и емкость для бездисперсионного нелинейного оптоволоконного канала связи точно по параметру керровской нелинейности в лидирующем и следующем за лидирующем порядке по параметру отношения мощности шума к мощности сигнала. Мы показали, что оптимальная функция распределения начального сигнала отличается от гауссова и полугауссова, которые считались оптимальными ранее. Было показано, что при стремлении параметра керровской нелинейности к нулю, наши результаты переходят в соответствующие результаты для линейного канала связи. При большом параметре нелинейности, емкость рассматриваемого канала связи растет как $\log \log P$, т.е. гораздо медленнее, чем емкость линейного канала связи. Тем не менее, в рассматриваемой области мощностей входящего сигнала найденная нами емкость канала выше, чем нижняя граница емкости, найденная в работе [17]. На рисунке 6 приведены зависимости емкостей линейного и нелинейного каналов связи. График построен для следующих параметров: $Q = 1.5 \times 10^{-7} \text{ мВт}^{-1}$, $\gamma = 10^{-3} \text{ мВт}^{-1} \text{ км}^{-1}$, $L = 1000 \text{ км}$, которые близки к параметрам современных линий связи. На рис. 6 видно, что шенноновский результат для емкости линейного канала связи с аддитивным шумом всегда больше полученного нами результата для нелинейного бездисперсионного оптоволоконного канала связи.

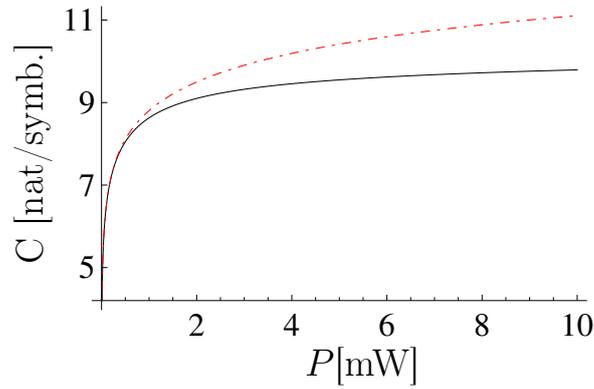


Рис. 6 — Емкости каналов связи для следующих параметров: $Q = 1.5 \times 10^{-7} \text{ мВт км}^{-1}$, $\gamma = 10^{-3} \text{ мВт}^{-1} \text{ км}^{-1}$, $L = 10^3 \text{ км}$. Сплошная линия соответствует емкости бездисперсионного нелинейного оптоволоконного канала связи, штрих-пунктирная линия соответствует результату Шеннона $\log(1 + \text{SNR})$ для емкости линейного канала связи.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Вычислен индуцированный кулоновской примесью заряд точно по параметру $Z\alpha$ в докритическом режиме в графене. Используя подход Хартри, найдена зависимость эффективного зарядового номера примеси от параметра $Z\alpha$. Показано, что кулоновская примесь с зарядовым номером равным единице всегда остается в докритическом режиме, а индуцированный заряд локализован на примеси. Примеси с зарядовыми номерами больше единицы могут перейти в закритический режим.
2. Исследованы плотность индуцированного заряда и индуцированный заряд в графене в присутствии локализованного потенциала. Вычислена асимптотика плотности индуцированного заряда в области $r \gg R$ в докритическом и закритическом режимах. Здесь R — характерный радиус локализации потенциала. Кроме того, вычислен индуцированный заряд. Показано, что малое изменение параметров потенциала вблизи его критического значения существенно изменяет плотность индуцированного заряда и сам заряд.
3. Исследована плотность индуцированного тока в графене в поле соленоида малого радиуса R на расстояниях много больших R . Показано, что в случае, если электроны не могут проникать в область

ненулевого магнитного поля, индуцированный ток является периодической функцией магнитного потока. В случае, если электроны проникают в область ненулевого поля, индуцированный ток не является периодической функцией магнитного потока. Показано, что если электрон может проникать в область ненулевого магнитного поля, то асимптотика плотности индуцированного тока при $r \gg R$ зависит только от полного магнитного потока через соленоид и не зависит от распределения магнитного поля внутри соленоида. Показано, что параметр расширения θ гамильтониана для электрона в графене в поле бесконечно тонкого соленоида имеет универсальное значение $\theta = \pi/2$.

4. Рассмотрена простая модель электрон-электронного взаимодействия в графене в пренебрежении возбуждениями типа электрон-дырка в промежуточных состояниях. Показано, что в процессе рассеяния волнового пакета возникает локализованное состояние. С точки зрения внешнего наблюдателя, данный процесс выглядит как неупругий. Причина этого – дополнительное двукратное вырождение спектра гамильтониана двух электронов. Это вырождение является следствием вырожденности матрицы производных в гамильтониане. В случае кулоновского взаимодействия между электронами, вычислен коэффициент адгезии, то есть вероятность того, что рассеивающиеся электроны останутся на конечном расстоянии.
5. Рассмотрена задача взаимодействия двух электронов в графене с учетом возбуждений электрон-дырка в промежуточных состояниях, то есть с учетом электронов под поверхностью Ферми. Используя уравнение Бете-Солпитера в лидирующем приближении по потенциалу взаимодействия, получено уравнение на волновую функцию двух электронов в графене, в котором учтено положение энергии Ферми E_F . Подробно рассмотрено это уравнение в случае, когда полный импульс системы двух электронов равен нулю. В этом случае найдены плотность $\rho(t, \mathbf{r})$ и ток $\mathbf{j}_{tot}(t, \mathbf{r})$, удовлетворяющие уравнению непрерывности. Показано, что картина рассеяния существенно зависит от положения энергии Ферми относительно положения дираковской точки. Показано, что при отличном от нуля угловом

момента, $E_F < 0$ и энергии электронов E , удовлетворяющей условию $0 < E < \max V(r)$, в случае, когда волновой пакет, отвечающий задаче рассеяния, приходит в область ненулевого потенциала, возникает долгоживущее локализованное состояние, которое затем распадается в набор волновых пакетов, следующих друг за другом. При $E > \max V(r)$ локализованное состояние не возникает. При нулевом угловом моменте и произвольной E_F долгоживущее локализованное состояние не возникает. Показано, что при произвольном угловом моменте и $E_F > 0$ локализованные состояния также не возникают. Показано, что в случае $E_F < 0$ возникает бесконечный набор локализованных стационарных состояний с конечной нормировкой и типичным масштабом локализации $1/|E_F|$.

6. Рассмотрена примесь со спином, помещенная в трехмерную антиферромагнитную систему, которая находится вблизи квантовой критической точки со стороны парамагнитной фазы. Точка разделяет парамагнитную и антиферромагнитную фазы. Используя метод эффективного лагранжиана, вычислены распределение плотности спина (намагниченность) и антиферромагнитной намагниченности в индуцированном примесью облаке. Для вычисления использовались два метода: самосогласованное борновское приближение и ренорм-групповой подход. Показано, что результаты обоих методов для примеси со спином $S = 1/2$ согласуются с точностью $1/N$, где в нашем случае $N = 3$. Однако при больших значениях спина примеси самосогласованное борновское приближение неприменимо, поскольку параметр малости $1/N$ компенсируется большим спином. При $S \geq 1$ применим ренорм-групповой подход. Продемонстрировано, что в трех измерениях возникает эффект разделения спина и заряда вблизи квантовой критической точки.
7. Для канала связи, описываемого нелинейным уравнением Шредингера с аддитивным шумом, разработаны методы вычисления функции плотности условной вероятности для двух различных случаев. В случае малого параметра нелинейности разработан метод теории возмущений по параметру нелинейности для вычисления континуального интеграла, описывающего функцию плотности условной ве-

роятности. В случае большого отношения мощности сигнала к мощности шума и произвольного параметра нелинейности разработан метод вычисления функции плотности условной вероятности, аналогичный методу вычислений “квазиклассических” поправок в квантовой механике.

8. Для нелинейного канала связи с нулевой дисперсией вычислена функция плотности условной вероятности, энтропия выходящего сигнала, условная энтропия, взаимная информация, оптимальная функция распределения входящего в канал сигнала и емкость канала связи в лидирующем и следующем за лидирующим приближении по параметру отношения мощности сигнала к мощности шума и точно по параметру керровской нелинейности. Показано, что емкость данного канала связи растет как дважды логарифм средней мощности сигнала, что существенно отличается от линейного канала связи.

Основные результаты опубликованы в следующих работах:

1. Terekhov I. S., Milstein A. I., Kotov V. N., Sushkov O. P. Screening of Coulomb Impurities in Graphene // *Phys. Rev. Lett.* 2008. Vol. 100. P. 076803.
2. Milstein A. I., Terekhov I. S. Induced charge generated by a potential well in graphene // *Phys. Rev. B* 2010. Vol. 81. P. 125419.
3. Jackiw R., Milstein A. I., Pi S.-Y., Terekhov I. S. Induced current and Aharonov-Bohm effect in graphene // *Phys. Rev. B* 2009, Vol. 80. P. 033413.
4. Milstein A. I., Terekhov I. S. Induced current in the presence of a magnetic flux tube of small radius // *Phys. Rev. B* 2011. Vol. 83. P. 075420.
5. Lee R. N., Milstein A. I., Terekhov I. S. Quasilocalized states in a model of electron-electron interaction in graphene // *Phys. Rev. B* 2012, Vol. 86. P. 035425.
6. Milstein A. I., Terekhov I. S. Electron-electron interaction in graphene at finite Fermi energy // *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures.* 2019. Vol. 109. P. 73-77.

7. Kharkov Y. A., Terekhov I. S., Sushkov O. P. Impurity-induced magnetization in a three-dimensional antiferromagnet at the quantum critical point // Phys. Rev. B 2015. Vol. 92. P. 155122.
8. Terekhov I.S., Vergeles S.S., Turitsyn S.K. Conditional Probability Calculations for the Nonlinear Schrödinger Equation with Additive Noise // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 113, P. 230602.
9. Terekhov I. S., Reznichenko A. V., Kharkov Ya. A., Turitsyn S. K. Log-log growth of channel capacity for nondispersive nonlinear optical fiber channel in intermediate power range // Phys. Rev. E 2017. Vol. 95. P. 062133.
10. Panarin A. A., Reznichenko A. V., Terekhov I. S. Next-to-leading-order corrections to capacity for a nondispersive nonlinear optical fiber channel in the intermediate power region // Phys. Rev. E 2017. Vol. 95. P. 012127.
11. Reznichenko A. V., Chernykh A. I., Smirnov S. V., Terekhov I. S. The loglog growth of channel capacity for nondispersive nonlinear optical fiber channel in intermediate power range. Extension of the model // Phys. Rev. E 2019. Vol. 99. P. 012133.

Список литературы

- [1] Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. Москва “Наука”, 1987.
- [2] Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля, Том 1. Москва “Наука”, 1984.
- [3] Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля, Том 2. Москва “Наука”, 1984.
- [4] Zinn-Justin J. Quantum field theory and critical phenomena (3rd ed.). Oxford “University Press”, 1996.
- [5] Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Москва “Физматгиз”, 1962.
- [6] Монин А. С., Яглом А. М., Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Часть 2. Москва “Наука”, 1967.

- [7] Kleinert H. Path Integrals in Quantum Mechanics, Statistics, Polimer Physics and Financial Markets. Singapore “World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.”, 2009.
- [8] A. I. Milstein and V. M. Strakhovenko Density of induced charge in a strong Coulomb field // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 1983. Vol. 84. P. 1247-1256.
- [9] Milstein A. I., Strakhovenko V. M. The $O(2,1)$ algebra and the electron green function in a Coulomb field // Physics Letters A. 1982. Vol. 90. P. 447450.
- [10] Sitenko Yu. A. Nonlocality, Self-Adjointness and Theta-Vacuum in Quantum Field Theory in Spaces with Nontrivial Topology // Ukrainian Journal of Physics. 1998. Vol. 43. P. 1513 (1998).
- [11] Sitenko Yu. A. Induced vacuum condensates in the background of a singular magnetic vortex in $(2+1)$ -dimensional space-time // Physical Review D. 1999. Vol. 60. P. 125017.
- [12] Mahan G. D. Many-particle physics. New York “Kluwer Academic/Plenum Publishers”, 2000.
- [13] Iannoe E., Matera F., Mecozzi A., Settembre M. Nonlinear Optical Communication Networks. New York “John Wiley & Sons”, 1998.
- [14] Essiambre R.-J., Foschini G. J., Kramer G., Winzer P. J. Capacity Limits of Information Transport in Fiber-Optic Networks // Physical Review Letters. 2008. Vol. 101. P. 163901.
- [15] Фейнман Р., Хиббс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. Москва “Мир”, 1968.
- [16] Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функции комплексного переменного. Москва “Наука”, 1973.
- [17] Turitsyn K. S., Derevyanko S. A., Yurkevich I. V., Turitsyn S. K. Information Capacity of Optical Fiber Channels with Zero Average Dispersion // Physical Review Letters. 2003. Vol. 91. P. 203901.

ТЕРЕХОВ Иван Сергеевич

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТОВ
В ФИЗИКЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА
И ПРОЦЕССОВ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ
ВНЕ РАМОК ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Сдано в набор 4.03.2019 г.

Подписано к печати 4.03.2019 г.

Формат 60×90 1/16 Объём 1,5 печ.л., 1,2 уч.-изд.л.

Тираж 100 экз. Бесплатно. Заказ № 1

Обработано на IBM PC и отпечатано
на ротапринте ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.