

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ ИМ. Г.И. БУДКЕРА  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

*На правах рукописи*

Руденко Александр Сергеевич

**Формфакторы  $f_1(1285)$  мезона и асимметрии  
в  $e^+e^-$ -аннигиляции и распадах частиц**

01.04.02 – теоретическая физика

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор  
Мильштейн Александр Ильич

Новосибирск – 2020

## Оглавление

<b>Введение</b> . . . . .	<b>4</b>
<b>Глава 1. <math>T</math>-нечётные импульсные корреляции в распадах <math>K_{l3\gamma}^0</math></b> . . . . .	<b>11</b>
1.1. Матричные элементы и вероятности распадов $K_{l3\gamma}^0$ . . . . .	13
1.2. $T$ -нечётная асимметрия в распадах $K_{l3\gamma}^0$ . . . . .	18
<b>Глава 2. Рождение <math>f_1(1285)</math> мезона в процессе <math>e^+e^- \rightarrow f_1(1285)</math></b> . . . . .	<b>27</b>
2.1. Оценка ширины распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ . . . . .	28
2.2. Амплитуда распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ . . . . .	29
2.3. Параметризация формфакторов $f_1(1285)$ мезона . . . . .	31
2.4. Ограничения на константы распада $f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma$ из экспериментальных данных . . . . .	34
2.5. Вычисление ширины распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ и сечения процесса $e^+e^- \rightarrow$ $f_1(1285)$ . . . . .	37
<b>Глава 3. Исследование рождения <math>f_1(1285)</math> мезона в процессе <math>e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow</math>         <math>\eta\pi\pi</math></b> . . . . .	<b>42</b>
3.1. Процесс $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$ . . . . .	42
3.2. Зарядовая асимметрия в процессе $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ . . . . .	44
<b>Глава 4. Рождение <math>f_1(1285)</math> мезона в процессе <math>e^+e^- \rightarrow e^+e^-f_1(1285)</math></b> . . . . .	<b>50</b>
4.1. Экспериментальные результаты для процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-f_1(1285)$ . . . . .	50
4.2. Общий вид формфакторов $f_1(1285)$ мезона . . . . .	52
4.3. Параметры модели . . . . .	54
4.4. Процесс $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$ . . . . .	56
4.5. Теоретические предсказания для процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-f_1(1285)$ . . . . .	58
4.6. Распад $f_1(1285) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-$ . . . . .	60

---

<b>Глава 5. Эффекты продольной поляризации электронов в реакции <math>e^+e^- \rightarrow</math></b>	
$J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$ . . . . .	<b>62</b>
5.1. Спиральные амплитуды и формфакторы $\Lambda$ бариона . . . . .	62
5.2. Угловые распределения и асимметрии . . . . .	67
<b>Заключение</b> . . . . .	<b>73</b>
<b>Список литературы</b> . . . . .	<b>75</b>

## Введение

Понятие симметрии является одним из важнейших понятий в физике. Согласно теореме Нётер [1] каждой непрерывной симметрии физической системы соответствует некоторый закон сохранения. Так, однородности времени соответствует закон сохранения энергии, а однородности пространства соответствует закон сохранения импульса.

В физике элементарных частиц помимо непрерывных симметрий важную роль играют также дискретные симметрии, в частности симметрии относительно пространственной инверсии  $P$ , зарядового сопряжения  $C$  и обращения времени  $T$ . Эксперименты показывают, что перечисленные симметрии по отдельности не являются точными симметриями природы и физические законы являются инвариантными лишь по отношению к одновременной комбинации этих трёх симметрий,  $CPT$ . Таким образом, нарушение  $T$ -симметрии означает также и одновременное нарушение  $CP$ -симметрии.

Нарушение  $CP$ -симметрии впервые было обнаружено в распадах долгоживущих нейтральных  $K$  мезонов,  $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  [2]. Оказалось, что  $K_L^0$  мезоны, считавшиеся до этого  $CP$ -нечётными, могут распадаться в  $CP$ -чётное состояние  $\pi^+\pi^-$ , то есть представляют собой  $CP$ -нечётное состояние ( $K_2^0$ ) с небольшой примесью  $CP$ -чётного состояния ( $K_1^0$ ). При этом всё  $CP$ -нарушение заключается в перемешивании  $K_2^0 \leftrightarrow K_1^0$ . Такое  $CP$ -нарушение называется непрямым. Прямое  $CP$ -нарушение также было открыто в распадах нейтральных  $K$  мезонов [3, 4]. Было экспериментально доказано, что существуют прямые  $CP$ -запрещённые распады  $K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  и  $K_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ . Таким образом, исследование распадов нейтральных  $K$  мезонов привело к открытию двух типов нарушения  $CP$ -инвариантности и потому является очень перспективным с точки зрения дальнейшего изучения  $CP$ -нарушения.

Поскольку в Стандартной модели физики частиц нарушение  $CP$ -симметрии очень мало, то одним из основных направлений поиска новой физики за пределами Стандартной модели является поиск эффектов  $CP$ -нарушения, что в свою очередь означает нарушение  $T$ -инвариантности. Обычно нарушение  $T$ -инвариантности пытаются найти при экспериментальном изучении  $T$ -нечётных корреляций в распадах частиц. Физическая величина

называется  $T$ -нечётной, если меняет знак при изменении знака времени,  $t \rightarrow -t$ . Такими величинами, в частности, являются импульсы и спины частиц. В распадах нейтральных  $K$  мезонов, например,  $K^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu$  ( $K_{\mu 3}^0$ ),  $T$ -нечётной наблюдаемой может являться поперечная поляризация мюона  $P_T \propto \mathbf{s}_\mu \cdot (\mathbf{p}_\mu \times \mathbf{p}_\pi)$  [5, 6]. Если же в эксперименте не измеряется поляризация лептона, то в качестве  $T$ -нечётной наблюдаемой можно выбрать смешанное произведение трёх независимых импульсов конечных частиц,  $\xi \propto \mathbf{q} \cdot (\mathbf{p} \times \mathbf{k})$  [7]. Однако это возможно только для распадов, в которых в конечном состоянии имеется по крайней мере четыре частицы, например,  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$  ( $K_{l 3 \gamma}^0$ ), где  $l = e, \mu$ .

Нужно отметить, что само по себе наблюдение  $T$ -нечётных корреляций не означает нарушение  $T$ -инвариантности, так как операция обращения времени  $T$  не сводится к простому изменению знаков импульсов и спинов частиц, она также включает в себя перестановку начального и конечного состояний системы.  $T$ -нечётные корреляции могут возникать и в результате взаимодействий, сохраняющих  $T$ -инвариантность. Поэтому, чтобы извлечь из эксперимента сигнал, относящийся к  $CP$ -нарушению, необходимо понимать все возможные эффекты в рамках Стандартной модели, которые также приводят к соответствующей  $T$ -нечётной асимметрии. К таким эффектам относится, в частности, взаимодействие в конечном состоянии. Ранее  $T$ -нечётные тройные импульсные корреляции, возникающие в Стандартной модели из-за взаимодействия в конечном состоянии, были теоретически исследованы в распадах заряженных  $K$  мезонов,  $K^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l \gamma$  ( $K_{l 3 \gamma}^+$ ) [8, 9, 10].  $T$ -нечётная асимметрия  $A_\xi$  в распадах  $K_{l 3 \gamma}^\pm$  была также измерена экспериментально [11, 12, 13, 14]. Однако представляет несомненный интерес изучить  $T$ -нечётные импульсные корреляции и в распадах нейтральных  $K$  мезонов. Вычислению соответствующей  $T$ -нечётной асимметрии в распадах  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$  посвящена первая глава, которая основана на работе [15].

Другим основным направлением поиска физики за пределами Стандартной модели является измерение аномального магнитного момента мюона  $a_\mu$ . Отклонение экспериментально измеренного значения этой величины от предсказанного Стандартной моделью могло бы свидетельствовать о наличии эффектов новой физики. В настоящее время существует довольно значительное расхождение между экспериментом и теорией, которое составляет 3.3 стандартных отклонения [16]. Это может означать как наличие новой физики, так и то, что не все теоретические и экспериментальные неопределённости учтены правильным образом. В Стандартной модели величина  $a_\mu$  состоит из суммы вкладов электромагнитных, слабых и сильных взаимодействий. Первые два вклада могут быть вычислены довольно точно из первых принципов. Однако третий вклад не может быть

рассчитан теоретически с достаточной точностью, так как требует вычисления адронных петель. Этот вклад оценивается из экспериментальных данных по электрон-позитронной аннигиляции в адроны. Таким образом, точное измерение сечения этого процесса представляет собой одну из основных задач, которые стоят перед физиками, работающими на современных  $e^+e^-$  коллайдерах, в том числе на коллайдере ВЭПП-2000 в ИЯФ СО РАН.

Один из адронных вкладов в  $a_\mu$  связан с процессом рассеяния света на свете. Этот вклад рассчитывается с помощью феноменологических моделей и имеет большую погрешность, которая с увеличением точности экспериментов может стать доминирующей. Для уточнения и проверки теоретических моделей нужны данные по двухфотонным процессам, в частности по прямому рождению адронных резонансов с положительной  $C$ -чётностью.

Идея исследования рождения  $C$ -чётных адронных резонансов на  $e^+e^-$  коллайдерах была выдвинута много лет тому назад, практически одновременно с появлением самих электрон-позитронных коллайдеров [17]. Вскоре после этого была рассмотрена возможность исследования на встречных электрон-позитронных пучках тензорного  $2^{++}$  мезона, известного сейчас как  $f_2(1270)$  [18]. С тех пор было проведено несколько экспериментов по поиску прямого рождения  $C$ -чётных резонансов в  $e^+e^-$  столкновениях,  $e^+e^- \rightarrow R$ , но до недавнего времени соответствующих событий зафиксировано не было. В итоге были лишь установлены очень низкие верхние пределы на электронные ширины некоторых  $C$ -чётных мезонов [19, 20, 21, 22]:

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\eta'(958) \rightarrow e^+e^-) &< 0.002 \text{ эВ (90\% C.L.)}, \\
 \Gamma(f_2(1270) \rightarrow e^+e^-) &< 0.11 \text{ эВ (90\% C.L.)}, \\
 \Gamma(a_2(1320) \rightarrow e^+e^-) &< 0.56 \text{ эВ (90\% C.L.)}, \\
 \Gamma(X(3872) \rightarrow e^+e^-) &< 4.3 \text{ эВ (90\% C.L.)}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Объяснение малости электронных ширин  $C$ -чётных резонансов состоит в том, что соответствующие распады происходят через два виртуальных фотона и поэтому ширины содержат малый множитель  $\alpha^4$ , где  $\alpha \approx 1/137$  – постоянная тонкой структуры.

Недавно в ИЯФ СО РАН был начат эксперимент по поиску прямого рождения  $C$ -чётного псевдовекторного  $1^{++}$  мезона  $f_1(1285)$  в  $e^+e^-$  аннигиляции [23]. Поэтому возникла необходимость получить теоретические предсказания для ширины распада  $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$  и, соответственно, сечения прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  столкновениях,  $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285))$ .

Стоит отметить, что в настоящее время существует довольно обширный список работ, посвящённых рождению  $1^{++}$  резонансов в  $e^+e^-$  аннигиляции. Прямое рождение  $1^{++}$  состояний через нейтральный ток было рассмотрено много лет назад в нерелятивистской модели кваркония [24]. Расчёт ширины распада  $1^{++}$  состояния  ${}^3P_1$  в  $e^+e^-$  пару,  $\Gamma({}^3P_1 \rightarrow e^+e^-)$ , был выполнен в моделях кваркония и векторной доминантности [25]. Имеется также несколько недавних работ, посвящённых распадам  $1^{++}$  мезонов  $X(3872)$  и  $\chi_{c1}$  в  $e^+e^-$  пару и их рождению в  $e^+e^-$  столкновениях [26, 27, 28, 29]. Рождение  $1^{++}$  резонансов в двухфотонных столкновениях,  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-R$ , также широко изучалось как теоретически [30, 31, 32, 33, 34], так и экспериментально [35, 36, 37, 38]. Тем не менее, несмотря на множество научных статей, посвящённых  $1^{++}$  резонансам, к моменту начала нашей работы не существовало ни экспериментальных ограничений на электронную ширину  $f_1(1285)$  мезона, ни соответствующих теоретических предсказаний.

Экспериментальные и теоретические исследования двухфотонного рождения  $f_1(1285)$  мезона очень интересны ещё и потому, что частица со спином  $S = 1$  не может рождаться в столкновении двух реальных фотонов из-за их тождественности [39, 40]. Однако  $f_1(1285)$  мезон может рождаться либо в столкновении двух виртуальных фотонов, либо одного виртуального и одного реального фотонов. Таким образом, вероятность этих процессов может быть чувствительна к внутренней структуре  $f_1(1285)$  мезона, то есть к зависимости его формфакторов от виртуальностей фотонов. К сожалению, в настоящее время квантовая хромодинамика не может предсказать вид соответствующих формфакторов при умеренных виртуальностях фотонов. Некоторые предсказания для формфакторов существуют только в области очень больших виртуальностей, хотя даже в этом случае конкретный вид формфакторов зависит от неизвестных волновых функций  $f_1(1285)$  мезона [30]. Таким образом, чтобы понять особенности процессов рождения  $f_1(1285)$  мезона, необходимо использовать феноменологическую параметризацию формфакторов, которая должна быть согласована с имеющимися экспериментальными данными. Одна из таких феноменологических параметризаций, основанная на модели векторной доминантности, рассмотрена во второй главе диссертации, следуя работе [41].

Как было отмечено выше, важной областью исследований в физике элементарных частиц является изучение асимметрий. Примером такого рода может служить зарядовая асимметрия в процессе  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ . Данный процесс протекает главным образом через однофотонную аннигиляцию  $e^+e^- \rightarrow \rho \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ , которая довольно хорошо описывается моделью векторной доминантности с промежуточными  $C$ -нечётными мезонами  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$  [42]. Однако этот процесс может также идти и через двухфотонную аннигиляцию

$e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  с промежуточным  $C$ -чётным мезоном  $f_1(1285)$ . Измерение сечения  $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)$  представляет собой довольно сложную задачу, так как это сечение подавлено по отношению к сечению  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \rho \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)$ . Одной из возможностей преодолеть эту трудность является исследование канала двухфотонной аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  посредством  $C$ -нечётных эффектов, которые возникают из-за интерференции  $C$ -нечётной однофотонной и  $C$ -чётной двухфотонной амплитуд. Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$  и зарядовая асимметрия в реакции  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  вычислены в третьей главе диссертации, следуя работе [41] и используя феноменологическую параметризацию формфакторов  $f_1(1285)$  мезона, рассмотренную во второй главе.

Вычисления показали, что обсуждаемая во второй главе параметризация хорошо согласуется с данными почти всех имеющихся экспериментов, за исключением только результатов для процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$ . Таким образом, возникла необходимость найти другую параметризацию формфакторов  $f_1(1285)$  мезона, которая будет находиться в согласии со всеми имеющимися экспериментальными результатами, в том числе и для процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$ . Такая параметризация рассмотрена в четвёртой главе, которая основана на работе [43].

Ещё одним направлением поиска физики за пределами Стандартной модели являются прецизионные измерения параметров электрослабого взаимодействия. В ближайшие годы появится новое поколение электрон-позитронных коллайдеров, так называемые супер-фабрики, со светимостью, в десятки раз превосходящей светимость предыдущих коллайдеров. Супер  $B$ -фабрика SuperKEKB уже начала сбор данных, а два проекта Супер  $c$ - $\tau$  фабрик находятся на рассмотрении [44, 45]. Оба этих проекта предполагают, что электронный пучок в точке столкновения будет продольно поляризован. Наличие поляризованных электронов делает физическую программу проекта более богатой, в частности появляется возможность измерять величины, недоступные для измерения на коллайдерах с неполяризованными пучками.

Центральной частью экспериментальной программы Супер  $c$ - $\tau$  фабрики с поляризованным электронным пучком является прецизионная электрослабая физика. Взаимодействие  $Z$  бозона с лептонами, нарушающее  $P$ -инвариантность, приводит к зависимости сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow J/\psi$  от спиральности электронов вследствие интерференции амплитуд  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow J/\psi$  и  $e^+e^- \rightarrow Z^* \rightarrow J/\psi$ . Этот эффект выражается в наличии лево-правой асимметрии,

$$\mathcal{A}_{LR}^0 \equiv \frac{\sigma_R - \sigma_L}{\sigma_R + \sigma_L}, \quad (2)$$



где  $\sigma_R$  и  $\sigma_L$  – полные сечения рождения  $J/\psi$  мезона в  $e^+e^-$  аннигиляции с правополяризованными и левополяризованными электронами, соответственно. В Стандартной модели величина этой асимметрии для процесса  $e^+e^- \rightarrow J/\psi$  в случае полностью поляризованных электронов равняется [46]

$$\mathcal{A}_{LR}^0 = \frac{-\sin^2 \theta_{\text{eff}} + 3/8}{2 \sin^2 \theta_{\text{eff}} (1 - \sin^2 \theta_{\text{eff}})} \left( \frac{m_{J/\psi}}{m_Z} \right)^2 \approx 4.7 \cdot 10^{-4}. \quad (3)$$

Здесь  $m_{J/\psi} = 3096.9$  МэВ – масса  $J/\psi$  мезона,  $m_Z = 91.19$  ГэВ – масса  $Z$  бозона и  $\sin^2 \theta_{\text{eff}} \approx 0.23$ , где  $\theta_{\text{eff}}$  – эффективный угол электрослабого смешивания (угол Вайнберга), который, вообще говоря, зависит от передачи импульса. Величина  $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$  была измерена с относительной точностью 0.1% в точке  $Z$  резонанса на коллайдерах LEP и SLC [47]. В ряде экспериментов значение  $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$  было также измерено при более низких передачах импульса с относительной точностью в несколько процентов (см. обзоры [48, 49]).

Однако в эксперименте электроны никогда не бывают полностью поляризованы, поэтому наблюдаемая асимметрия  $\mathcal{A}_{LR}$  отличается от  $\mathcal{A}_{LR}^0$  и выражается следующим образом:

$$\mathcal{A}_{LR} \equiv \frac{\sigma_{\mathcal{P}_e} - \sigma_{-\mathcal{P}_e}}{\sigma_{\mathcal{P}_e} + \sigma_{-\mathcal{P}_e}} = \mathcal{A}_{LR}^0 \mathcal{P}_e, \quad (4)$$

где  $\mathcal{P}_e$  – средняя продольная поляризация электронов,  $-1 \leq \mathcal{P}_e \leq 1$ .

Таким образом, для получения экспериментального значения  $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$  необходимо измерить две величины: асимметрию сечения  $\mathcal{A}_{LR}$  и среднюю поляризацию электронного пучка  $\mathcal{P}_e$ . В проекте Супер  $c$ - $\tau$  фабрики для этого предполагается использовать процесс аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$ . В нашей работе [50] предложен метод измерения величины  $\mathcal{P}_e$ , основанный на анализе экспериментальных данных, собранных детектором, в частности на анализе угловых распределений в процессе  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$ . Таким образом, одной из целей нашей работы был расчёт углового распределения в реакции аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$  для случая продольно поляризованного электронного пучка и неполяризованного позитронного пучка. Этому расчёту посвящена пятая глава, которая основана на работе [50].

**На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:**

- Вычислена  $T$ -нечётная асимметрия, возникающая из-за электромагнитного взаимодействия в конечном состоянии, в распадах  $K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e \gamma$  и  $K^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu \gamma$ .

- Предложена параметризация формфакторов  $f_1(1285)$  мезона, которая согласуется с имеющимися экспериментальными данными.
- Получены теоретические предсказания для электронной ширины распада  $f_1(1285)$  мезона и, соответственно, сечения рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  аннигиляции.
- Вычислена зарядовая асимметрия в процессе  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ , возникающая из-за интерференции между амплитудами  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  и  $e^+e^- \rightarrow \rho \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ .
- Получено угловое распределение в реакции  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$  для случая продольно поляризованного электронного пучка.

## Глава 1

### $T$ -нечётные импульсные корреляции в распадах $K_{l3\gamma}^0$

Данная глава основана на работе [15] и посвящена вычислению  $T$ -нечётной асимметрии  $A_\xi$  в радиационных полуплептонных распадах нейтральных  $K$  мезонов,  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$  ( $K_{l3\gamma}^0$ ), где  $l^+$  – положительно заряженный лептон (позитрон  $e^+$  или мюон  $\mu^+$ ),  $\nu_l$  – соответствующее нейтрино. Эта асимметрия связана с  $T$ -нечётной наблюдаемой  $\xi$  и определяется как

$$A_\xi = \frac{N_{\xi>0} - N_{\xi<0}}{N_{\xi>0} + N_{\xi<0}}, \quad (1.1)$$

где  $N_{\xi>0}$  и  $N_{\xi<0}$  – число распадов, для которых  $\xi > 0$  и  $\xi < 0$ , соответственно.  $T$ -нечётная наблюдаемая  $\xi$  представляет собой смешанное произведение трёх импульсов конечных частиц, и мы определяем её как  $\xi = \mathbf{q} \cdot [\mathbf{p}_l \times \mathbf{p}_\pi] / M_K^3$ , где  $M_K$  – масса  $K^0$  мезона,  $\mathbf{q}$ ,  $\mathbf{p}_l$  и  $\mathbf{p}_\pi$  – импульсы фотона, лептона и  $\pi^-$  мезона, соответственно. Наличие ненулевой асимметрии  $A_\xi$  означает, что эти импульсы скоррелированы, то есть фотон в данных распадах излучается преимущественно в ту или иную сторону относительно плоскости, образованной векторами  $\mathbf{p}_l$  и  $\mathbf{p}_\pi$ .

В обсуждаемую  $T$ -нечётную асимметрию  $A_\xi$  могут давать вклад гипотетические взаимодействия за пределами Стандартной модели, поэтому экспериментальное измерение этой асимметрии очень важно. Заметим, что  $T$ -нечётные импульсные корреляции возникают в Стандартной модели не только из-за нарушения  $T$ -инвариантности, но и из-за взаимодействий в конечном состоянии, которые сохраняют  $T$ -инвариантность. При этом в распадах  $K^0$  мезона,  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$ , и в соответствующих распадах его античастицы  $\bar{K}^0$  мезона,  $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l \gamma$ , асимметрии  $A_\xi$  будут одинаковы, если  $T$ -инвариантность сохраняется, и будут отличаться только знаком, если  $T$ -инвариантность нарушается. Следовательно, измерение разности асимметрий в распадах  $K^0$  и  $\bar{K}^0$  мезонов позволит однозначно судить о наличии взаимодействий, нарушающих  $T$ -инвариантность. Однако, если в эксперименте по измерению асимметрии  $A_\xi$  используются распады только  $K^0$  либо только

$\bar{K}^0$  мезонов, то, чтобы правильно интерпретировать результаты эксперимента, необходимо знать величину  $A_\xi$  в рамках Стандартной модели.

Ранее такая асимметрия была вычислена в Стандартной модели в радиационных полулептонных распадах заряженных  $K$  мезонов,  $K^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l \gamma$  ( $K_{l3\gamma}^+$ ). В таблице 1.1 приведены результаты вычислений для асимметрии, обусловленной электромагнитным  $A_\xi^{em}$  [8, 9] и сильным взаимодействием  $A_\xi^{str}$  [10].

Таблица 1.1. Асимметрия  $A_\xi$  в распадах заряженных  $K$  мезонов,  $K^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l \gamma$ , вычисленная в рамках Стандартной модели

	$l = \mu$	$l = e$
$A_\xi^{em}$ [8]	$1.14 \times 10^{-4}$	$-0.59 \times 10^{-4}$
$A_\xi^{em}$ [9]	$2.38 \times 10^{-4}$	$-0.93 \times 10^{-4}$
$A_\xi^{str}$ [10]	$0.9 \times 10^{-6}$	$0.37 \times 10^{-6}$

Согласно теоретическим результатам, приведённым в таблице 1.1, асимметрия в распадах  $K_{l3\gamma}^+$ , обусловленная сильным взаимодействием, на два порядка меньше, чем асимметрия, обусловленная электромагнитным взаимодействием.

В распадах заряженных  $K$  мезонов асимметрия  $A_\xi$  была не только теоретически вычислена, но и экспериментально измерена [11, 12, 13, 14]:

$$\begin{aligned}
A_\xi(K^- \rightarrow \pi^0 \mu^- \bar{\nu}_\mu \gamma) &= -0.03 \pm 0.13, \\
A_\xi(K^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e \gamma) &= -0.015 \pm 0.021, \\
A_\xi(K^+ \rightarrow \pi^0 \mu^+ \nu_\mu \gamma) &= -0.19 \pm 0.05 \pm 0.09, \\
A_\xi(K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e \gamma) &= -0.009 \pm 0.012.
\end{aligned} \tag{1.2}$$

К сожалению, в настоящее время экспериментальные ошибки значительно превышают теоретические предсказания (см. таблицу 1.1), что не позволяет проверить результаты вычислений на опыте.

Что касается распадов нейтральных  $K$  мезонов,  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$ , то они были ранее теоретически изучены в ряде работ [51, 52, 53]. В этих работах, в частности, были вычислены вероятности данных распадов. Однако  $T$ -нечётные тройные импульсные корреляции в этих распадах ранее не рассматривались. Таким образом, представляет интерес исследовать  $T$ -нечётные импульсные корреляции и вычислить соответствующую асимметрию в распадах нейтральных  $K$  мезонов,  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$ .

## 1.1. Матричные элементы и вероятности распадов $K_{l3\gamma}^0$

Прежде чем приступить к обсуждению радиационных полулептонных распадов  $K_{l3\gamma}^0$ , рассмотрим вначале полулептонные распады без излучения фотона,  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l$  ( $K_{l3}^0$ ), показанные на рисунке 1.1.

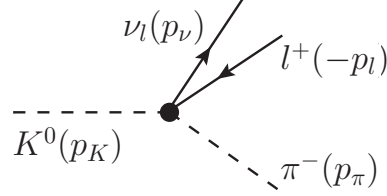


Рис. 1.1. Распады  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l$

Так как  $K^0$  мезон состоит из кварка  $d$  и антикварка  $\bar{s}$ ,  $K^0 = d\bar{s}$ , а  $\pi^-$  мезон – из кварка  $d$  и антикварка  $\bar{u}$ ,  $\pi^- = d\bar{u}$ , то распады  $K_{l3}^0$  обусловлены взаимодействием кваркового тока  $us$  с лептонными токами  $e\nu$  или  $\mu\nu$ . Это взаимодействие пропорционально  $\sin\theta_c$ , где  $\theta_c$  – угол Кабиббо. Поэтому амплитуду распада  $K_{l3}^0$  можно записать в виде

$$\mathcal{M} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin\theta_c \mathcal{H}_\alpha \mathcal{L}^\alpha, \quad (1.3)$$

где  $G_F$  – постоянная Ферми,  $\mathcal{H}_\alpha$  – адронный ток,  $\mathcal{L}^\alpha$  – лептонный ток. При этом лептонный ток имеет стандартный  $V - A$  вид [54],

$$\mathcal{L}^\alpha = \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \nu_l, \quad (1.4)$$

где  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  и, следовательно, в стандартном представлении  $\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Наше определение  $\gamma^5$  отличается знаком от определения в книге [54]. Адронный ток обычно параметризуют следующим образом:

$$\mathcal{H}_\alpha = f_+(t)(p_K + p_\pi)_\alpha + f_-(t)(p_K - p_\pi)_\alpha, \quad (1.5)$$

где  $f_+(t)$  и  $f_-(t)$  – формфакторы,  $t = (p_K - p_\pi)^2$  – квадрат импульса, переданного лептонной паре.

В результате амплитуда распада  $K_{l3}^0$  записывается как

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c [f_+(t)(p_K + p_\pi)_\alpha + f_-(t)(p_K - p_\pi)_\alpha] \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_l \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c [f_+(t)(p_K + p_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_l - m_l f_-(t) \bar{u}_\nu (1 + \gamma^5) v_l], \end{aligned} \quad (1.6)$$

где во второй строке мы воспользовались уравнением Дирака. Слагаемые, содержащие  $f_-(t)$ , дают вклад, пропорциональный массе лептона, и в случае  $l = e$  им можно пренебречь.

Теперь перейдём к рассмотрению радиационных распадов  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$ . Их можно изобразить с помощью диаграмм Фейнмана, показанных на рисунке 1.2. Здесь первая диаграмма описывает излучение фотона заряженным лептоном  $l^+$ , а вторая – излучение фотона  $\pi^-$  мезоном. Однако для данных распадов необходима ещё и третья диаграмма, на которой фотон испускается напрямую из адронной вершины. Такое излучение называется структурным. Необходимость третьей диаграммы следует из требования калибровочной инвариантности амплитуды.

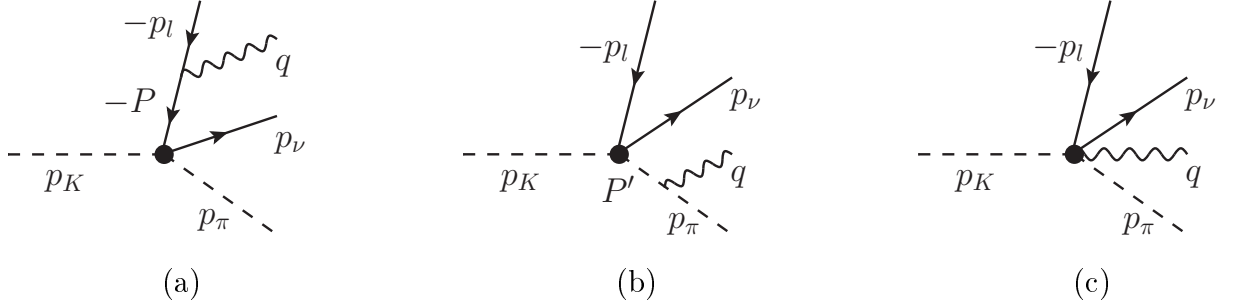


Рис. 1.2. Распады  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$

Матричные элементы для первых двух диаграмм, показанных на рисунке 1.2, с учётом выражения (1.6) записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{2a} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e [f_+(t)(p_K + p_\pi)_\alpha + f_-(t)(p_K - p_\pi)_\alpha] \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \left( \frac{p_l e^*}{p_l q} + \frac{\hat{q} e^*}{2 p_l q} \right) v_l, \\ \mathcal{M}_{2b} &= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e [f_+(t')(p_K + p_\pi + q)_\alpha + f_-(t')(p_K - p_\pi - q)_\alpha] \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_l \frac{p_\pi e^*}{p_\pi q}, \end{aligned} \quad (1.7)$$

где  $e$  – элементарный заряд ( $e > 0$ ),  $t' = (p_K - p_\pi - q)^2$ ; нижние индексы в обозначениях матричных элементов означают номер рисунка, на котором изображена соответствующая диаграмма Фейнмана.

Зависимость формфакторов  $f_+(t)$  и  $f_-(t)$  от передачи импульса  $t$  обычно парамет-

ризуется следующей формулой:

$$f_{\pm}(t) = f_{\pm}(0) \left( 1 + \lambda_{\pm} \frac{t}{m_{\pi}^2} \right). \quad (1.8)$$

Экспериментальные данные довольно хорошо описываются этой параметризацией при значении  $\lambda_+ \approx 0.03$  и при постоянном формфакторе  $f_-(t) = f_-(0)$  (то есть при  $\lambda_- = 0$ ) как в случае  $l = \mu$ , так и в случае  $l = e$  [16]. Таким образом, характерные значения отношения  $\lambda_+ t / m_{\pi}^2$  в обсуждаемых распадах малы,  $\lambda_+ t / m_{\pi}^2 \lesssim 0.1$ . Следовательно, с хорошей точностью можно считать, что  $f_+(t) \approx f_+(0)$ . Поскольку экспериментальное значение отношения  $f_-(0)/f_+(0)$  также мало,  $f_-(0)/f_+(0) \sim 0.1$  [55], то можно пренебречь  $f_-(0)$  по сравнению с  $f_+(0)$ . В приближении строгой  $SU(3)$ -симметрии  $f_+(0) = 1$ , но мы будем рассматривать  $f_+(0)$  как свободный параметр и использовать в расчётах экспериментальное значение произведения  $\sin \theta_c f_+(0) \approx 0.217$ .

В итоге выражения (1.7) упрощаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{2a} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) (p_K + p_{\pi})_{\alpha} \bar{u}_{\nu} \gamma^{\alpha} (1 - \gamma^5) \left( \frac{p_l e^*}{p_l q} + \frac{\hat{q} \hat{e}^*}{2 p_l q} \right) v_l, \\ \mathcal{M}_{2b} &= -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) (p_K + p_{\pi} + q)_{\alpha} \bar{u}_{\nu} \gamma^{\alpha} (1 - \gamma^5) v_l \frac{p_{\pi} e^*}{p_{\pi} q}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Однако сумма этих амплитуд,  $\mathcal{M}_{2a} + \mathcal{M}_{2b}$ , очевидно, не обращается в 0 при замене  $e^* \rightarrow q$ , то есть не является калибровочно-инвариантной величиной. Как уже было сказано, чтобы требование калибровочной инвариантности выполнялось, нужно добавить третью диаграмму, на которой фотон испускается напрямую из адронной вершины.

Амплитуды  $\mathcal{M}_{2a}$  и  $\mathcal{M}_{2b}$  описывают процессы, в которых имеются одночастичные промежуточные состояния (см. рисунок 1.2), поэтому содержат члены, зависящие как  $\omega^{-1}$  от энергии фотона  $\omega$ . В процессе же, который описывает третья диаграмма, нет одночастичных промежуточных состояний, поэтому соответствующая амплитуда содержит члены, начиная только с нулевой степени  $\omega$ . При этом вклад в эту амплитуду членов, не зависящих от  $\omega$  ( $\propto \omega^0$ ), может быть однозначно определён исходя из требования калибровочной инвариантности [56]:

$$\mathcal{M}_{2c} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) e_{\alpha}^* \bar{u}_{\nu} \gamma^{\alpha} (1 - \gamma^5) v_l. \quad (1.10)$$

Что касается вкладов от более высоких степеней  $\omega$  ( $\propto \omega, \omega^2, \omega^3, \dots$ ), то они не могут быть фиксированы модельно-независимым способом.

В итоге амплитуда  $K_{l3\gamma}^0$  распадов, описываемая древесными диаграммами (см. рисунок 1.2), и включающая в себя только члены порядка  $\omega^{-1}$  и  $\omega^0$  выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{tree} &= \mathcal{M}_{2a} + \mathcal{M}_{2b} + \mathcal{M}_{2c} \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) \left\{ (p_K + p_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_l \left( \frac{p_l e^*}{p_l q} - \frac{p_\pi e^*}{p_\pi q} \right) \right. \\ &\quad \left. + (p_K + p_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \frac{\hat{q} \hat{e}^*}{2p_l q} v_l + \left( e_\alpha^* - \frac{p_\pi e^*}{p_\pi q} q_\alpha \right) \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_l \right\}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Это выражение полностью согласуется с соответствующими формулами в работе [52] при условии  $f_+(0) = 1$ .

Для дальнейших расчётов удобно представить амплитуду (1.11) в виде суммы калибровочно-инвариантных слагаемых:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{(-1)} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) (p_K + p_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_l \left( \frac{p_l e^*}{p_l q} - \frac{p_\pi e^*}{p_\pi q} \right), \\ \mathcal{M}_1^{(0)} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) (p_K + p_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \frac{\hat{q} \hat{e}^*}{2p_l q} v_l, \\ \mathcal{M}_2^{(0)} &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) \left( e_\alpha^* - \frac{p_\pi e^*}{p_\pi q} q_\alpha \right) \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_l. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Здесь  $\mathcal{M}^{(-1)}$  – вклад в амплитуду, зависящий как  $\omega^{-1}$  от энергии фотона,  $\mathcal{M}_1^{(0)}$  – вклад порядка  $\omega^0$ , обусловленный излучением лептона,  $\mathcal{M}_2^{(0)}$  – вклад порядка  $\omega^0$ , обусловленный излучением  $\pi^-$  мезона и структурным излучением.

Теперь, зная амплитуду (1.11), можно вычислить ширину распада  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$  по стандартной формуле:

$$\Gamma(K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma) = \int (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) \frac{|\mathcal{M}_{tree}|^2}{2M_K} \prod_a \frac{d^3 p'_a}{(2\pi)^3 2\varepsilon'_a}. \quad (1.13)$$

Чтобы сравнить полученные таким образом результаты с экспериментальными значениями, нужно учесть, что в эксперименте наблюдаются не распады  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$ , а распады  $K_L^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$  и  $K_L^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l \gamma$ , где состояние  $K_L^0$  является суперпозицией состояний  $K^0$  и  $\bar{K}^0$ . Тем не менее, если пренебречь эффектами нарушения  $CP$ -симметрии, которые в Стандартной модели очень малы, то между ширинами этих распадов существует простая



связь (см. также приложение В.2 в работе [53]):

$$\Gamma(K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma) = \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma) + \Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l \gamma). \quad (1.14)$$

Результаты наших вычислений, результаты, полученные ранее в работе [52], и экспериментальные значения для относительных вероятностей распадов  $\mathcal{B}(K_L^0 \rightarrow \pi^\pm l^\mp \nu_l \gamma)$  представлены в таблице 1.2. Все значения приведены для следующих ограничений на энергию фотона и угол между импульсами фотона и лептона:  $\omega \geq 30$  МэВ и  $\theta_{l\gamma} \geq 20^\circ$ . Исключение составляет только экспериментальный результат для  $l = \mu$ , где указано ограничение только на энергию фотона:  $\omega \geq 30$  МэВ.

В расчётах мы использовали следующие значения величин:  $m_K = 497.6$  МэВ,  $m_\pi = 139.57$  МэВ,  $m_\mu = 105.658$  МэВ,  $m_e = 0.511$  МэВ, постоянная Ферми  $G = 1.1664 \times 10^{-11}$  МэВ<sup>-2</sup>, постоянная тонкой структуры  $e^2/4\pi = \alpha = 1/137$ , постоянная Планка  $\hbar = 6.582 \times 10^{-22}$  МэВ·с, среднее время жизни  $K_L^0$  мезона  $\tau = 5.1 \times 10^{-8}$  с,  $\sin \theta_c f_+(0) = 0.217$ .

Таблица 1.2. Относительная вероятность распадов  $\mathcal{B}(K_L^0 \rightarrow \pi^\pm l^\mp \nu_l \gamma)$

	$l = \mu$	$l = e$
наши результаты [15]	$5.00 \times 10^{-4}$	$3.45 \times 10^{-3}$
результаты, полученные в [52]	$5.2 \times 10^{-4}$	$3.6 \times 10^{-3}$
экспериментальные значения [16]	$(5.65 \pm 0.23) \times 10^{-4}$ ( $\omega \geq 30$ МэВ)	$(3.79 \pm 0.06) \times 10^{-3}$

Точность наших результатов можно оценить следующим образом. Главные поправки к ним обусловлены структурным излучением из адронной вершины и пропорциональны  $\omega$ . Можно полагать, что эти поправки меньше, чем амплитуда  $\mathcal{M}_2^{(0)}$ , которая имеет порядок  $\omega^0$  и также частично обусловлена структурным излучением. Согласно нашим вычислениям вклад амплитуды  $\mathcal{M}_2^{(0)}$  (с учётом, разумеется, интерференции с амплитудами  $\mathcal{M}^{(-1)}$  и  $\mathcal{M}_1^{(0)}$ ) в относительные вероятности распадов  $\mathcal{B}(K_L^0 \rightarrow \pi^\pm \mu^\mp \nu_\mu \gamma)$  и  $\mathcal{B}(K_L^0 \rightarrow \pi^\pm e^\mp \nu_e \gamma)$  составляет  $0.79 \times 10^{-4}$  и  $2.7 \times 10^{-4}$ , соответственно. Таким образом, можно считать, что поправки к нашим результатам, обусловленные структурным излучением, не превышают по порядку величины 10%. Нужно отметить, что поправки, полученные в работе [52] в рамках киральной теории возмущений, имеют аналогичный порядок величины: около 5% для  $l = e$  и около 8% для  $l = \mu$ .

Дополнительные поправки на уровне 10% к нашим результатам для относительных вероятностей распадов  $\mathcal{B}(K_L^0 \rightarrow \pi^\pm l^\mp \nu_l \gamma)$  возникают из-за того, что мы пренебрегли

величиной  $f_-(0)$ , а также зависимостью формфактора  $f_+(t)$  от  $t$  (см. также таблицу I в работе [51]). Что касается относительной точности нашего численного интегрирования по фазовому пространству конечных частиц, то она составляет примерно  $10^{-3}$ . Таким образом, с учётом всех перечисленных поправок наши результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными (см. таблицу 1.2). Небольшое же отличие (на уровне 4%) наших результатов от результатов работы [52], по-видимому, обусловлено тем, что в работе [52] использовались значения величин, слегка отличные от приведённых выше.

## 1.2. $T$ -нечётная асимметрия в распадах $K_{l3\gamma}^0$

Рассмотрение  $T$ -нечётных импульсных корреляций в распадах  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$  мы начнём с обсуждения более общего вопроса о том, как вообще возникают  $T$ -нечётные эффекты в теории, в которой сохраняется  $T$ -инвариантность. Как известно, чтобы обеспечить сохранение нормировки и ортогональность состояний при реакции, матрица рассеяния  $\mathcal{S}$  должна быть унитарной:  $\mathcal{S}\mathcal{S}^\dagger = \mathcal{S}^\dagger\mathcal{S} = 1$ , или в матричных элементах:

$$(\mathcal{S}\mathcal{S}^\dagger)_{fi} = \sum_n \mathcal{S}_{fn}\mathcal{S}_{in}^* = \delta_{fi}, \quad (1.15)$$

где индекс  $n$  нумерует все возможные промежуточные состояния. Если матрицу рассеяния представить в виде  $\mathcal{S}_{fi} = \delta_{fi} + i\mathcal{T}_{fi}$  и подставить это выражение в (1.15), то получим, что антиэрмитова часть амплитуды  $\mathcal{T}$  равна

$$\mathcal{A}_{fi} \equiv \frac{1}{2} (\mathcal{T}_{fi} - \mathcal{T}_{if}^*) = \frac{i}{2} \sum_n \mathcal{T}_{fn}\mathcal{T}_{in}^*. \quad (1.16)$$

Выразив  $\mathcal{T}_{if}^*$ , найдём его квадрат модуля:

$$|\mathcal{T}_{if}^*|^2 = |\mathcal{T}_{fi}|^2 - 4 \operatorname{Re}(\mathcal{T}_{fi}^* \mathcal{A}_{fi}) + 4|\mathcal{A}_{fi}|^2. \quad (1.17)$$

Обозначим через  $\tilde{i}$  и  $\tilde{f}$  начальное и конечное состояния, отличающиеся от состояний  $i$  и  $f$  тем, что у всех импульсов и спинов частиц знак изменён на противоположный. Тогда с учётом выражения (1.17) получаем, что  $T$ -нечётный вклад в вероятность реакции равен

$$\frac{1}{2} (|\mathcal{T}_{fi}|^2 - |\mathcal{T}_{\tilde{f}\tilde{i}}|^2) = \frac{1}{2} (|\mathcal{T}_{if}|^2 - |\mathcal{T}_{\tilde{f}\tilde{i}}|^2) + 2 \operatorname{Re}(\mathcal{T}_{fi}^* \mathcal{A}_{fi}) - 2|\mathcal{A}_{fi}|^2. \quad (1.18)$$

Величина  $|\mathcal{T}_{fi}|^2 - |\mathcal{T}_{\bar{f}\bar{i}}|^2$ , стоящая в левой части этого равенства, является  $T$ -нечётной, так как меняет знак при изменении знаков импульсов и спинов частиц. Однако в правой части этого равенства имеются два разных вклада: от взаимодействий, нарушающих  $T$ -инвариантность, и взаимодействий, сохраняющих  $T$ -инвариантность. Первый вклад определяется величиной  $|\mathcal{T}_{if}|^2 - |\mathcal{T}_{\bar{f}\bar{i}}|^2$ , которая отлична от нуля только, если нарушается  $T$ -инвариантность. Действительно, как уже было отмечено, при операции обращения времени  $T$  не только изменяются знаки импульсов и спинов, но и меняются местами начальное и конечное состояния. Поэтому, если  $T$ -инвариантность сохраняется, то выполняется равенство  $|\mathcal{T}_{if}|^2 = |\mathcal{T}_{\bar{f}\bar{i}}|^2$  и  $T$ -нечётный вклад определяется только выражением  $2 \operatorname{Re}(\mathcal{T}_{fi}^* \mathcal{A}_{fi}) - 2|\mathcal{A}_{fi}|^2$ .

Исследования  $T$ -нечётных импульсных корреляций в распадах заряженных  $K$  мезонов показали, что асимметрия, обусловленная сильным взаимодействием, в этих распадах на два порядка меньше, чем асимметрия, обусловленная электромагнитным взаимодействием (см. таблицу 1.1). Мы предполагаем, что и в распадах нейтральных  $K$  мезонов основной вклад в асимметрию  $A_\xi$  также даёт электромагнитное взаимодействие. Таким образом, величиной  $2|\mathcal{A}_{fi}|^2$  можно пренебречь по сравнению с  $2 \operatorname{Re}(\mathcal{T}_{fi}^* \mathcal{A}_{fi})$ . Действительно, согласно равенству (1.16) величина  $\mathcal{A}_{fi}$  квадратична по матричным элементам, которые в свою очередь содержат малый параметр – константу электромагнитного взаимодействия, то есть  $\mathcal{A}_{fi}$  является величиной более высокого порядка малости, чем  $\mathcal{T}_{fi}$ .

Если теперь перейти от амплитуд  $\mathcal{T}$  к амплитудам  $\mathcal{M}$ , то можно сформулировать следующее утверждение:  $T$ -нечётные тройные импульсные корреляции  $\xi = \mathbf{q} \cdot [\mathbf{p}_l \times \mathbf{p}_\pi] / M_K^3$  в вероятности распадов  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$  возникают в Стандартной модели из интерференционного слагаемого  $2 \operatorname{Re}(\mathcal{M}_{tree}^\dagger \mathcal{A}_{loop})$ , где  $\mathcal{M}_{tree}$  – древесная амплитуда (1.11) и  $\mathcal{A}_{loop}$  – антиэрмитова часть петлевых поправок к ней. Из-за малости константы электромагнитного взаимодействия основной вклад дают, разумеется, однопетлевые поправки. Соответствующие диаграммы Фейнмана получаются из древесных диаграмм, показанных на рисунке 1.2, путём присоединения одного виртуального фотона. Таким образом, все промежуточные состояния в (1.16) являются двухчастичными. В результате антиэрмитова часть амплитуды  $\mathcal{M}$  записывается как

$$\mathcal{A}_{loop} \equiv \frac{1}{2} (\mathcal{M}_{fi} - \mathcal{M}_{if}^*) = \frac{i}{8\pi^2} \sum_n \mathcal{M}_{fn} \mathcal{M}_{in}^*, \quad (1.19)$$

где сумма по  $n$  означает суммирование по поляризациям и интегрирование по фазовому пространству промежуточных частиц.

Естественно разделить петлевые диаграммы на четыре группы в соответствии с типом амплитуд  $\mathcal{M}_{fn}$  и  $\mathcal{M}_{in}^*$ . В первой группе (см. рисунок 1.3) амплитуда  $\mathcal{M}_{fn}$  описывает комптоновское рассеяние на промежуточном лептоне,  $l^+\gamma \rightarrow l^+\gamma$ , (см. рисунок 1.4):

$$\mathcal{M}_{fn} = \mathcal{M}_{4a} + \mathcal{M}_{4b} = e^2 \bar{v}_{k_l} \hat{e}_k \frac{\hat{P} - m_l}{2p_l q} \hat{e}^* v_l + e^2 \bar{v}_{k_l} \hat{e}^* \frac{\hat{p}_l - \hat{k} - m_l}{-2p_l k} \hat{e}_k v_l. \quad (1.20)$$

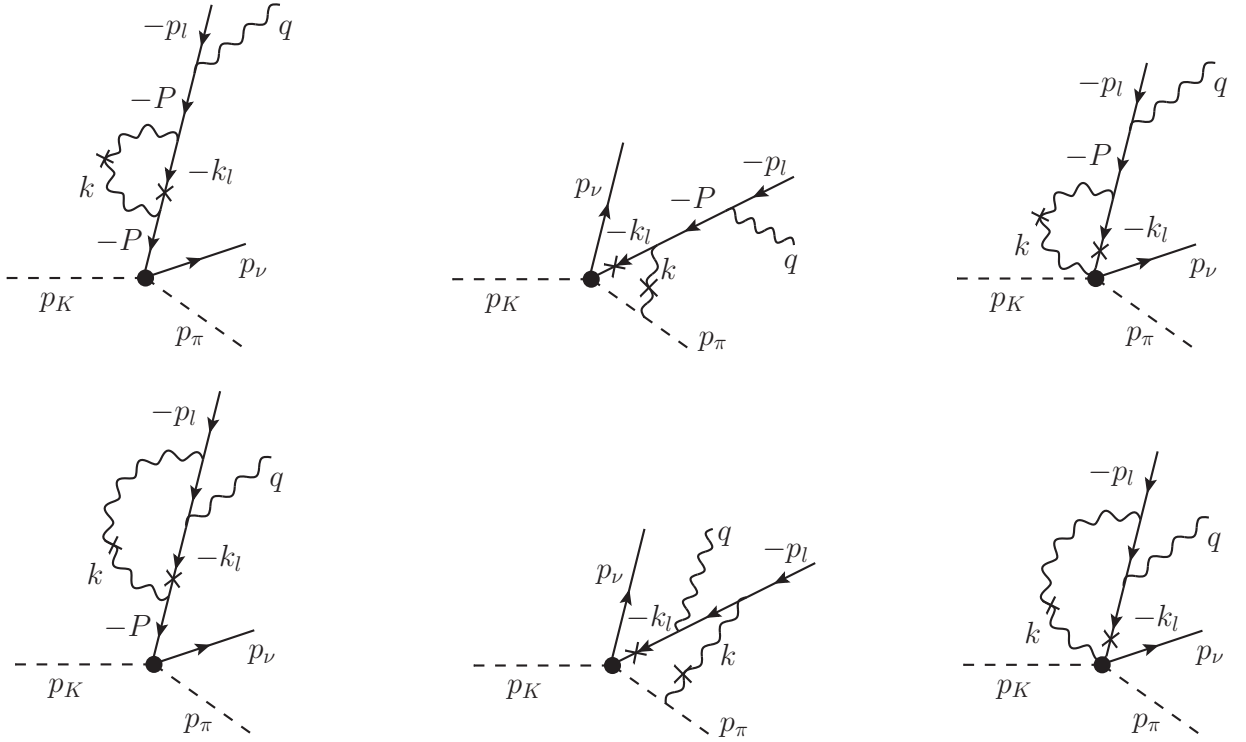


Рис. 1.3. Группа однопетлевых диаграмм, отвечающая комптоновскому рассеянию на лептоне  $l^+\gamma \rightarrow l^+\gamma$ . Промежуточные состояния, по которым производится суммирование согласно формуле (1.19), отмечены крестиками

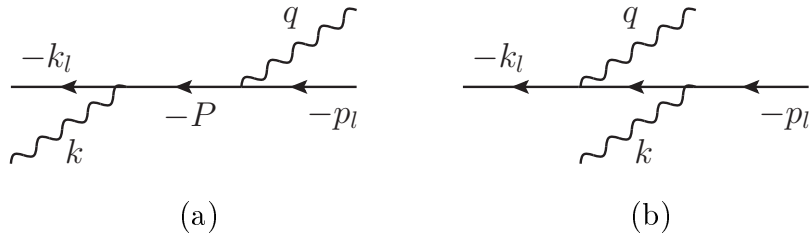


Рис. 1.4. Комптоновское рассеяние на лептоне,  $l^+\gamma \rightarrow l^+\gamma$

Что касается  $\mathcal{M}_{in}^*$ , то это просто древесная амплитуда (1.11) с точностью до обозначений:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{in}^* &= \mathcal{M}_{ni} = \mathcal{M}_{tree} \Big|_{\substack{q \rightarrow k, \\ p_l \rightarrow k_l, \\ e \rightarrow e_k}} \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) \left\{ (p_K + p_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_{k_l} \left( \frac{k_l e_k^*}{p_l q} - \frac{p_\pi e_k^*}{p_\pi k} \right) \right. \\ &\quad \left. + (p_K + p_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \frac{\hat{k} \hat{e}_k^*}{2 p_l q} v_{k_l} + \left( e_{k\alpha}^* - \frac{p_\pi e_k^*}{p_\pi k} k_\alpha \right) \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_{k_l} \right\}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

Отметим, что здесь амплитуда  $\mathcal{M}_{ni}$  считается эрмитовой,  $\mathcal{M}_{ni} = \mathcal{M}_{in}^*$ . Учёт антиэрмитовой части этой амплитуды являлся бы превышением точности нашего приближения.

Элемент фазового объёма для этой группы диаграмм равен

$$d\rho = \frac{d^3 k}{2\omega_k} \frac{d^3 k_l}{2\omega_l} \delta^{(4)}(k_l + k - P), \quad \text{где } P = p_l + q. \quad (1.22)$$

Во второй группе однопетлевых диаграмм (см. рисунок 1.5) амплитуда  $\mathcal{M}_{fn}$  соответствует комптоновскому рассеянию на  $\pi^-$  мезоне,  $\pi^- \gamma \rightarrow \pi^- \gamma$ , (см. рисунок 1.6):

$$\mathcal{M}_{fn} = \mathcal{M}_{6a} + \mathcal{M}_{6b} + \mathcal{M}_{6c} = 2e^2 \left\{ -\frac{(p_\pi e^*)(k_\pi e_k)}{p_\pi q} + \frac{(p_\pi e_k)(k_\pi e^*)}{p_\pi k} + (e_k e^*) \right\}. \quad (1.23)$$

Амплитуда  $\mathcal{M}_{in}^*$  – древесная амплитуда (1.11) с точностью до обозначений:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{in}^* &= \mathcal{M}_{ni} = \mathcal{M}_{tree} \Big|_{\substack{q \rightarrow k, \\ p_\pi \rightarrow k_\pi, \\ e \rightarrow e_k}} \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) \left\{ (p_K + k_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_l \left( \frac{p_l e_k^*}{p_l k} - \frac{k_\pi e_k^*}{p_\pi q} \right) \right. \\ &\quad \left. + (p_K + k_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \frac{\hat{k} \hat{e}_k^*}{2 p_l k} v_l + \left( e_{k\alpha}^* - \frac{k_\pi e_k^*}{p_\pi q} k_\alpha \right) \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_l \right\}. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Элемент фазового объёма равен

$$d\rho' = \frac{d^3 k}{2\omega_k} \frac{d^3 k_\pi}{2\omega_\pi} \delta^{(4)}(k_\pi + k - P'), \quad \text{где } P' = p_\pi + q. \quad (1.25)$$

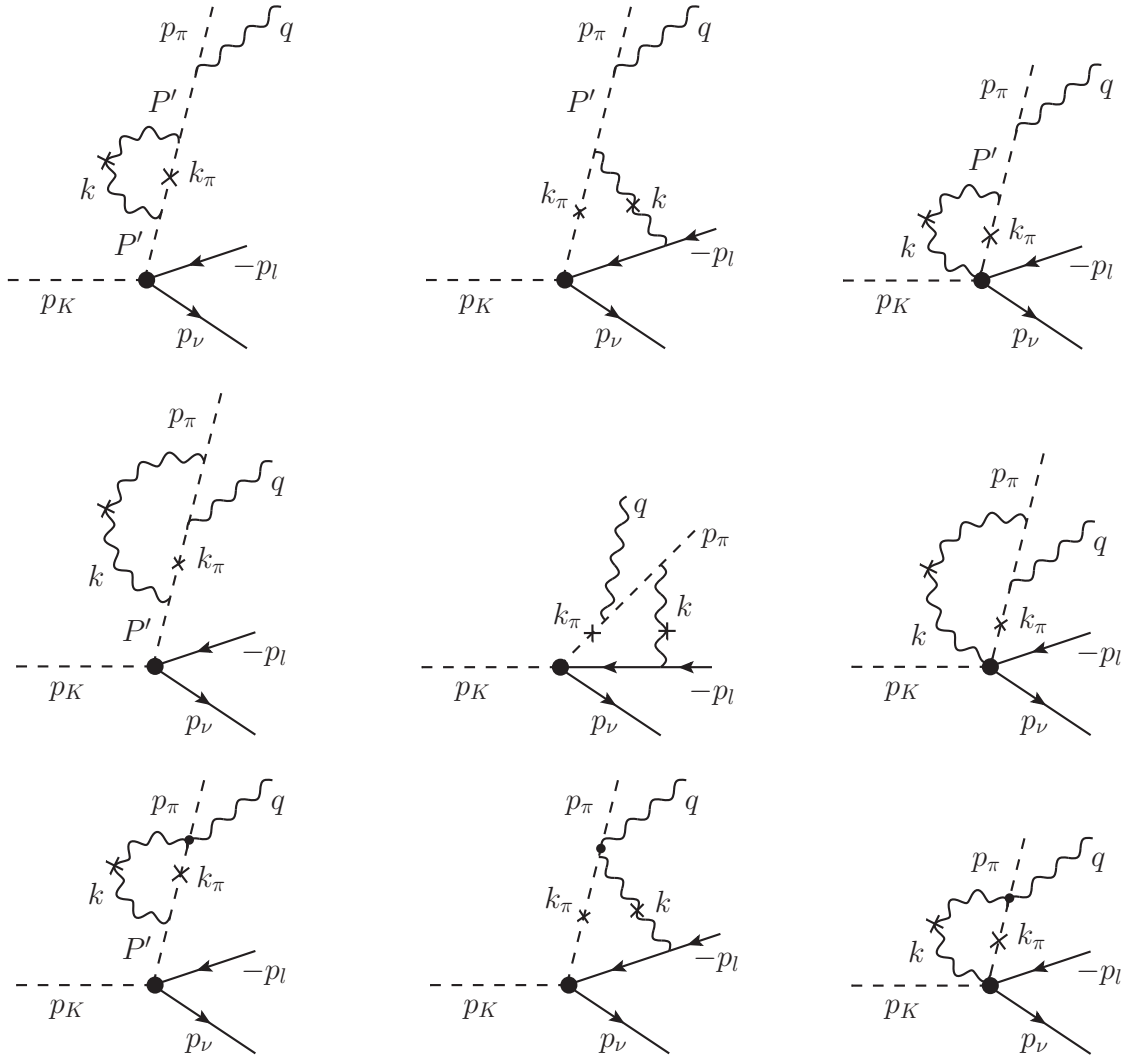


Рис. 1.5. Группа однопетлевых диаграмм, отвечающая комptonовскому рассеянию на  $\pi^-$  мезоне,  $\pi^- \gamma \rightarrow \pi^- \gamma$ . Промежуточные состояния, по которым производится суммирование согласно формуле (1.19), отмечены крестиками

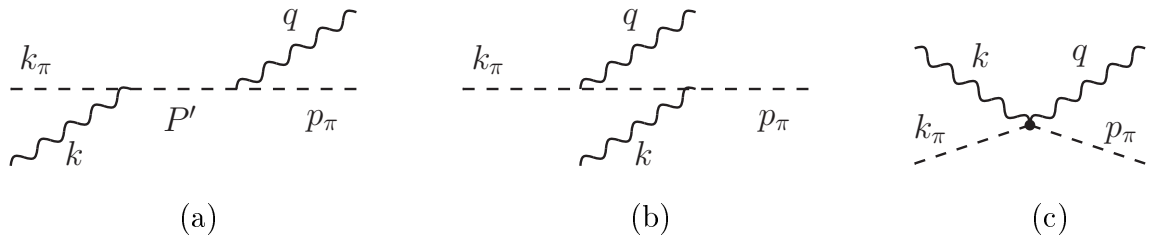


Рис. 1.6. Комptonовское рассеяние на  $\pi^-$  мезоне,  $\pi^- \gamma \rightarrow \pi^- \gamma$

В третьей группе однопетлевых диаграмм (см. рисунок 1.7) амплитуда  $M_{fn}$  – это амплитуда  $\pi$ - $l$  рассеяния,  $\pi^- l^+ \rightarrow \pi^- l^+$ , (см. рисунок 1.8):

$$\mathcal{M}_{fn} = \mathcal{M}_8 = e^2 |F_\pi(k^2)| \frac{1}{k^2} (p_\pi + k_\pi)_\alpha \bar{v}_{k_l} \gamma^\alpha v_l. \quad (1.26)$$

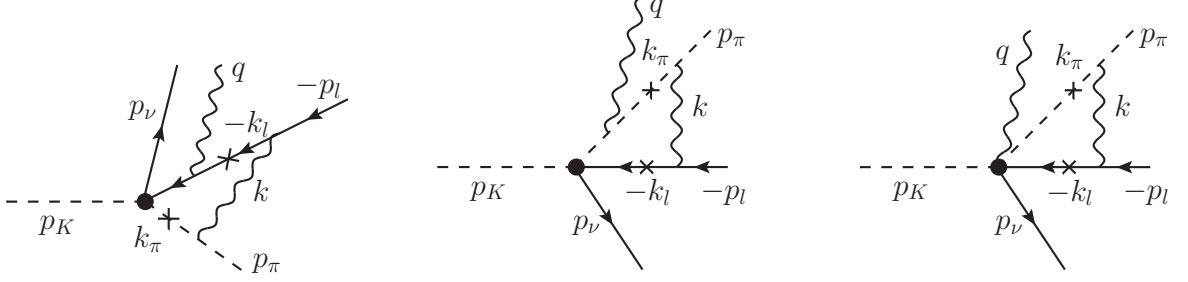


Рис. 1.7. Группа однопетлевых диаграмм, отвечающая  $\pi$ - $l$  рассеянию,  $\pi^- l^+ \rightarrow \pi^- l^+$ . Промежуточные состояния, по которым производится суммирование согласно формуле (1.19), отмечены крестиками

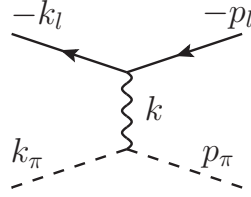


Рис. 1.8. Диаграмма  $\pi$ - $l$  рассеяния,  $\pi^- l^+ \rightarrow \pi^- l^+$

Амплитуда  $\mathcal{M}_{in}^*$  – это также древесная амплитуда (1.11) с точностью до обозначений:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{in}^* &= \mathcal{M}_{ni} = \mathcal{M}_{tree} \Big|_{\substack{p_l \rightarrow k_l, \\ p_\pi \rightarrow k_\pi}} \\ &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c e f_+(0) \left\{ (p_K + k_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_{k_l} \left( \frac{k_l e^*}{k_l q} - \frac{k_\pi e^*}{k_\pi q} \right) \right. \\ &\quad \left. + (p_K + k_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) \frac{\hat{q} \hat{e}^*}{2k_l q} v_{k_l} + \left( e_\alpha^* - \frac{k_\pi e^*}{k_\pi q} q_\alpha \right) \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_{k_l} \right\}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Элемент фазового объёма равен

$$d\rho'' = \frac{d^3 k_l}{2\omega_l} \frac{d^3 k_\pi}{2\omega_\pi} \delta^{(4)}(k_l + k_\pi - P''), \quad \text{где } P'' = p_l + p_\pi. \quad (1.28)$$

И наконец, в четвёртой группе однопетлевых диаграмм (см. рисунок 1.9) амплитуда  $M_{fn}$  – это амплитуда  $\pi$ - $l$  рассеяния с излучением фотона,  $\pi^- l^+ \rightarrow \pi^- l^+ \gamma$ , (см. рисунок 1.10):

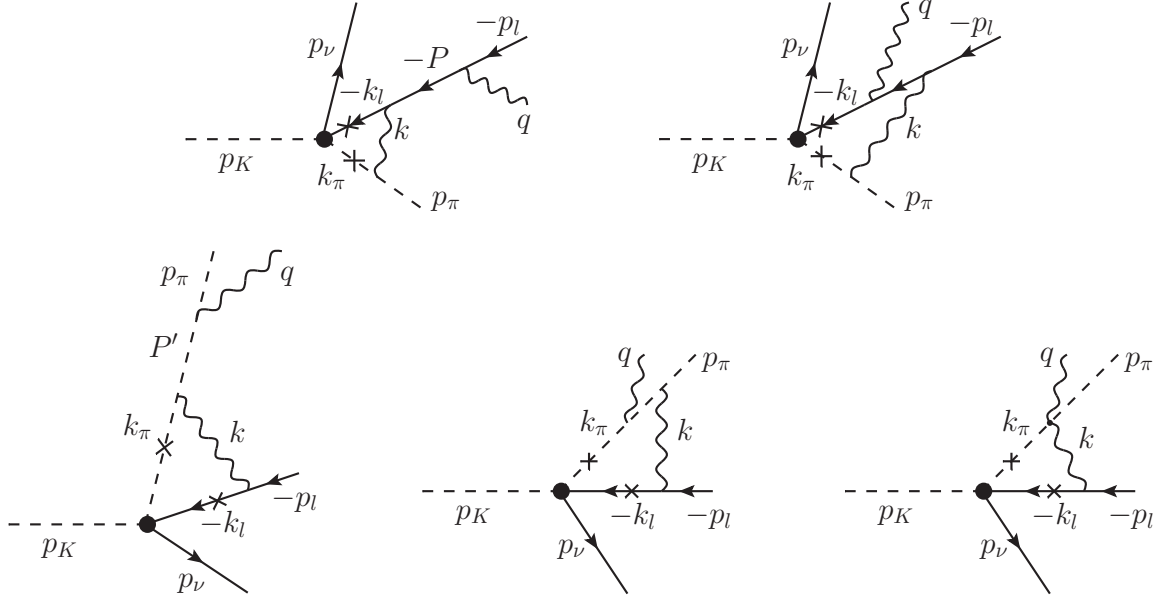


Рис. 1.9. Группа однопетлевых диаграмм, отвечающая  $\pi$ - $l$  рассеянию с излучением фотона,  $\pi^- l^+ \rightarrow \pi^- l^+ \gamma$ . Промежуточные состояния, по которым производится суммирование согласно формуле (1.19), отмечены крестиками

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{fn} = & \mathcal{M}_{10a} + \mathcal{M}_{10b} + \mathcal{M}_{10c} + \mathcal{M}_{10d} + \mathcal{M}_{10e} = e^3 |F_\pi(k^2)| \frac{1}{k^2} \\ & \times \left\{ (p_\pi + k_\pi)_\alpha \bar{v}_{k_l} \gamma^\alpha \left( \frac{p_l e^*}{p_l q} + \frac{\hat{q} e^*}{2p_l q} \right) v_l - (p_\pi + k_\pi)_\alpha \bar{v}_{k_l} \left( \frac{k_l e^*}{k_l q} + \frac{\hat{q} e^*}{2k_l q} \right) \gamma^\alpha v_l \right. \\ & \left. - (p_\pi + k_\pi + q)_\alpha \bar{v}_{k_l} \gamma^\alpha v_l \frac{p_\pi e^*}{p_\pi q} + (p_\pi + k_\pi - q)_\alpha \bar{v}_{k_l} \gamma^\alpha v_l \frac{k_\pi e^*}{k_\pi q} + 2e_\alpha^* \bar{v}_{k_l} \gamma^\alpha v_l \right\}. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Что касается  $\mathcal{M}_{in}^*$ , то это амплитуда распада  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l$  ( $K_{l3}^0$ ) (см. рисунок 1.1):

$$\mathcal{M}_{in}^* = \mathcal{M}_{ni} = \mathcal{M}_1 = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_c f_+(0) (p_K + k_\pi)_\alpha \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) v_{k_l}. \quad (1.30)$$

Элемент фазового объёма равен

$$d\rho''' = \frac{d^3 k_l}{2\omega_l} \frac{d^3 k_\pi}{2\omega_\pi} \delta^{(4)}(k_l + k_\pi - P'''), \quad \text{где } P''' = p_l + p_\pi + q. \quad (1.31)$$

Для третьей и четвёртой групп однопетлевых диаграмм справедливы соотношения:  $k^2 < 0$  и  $\sqrt{-k^2} \lesssim m_K(1 - m_\pi^2/m_K^2) \lesssim 450$  МэВ, где  $k$  – импульс виртуального фотона. При таких энергиях электромагнитный формфактор  $\pi$  мезона может быть аппроксимирован



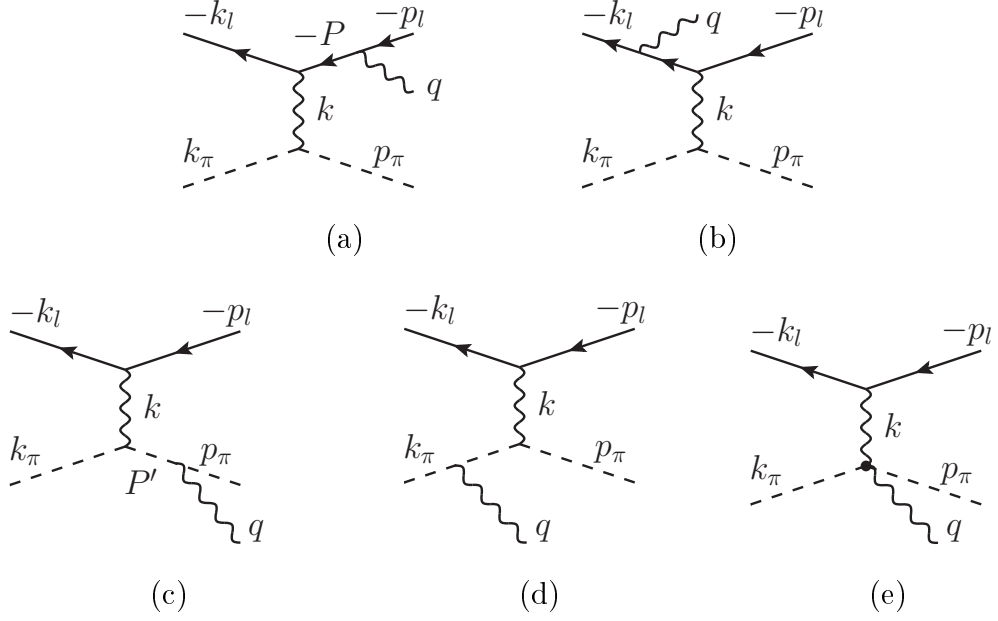


Рис. 1.10. Диаграммы  $\pi$ - $l$  рассеяния с излучением фотона,  $\pi^-l^+ \rightarrow \pi^-l^+\gamma$

следующим образом:

$$|F_\pi(k^2)| = 1 + \frac{\langle r_\pi^2 \rangle k^2}{6}, \quad (1.32)$$

где  $\langle r_\pi^2 \rangle$  – средний квадрат зарядового радиуса  $\pi$  мезона,  $\langle r_\pi^2 \rangle \approx (0.67 \text{ фм})^2$  [16]. Согласно нашим вычислениям учёт слагаемого  $\langle r_\pi^2 \rangle k^2/6$  меняет результат всего на 5%, поэтому можно положить  $|F_\pi(k^2)| = 1$ . Более того, учёт слагаемого  $\langle r_\pi^2 \rangle k^2/6$  является превышением точности наших вычислений, так как мы уже пренебрегли величиной  $f_-(0)$  и зависимостью формфактора  $f_+(t)$  от  $t$ .

Нужно отметить, что однопетлевые диаграммы из третьей группы, отвечающие  $\pi$ - $l$  рассеянию, содержат инфракрасно расходящиеся члены, которые тем не менее можно отбросить, так как инфракрасные поправки в матричном элементе факторизуются и, следовательно, не дают вклада в обсуждаемый эффект. Другими словами, мягкие фотоны не влияют на тройные импульсные корреляции.

Детали вычислений интегралов, которые дают вклад в антиэрмитову часть амплитуды, а также формулы для самой антиэрмитовой части приведены в работе [15].

Конечной нашей целью является вычисление экспериментально измеримой величины – асимметрии  $A_\xi$ , которая определяется как

$$\begin{aligned} A_\xi &= \frac{N_{\xi>0} - N_{\xi<0}}{N_{\xi>0} + N_{\xi<0}} = \frac{\int (|\mathcal{M}|_{\text{even}}^2 + |\mathcal{M}|_{\text{odd}}^2) d\Phi_{\xi>0} - \int (|\mathcal{M}|_{\text{even}}^2 + |\mathcal{M}|_{\text{odd}}^2) d\Phi_{\xi<0}}{\int (|\mathcal{M}|_{\text{even}}^2 + |\mathcal{M}|_{\text{odd}}^2) d\Phi_{\xi>0} + \int (|\mathcal{M}|_{\text{even}}^2 + |\mathcal{M}|_{\text{odd}}^2) d\Phi_{\xi<0}} \\ &= \frac{\int |\mathcal{M}|_{\text{odd}}^2 d\Phi_{\xi>0}}{\int |\mathcal{M}|_{\text{even}}^2 d\Phi_{\xi>0}} \approx \frac{\int |\mathcal{M}|_{\text{odd}}^2 d\Phi_{\xi>0}}{\int |\mathcal{M}|_{\text{tree}}^2 d\Phi_{\xi>0}} = \frac{\int 2 \text{Re}(\mathcal{M}_{\text{tree}}^\dagger \mathcal{A}_{\text{loop}}) d\Phi_{\xi>0}}{\int |\mathcal{M}_{\text{tree}}|^2 d\Phi_{\xi>0}}. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Здесь  $|\mathcal{M}|_{even}^2$  и  $|\mathcal{M}|_{odd}^2$  –  $\xi$ -чётный и  $\xi$ -нечётный члены в квадрате амплитуды, соответственно;  $\Phi$  – фазовый объём конечных частиц.

В результате численных вычислений мы получаем следующие значения для асимметрии  $A_\xi$  в распадах  $K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l \gamma$ :

$$\begin{aligned} A_\xi(K^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu \gamma) &= -1 \times 10^{-4}, \\ A_\xi(K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e \gamma) &= -4.5 \times 10^{-4}. \end{aligned} \tag{1.34}$$

Здесь использованы такие же ограничения на  $\omega$  и  $\theta_{l\gamma}$ , как и при расчёте относительных вероятностей распадов:  $\omega \geq 30$  МэВ и  $\theta_{l\gamma} \geq 20^\circ$ .

Точность наших результатов для асимметрии  $A_\xi$  можно оценить по вкладу амплитуды  $\mathcal{M}_2^{(0)}$ . Согласно нашим вычислениям вклад этой амплитуды в асимметрию  $A_\xi$  в распадах  $K^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu \gamma$  и  $K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e \gamma$  составляет  $0.9 \times 10^{-4}$  и  $-0.9 \times 10^{-4}$ , соответственно. Таким образом, можно считать, что поправки к нашим результатам, обусловленные структурным излучением, не превышают 20% в случае  $l = e$ , но могут достигать 100% в случае  $l = \mu$ .

В настоящее время нет экспериментальных данных по измерению асимметрии  $A_\xi$  в распадах нейтральных  $K$  мезонов. Однако такие измерения представляют несомненный интерес. Согласно нашим вычислениям величина этой асимметрии в Стандартной модели довольно мала (1.34), поэтому обнаружение в эксперименте большей величины могло бы быть указанием на существование эффектов за пределами Стандартной модели.

## Глава 2

### Рождение $f_1(1285)$ мезона в процессе $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$

Как было отмечено во введении, экспериментальное и теоретическое изучение рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  столкновениях очень важно. Поскольку  $C$ -чётность  $f_1(1285)$  мезона положительна, в  $e^+e^-$  столкновениях он рождается через два промежуточных фотона. При этом, согласно теореме Ландау-Янга [39, 40], оба этих фотона не могут находиться на массовой поверхности одновременно, то есть виртуальность хотя бы одного из них должна быть отлична от нуля,  $q^2 \neq 0$ , где  $q$  – импульс фотона. Взаимодействие  $f_1(1285)$  мезона с виртуальными фотонами зависит от внутренней структуры  $f_1(1285)$  мезона и описывается с помощью электромагнитных формфакторов, которые являются функциями виртуальностей фотонов. К сожалению, в настоящее время явный вид этих формфакторов не может быть определён в рамках фундаментальной теории. Квантовая хромодинамика предсказывает только их асимптотическое поведение при очень больших виртуальностях фотонов. Таким образом, чтобы понять особенности процессов рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  столкновениях, необходимо использовать феноменологическую параметризацию его формфакторов. Для описания поведения этих формфакторов при небольших виртуальностях, характерных для обсуждаемых процессов, можно использовать различные параметризации. Одним из возможных вариантов являются параметризации, основанные на модели векторной доминантности, когда виртуальные фотоны взаимодействуют с  $f_1(1285)$  мезоном посредством промежуточных векторных мезонов. Характерной особенностью таких параметризаций является наличие полюса при  $q^2 = m_V^2 - im_V\Gamma_V$ , где  $m_V$  и  $\Gamma_V$  – масса и ширина векторного мезона, соответственно. Разумеется, эти параметризации тоже могут отличаться друг от друга, в частности формфакторы могут иметь различную зависимость от виртуальностей фотонов. В результате, одна параметризация может хорошо описывать экспериментальные данные только в одной области изменения  $q^2$ , а другая параметризация – только в другой области.

В данной главе диссертации, следуя работе [41], рассматривается одна из парамет-

ризации, основанных на модели векторной доминантности. С использованием этой параметризации мы получим теоретические предсказания для экспериментально измеримых величин, в частности для электронной ширины распада  $f_1(1285)$  мезона,  $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$  и полного сечения прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  аннигиляции,  $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285))$ .

## 2.1. Оценка ширины распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$

Начнём наше обсуждение с анализа электронного распада  $f_1(1285)$  мезона,  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ . Древесная диаграмма Фейнмана, описывающая этот распад, показана на рисунке 2.1.

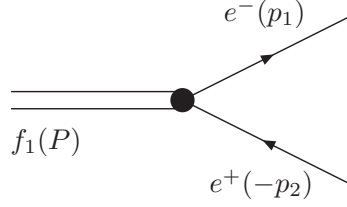


Рис. 2.1. Древесная диаграмма распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$

Как обычно, будем рассматривать распад в системе покоя распадающейся частицы. Так как масса электрона очень мала по сравнению с массой  $f_1(1285)$  мезона, то можно считать, что электрон и позитрон, рождающиеся в распаде  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ , являются безмассовыми частицами и, следовательно, обладают определёнными спиральностями,  $\lambda_{e^-} = \pm 1/2$  и  $\lambda_{e^+} = \pm 1/2$ . Учитывая законы сохранения, в частности предполагая  $P$ - и  $C$ -инвариантность, можно показать, что в данном распаде безмассовые электрон и позитрон рождаются только с противоположными спиральностями,  $\lambda_{e^+} = -\lambda_{e^-}$ , или, другими словами, только в состоянии с  $j_z = \pm 1$ , где  $j_z$  – проекция полного углового момента  $j$  на ось разлёта  $z$ . Следовательно,  $P$ - и  $C$ -чётная инвариантная амплитуда распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$  содержит только одну независимую структуру и может быть записана следующим образом:

$$\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) = F_A \alpha^2 \tilde{e}_\mu \bar{u} \gamma^\mu \gamma^5 v, \quad (2.1)$$

где  $F_A$  – безразмерная константа связи,  $\tilde{e}_\mu$  – псевдовектор поляризации  $f_1(1285)$  мезона,  $\bar{u} \gamma^\mu \gamma^5 v = j_A^\mu$  – аксиальный ток,  $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ . Так как  $f_1(1285)$  мезон является  $C$ -чётным, то он распадается на электрон-позитронную пару через два виртуальных фотона, как

изображено на рисунке 2.2. Этим объясняется наличие множителя  $\alpha^2$  в выражении (2.1).

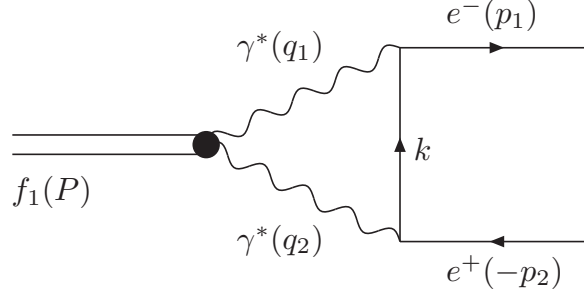


Рис. 2.2. Однопетлевая диаграмма распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$

Используя амплитуду (2.1), легко вычислить ширину обсуждаемого распада,

$$\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) = \frac{\alpha^4 |F_A|^2}{12\pi} m_f, \quad (2.2)$$

где  $m_f = 1282.0$  МэВ – масса  $f_1(1285)$  мезона [57].

Для численной оценки ширины распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$  можно предположить, что абсолютное значение константы  $F_A$  по порядку величины равно единице,  $|F_A| \sim 1$ . Действительно, в выражении для амплитуды (2.1) мы уже выделили въявь малый множитель  $\alpha^2$ , а кроме него в данном распаде нет никаких малых параметров. В результате получаем следующую оценку для ширины этого распада:

$$\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \sim 0.1 \text{ эВ}. \quad (2.3)$$

В разделе 2.5 мы вычислим эту ширину в определённой модели и увидим, что приведённая простая оценка является верной по порядку величины.

## 2.2. Амплитуда распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$

В этом разделе мы получим модельно-независимое выражение для амплитуды распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ , которая соответствует однопетлевой диаграмме, изображённой на рисунке 2.2.

Обсудим сначала общий вид амплитуды перехода  $f_1(1285)$  мезона в два виртуальных фотона,  $f_1(1285) \rightarrow \gamma^*\gamma^*$ . Так как фотоны являются бозонами, то эта амплитуда должна быть симметрична относительно их перестановки. Также она должна обращаться в нуль, когда оба фотона находятся на массовой поверхности, так как распад  $f_1(1285)$  мезона в два реальных фотона,  $f_1(1285) \rightarrow \gamma\gamma$ , запрещён по теореме Ландау-Янга [39, 40].

Наконец, амплитуда перехода  $f_1(1285) \rightarrow \gamma^* \gamma^*$  должна содержать две независимые структуры, которые соответствуют двум возможным поляризационным состояниям фотонов в системе покоя  $f_1(1285)$  мезона. Эти состояния мы будем обозначать соответственно как  $TT$ , когда оба виртуальных фотона имеют поперечные поляризации, и  $TL$ , когда один из фотонов имеет поперечную поляризацию, а второй фотон имеет продольную поляризацию. Поляризационные состояния  $LT$  и  $TL$  являются одинаковыми из-за симметрии амплитуды  $f_1(1285) \rightarrow \gamma^* \gamma^*$  относительно перестановки фотонов. Что касается поляризационного состояния  $LL$ , в котором оба виртуальных фотона имеют продольные поляризации, то оно запрещено законами сохранения.

Таким образом, амплитуда перехода  $f_1(1285) \rightarrow \gamma^* \gamma^*$  параметризуется в общем случае двумя безразмерными формфакторами,  $F_1(q_1^2, q_2^2)$  и  $F_2(q_1^2, q_2^2)$ , где  $q_1$  и  $q_2$  – импульсы виртуальных фотонов. Опираясь на выражения для этой амплитуды, которые были использованы в работах [25, 30, 31], мы записываем её в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \gamma^* \gamma^*) &= \frac{\alpha}{m_f^2} i \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left\{ F_1(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} q_2^\rho e_2^{*\sigma} \tilde{e}^\tau (q_1 - q_2)_\tau \right. \\ &\quad \left. + F_2(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} \tilde{e}^\rho [q_2^\sigma e_2^{*\lambda} q_{2\lambda} - e_2^{*\sigma} q_2^2] + F_2(q_2^2, q_1^2) q_2^\mu e_2^{*\nu} \tilde{e}^\rho [q_1^\sigma e_1^{*\lambda} q_{1\lambda} - e_1^{*\sigma} q_1^2] \right\}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $e_1^\nu$  и  $e_2^\sigma$  – векторы поляризации первого и второго фотона, соответственно. Полностью антисимметричный тензор  $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$  определён так, чтобы  $\epsilon_{0123} = -1$ . В выражении (2.4) структура при формфакторе  $F_1$  соответствует поляризационному состоянию  $TT$ , а структура при формфакторе  $F_2$  – комбинации поляризационных состояний  $TT$  и  $LT$ .

Из симметрии амплитуды (2.4) относительно перестановки фотонов следует, что формфактор  $F_1(q_1^2, q_2^2)$  должен быть функцией, антисимметричной относительно перестановки своих аргументов,  $F_1(q_1^2, q_2^2) = -F_1(q_2^2, q_1^2)$ . Тогда если оба фотона находятся на массовой поверхности, то амплитуда (2.4) обращается в нуль, как и должно быть по теореме Ландау-Янга. Действительно, все члены в последней строке выражения (2.4) равны нулю из-за соотношений  $q_1^2 = q_2^2 = 0$  и  $e_1^\lambda q_{1\lambda} = e_2^\lambda q_{2\lambda} = 0$ , которые выполняются для реальных фотонов, а первое слагаемое в выражении (2.4) обращается в нуль из-за антисимметричности формфактора,  $F_1(0, 0) = 0$ .

Используя амплитуду (2.4) и проводя непосредственные вычисления в калибровке Фейнмана, мы получаем следующее выражение для амплитуды распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+ e^-$ ,

которая соответствует однопетлевой диаграмме, изображённой на рисунке 2.2:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) = & \frac{4\pi i\alpha^2}{m_f^2} \left\{ -4\tilde{e}^\mu P^\nu \bar{u}\gamma^\lambda \gamma^5 v \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k_\mu k_\nu k_\lambda}{k^2 q_1^2 q_2^2} F_1(q_1^2, q_2^2) \right. \\
& - 2\tilde{e}^\mu \bar{u}\gamma^\nu \gamma^5 v \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 q_1^2 q_2^2} \left[ F_2(q_1^2, q_2^2) q_2^2 + F_2(q_2^2, q_1^2) q_1^2 \right] \\
& + \tilde{e}_\mu \bar{u}\gamma^\mu \gamma^5 v \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 q_1^2 q_2^2} \left[ F_2(q_1^2, q_2^2) \{k^2(p_1 p_2 + p_1 k - p_2 k) - 2q_2^2(p_1 k) + 2q_2^2 k^2\} \right. \\
& \left. + F_2(q_2^2, q_1^2) \{k^2(p_1 p_2 + p_1 k - p_2 k) + 2q_1^2(p_2 k) + 2q_1^2 k^2\} \right] \left. \right\}, \tag{2.5}
\end{aligned}$$

где  $P = p_1 + p_2$ ,  $q_1 = p_1 - k$  и  $q_2 = p_2 + k$ . При выводе формулы (2.5) мы использовали тождество

$$i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}\gamma^\sigma = (\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho - g_{\mu\nu}\gamma_\rho + g_{\mu\rho}\gamma_\nu - g_{\nu\rho}\gamma_\mu)\gamma^5, \tag{2.6}$$

а также уравнения Дирака для безмассового электрона,  $\bar{u}\hat{p}_1 = 0$ , и безмассового позитрона,  $\hat{p}_2 v = 0$ .

### 2.3. Параметризация формфакторов $f_1(1285)$ мезона

Выражение (2.5) для амплитуды распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$  содержит формфакторы  $F_1(q_1^2, q_2^2)$  и  $F_2(q_1^2, q_2^2)$ , явный вид которых неизвестен. Поэтому, чтобы вычислить ширину данного распада, нужно найти некоторую параметризацию этих формфакторов, которая будет находиться в согласии с экспериментальными данными.

Для нахождения такой параметризации мы действуем в духе модели векторной доминантности и предполагаем, что главный вклад в амплитуду  $\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$  даёт промежуточное состояние, когда оба виртуальных фотона взаимодействуют с  $f_1(1285)$  мезоном посредством промежуточных векторных мезонов. Анализ экспериментальных данных свидетельствует о том, что этими векторными мезонами являются  $\rho^0$  мезоны. Так, в работе [58] было показано, что один из основных распадов  $f_1(1285)$  мезона, распад  $f_1(1285) \rightarrow 4\pi$ , относительная вероятность которого составляет около 33%, происходит главным образом через промежуточное  $\rho\rho$  состояние. Ещё одним свидетельством в пользу сильного  $f_1(1285)\rho^0\rho^0$  взаимодействия является довольно большая, около 5.5% [57], относительная вероятность радиационного распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma$ . Диаграмма Фейнмана, описывающая распад  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$  в модели векторной доминантности с двумя промежуточными  $\rho^0$  мезонами, показана на рисунке 2.3.

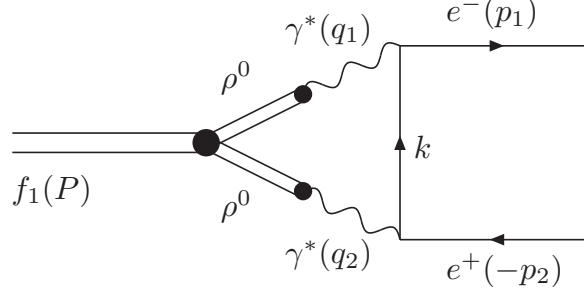


Рис. 2.3. Распад  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$  в модели векторной доминантности с двумя промежуточными  $\rho^0$  мезонами

Итак, в нашей модели распад  $f_1(1285)$  мезона на два виртуальных фотона,  $f_1(1285) \rightarrow \gamma^*\gamma^*$ , происходит через предшествующий ему переход  $f_1(1285)$  мезона в два виртуальных  $\rho^0$  мезона,  $f_1(1285) \rightarrow \rho^{0*}\rho^{0*}$ . Амплитуду такого перехода можно записать по аналогии с амплитудой (2.4),

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \rho^{0*}\rho^{0*}) &= \frac{1}{m_f^2} i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left\{ h_1(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} q_2^\rho e_2^{*\sigma} \tilde{e}^\tau (q_1 - q_2)_\tau \right. \\ &\quad \left. + h_2(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} \tilde{e}^\rho [q_2^\sigma e_2^{*\lambda} q_{2\lambda} - e_2^{*\sigma} q_2^2] + h_2(q_2^2, q_1^2) q_2^\mu e_2^{*\nu} \tilde{e}^\rho [q_1^\sigma e_1^{*\lambda} q_{1\lambda} - e_1^{*\sigma} q_1^2] \right\}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где  $h_1(q_1^2, q_2^2)$  и  $h_2(q_1^2, q_2^2)$  – безразмерные формфакторы.

Чтобы связать между собой формфакторы  $F_1$  и  $h_1$ , а также  $F_2$  и  $h_2$ , нужно учесть пропагаторы  $\rho^0$  мезонов и амплитуду перехода виртуального  $\rho^0$  мезона в виртуальный фотон,  $\rho^{0*} \rightarrow \gamma^*$ . Лагранжиан этого перехода можно записать в явно калибровочно-инвариантном виде,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} g_{\rho\gamma} V^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (2.8)$$

где  $g_{\rho\gamma}$  – безразмерная константа связи,  $F_{\mu\nu}$  – тензор электромагнитного поля,  $V_{\mu\nu}$  – соответствующий тензор поля  $\rho^0$  мезона. Из этого лагранжиана получаем следующую амплитуду,

$$\mathcal{M}(\rho^{0*} \rightarrow \gamma^*) = g_{\rho\gamma} (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \epsilon^\mu e^{*\nu}, \quad (2.9)$$

где  $q$  – импульс  $\rho^0$  мезона и фотона,  $\epsilon^\mu$  и  $e^\nu$  – векторы поляризации  $\rho^0$  мезона и фотона, соответственно. Константу  $g_{\rho\gamma}$  можно найти из ширины распада  $\rho^0 \rightarrow e^+e^-$ ,

$$\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-) = \frac{1}{3} \alpha g_{\rho\gamma}^2 m_\rho. \quad (2.10)$$

Используя экспериментальные значения  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+e^-) \approx 6.98$  кэВ и  $m_\rho = 775.26$  МэВ [57], получаем, что  $g_{\rho\gamma} \approx 0.06$ .



Теперь можно сравнить между собой амплитуды, которые соответствуют диаграммам, изображённым на рисунках 2.2 и 2.3, и получить соотношение между формфакторами  $F_1$  и  $h_1$ , а также  $F_2$  и  $h_2$ :

$$\alpha F_{1,2}(q_1^2, q_2^2) = \frac{g_{\rho\gamma}^2 q_1^2 q_2^2}{(q_1^2 - m_\rho^2 + im_\rho\Gamma_\rho)(q_2^2 - m_\rho^2 + im_\rho\Gamma_\rho)} h_{1,2}(q_1^2, q_2^2), \quad (2.11)$$

где  $\Gamma_\rho = 147.8$  МэВ – ширина  $\rho^0$  мезона. В обсуждаемой модели мы считаем  $\Gamma_\rho$  постоянной величиной и пренебрегаем её возможной зависимостью от квадрата импульса  $\rho^0$  мезона,  $\Gamma_\rho(q^2)$ .

Так как масса  $\rho^0$  мезона превышает половину массы  $f_1(1285)$  мезона, то  $f_1(1285)$  мезон не может распасться на два реальных  $\rho^0$  мезона. Поэтому, чтобы получить экспериментальные ограничения на формфакторы  $h_1(q_1^2, q_2^2)$  и  $h_2(q_1^2, q_2^2)$ , можно рассмотреть распад  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma$ , который довольно хорошо изучен экспериментально. При этом мы предполагаем, что взаимодействие  $f_1(1285)$  мезона с фотоном происходит через промежуточный  $\rho^0$  мезон.

С другой стороны, амплитуду распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma$  можно получить непосредственно из выражения (2.4), выполнив в нём следующие замены:  $q_1^2 = m_\rho^2$ ,  $q_2^2 = 0$  и  $e_1 q_1 = e_2 q_2 = 0$ . Такие замены отвечают тому, что  $\rho^0$  мезон и фотон в распаде  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma$  находятся на массовой поверхности. В результате амплитуду этого распада можно записать следующим образом:

$$\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma) = \frac{\alpha}{m_f^2} i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left\{ g_1 p^\mu \epsilon^{*\nu} q^\rho e^{*\sigma} \tilde{e}^\tau (p - q)_\tau - m_\rho^2 g_2 \tilde{e}^\mu \epsilon^{*\nu} q^\rho e^{*\sigma} \right\}, \quad (2.12)$$

где  $e^\sigma$  и  $\epsilon^\nu$  – векторы поляризации фотона и  $\rho^0$  мезона, соответственно,  $\tilde{e}^\mu$  – псевдовектор поляризации  $f_1(1285)$  мезона,  $p$  и  $q$  – импульсы  $\rho^0$  мезона и фотона, соответственно. Данная амплитуда содержит две независимые структуры и, соответственно, две комплексные константы связи,  $g_1$  и  $g_2$ . Это связано с тем, что существует два различных поляризационных состояния  $\rho^0$  мезона: его поляризация может быть продольной и может быть поперечной. Мы будем обозначать такие состояния индексами  $L$  и  $T$ , соответственно. В выражении (2.12) структура при константе  $g_1$  соответствует поляризационному состоянию  $T$ , а структура при константе  $g_2$  – комбинации поляризационных состояний  $L$  и  $T$ .

Сравнивая выражение (2.12) для амплитуды  $\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma)$  с выражением, записанным с использованием (2.7), можно получить следующие соотношения между форм-

фактором  $h_1$  и константой  $g_1$ , а также формфактором  $h_2$  и константой  $g_2$ :

$$\begin{aligned}\lim_{q_2^2 \rightarrow 0} q_2^2 h_1(m_\rho^2, q_2^2) &= -\frac{\alpha g_1}{g_{\rho\gamma}} (m_\rho^2 - im_\rho \Gamma_\rho), \\ \lim_{q_2^2 \rightarrow 0} q_2^2 h_2(q_2^2, m_\rho^2) &= -\frac{\alpha g_2}{g_{\rho\gamma}} (m_\rho^2 - im_\rho \Gamma_\rho).\end{aligned}\tag{2.13}$$

В итоге, учитывая антисимметричность формфактора  $F_1(q_1^2, q_2^2)$ , и используя соотношения (2.11) и (2.13), мы записываем формфакторы  $F_1$  и  $F_2$  в следующем виде:

$$\begin{aligned}F_1(q_1^2, q_2^2) &= \frac{g_{\rho\gamma} g_1 (m_\rho^2 - im_\rho \Gamma_\rho) (q_2^2 - q_1^2)}{(q_1^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho) (q_2^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho)}, \\ F_2(q_1^2, q_2^2) &= \frac{g_{\rho\gamma} g_2 (m_\rho^2 - im_\rho \Gamma_\rho) (-m_\rho^2)}{(q_1^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho) (q_2^2 - m_\rho^2 + im_\rho \Gamma_\rho)}.\end{aligned}\tag{2.14}$$

## 2.4. Ограничения на константы распада $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$ из экспериментальных данных

Обсудим теперь, какие ограничения на константы  $g_1$  и  $g_2$  распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$  следуют из экспериментальных данных. Используя амплитуду (2.12), можно непосредственно вычислить ширину этого распада,

$$\begin{aligned}\Gamma(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) &= \frac{\alpha^2}{96\pi} m_f (1 - \xi)^3 \\ &\times [(1 - \xi)^2 |g_1|^2 + \xi(1 + \xi) |g_2|^2 + 2\xi(1 - \xi) |g_1| |g_2| \cos \delta],\end{aligned}\tag{2.15}$$

где  $\xi = m_\rho^2/m_f^2 \approx 0.37$ . Поскольку в амплитуде (2.12) структуры при константах  $g_1$  и  $g_2$  не соответствуют различным поляризованным состояниям  $\rho^0$  мезона, интерференционный член в квадрате амплитуды не исчезает после суммирования по поляризациям. В результате ширина распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$  зависит от относительной фазы  $\delta$  комплексных констант  $g_1$  и  $g_2$ . В итоге, выражение (2.15) содержит три неизвестных параметра:  $|g_1|$ ,  $|g_2|$  и  $\delta$ .

Ещё одно соотношение между этими параметрами можно получить из поляризационных экспериментов. В эксперименте коллаборации VES [59] были измерены угловые распределения в распаде  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ . Угловую зависимость квадрата амплитуды этого распада можно записать как

$$|\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma)|^2 \propto \rho_{LL} \cos^2 \theta + \rho_{TT} \sin^2 \theta,\tag{2.16}$$

где  $\rho_{LL}$  и  $\rho_{TT}$  – элементы матрицы плотности, отвечающие продольно и поперечно поляризованным  $\rho^0$  мезонам, соответственно,  $\theta$  – угол между импульсами  $\pi^+$  мезона и фотона в системе покоя  $\rho^0$  мезона. Интегрируя по углу  $\theta$ , получаем, что  $\rho_{LL}$  и  $\rho_{TT}$  входят в выражение для ширины обсуждаемого распада с разными коэффициентами:

$$\Gamma (f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma) \propto \rho_{LL} + 2\rho_{TT}. \quad (2.17)$$

Коллаборацией VES [59] было получено экспериментальное значение отношения  $\rho_{LL}/\rho_{TT}$ :

$$r = \frac{\rho_{LL}}{\rho_{TT}} = 3.9 \pm 0.9 \pm 1.0, \quad (2.18)$$

которое можно использовать для получения ограничений на константы  $g_1$  и  $g_2$ . Вычисление выражения  $|\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma)|^2$  с использованием амплитуды (2.12) приводит к следующему результату для отношения коэффициентов при  $\cos^2 \theta$  и  $\sin^2 \theta$ :

$$r = \frac{\rho_{LL}}{\rho_{TT}} = \frac{2\xi|g_2|^2}{(1-\xi)^2|g_1|^2 + \xi^2|g_2|^2 + 2\xi(1-\xi)|g_1||g_2| \cos \delta}. \quad (2.19)$$

Вернёмся к рассмотрению распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$ . Используя амплитуду (2.12), можно показать, что в системе покоя  $f_1(1285)$  мезона выполняется следующее соотношение:

$$\frac{\mathcal{M}_L(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma)}{\mathcal{M}_T(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma)} = \frac{\sqrt{\xi}g_2}{(1-\xi)g_1 + \xi g_2}, \quad (2.20)$$

где индексы  $L$  и  $T$  означают, что  $\rho^0$  мезон имеет продольную и поперечную поляризацию, соответственно. Выражение (2.15) для ширины распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$  также удобно представить в виде суммы слагаемых, соответствующих различным поляризационным состояниям  $\rho^0$  мезона:

$$\Gamma (f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) = \frac{\alpha^2}{96\pi} m_f (1-\xi)^3 [g_{TT} + g_{LL}], \quad (2.21)$$

где

$$\begin{aligned} g_{TT} &= (1-\xi)^2|g_1|^2 + \xi^2|g_2|^2 + 2\xi(1-\xi)|g_1||g_2| \cos \delta, \\ g_{LL} &= \xi|g_2|^2. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Отметим, что из формул (2.19) и (2.22) следует равенство  $g_{LL}/g_{TT} = r/2 = \rho_{LL}/2\rho_{TT}$ . Таким образом, выражения (2.17) и (2.21) согласуются.

В 2016 году коллаборация CLAS опубликовала результаты первых исследований фоторождения  $f_1(1285)$  мезона на протонной мишени,  $\gamma p \rightarrow f_1(1285)p$  [60]. Согласно данным, полученным в этом эксперименте, относительная вероятность  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma)$  равняется  $(2.5 \pm 0.9)\%$ , что значительно меньше, чем значение  $(5.5 \pm 1.3)\%$ , приведённое в обзоре Particle Data Group (PDG) [57]. Полная ширина распада  $f_1(1285)$  мезона, измеренная коллаборацией CLAS,  $\Gamma_f^{CLAS} = (18.4 \pm 1.4)$  МэВ, также существенно меньше значения  $\Gamma_f = (24.1 \pm 1.0)$  МэВ, указанного в обзоре PDG. Однако некоторые экспериментальные величины, в частности  $r = \rho_{LL}/\rho_{TT}$  (2.18) и  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma)$ , известны с недостаточно хорошей точностью. В результате, наши предсказания [41] для сечения  $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285))$ , ширины  $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$  и других величин, полученные с использованием данных CLAS, согласуются в пределах ошибок с нашими предсказаниями для этих же величин, полученными с использованием данных PDG. Поэтому далее мы ограничимся обсуждением только тех наших результатов, которые были получены с использованием данных PDG [57].

Используя соотношение  $g_{LL}/g_{TT} = r/2$  и выражение (2.21), получаем, что

$$\begin{aligned}\alpha^2 g_{TT} &= \frac{96\pi \mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) \Gamma_f}{m_f (1 - \xi)^3} \frac{2}{r + 2} = 0.41 \pm 0.14, \\ \alpha^2 g_{LL} &= \frac{96\pi \mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) \Gamma_f}{m_f (1 - \xi)^3} \frac{r}{r + 2} = 0.81 \pm 0.22,\end{aligned}\tag{2.23}$$

и с помощью формулы (2.22) находим абсолютную величину константы  $\alpha g_2$ ,

$$\alpha |g_2| = \sqrt{\frac{\alpha^2 g_{LL}}{\xi}} = 1.49 \pm 0.20.\tag{2.24}$$

К сожалению, из экспериментальных данных о распаде  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$  невозможно получить точное значение абсолютной величины константы  $g_1$ . Можно только, решив квадратное уравнение, выразить  $|g_1|$  через  $\cos \delta$  из соотношения (2.22):

$$|g_1| = \frac{1}{1 - \xi} \left( -\xi |g_2| \cos \delta + \sqrt{(\xi |g_2| \cos \delta)^2 + g_{TT} - \xi g_{LL}} \right).\tag{2.25}$$

Таким образом, в нашей модели остаётся только один свободный параметр – фаза  $\delta$ .

Учитывая неравенство  $-1 \leq \cos \delta \leq 1$ , и используя средние значения величин  $\alpha^2 g_{TT}$ ,  $\alpha^2 g_{LL}$  (2.23) и  $\alpha |g_2|$  (2.24), мы получаем следующее ограничение на абсолютную величину константы  $\alpha g_1$ :

$$0.16 \leq \alpha |g_1| \leq 1.87.\tag{2.26}$$

Здесь минимальное значение  $\alpha|g_1| = 0.16$  соответствует значению фазы  $\delta = 0$ , а максимальное значение  $\alpha|g_1| = 1.87$  соответствует значению фазы  $\delta = \pi$ .

Как уже было отмечено, величина  $r = \rho_{LL}/\rho_{TT}$  (2.18) определена с довольно большими экспериментальными ошибками. Это допускает возможность того, что  $|g_1|$  является пренебрежимо малой величиной вне зависимости от фазы  $\delta$ . Действительно, в случае  $g_1 \equiv 0$  из выражения (2.19) получаем, что величина  $r$  принимает значение  $r = 2/\xi \approx 5.5$ , которое находится почти в пределах экспериментальных ошибок,  $r = 3.9 \pm 0.9 \pm 1.0$ .

## 2.5. Вычисление ширины распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ и сечения процесса $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$

Прежде чем приступить к вычислению ширины распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ , рассмотрим распад  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ . Экспериментальные данные указывают на то, что основной вклад в него даёт промежуточное состояние с двумя виртуальными  $\rho^0$  мезонами [58], как изображено на рисунке 2.4. В нашей модели амплитуда перехода  $f_1(1285) \rightarrow \rho^{0*}\rho^{0*}$  содержит формфакторы  $h_1(q_1^2, q_2^2)$  и  $h_2(q_1^2, q_2^2)$ . Разумеется, параметризация этих формфакторов должна удовлетворять требованию, что результат вычисления относительной вероятности распада  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  должен находиться в хорошем согласии с экспериментальным значением,  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-) = (11.0_{-0.6}^{+0.7})\%$ .

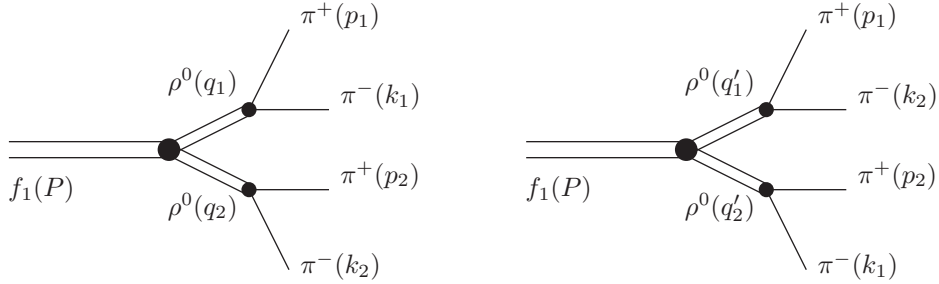


Рис. 2.4. Диаграммы распада  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$

Для того, чтобы вычислить  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)$ , нужно знать константу взаимодействия  $\rho^0$  мезона с двумя заряженными  $\pi$  мезонами. Амплитуду распада  $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  можно записать в следующем виде:

$$\mathcal{M}(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = if_{\rho\pi\pi}e_\mu p^\mu, \quad (2.27)$$

где  $e_\mu$  – вектор поляризации  $\rho^0$  мезона,  $p$  – импульс  $\pi^+$  мезона. Если  $\rho^0$  мезон является

виртуальным, то величина  $f_{\rho\pi\pi}$ , вообще говоря, зависит от  $q^2$ , где  $q$  – импульс  $\rho^0$  мезона. Однако мы предполагаем, что в распаде  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  виртуальности  $\rho^0$  мезонов не очень велики, и считаем  $f_{\rho\pi\pi}$  постоянной величиной. Её значение можно найти из экспериментальных данных о ширине распада  $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ :

$$f_{\rho\pi\pi} = \left( \frac{192\pi\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)}{m_\rho(1 - 4m_\pi^2/m_\rho^2)^{3/2}} \right)^{1/2} \approx 11.9, \quad (2.28)$$

где  $\Gamma(\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) \approx \Gamma_\rho = 147.8$  МэВ и  $m_\pi = 139.57$  МэВ – масса заряженных  $\pi$  мезонов.

Зависимость относительной вероятности распада  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  от фазы  $\delta$  показана на рисунке 2.5. Сплошной линией обозначена относительная вероятность, вычисленная для средних значений всех величин, в частности  $r = 3.9$  и  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma) = 5.5\%$ . Большие экспериментальные неопределённости  $\Delta r \approx 1.3$  и  $\Delta\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma) = 1.3\%$  могут приводить к значительному отклонению величины  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)$  от её среднего значения. Результаты, соответствующие одному стандартному отклонению, обозначены на рисунке 2.5 штриховой и пунктирной линиями. Затенённая горизонтальная полоса показывает экспериментальное значение,  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-) = (11.0_{-0.6}^{+0.7})\%$ .

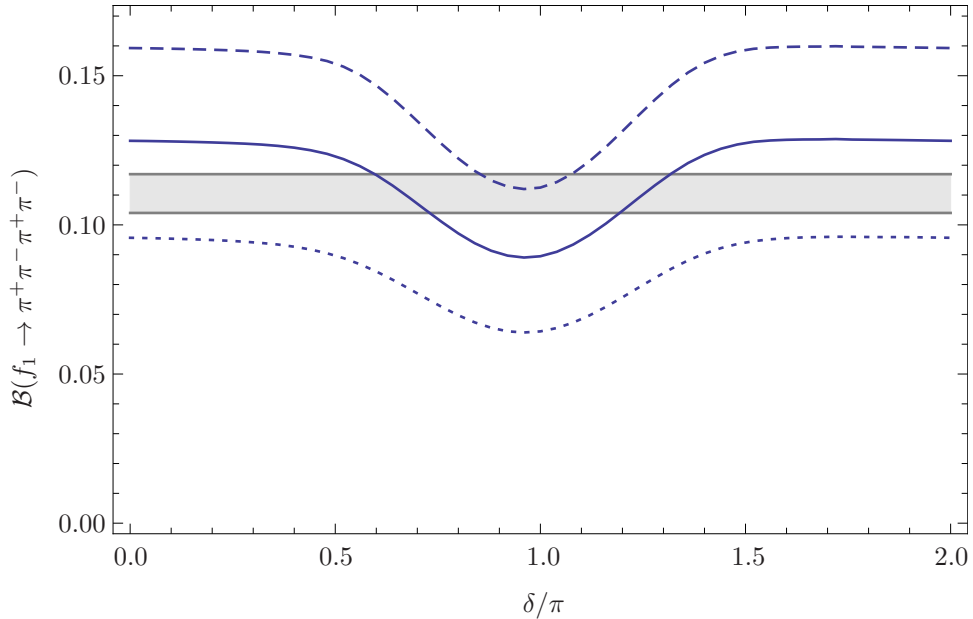


Рис. 2.5. Зависимость относительной вероятности  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)$  от фазы  $\delta$

Предсказания нашей модели совпадают со средним экспериментальным значением,  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-) = 11.0\%$ , при одном из двух возможных значений фазы:

$$\delta \approx 0.67\pi \quad \text{либо} \quad \delta \approx 1.25\pi. \quad (2.29)$$

Однако из рисунка 2.5 видно, что в пределах одного стандартного отклонения фаза  $\delta$  может принимать фактически любое значение. Поэтому в дальнейшем мы продолжим считать  $\delta$  свободным параметром.

Обратимся теперь к вычислению ширины распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ . Для этого подставляем выражения для формфакторов  $F_1(q_1^2, q_2^2)$  и  $F_2(q_1^2, q_2^2)$  (2.14) в формулу (2.5) и выполняем численное интегрирование. Сравнивая ответ с выражением (2.1), получаем следующий результат для константы  $F_A$ :

$$F_A = -\alpha g_1 (0.22 + 0.25i) - \alpha g_2 (0.75 + 0.57i). \quad (2.30)$$

Чтобы выделить зависимость величины  $|F_A|^2$  от фазы  $\delta$ , удобно представить комплексные числа  $g_1$  и  $g_2$  в форме  $g_1 = |g_1| \cdot e^{i\phi_1}$  и  $g_2 = |g_2| \cdot e^{i\phi_2}$ , соответственно. Тогда, используя равенство  $\delta = \phi_1 - \phi_2$ , можно написать величину  $|F_A|^2$  в следующем виде:

$$|F_A|^2 = \left| e^{i\delta} \cdot \alpha |g_1| \cdot (0.22 + 0.25i) + \alpha |g_2| \cdot (0.75 + 0.57i) \right|^2. \quad (2.31)$$

Так как имеют место соотношения  $\alpha |g_2| \sim 1$  (2.24) и  $\alpha |g_1| \lesssim 1$  (2.26), то абсолютное значение константы  $F_A$  по порядку величины равно единице,  $|F_A| \sim 1$ , как мы и предполагали в разделе 2.1. В частности, для средних значений величин  $|g_1|$  и  $|g_2|$  имеем, что  $|F_A| \approx 1.17$  при  $\delta \approx 0.67\pi$  и  $|F_A| \approx 1.20$  при  $\delta \approx 1.25\pi$ .

В результате, используя формулу (2.2), получаем следующие теоретические предсказания для ширины распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ :

$$\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \approx \begin{cases} 0.13 \text{ эВ} & \text{при } \delta \approx 0.67\pi, \\ 0.14 \text{ эВ} & \text{при } \delta \approx 1.25\pi. \end{cases} \quad (2.32)$$

Отметим, что наивная оценка  $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \sim 0.1$  эВ, полученная в разделе 2.1, хорошо согласуется с этими значениями. Теперь можно вычислить относительную вероятность распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ :

$$\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \approx \begin{cases} 5.5 \cdot 10^{-9} & \text{при } \delta \approx 0.67\pi, \\ 5.8 \cdot 10^{-9} & \text{при } \delta \approx 1.25\pi. \end{cases} \quad (2.33)$$

Эти результаты находятся в очень хорошем согласии с экспериментальным значением,

недавно полученным в ИЯФ СО РАН [23]:

$$\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) = (5.1_{-2.7}^{+3.7}) \cdot 10^{-9}. \quad (2.34)$$

Как уже было отмечено выше, фазу  $\delta$  следует считать свободным параметром. Поэтому мы также приводим результаты вычислений  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$  для всех значений  $\delta$ . Графики соответствующей зависимости показаны на рисунке 2.6. Сплошная линия означает относительную вероятность  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$ , вычисленную для средних значений  $r = 3.9$  и  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma) = 5.5\%$ . Штриховая и пунктирная линии соответствуют одному стандартному отклонению.

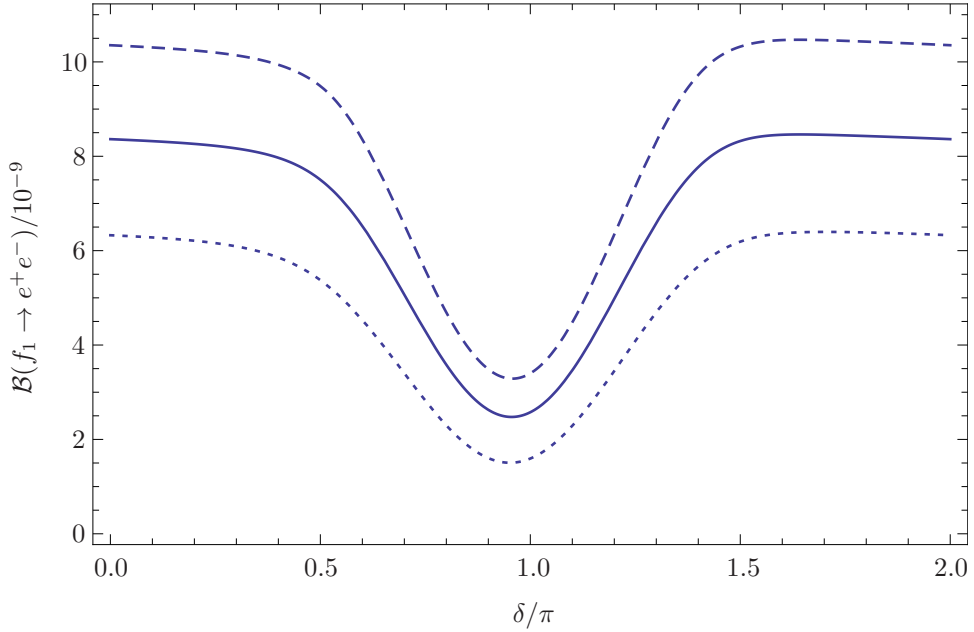


Рис. 2.6. Зависимость относительной вероятности  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$  от фазы  $\delta$

Видно, что функции, изображённые на рисунке 2.6, слабо меняются на интервале  $-\pi/2 < \delta < \pi/2$  и имеют минимум около  $\delta = \pi$ . Такое поведение можно легко понять из выражений (2.25) и (2.31). Действительно, когда  $\cos \delta > 0$ , величина  $|g_1|$  довольно мала, и поэтому главный вклад в  $|F_A|^2$  даёт слагаемое, содержащее  $|g_2|$  и не зависящее от  $\delta$ . Однако, если значение фазы  $\delta$  близко к  $\pi$ , то величина  $|g_1|$  сравнима с  $|g_2|$ , в выражении (2.31) происходит частичное сокращение слагаемых и величина  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$  принимает минимальное значение.

В результате, считая фазу  $\delta$  свободным параметром, относительную вероятность  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$  можно консервативно оценить как

$$\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \simeq (3 \div 8) \cdot 10^{-9}. \quad (2.35)$$



Соответствующая консервативная оценка для ширины распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$  выглядит следующим образом:

$$\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) \simeq 0.07 \div 0.19 \text{ эВ}. \quad (2.36)$$

В заключение этого раздела приведём также результаты наших вычислений для полного сечения прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  аннигиляции. Если энергия  $e^+e^-$  пары в системе центра масс равняется массе  $f_1(1285)$  мезона,  $\sqrt{s} = m_f$ , то сечение  $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285))$  выражается через относительную вероятность распада  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$  согласно стандартной формуле:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) = \frac{12\pi}{m_f^2} \mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-). \quad (2.37)$$

Из соотношения (2.35) следует соответствующая консервативная оценка для этого сечения:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) \simeq (27 \div 72) \text{ пб}. \quad (2.38)$$

Используя значения (2.33) для  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$ , получаем следующий результат для средней величины обсуждаемого сечения:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) \approx \begin{cases} 49 \text{ пб} & \text{при } \delta \approx 0.67 \pi, \\ 52 \text{ пб} & \text{при } \delta \approx 1.25 \pi. \end{cases} \quad (2.39)$$

Таким образом, наши теоретические предсказания хорошо согласуются с недавно полученным экспериментальным значением [23]:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) = 45_{-24}^{+33} \text{ пб}. \quad (2.40)$$

## Глава 3

### Исследование рождения $f_1(1285)$ мезона в процессе

$$e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$$

Поскольку основным каналом распада  $f_1(1285)$  мезона является распад  $f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$ , относительная вероятность которого составляет около 52% [57], для экспериментального изучения прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  столкновениях можно использовать процесс аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$ . При этом реакция  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  протекает не только через двухфотонную аннигиляцию с промежуточным  $f_1(1285)$  мезоном,  $C$ -чётность которого положительна, но и через однофотонную аннигиляцию с промежуточными векторными мезонами  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$ ,  $C$ -чётность которых отрицательна. Сечение двухфотонного процесса  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  очень сложно измерить экспериментально, так как оно подавлено дополнительным малым множителем  $\alpha^2$  по сравнению с сечением однофотонного процесса  $e^+e^- \rightarrow \rho \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ . Поэтому экспериментальное исследование рождения  $f_1(1285)$  мезона в реакции  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  можно проводить посредством изучения зарядовой асимметрии, которая возникает в этой реакции из-за интерференции  $C$ -нечётной однофотонной и  $C$ -чётной двухфотонной амплитуд.

В настоящей главе диссертации, следуя работе [41] и используя параметризацию формфакторов  $f_1(1285)$  мезона, рассмотренную во второй главе, мы вычислим сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$  и зарядовую асимметрию в реакции  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ .

### 3.1. Процесс $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$

Рассмотрим сначала процесс  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$ , который можно использовать для экспериментального изучения прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  столкновениях. Распад  $f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$  происходит главным образом через промежуточные скалярные мезоны  $a_0(980)$ , которые так же, как и  $\pi$  мезоны, образуют изотриплет. Относительная вероятность такого канала распада составляет приблизительно 70% [57]. Под конечным

состоянием  $\eta\pi\pi$  здесь понимается как состояние  $\eta\pi^+\pi^-$ , в котором оба  $\pi$  мезона являются заряженными, так и состояние  $\eta\pi^0\pi^0$ , в котором оба  $\pi$  мезона являются нейтральными. Соответствующие диаграммы Фейнмана изображены на рисунках 3.1 и 3.2.

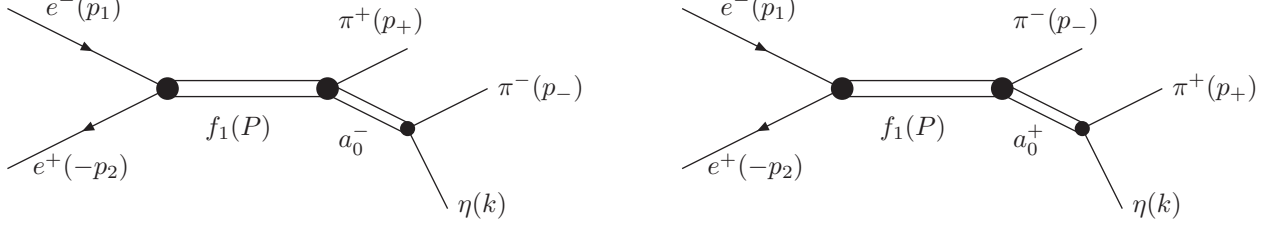


Рис. 3.1. Диаграммы  $e^+e^-$  аннигиляции в конечное состояние  $\eta\pi^+\pi^-$  через промежуточный  $f_1(1285)$  мезон

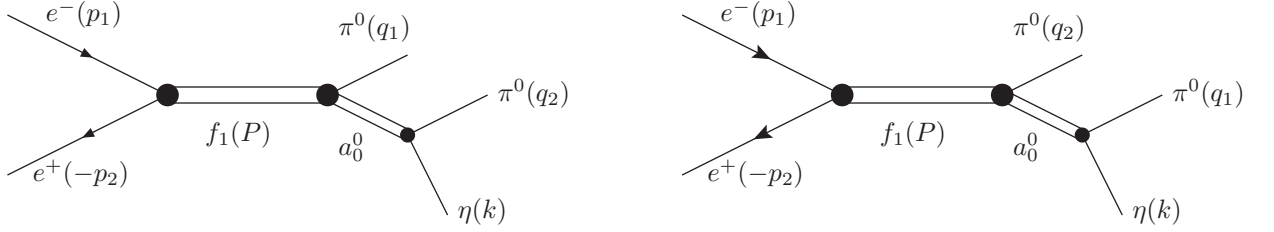


Рис. 3.2. Диаграммы  $e^+e^-$  аннигиляции в конечное состояние  $\eta\pi^0\pi^0$  через промежуточный  $f_1(1285)$  мезон

Будем считать, что суммарная энергия аннигилирующих электрона и позитрона в системе центра масс равна массе  $f_1(1285)$  мезона,  $\sqrt{s} = m_f$ . Тогда согласно стандартной формуле сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow a_0(980)\pi$  выражается через произведение относительных вероятностей распадов  $f_1(1285) \rightarrow a_0(980)\pi$  и  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$ :

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow a_0(980)\pi) = \frac{12\pi}{m_f^2} \mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow a_0(980)\pi) \mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-). \quad (3.1)$$

Предполагая, что  $a_0(980)$  мезоны распадаются только в конечное состояние  $\eta\pi$ , а также используя экспериментальное значение  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow a_0(980)\pi) = 0.36 \pm 0.07$  [57] и результаты наших вычислений (2.35) для  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$ , с учётом всех экспериментальных неопределённостей получаем следующую консервативную оценку для обсуждаемого сечения:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow a_0(980)\pi \rightarrow \eta\pi\pi) \simeq 7.8 \div 30 \text{ пб.} \quad (3.2)$$

При этом для среднего значения данного сечения имеем

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow a_0(980)\pi \rightarrow \eta\pi\pi) \approx \begin{cases} 17.7 \text{ пб} & \text{при } \delta \approx 0.67\pi, \\ 18.6 \text{ пб} & \text{при } \delta \approx 1.25\pi, \end{cases} \quad (3.3)$$

где  $\delta$  – относительная фаза комплексных констант  $g_1$  и  $g_2$ , входящих в выражение для амплитуды распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0\gamma$  (2.12).

Приведём теперь результаты наших вычислений для сечений  $e^+e^-$  аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow a_0(980)\pi \rightarrow \eta\pi\pi$  в разные конечные состояния  $\eta\pi^+\pi^-$  и  $\eta\pi^0\pi^0$ , см. рисунки 3.1 и 3.2. В силу изотопической инвариантности сильных взаимодействий  $f_1(1285)$  мезон с равными вероятностями распадается в конечные состояния  $a_0^+(980)\pi^-$ ,  $a_0^-(980)\pi^+$  и  $a_0^0(980)\pi^0$ . Следовательно, одна треть распадов  $f_1(1285) \rightarrow \eta\pi\pi$  происходит в конечное состояние  $\eta\pi^0\pi^0$  и две трети – в состояние  $\eta\pi^+\pi^-$ . В результате, используя соотношение (3.2), получаем следующие консервативные оценки для обсуждаемых сечений:

$$\begin{aligned} \sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow a_0^\pm(980)\pi^\mp \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) &\simeq 5.2 \div 20 \text{ пб}, \\ \sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow a_0^0(980)\pi^0 \rightarrow \eta\pi^0\pi^0) &\simeq 2.6 \div 10 \text{ пб}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Соответствующие средние величины этих сечений равны

$$\begin{aligned} \sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow a_0^\pm(980)\pi^\mp \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) &\approx 12 \text{ пб}, \\ \sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow a_0^0(980)\pi^0 \rightarrow \eta\pi^0\pi^0) &\approx 6 \text{ пб}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

как при значении фазы  $\delta \approx 0.67\pi$ , так и при значении  $\delta \approx 1.25\pi$ .

### 3.2. Зарядовая асимметрия в процессе $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$

Несмотря на то, что сечение  $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^0\pi^0)$  в два раза меньше, чем сечение  $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)$ , процесс  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$  является более удобным для изучения прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  столкновениях, чем процесс  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ . Дело в том, что реакция аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$  протекает только через  $C$ -чётное двухфотонное промежуточное состояние, так как  $C$ -симметрия в данной реакции сохраняется и  $C$ -чётность конечного состояния  $\eta\pi^0\pi^0$  всегда положительна из-за того, что  $C$ -чётности всех конечных частиц положительны. Таким образом, для процесса  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$  отсутствует фон от  $C$ -нечётной однофотонной аннигиляции, и соответствующее сечение можно измерить непосредственно. Со-

гласно нашим предсказаниям (3.5), величина этого сечения довольно мала и составляет всего около 6 пб, но тем не менее его можно экспериментально измерить на коллайдере ВЭПП-2000 в ИЯФ СО РАН. Напротив, реакция аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  протекает главным образом через  $C$ -нечётное однофотонное промежуточное состояние. Сечение этой реакции было измерено при полной энергии в системе центра масс в диапазоне от 1.22 до 2 ГэВ [42]. Экспериментальные данные хорошо описываются моделью векторной доминантности с промежуточными векторными мезонами  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$ . При этом анализ спектра инвариантной массы  $\pi^+\pi^-$  мезонов показывает, что в нём доминирует промежуточное состояние  $\rho(770)$ . Таким образом, эту реакцию можно изобразить с помощью диаграмм Фейнмана, показанных на рисунке 3.3.

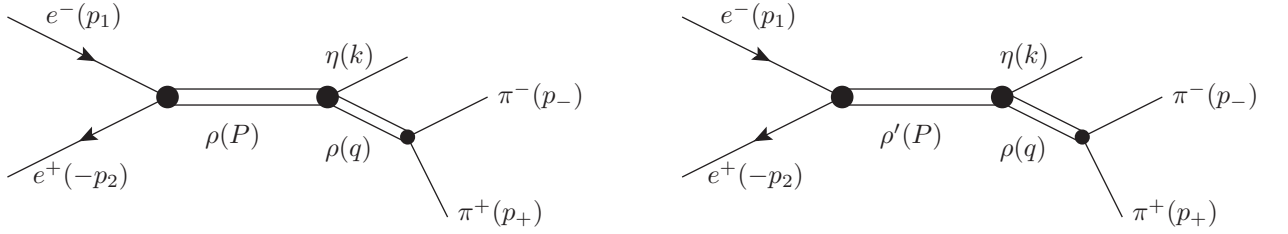


Рис. 3.3. Диаграммы  $e^+e^-$  аннигиляции в конечное состояние  $\eta\pi^+\pi^-$  через промежуточные векторные мезоны  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$ . Мезоны  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$  обозначены на диаграммах как  $\rho$  и  $\rho'$ , соответственно

При энергии  $\sqrt{s} = 1278$  МэВ, приблизительно равной массе  $f_1(1285)$  мезона, экспериментальное значение данного сечения равно  $490 \pm 130$  (стат.) пб [42]. Согласно результатам наших вычислений (3.5), величина сечения двухфотонной аннигиляции  $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)$  составляет около 12 пб, то есть всего несколько процентов от полного сечения реакции  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ . Таким образом, измерение сечения  $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)$  представляет собой очень сложную задачу. Одной из возможностей преодолеть эту трудность является исследование процесса  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  посредством  $C$ -нечётных эффектов, которые возникают из-за интерференции  $C$ -чётной двухфотонной и  $C$ -нечётной однофотонной амплитуд, см. рисунки 3.1 и 3.3.

Реакция однофотонной аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \rho \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  была ранее изучена теоретически в работе [61]. Амплитуду, соответствующую рисунку 3.3, можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1(e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) &= \frac{if_{\rho\pi\pi}}{q^2 - m_\rho^2 + i\sqrt{q^2}\Gamma_\rho(q^2)} \\ &\times \left( \frac{f_{\rho ee}f_{\rho\eta}}{s - m_\rho^2 + i\sqrt{s}\Gamma_\rho(s)} + \frac{f_{\rho' ee}f_{\rho'\eta}}{s - m_{\rho'}^2 + i\sqrt{s}\Gamma_{\rho'}(s)} \right) \epsilon_{\lambda\nu\sigma\tau} p_-^\lambda p_+^\nu k^\sigma \bar{v} \gamma^\tau u, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где  $k$ ,  $p_+$  и  $p_-$  – импульсы  $\eta$ ,  $\pi^+$  и  $\pi^-$  мезонов, соответственно,  $q = p_+ + p_-$ , индексы  $\rho$  и  $\rho'$  означают векторные мезоны  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$ , соответственно. Здесь мы, следуя работам [42, 61], учитываем зависимость ширины  $\Gamma_V$  векторного мезона от квадрата его импульса:

$$\Gamma_V(s) = \Gamma_V(m_V^2) \frac{m_V^2}{s} \left( \frac{p_\pi(s)}{p_\pi(m_V^2)} \right)^3, \quad \text{где } p_\pi(s) = \sqrt{\frac{s}{4} - m_\pi^2}. \quad (3.7)$$

Мы используем следующие численные значения масс и ширин  $\rho(770)$  и  $\rho(1450)$  мезонов:  $m_\rho = 775.26$  МэВ,  $m_{\rho'} = 1465$  МэВ,  $\Gamma_\rho(m_\rho^2) = 147.8$  МэВ,  $\Gamma_{\rho'}(m_{\rho'}^2) = 400$  МэВ. Численное значение константы  $f_{\rho\pi\pi}$  было нами найдено ранее, см. (2.28). Произведение двух других констант  $f_{Vee}$  и  $f_{V\rho\eta}$  мы параметризуем согласно работе [42]:

$$f_{Vee}f_{V\rho\eta} = \frac{4\pi\alpha m_V^2}{s} \cdot g_V e^{i\phi_V}. \quad (3.8)$$

В работе [42] были получены следующие значения величин  $g_V$  и  $\phi_V$ :

$$\begin{aligned} g_\rho &\approx 1.58 \text{ ГэВ}^{-1}, & \phi_\rho &= 0, \\ g_{\rho'} &\approx 0.48 \text{ ГэВ}^{-1}, & \phi_{\rho'} &= \pi. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Используя стандартную формулу для сечения

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) \frac{|\mathcal{M}_{fi}|^2}{4I} \prod_a \frac{d^3p'_a}{(2\pi)^3 2\varepsilon'_a}, \quad (3.10)$$

дифференциальное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  можно записать в следующем виде:

$$\frac{d\sigma(e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)}{dq^2 d\Omega_\pi d\Omega_\eta} = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{2s} \frac{p_\pi(q^2)}{4\sqrt{q^2}} \frac{p_\eta(q^2, s)}{4\sqrt{s}} |\mathcal{M}(e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)|^2. \quad (3.11)$$

Здесь  $q$  – импульс системы  $\pi^+\pi^-$  мезонов,  $d\Omega_\pi = \sin\theta_\pi d\theta_\pi d\phi_\pi$ , где  $\theta_\pi$  и  $\phi_\pi$  – полярный и азимутальный углы импульса  $\pi^+$  мезона  $\mathbf{p}_\pi$  в системе центра масс  $\pi^+\pi^-$  мезонов,  $d\Omega_\eta = \sin\theta_\eta d\theta_\eta d\phi_\eta$ , где  $\theta_\eta$  и  $\phi_\eta$  – полярный и азимутальный углы импульса  $\eta$  мезона  $\mathbf{p}_\eta$  в системе центра масс начальных электрона и позитрона,  $p_\eta(q^2, s)$  – абсолютная величина импульса  $\mathbf{p}_\eta$ :

$$p_\eta(q^2, s) = \frac{\sqrt{(s - q^2 - m_\eta^2)^2 - 4m_\eta^2 q^2}}{2\sqrt{s}}, \quad (3.12)$$

где  $m_\eta = 547.862$  МэВ – масса  $\eta$  мезона.

Вычисление сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  с использованием соотношения (3.11) и выражения для однофотонной амплитуды (3.6) приводит к аналитическим формулам, полученным ранее в работе [61]. Подставляя численные значения всех величин, получаем следующий результат для сечения однофотонной аннигиляции при энергии  $\sqrt{s} = m_f = 1282$  МэВ в системе центра масс:

$$\sigma_1(e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) \approx 360 \text{ пб}, \quad (3.13)$$

что согласуется в пределах ошибок с экспериментальным значением  $490 \pm 130$  пб [42].

Теперь рассмотрим реакцию двухфотонной аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ , которая протекает через промежуточные  $f_1(1285)$  и  $a_0(980)$  мезоны, как показано на рисунке 3.1. Соответствующая амплитуда выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_2(e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) &= \frac{-iF_A\alpha^2 g_{f\pi a} g_{a\pi\eta} m_a}{s - m_f^2 + im_f\Gamma_f} \\ &\times \bar{v} \left( \frac{\hat{p}_+}{(k + p_-)^2 - m_a^2 + im_a\Gamma_a} + \frac{\hat{p}_-}{(k + p_+)^2 - m_a^2 + im_a\Gamma_a} \right) \gamma^5 u. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Относительный знак “+” в этом выражении обусловлен бозе-симметрией.

Абсолютные величины констант связи  $g_{f\pi a}$  и  $g_{a\pi\eta}$  можно найти из экспериментальных данных о соответствующих парциальных ширинах:

$$\begin{aligned} \Gamma(f_1(1285) \rightarrow a_0^-(980)\pi^+) &= |g_{f\pi a}|^2 \frac{((m_f^2 - m_a^2 - m_\pi^2)^2 - 4m_a^2 m_\pi^2)^{3/2}}{192\pi m_f^5}, \\ \Gamma(a_0^-(980) \rightarrow \pi^-\eta) &= |g_{a\pi\eta}|^2 \frac{\sqrt{(m_a^2 - m_\eta^2 - m_\pi^2)^2 - 4m_\eta^2 m_\pi^2}}{16\pi m_a}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Используя экспериментальные значения  $m_a = 980$  МэВ,  $\Gamma(a_0^-(980) \rightarrow \pi^-\eta) \approx \Gamma_a \approx 60$  МэВ,  $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow a_0^-(980)\pi^+) \approx \frac{1}{3} \mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow a_0(980)\pi) \Gamma_f \approx 2.9$  МэВ, получаем, что  $|g_{f\pi a}| \approx 5.23$  и  $|g_{a\pi\eta}| \approx 2.18$ .

Так как некоторые величины в выражении (3.14) имеют большие экспериментальные неопределённости, и к тому же значение константы  $F_A$  зависит от свободного параметра  $\delta$ , то величина сечения двухфотонной аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  является довольно неопределённой. Аккуратная оценка этих неопределённостей выходит за рамки данной

работы. В результате, мы приводим здесь только средние значения этого сечения:

$$\sigma_2(e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) \approx \begin{cases} 10 \text{ пб} & \text{при } \delta \approx 0.7\pi, \\ 13 \text{ пб} & \text{при } \delta \approx 1.3\pi. \end{cases} \quad (3.16)$$

Эти значения находятся в хорошем согласии с нашим предыдущим результатом 12 пб (3.5), который был получен другим способом.

Интерференция между однофотонной (3.6) и двухфотонной (3.14) амплитудами является  $P$ - и  $C$ -нечётной, поэтому она не даёт вклада в полное сечение, но может приводить к зарядовой асимметрии в дифференциальном сечении. Действительно, вычисление показывает, что после интегрирования по азимутальному углу  $\phi_\pi$  интерференционный член является нечётной функцией величин  $\cos\theta_\eta$  и  $\cos\theta_\pi$ . Здесь  $\theta_\eta$  – угол между импульсами  $\eta$  мезона и позитрона в системе центра масс начальных электрона и позитрона,  $\theta_\pi$  – угол между импульсами  $\pi^+$  мезона и  $\eta$  мезона в системе центра масс  $\pi^+\pi^-$  мезонов. Соответственно, угол между импульсами  $\pi^-$  мезона и  $\eta$  мезона в системе центра масс  $\pi^+\pi^-$  мезонов равен  $(\pi - \theta_\pi)$ . Таким образом, если мы рассматриваем события, для которых величина  $\cos\theta_\eta$  фиксирована (точнее находится в малом интервале  $d\cos\theta_\eta$  около некоторого значения), то интерференционный член, являясь нечётной функцией величины  $\cos\theta_\pi$ , имеет противоположные знаки для углов  $\theta_\pi$  и  $(\pi - \theta_\pi)$ . Физически это означает, что число  $\pi^+$  мезонов, летящих в некотором направлении, характеризуемом углом  $\theta_\pi$ , отличается от числа  $\pi^-$  мезонов, летящих в том же направлении.

Определим зарядовую асимметрию в процессе  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  как

$$A = \frac{\sigma^+ - \sigma^-}{\sigma^+ + \sigma^-}, \quad (3.17)$$

где  $\sigma^+ = \sigma_1^+ + \sigma_2^+ + \sigma_{int}^+$  – сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ , проинтегрированное по фазовому объёму в области  $\{\cos\theta_\eta > 0, \cos\theta_\pi > 0\}$ , аналогично  $\sigma^- = \sigma_1^- + \sigma_2^- + \sigma_{int}^-$  – сечение реакции  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ , проинтегрированное по фазовому объёму в области  $\{\cos\theta_\eta > 0, \cos\theta_\pi < 0\}$ . Условие  $\cos\theta_\eta > 0$  выбрано здесь произвольно, поэтому для реального эксперимента можно рассматривать асимметрию в другом диапазоне углов  $\theta_\eta$ , основываясь на условиях этого эксперимента.

Так как квадраты обеих амплитуд (3.6) и (3.14) являются чётными функциями величин  $\cos\theta_\eta$  и  $\cos\theta_\pi$ , а интерференционный член является нечётной функцией этих ве-



личин, то выражение для зарядовой асимметрии  $A$  упрощается следующим образом:

$$A = \frac{\sigma_{int}^+}{\sigma_1^+ + \sigma_2^+}. \quad (3.18)$$

Знаменатель этого выражения фактически уже был нами вычислен. Он равняется  $\frac{1}{4}$  от суммы значений (3.13) и (3.16).

Помимо фазы  $\delta$  интерференционный член содержит ещё один свободный параметр – относительную фазу  $\phi$ , возникающую из-за того, что произведение соответствующих констант связи является, вообще говоря, комплексным числом:

$$F_{Agf\pi a} g_{a\pi\eta} f_{\rho\pi\pi}^* = |F_{Agf\pi a} g_{a\pi\eta} f_{\rho\pi\pi}| e^{i\phi}. \quad (3.19)$$

Зависимость зарядовой асимметрии  $A$  от относительной фазы  $\phi$ , вычисленная при двух значениях фазы,  $\delta \approx 0.7\pi$  и  $\delta \approx 1.3\pi$ , показана на рисунке 3.4.

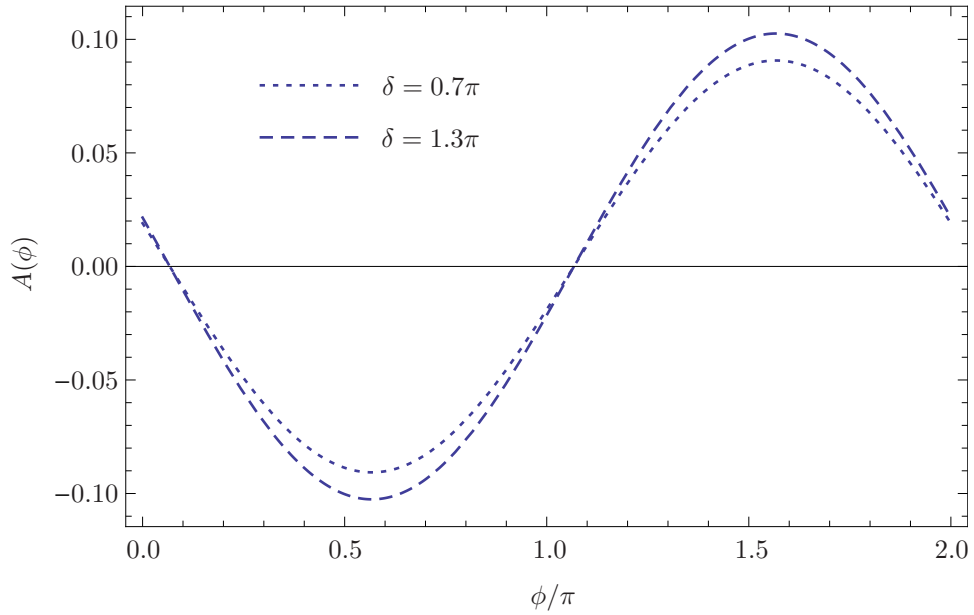


Рис. 3.4. Зависимость зарядовой асимметрии  $A$  от относительной фазы  $\phi$  при различных значениях фазы  $\delta$

Из рисунка 3.4 видно, что величина зарядовой асимметрии в процессе  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  существенно зависит от фазы  $\phi$ . В частности, существуют значения  $\phi$ , при которых асимметрия обращается в нуль. С другой стороны, при некоторых значениях фазы  $\phi$  зарядовая асимметрия может быть довольно большой, порядка 10%.

## Глава 4

### Рождение $f_1(1285)$ мезона в процессе $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$

Во второй главе диссертации рассмотрена предложенная нами в работе [41] параметризация электромагнитных формфакторов  $f_1(1285)$  мезона, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными о распаде  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  и о процессе прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  столкновениях,  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$ . Однако, поскольку данная модель является феноменологической, она имеет свою ограниченную область применимости. Находясь в хорошем согласии с результатами одних экспериментов, эта параметризация может в то же время недостаточно хорошо описывать данные других экспериментов. Поэтому, чтобы определить область применимости этой модели, необходимо провести сравнение её предсказаний с результатами всех имеющихся экспериментов.

Как показано ниже, теоретические предсказания для процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$ , полученные в рамках обсуждаемой модели, недостаточно хорошо согласуются с соответствующими экспериментальными данными. Таким образом, необходимо найти другую параметризацию формфакторов  $f_1(1285)$  мезона, которая будет находиться в согласии со всеми имеющимися экспериментальными результатами, в том числе и для процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$ . Такая параметризация рассмотрена в данной главе, которая основана на работе [43].

#### 4.1. Экспериментальные результаты для процесса

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$$

Прежде чем находить параметризацию формфакторов  $f_1(1285)$  мезона, которая будет хорошо описывать реакцию  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$ , обсудим сначала, какие известны экспериментальные результаты для этой реакции. Затем рассмотрим соответствующие теоретические предсказания, полученные с использованием параметризации (2.14), и сравним их с данными эксперимента.

Диаграмма Фейнмана, соответствующая процессу  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$ , показана на рисунке 4.1.

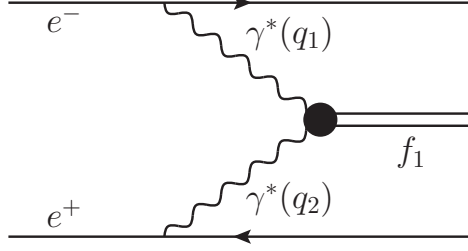


Рис. 4.1. Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$

Реакция  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$  была экспериментально изучена коллаборацией L3 [38]. В этом эксперименте был измерен параметр  $\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma}$ , который определяется как

$$\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma} = \lim_{Q^2 \rightarrow 0} \frac{m_f^2}{Q^2} \Gamma_{\gamma\gamma}^{TS}, \quad (4.1)$$

где  $\Gamma_{\gamma\gamma}^{TS}$  – ширина распада  $f_1(1285)$  мезона на два фотона, один из которых является реальным,  $q_1^2 = 0$ , а другой – виртуальным и продольно поляризованным,  $Q^2 = -q_2^2 > 0$  – виртуальность второго фотона. Экспериментальное значение параметра  $\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma}$ , полученное коллаборацией L3, равняется

$$\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma} = 3.5 \pm 0.6 \text{ (стат.)} \pm 0.5 \text{ (сист.) кэВ.} \quad (4.2)$$

Соответствующая величина, полученная в результате наших теоретических расчётов с использованием параметризации (2.14), составляет  $\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma} \approx 17$  кэВ, что значительно превышает экспериментальное значение.

Коллаборация L3 также исследовала зависимость сечения рождения  $f_1(1285)$  мезона в столкновении реального и виртуального фотонов,  $\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow f_1(1285))$ , от виртуальности второго фотона  $Q^2$ . Данное сечение было параметризовано в работе [38] как

$$\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow f_1(1285)) = \frac{48\pi\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma}\Gamma_f}{(s - m_f^2)^2 + m_f^2\Gamma_f^2} (1+x)x \left(1 + \frac{x}{2}\right) F_0(Q^2), \quad \text{где } x = \frac{Q^2}{m_f^2}. \quad (4.3)$$

Здесь  $F_0(Q^2)$  – эффективный формфактор, который выглядит следующим образом

$$F_0(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/\Lambda_0^2)^4}, \quad (4.4)$$

где  $\Lambda_0$  – свободный параметр, экспериментальное значение которого было получено в ре-

зультате фитирования:  $\Lambda_0 = 1.04 \pm 0.06 \pm 0.05$  ГэВ.

Теоретические расчёты, выполненные с использованием параметризации (2.14) в приближении  $\Gamma_\rho \ll m_\rho$ , приводят к следующему выражению для эффективного формфактора:

$$F_0(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/m_\rho^2)^2}. \quad (4.5)$$

В работе [38] было проведено специальное исследование такого формфактора и показано, что он не согласуется с экспериментальными данными.

Таким образом, параметризация (2.14) не подходит для описания процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$  и, следовательно, нужно найти другую, более подходящую параметризацию.

## 4.2. Общий вид формфакторов $f_1(1285)$ мезона

В этом разделе мы обсудим, какими соображениями можно руководствоваться, чтобы получить нужную параметризацию формфакторов  $f_1(1285)$  мезона.

Как было показано во второй главе, параметризация (2.14), основанная на модели векторной доминантности, хорошо описывает экспериментальные данные о процессах  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  и  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$ . Следовательно, чтобы новая параметризация не противоречила этим экспериментальным данным, разумно считать, что она также должна быть основана на модели векторной доминантности.

Однако, поскольку формфакторы (2.14) в области больших виртуальностей фотонов убывают недостаточно быстро, мы выбираем новую параметризацию так, чтобы асимптотическое поведение формфакторов находилось в согласии с предсказаниями квантовой хромодинамики [30]. В результате мы представляем формфакторы для амплитуды перехода  $f_1(1285)$  мезона в два виртуальных фотона,  $f_1(1285) \rightarrow \gamma^*\gamma^*$ , в виде

$$\begin{aligned} F_1(q_1^2, q_2^2) &= \frac{g_1 m_f^3 (q_2^2 - q_1^2)}{q(q_1^2 - \mu_\rho^2)(q_2^2 - \mu_\rho^2)}, \\ F_2(q_1^2, q_2^2) &= \frac{g_2 m_f^5}{q(q_1^2 - \mu_\rho^2)(q_2^2 - \mu_\rho^2)}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

где  $g_1$  и  $g_2$  – некоторые константы,  $\mu_\rho^2 = m_\rho^2 - im_\rho\Gamma_\rho$ . Величина  $q$  в знаменателях выглядит следующим образом:

$$q = \frac{1}{m_f} \sqrt{\nu^2 - q_1^2 q_2^2}, \quad \text{где } \nu = q_1 q_2 = \frac{1}{2} (m_f^2 - q_1^2 - q_2^2), \quad (4.7)$$

и в системе покоя  $f_1(1285)$  мезона равна абсолютному значению импульса фотонов,  $q = |\mathbf{q}_1| = |\mathbf{q}_2|$ . Наличие величины  $q$  в знаменателях обеспечивает правильное поведение формфакторов при очень больших виртуальностях, в соответствии с предсказаниями квантовой хромодинамики [30].

Рассмотрим теперь распад  $f_1(1285)$  мезона в два виртуальных  $\rho^0$  мезона. В этом случае мы следуем логике модели векторной доминантности и представляем соответствующие формфакторы  $F_1^{\rho\rho}(q_1^2, q_2^2)$  и  $F_2^{\rho\rho}(q_1^2, q_2^2)$  в виде

$$F_1^{\rho\rho}(q_1^2, q_2^2) = \frac{\tilde{g}_1 m_f^3 (q_2^2 - q_1^2)}{q}, \quad F_2^{\rho\rho}(q_1^2, q_2^2) = \frac{\tilde{g}_2 m_f^5}{q}, \quad (4.8)$$

где константы  $\tilde{g}_1$  и  $\tilde{g}_2$  связаны с константами  $g_1$  и  $g_2$  следующими соотношениями:  $g_1 = (ef_\rho)^2 \tilde{g}_1$  и  $g_2 = (ef_\rho)^2 \tilde{g}_2$ . Здесь  $ef_\rho$  – константа перехода  $\rho^0$  мезона в фотон. Эта величина может быть выражена через ширину распада  $\rho^0$  мезона в  $e^+e^-$  пару,  $\Gamma_{\rho \rightarrow ee}$ , следующим образом:

$$ef_\rho = \sqrt{\frac{3\Gamma_{\rho \rightarrow ee} m_\rho^3}{4\pi\alpha}}, \quad (4.9)$$

где  $e$  – заряд электрона,  $\alpha = e^2 \approx 1/137$  – постоянная тонкой структуры, и  $\hbar = c = 1$ .

Наконец, для распада  $f_1(1285)$  мезона в виртуальный  $\rho^0$  мезон с импульсом  $q_1$  и виртуальный фотон с импульсом  $q_2$ , мы записываем соответствующие формфакторы как

$$F_1^{\rho\gamma}(q_1^2, q_2^2) = \frac{(ef_\rho)\tilde{g}_1 m_f^3 (q_2^2 - q_1^2)}{q(q_2^2 - \mu_\rho^2)}, \quad F_2^{\rho\gamma}(q_1^2, q_2^2) = \frac{(ef_\rho)\tilde{g}_2 m_f^5}{q(q_2^2 - \mu_\rho^2)}. \quad (4.10)$$

Используя выражение (2.4) и условие калибровки  $e_1^\lambda q_{1\lambda} = e_2^\lambda q_{2\lambda} = 0$ , легко получить спиральные амплитуды перехода  $\gamma^* \gamma^* \rightarrow f_1(1285)$  в системе покоя  $f_1(1285)$  мезона. В этой системе

$$\begin{aligned} q_1 &= (\omega_1, \mathbf{q}), & q_2 &= (\omega_2, -\mathbf{q}), \\ e_{1+} &= (0, \mathbf{e}_{1+}) = e_{2-}, & e_{1-} &= (0, \mathbf{e}_{1-}) = e_{2+}, \\ e_{10} &= \frac{1}{\sqrt{-q_1^2}}(q, \omega_1 \mathbf{e}_z), & e_{20} &= \frac{1}{\sqrt{-q_2^2}}(-q, \omega_2 \mathbf{e}_z), \\ e_{1+} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-i\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y), & e_{1-} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(i\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y), & \mathbf{e}_z &= \mathbf{q}/q, \\ \omega_1 &= \frac{q_1^2 + \nu}{m_f}, & \omega_2 &= \frac{q_2^2 + \nu}{m_f}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Тогда для спиральных амплитуд имеем

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{++} &= \frac{(\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{A}^*)}{m_f^3} \left[ 2q^2 m_f^2 F_1(q_1^2, q_2^2) - q_2^2(q_1^2 + \nu) F_2(q_1^2, q_2^2) + q_1^2(q_2^2 + \nu) F_2(q_2^2, q_1^2) \right], \\
\mathcal{M}_{--} &= -\mathcal{M}_{++}, \quad \mathcal{M}_{+-} = \mathcal{M}_{-+} = \mathcal{M}_{00} = 0, \\
\mathcal{M}_{+0} &= \frac{(\mathbf{e}_{1+} \cdot \mathbf{A}^*) \sqrt{-q_2^2}}{m_f^2} \left[ q_1^2 F_2(q_2^2, q_1^2) - \nu F_2(q_1^2, q_2^2) \right], \\
\mathcal{M}_{-0} &= -\frac{(\mathbf{e}_{1-} \cdot \mathbf{A}^*) \sqrt{-q_2^2}}{m_f^2} \left[ q_1^2 F_2(q_2^2, q_1^2) - \nu F_2(q_1^2, q_2^2) \right], \\
\mathcal{M}_{0+} &= -\frac{(\mathbf{e}_{2+} \cdot \mathbf{A}^*) \sqrt{-q_1^2}}{m_f^2} \left[ q_2^2 F_2(q_1^2, q_2^2) - \nu F_2(q_2^2, q_1^2) \right], \\
\mathcal{M}_{0-} &= \frac{(\mathbf{e}_{2-} \cdot \mathbf{A}^*) \sqrt{-q_1^2}}{m_f^2} \left[ q_2^2 F_2(q_1^2, q_2^2) - \nu F_2(q_2^2, q_1^2) \right].
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Здесь  $\mathbf{A}$  – псевдовектор поляризации  $f_1(1285)$  мезона, индексы “+”, “−”, “0” означают соответствующие спиральности виртуальных фотонов. Используя эти формулы и параметризацию формфакторов (4.6), мы можем описать различные процессы и сравнить наши теоретические предсказания с имеющимися экспериментальными данными.

### 4.3. Параметры модели

Как было показано в разделе 2.4, абсолютное значение константы  $g_2$  можно найти из экспериментальных данных о ширине распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$  и данных коллаборации VES [59] о распаде  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ . Используя формулы (4.12) и экспериментальное значение (2.18) для величины  $r = \rho_{LL}/\rho_{TT}$ , получаем следующее соотношение:

$$b = \left| \frac{(1 - a^2) F_1^{\rho\gamma}(m_\rho^2, 0) + a^2 F_2^{\rho\gamma}(m_\rho^2, 0)}{a F_2^{\rho\gamma}(m_\rho^2, 0)} \right|^2 = \frac{2}{r} = 0.51 \pm 0.18, \tag{4.13}$$

где  $a = m_\rho/m_f \approx 0.6$ . Теперь можно вычислить ширину распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$ ,

$$\Gamma_{\rho\gamma} = \frac{2\pi\alpha m_f m_\rho |g_2|^2}{9a^6 \Gamma_{\rho \rightarrow ee}} (1 + b)(1 - a^2), \tag{4.14}$$

и, используя экспериментальное значение  $\Gamma_{\rho\gamma} = (1.2 \pm 0.3)$  МэВ [16], получить абсолютную величину константы  $g_2$ :

$$|g_2| = (2.9 \pm 0.4) \cdot 10^{-4}. \tag{4.15}$$

Чтобы найти связь между константами  $g_1$  и  $g_2$ , подставляем выражения для форм-

факторов (4.10) в соотношение (4.13) и получаем равенство

$$\left| 1 - (1 - a^2) \frac{g_1}{g_2} \right|^2 = \frac{b}{a^2} = 1.4 \pm 0.5. \quad (4.16)$$

Так как  $g_1$  и  $g_2$  являются комплексными числами, то отношение  $g_1/g_2$  представляется в виде  $g_1/g_2 = |g_1/g_2| e^{i\phi}$ , где  $\phi$  – относительная фаза этих чисел. Из выражения (4.16) получаем зависимость величины  $|g_1/g_2|$  от относительной фазы  $\phi$ :

$$\left| \frac{g_1}{g_2} \right| = \frac{\cos \phi + \sqrt{b/a^2 - \sin^2 \phi}}{1 - a^2}. \quad (4.17)$$

Эта зависимость показана на рисунке 4.2.

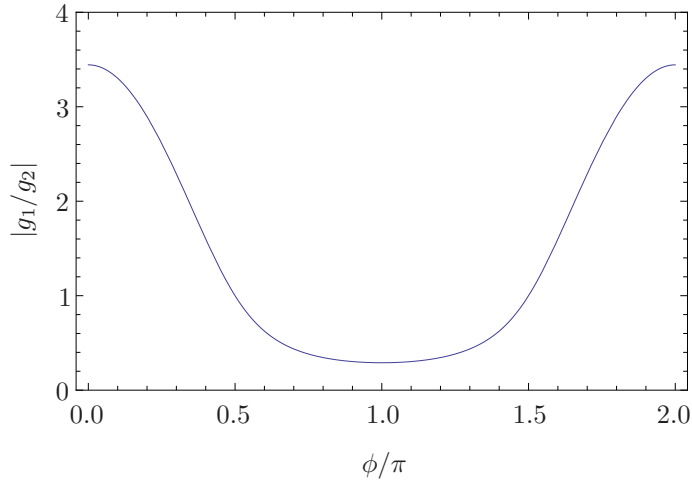


Рис. 4.2. Зависимость величины  $|g_1/g_2|$  от относительной фазы  $\phi$

Из формулы (4.17) следует, что величина  $|g_1/g_2|$  принимает максимальное значение при  $\phi = 0$  и минимальное значение при  $\phi = \pi$ :

$$\begin{aligned} \left| \frac{g_1}{g_2} \right|_{max} &= \frac{1 + \sqrt{b/a}}{1 - a^2} = 3.4 \pm 0.3 \quad \text{при } \phi = 0, \\ \left| \frac{g_1}{g_2} \right|_{min} &= \frac{-1 + \sqrt{b/a}}{1 - a^2} = 0.3 \pm 0.3 \quad \text{при } \phi = \pi. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Таким образом, значения отношения  $|g_1/g_2|$  могут отличаться друг от друга на целый порядок величины в зависимости от фазы  $\phi$ . Однако экспериментальные данные о распаде  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$  не позволяют получить никаких ограничений на  $\phi$ , для этого необходимо использовать экспериментальные данные о других процессах.

#### 4.4. Процесс $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$

Обсудим теоретические предсказания для процесса прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+e^-$  аннигиляции,  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$ , полученные с использованием параметризации (4.6). Соответствующая диаграмма Фейнмана показана на рисунке 4.3.

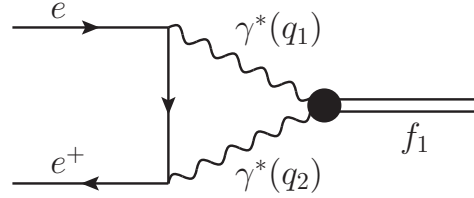


Рис. 4.3. Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$

Будем проводить вычисления в системе покоя  $f_1(1285)$  мезона и направим ось  $z$  вдоль импульса электрона  $\mathbf{p}$ . Так как электрон и позитрон аннигилируют с противоположными спиральностями, проекция спина  $f_1(1285)$  мезона на ось  $z$  может быть равна только  $\Lambda = \pm 1$ . С помощью формул (4.12) получаем амплитуду процесса  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$  в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_\Lambda &= (\mathbf{A}^* \cdot \mathbf{e}_\Lambda) \mathcal{T}, \\ \mathcal{T} &= \frac{i\sqrt{2}\alpha}{m_f^2} \int \frac{d\omega d^3q}{(2\pi)^4} \left\{ \frac{1}{q_1^2} F_2(q_1^2, q_2^2) + \frac{1}{q_2^2} F_2(q_2^2, q_1^2) + \frac{1}{D} [F_2(q_1^2, q_2^2) + F_2(q_2^2, q_1^2)] \right. \\ &\quad \left. + \frac{[\mathbf{q} \times \mathbf{n}]^2}{D} \left[ \left( \frac{1}{q_1^2} - \frac{1}{q_2^2} \right) F_1(q_1^2, q_2^2) + \frac{1}{q_1^2} F_2(q_1^2, q_2^2) + \frac{1}{q_2^2} F_2(q_2^2, q_1^2) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.19)$$

В этой формуле использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned} q_1^2 &= \omega^2 - q^2 + \omega m_f + \frac{1}{4} m_f^2, & q_2^2 &= \omega^2 - q^2 - \omega m_f + \frac{1}{4} m_f^2, \\ D &= \omega^2 - q^2 - \frac{1}{4} m_f^2 + 2\mathbf{q} \cdot \mathbf{p}, & \mathbf{n} &= \mathbf{p}/p, & \mathbf{e}_\Lambda &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-i\mathbf{e}_x + \Lambda \mathbf{e}_y). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Используя параметризацию формфакторов (4.6) и выполняя интегрирование, получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{T} &= \alpha(c_1 g_1 + c_2 g_2), \\ c_1 &= 0.41 - 4.76i, & c_2 &= -0.84 + 30.61i. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Отметим, что мнимые части коэффициентов  $c_1$  и  $c_2$  существенно превышают соответствующие реальные части.



Для неполяризованных электронов и позитронов сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$  при  $\sqrt{s} = m_f$  равняется

$$\sigma_0 = \frac{1}{2m_f\Gamma_f} |\mathcal{T}|^2 = 3.56 |c_1g_1 + c_2g_2|^2 \cdot 10^{-7} \text{ б}, \quad (4.22)$$

где  $\Gamma_f = 22.7$  МэВ – ширина  $f_1(1285)$  мезона [16]. Зависимость  $\sigma_0$  от  $\phi$  показана на рисунке 4.4.

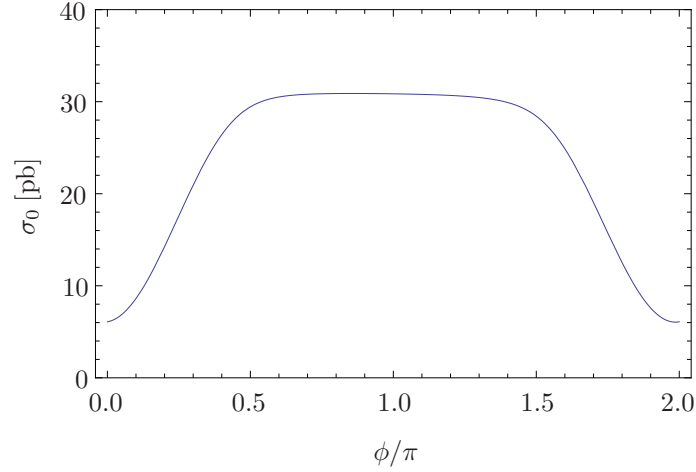


Рис. 4.4. Зависимость сечения  $\sigma_0$  от фазы  $\phi$

Используя выражения (4.15), (4.18) и (4.21), мы получаем следующие теоретические предсказания для сечения  $\sigma_0$ :

$$\sigma_0 = \begin{cases} (6 \pm 2) \text{ пб} & \text{при } \phi = 0, \\ (31 \pm 16) \text{ пб} & \text{при } \phi = \pi. \end{cases} \quad (4.23)$$

Сравнивая их с экспериментальным результатом [23]

$$\sigma_0 = 45_{-24}^{+33} \text{ пб}, \quad (4.24)$$

мы приходим к заключению, что хорошее согласие теории с экспериментом достигается при значении фазы  $\phi = \pi$ .

## 4.5. Теоретические предсказания для процесса

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$$

В разделе 4.1 мы уже обсуждали реакцию  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$  (см. рисунок 4.1). В частности, были приведены экспериментальные данные об этой реакции и рассмотрены соответствующие теоретические предсказания, полученные с использованием параметризации (2.14). В этом разделе мы обсудим, какие теоретические предсказания для процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$  следуют из новой параметризации (4.6).

Как было указано в работе [34], процесс  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$  удобно описывать с помощью величин  $\sigma_{TT}$ ,  $\sigma_{TS}$ ,  $\sigma_{ST}$ ,  $\sigma_{SS}$ ,  $\tau_{TS}$  и  $\tau_{TT}$ . Эти величины выражаются через спиральные амплитуды  $\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}$  (4.12) следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_{TT} &= \frac{1}{4\sqrt{X}} [T(++ , ++ ) + T(+ - , + - )], & \sigma_{SS} &= \frac{1}{2\sqrt{X}} T(00, 00), \\ \sigma_{TS} &= \frac{1}{2\sqrt{X}} T(+0, +0), & \sigma_{ST} &= \frac{1}{2\sqrt{X}} T(0+, 0+), \\ \tau_{TS} &= \frac{1}{4\sqrt{X}} [T(++ , 00) + T(-0, 0+)], & \tau_{TT} &= \frac{1}{2\sqrt{X}} T(++ , --), \\ T(\lambda_1\lambda_2, \lambda_3\lambda_4) &= \frac{m_f \Gamma_f}{(s - m_f^2)^2 + m_f^2 \Gamma_f^2} \sum_{\lambda_f} \mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2}^* \mathcal{M}_{\lambda_3\lambda_4}, \\ X &= \nu^2 - q_1^2 q_2^2, & s &= q_1^2 + q_2^2 + 2\nu, & \nu &= q_1 q_2, \end{aligned} \quad (4.25)$$

где суммирование по  $\lambda_f$  означает суммирование по поляризациям  $f_1(1285)$  мезона. Подставляя формулы (4.12) в выражения (4.25), мы получаем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \sigma_{TT} &= \frac{N}{s} \left| 2X F_1(q_1^2, q_2^2) - q_2^2(q_1^2 + \nu) F_2(q_1^2, q_2^2) + q_1^2(q_2^2 + \nu) F_2(q_2^2, q_1^2) \right|^2, & \sigma_{SS} &= 0, \\ \sigma_{TS} &= 2(-q_2^2) N \left| q_1^2 F_2(q_2^2, q_1^2) - \nu F_2(q_1^2, q_2^2) \right|^2, \\ \sigma_{ST} &= 2(-q_1^2) N \left| q_2^2 F_2(q_1^2, q_2^2) - \nu F_2(q_2^2, q_1^2) \right|^2, \\ \tau_{TS} &= \sqrt{q_1^2 q_2^2} N \left[ q_1^2 F_2(q_2^2, q_1^2) - \nu F_2(q_1^2, q_2^2) \right] \left[ q_2^2 F_2(q_1^2, q_2^2) - \nu F_2(q_2^2, q_1^2) \right], \\ \tau_{TT} &= -2\sigma_{TT}, & N &= \frac{\Gamma_f}{4\sqrt{X} m_f^3 [(s - m_f^2)^2 + m_f^2 \Gamma_f^2]}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Теперь, используя соотношения (4.26), можно показать, что сечение  $\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow f_1(1285))$  выражается формулой (4.3), в которой эффективный формфактор имеет вид:

$$F_0^{th}(Q^2) = \frac{2+x|1-(1+x)g_1/g_2|^2}{(2+x)(1+x)^2(1+x/a^2)^2}, \quad \text{где } x = \frac{Q^2}{m_f^2}. \quad (4.27)$$

Обозначение  $F_0(Q^2)$  мы сохраним для функции (4.4), в которой параметр  $\Lambda_0$  принимает своё экспериментальное значение.

Сравнение функций  $F_0(Q^2)$  и  $F_0^{th}(Q^2)$  показано на рисунке 4.5, где функция  $F_0(Q^2)$  изображена сплошной линией,  $F_0^{th}(Q^2)$  при  $\phi = \pi$  – штриховой линией и  $F_0^{th}(Q^2)$  при  $\phi = 0$  – пунктирной линией. Видно, что функции  $F_0^{th}(Q^2)$  при  $\phi = \pi$  и  $F_0(Q^2)$  хорошо согласуются между собой.

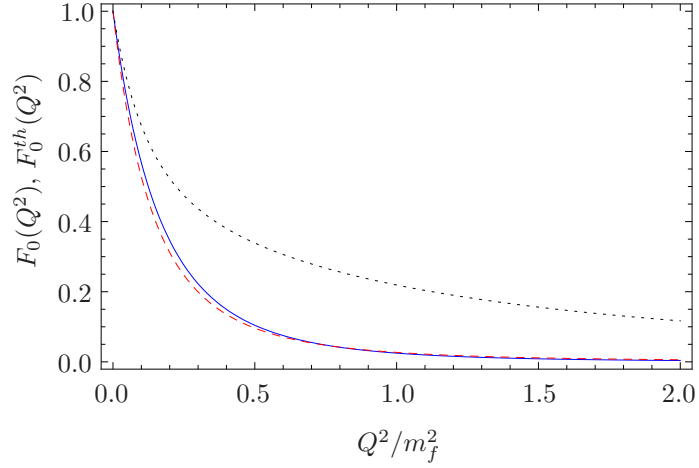


Рис. 4.5. Сравнение функций  $F_0(Q^2)$  (сплошная линия),  $F_0^{th}(Q^2)$  при  $\phi = \pi$  (штриховая линия) и  $F_0^{th}(Q^2)$  при  $\phi = 0$  (пунктирная линия). При всех остальных значениях фазы  $\phi$  график функции  $F_0^{th}(Q^2)$  лежит в области между штриховой и пунктирной линиями

На рисунке 4.6 показано сравнение экспериментального дифференциального сечения  $d\sigma/dQ^2$  для реакции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-f_1(1285)$  [38] с нашими теоретическими предсказаниями для значений фазы  $\phi = \pi$  и  $\phi = 0$ , показанными штриховой и пунктирной линиями, соответственно.

Таким образом, из сравнения наших теоретических предсказаний с результатами различных экспериментов следует, что фаза  $\phi$  должна быть близка к  $\pi$ . Из рисунка 4.2 видно, что величина  $|g_1/g_2|$  почти постоянна, когда  $\phi$  меняется в широком диапазоне от  $\pi/2$  до  $3\pi/2$ . Следовательно, отношение  $|g_1/g_2|$  относительно мало,  $|g_1/g_2| = 0.3 \pm 0.3$ .

Используя параметризацию (4.6), можно также вычислить значение параметра  $\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma}$ :

$$\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma} = \frac{\pi m_f |g_2|^2}{3a^8} \approx (6.3 \pm 1.6) \text{ кэВ}. \quad (4.28)$$

Это значение в пределах ошибок находится в согласии с экспериментальным результатом  $\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma} = 3.5 \pm 0.6 \pm 0.5$  кэВ (4.2).

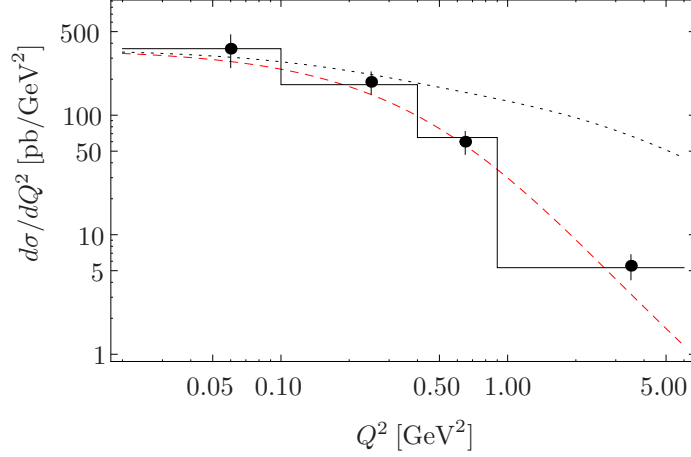


Рис. 4.6. Сравнение экспериментального дифференциального сечения  $d\sigma/dQ^2$  (сплошная линия) для реакции  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$  с нашими теоретическими предсказаниями  $d\sigma^{th}/dQ^2$  для значений фазы  $\phi = \pi$  (штриховая линия) и  $\phi = 0$  (пунктирная линия). При всех остальных значениях фазы  $\phi$  график функции  $d\sigma^{th}/dQ^2$  лежит в области между штриховой и пунктирной линиями

#### 4.6. Распад $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-$

В этом разделе мы вычислим ширины распадов  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-$  и  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$  и сравним полученные результаты с экспериментальными данными.

Как уже было отмечено, из экспериментальных результатов [58] следует, что главный вклад в ширину распада  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$  даёт промежуточное состояние  $\rho^0 \rho^0$ . Пренебрегая величиной  $\Gamma_\rho$  в пропагаторе  $\rho^0$  мезона, мы получаем из выражений (4.8) и (4.12), что ширина распада  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-$  равняется

$$\begin{aligned} \Gamma(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-) &= \frac{\alpha^2 |g_2|^2 m_f^2 \Gamma_\rho}{27 a^7 (1 - 4m_\pi^2/m_\rho^2)^{3/2} \Gamma_{\rho \rightarrow ee}^2} \int_{y_0}^{y_1} dy \frac{y}{Q} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{m_f^2}\right)^{3/2} \\ &\times \left[ \left| 4 \frac{g_1}{g_2} Q^2 - 1 + a^2 + y \right|^2 + \frac{y(y-1+3a^2)^2 + a^2(3y-1+a^2)^2}{(y-a^2)^2} \right], \quad (4.29) \\ Q &= \frac{1}{2} \sqrt{[(1-a)^2 - y][(1+a)^2 - y]}, \quad y_0 = \frac{4m_\pi^2}{m_f^2}, \quad y_1 = (1-a)^2, \end{aligned}$$

где  $m_\pi$  – масса  $\pi^\pm$  мезонов. Величина  $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-)$ , вычисленная по этой формуле очень чувствительна к значению массы  $\rho^0$  мезона. Для  $m_\rho = 775$  МэВ, мы получаем результат, который почти в два раза меньше, чем экспериментальное значение  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-) = (11.2_{-0.6}^{+0.7})\%$  [16]. Однако, уменьшая  $m_\rho$  на величину, составляющую всего 20% от ширины  $\Gamma_\rho$ , мы получаем  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \pi^+ \pi^-) = (8.7 \pm 3.9)\%$ , что находится в хорошем согласии с экспериментальным значением. Таким образом, необходи-

мо аккуратно учитывать конечную ширину  $\rho^0$  мезона. Отметим, что варьирование фазы  $\phi$  от  $\pi/2$  до  $3\pi/2$ , когда отношение  $|g_1/g_2|$  является почти постоянным (см. раздел 4.3), приводит к относительному изменению ширины  $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-)$  всего лишь на величину порядка 1%.

В работе [58] было показано, что главный вклад в ширину распада  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$  даёт промежуточное состояние  $\rho^0\rho^0$ , вследствие чего  $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-) = \mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0\pi^+\pi^-)$  [16]. В результате, наши теоретические предсказания согласуются также и с экспериментальными данными для распада  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ .

## Глава 5

### Эффекты продольной поляризации электронов в реакции $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$

Как было отмечено во введении, в настоящее время рассматривается проект создания в ИЯФ СО РАН электрон-позитронного коллайдера высокой светимости (Супер  $s$ - $\tau$  фабрики) с продольно поляризованным электронным пучком [44]. Одной из основных целей экспериментов на Супер  $s$ - $\tau$  фабрике является исследование электрослабых процессов, в частности прецизионное измерение величины  $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$ , где  $\theta_{\text{eff}}$  – эффективный угол электрослабого смешивания. Для этого предполагается использовать реакцию аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$ , которая может протекать как через виртуальный фотон, так и через виртуальный  $Z$  бозон, что приводит к зависимости сечения данного процесса от поляризации электронов и, соответственно, к наличию лево-правой асимметрии  $\mathcal{A}_{LR}$ . Для получения экспериментального значения  $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$  необходимо измерить две величины: асимметрию  $\mathcal{A}_{LR}$  и среднюю поляризацию электронного пучка  $\mathcal{P}_e$ . Однако, измеряя величину  $\mathcal{P}_e$  в реальном времени, трудно получить её значение с необходимой точностью, даже несмотря на большую статистику. Альтернативный метод измерения величины  $\mathcal{P}_e$ , предложенный в работе [50], основан непосредственно на анализе экспериментальных данных, собранных детектором, в частности на анализе угловых распределений в процессе  $e^+e^- \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$ . Таким образом, одной из целей нашей работы был расчёт угловых распределений в данной реакции аннигиляции, в которой участвуют продольно поляризованные электроны и неполяризованные позитроны. Этому расчёту и посвящена настоящая глава, которая основана на работе [50].

#### 5.1. Спиральные амплитуды и формфакторы $\Lambda$ бариона

Дифференциальное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$  в случае неполяризованных пучков было ранее получено в работе [62]. Диаграмма Фейнмана,

описывающая этот процесс, показана на рисунке 5.1. Поскольку нашей целью является обобщить результат работы [62] и получить соответствующее дифференциальное сечение для случая поляризованного электронного пучка, мы для удобства будем использовать те же самые обозначения, что и в [62].

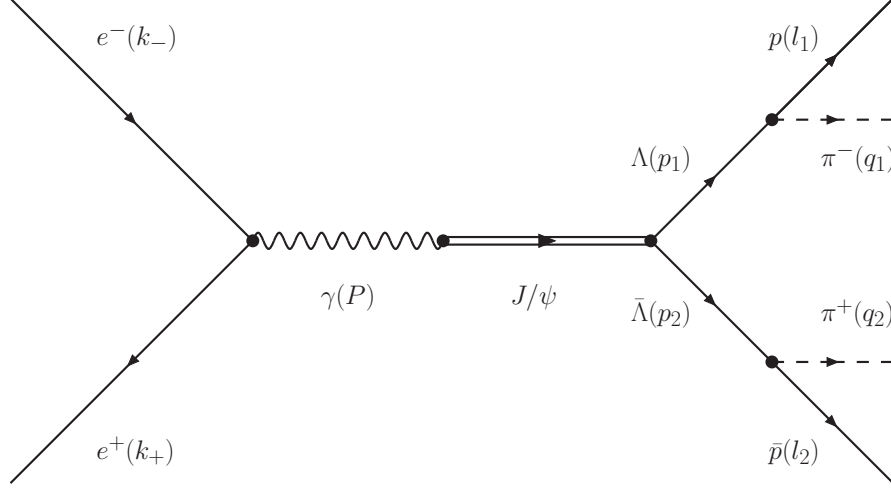


Рис. 5.1. Диаграмма процесса  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$

В частности, выберем базисные векторы (см. рисунок 5.2), следуя [62]:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_z &= \frac{\mathbf{p}_1}{|\mathbf{p}_1|}, \\ \mathbf{e}_y &= \frac{1}{|\mathbf{p}_1||\mathbf{k}_-| \sin \theta} (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{k}_-), \\ \mathbf{e}_x &= \frac{1}{|\mathbf{p}_1||\mathbf{k}_-| \sin \theta} (\mathbf{p}_1 \times \mathbf{k}_-) \times \frac{\mathbf{p}_1}{|\mathbf{p}_1|}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где  $\mathbf{k}_-$  – импульс электрона и  $\mathbf{p}_1$  – импульс  $\Lambda$  бариона в лабораторной системе отсчёта, которая также является и системой центра инерции (СЦИ),  $\theta$  – угол между векторами  $\mathbf{k}_-$  и  $\mathbf{p}_1$ .

Направим координатные оси  $(\mathbf{e}_{x_0}, \mathbf{e}_{y_0}, \mathbf{e}_{z_0})$ , как показано на рисунке 5.2. Тогда в этих осях векторы  $\mathbf{k}_-$  и  $\mathbf{p}_1$  принимают вид:  $\mathbf{k}_- = |\mathbf{k}_-|(0, 0, 1)$  и  $\mathbf{p}_1 = |\mathbf{p}_1|(\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ . Соответственно, можно легко вычислить базисные векторы (5.1):

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_z &= (0, 0, 1)_{xyz} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)_{x_0y_0z_0}, \\ \mathbf{e}_y &= (0, 1, 0)_{xyz} = (\sin \phi, -\cos \phi, 0)_{x_0y_0z_0}, \\ \mathbf{e}_x &= (1, 0, 0)_{xyz} = (-\cos \theta \cos \phi, -\cos \theta \sin \phi, \sin \theta)_{x_0y_0z_0}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

В системе покоя  $\Lambda$  бариона ( $\Lambda$  системе) импульс протона равен  $\mathbf{l}_1 = l_p^{(\Lambda)} \hat{\mathbf{l}}_1$ , где  $l_p^{(\Lambda)}$  – абсолютная величина импульса протона в этой системе, а  $\hat{\mathbf{l}}_1 = (\sin \theta_1 \cos \phi_1, \sin \theta_1 \sin \phi_1, \cos \theta_1)$

– единичный вектор. Здесь  $\theta_1$  и  $\phi_1$  – полярный и азимутальный углы вылета протона в  $\Lambda$  системе.

Аналогично, в системе покоя  $\bar{\Lambda}$  бариона ( $\bar{\Lambda}$  системе) импульс антипротона равен  $\mathbf{l}_2 = l_p^{(\Lambda)} \hat{\mathbf{l}}_2$ , где  $\hat{\mathbf{l}}_2 = (\sin \theta_2 \cos \phi_2, \sin \theta_2 \sin \phi_2, \cos \theta_2)$  – единичный вектор. Здесь  $\theta_2$  и  $\phi_2$  – полярный и азимутальный углы вылета антипротона в  $\bar{\Lambda}$  системе.

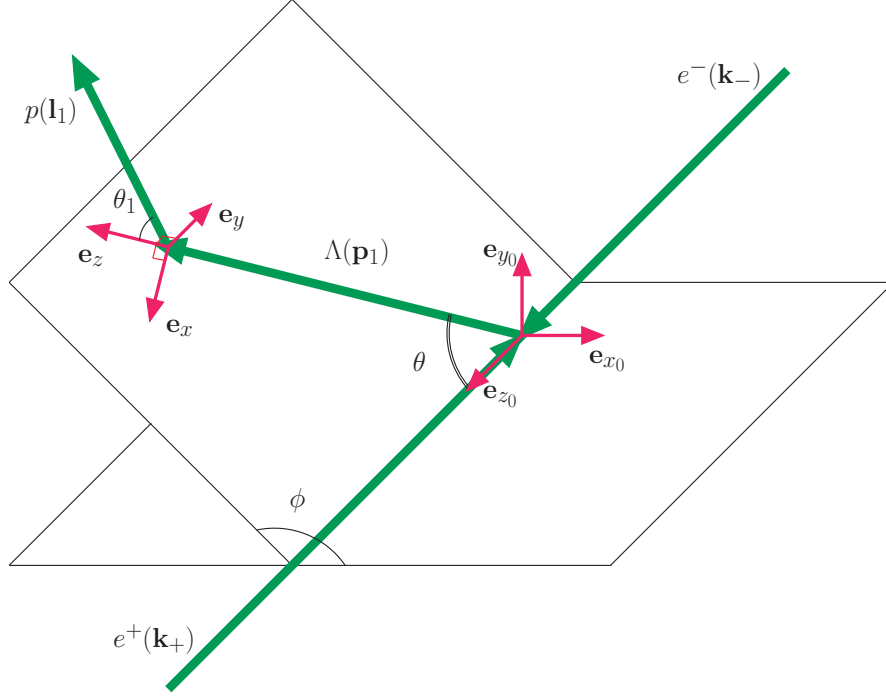


Рис. 5.2. Расположение координатных осей ( $\mathbf{e}_{x_0}, \mathbf{e}_{y_0}, \mathbf{e}_{z_0}$ ) лабораторной системы координат и координатных осей ( $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ ) системы покоя  $\Lambda$  бариона

Теперь после того, как мы ввели системы координат, рассмотрим спиральные амплитуды. В реакции аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow J/\psi$  электрон и позитрон являются ультрарелятивистскими и аннигилируют только с противоположными спиральностями. Поэтому вершина перехода  $e^+e^- \rightarrow J/\psi$  выглядит следующим образом:

$$\Gamma_e^\mu = -ig_e j_e^\mu, \quad j_e^\mu \equiv \bar{v}_{-\xi}(k_+) \gamma^\mu u_\xi(k_-) = \sqrt{s} (0, \xi \cos \theta, i, -\xi \sin \theta), \quad (5.3)$$

где  $g_e$  – константа взаимодействия,  $j_e^\mu$  – лептонный ток, при этом последнее равенство справедливо в СЦИ в осях ( $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ ), которые показаны на рисунке 5.2;  $\xi$  – удвоенная спиральность электрона,  $\xi = -1$  соответствует левополяризованному электрону, а  $\xi = +1$  – правополяризованному;  $s \equiv P^2 = (k_+ + k_-)^2$ . В этой же системе координат вершина



перехода  $J/\psi \rightarrow \Lambda(p_1, \lambda_1)\bar{\Lambda}(p_2, \lambda_2)$  имеет вид:

$$\begin{aligned}\Gamma_\Lambda^\mu &= -ig_\Lambda \mathcal{J}_\Lambda^\mu(\lambda_1, \lambda_2), \\ \mathcal{J}_\Lambda^\mu(\lambda_1, \lambda_2) &= \bar{u}_\Lambda(p_1) \left[ G_M^\psi \gamma^\mu - \frac{2m_\Lambda}{Q^2} (G_M^\psi - G_E^\psi) Q^\mu \right] v_{\bar{\Lambda}}(p_2) \\ &= 2\sqrt{s} \left( 0, \lambda_1 G_M^\psi \delta_{\lambda_1, -\lambda_2}, -\frac{i}{2} G_M^\psi \delta_{\lambda_1, -\lambda_2}, -\frac{m_\Lambda}{\sqrt{s}} G_E^\psi \delta_{\lambda_1, \lambda_2} \right).\end{aligned}\quad (5.4)$$

Здесь  $g_\Lambda$  – константа взаимодействия,  $\mathcal{J}_\Lambda^\mu(\lambda_1, \lambda_2)$  – адронный ток,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – спиральности  $\Lambda$  и  $\bar{\Lambda}$  барионов, соответственно;  $G_M^\psi$  и  $G_E^\psi$  – формфакторы  $\Lambda$  бариона, верхний индекс  $\psi$  означает, что эти формфакторы описывают вершину  $J/\psi\Lambda\bar{\Lambda}$  и не являются электромагнитными;  $Q \equiv p_1 - p_2$ , так что  $Q^2 = 4m_\Lambda^2 - s$ , при этом предполагается, что  $\Lambda$  и  $\bar{\Lambda}$  барионы находятся на массовой поверхности:  $p_1^2 = p_2^2 = m_\Lambda^2$ , где  $m_\Lambda = 1115.7$  МэВ – масса  $\Lambda$  бариона. Это предположение выполняется с очень хорошей точностью, так как ширина  $\Lambda$  бариона пренебрежимо мала по сравнению с его массой,  $\Gamma_\Lambda = 2.5 \cdot 10^{-12}$  МэВ.

Инвариантная амплитуда процесса  $e^+(k_+, -\xi)e^-(k_-, \xi) \rightarrow J/\psi \rightarrow \Lambda(p_1, \lambda_1)\bar{\Lambda}(p_2, \lambda_2)$  выглядит в результате следующим образом:

$$\mathcal{M}(e^+e^- \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda}) = \frac{g_e g_\Lambda}{s - m_{J/\psi}^2 + im_{J/\psi} \Gamma_{J/\psi}} j_{e,\mu} \mathcal{J}_\Lambda^\mu(\lambda_1, \lambda_2), \quad (5.5)$$

где, учитывая соотношения (5.3) и (5.4),

$$j_{e,\mu} \mathcal{J}_\Lambda^\mu(\lambda_1, \lambda_2) = -2m_\Lambda \sqrt{s} G_E^\psi \xi \sin \theta \delta_{\lambda_1, \lambda_2} - s G_M^\psi (1 + 2\lambda_1 \xi \cos \theta) \delta_{\lambda_1, -\lambda_2}. \quad (5.6)$$

Константы  $g_e$  и  $g_\Lambda$  можно выразить через ширины соответствующих распадов:

$$\begin{aligned}\frac{g_e^2}{4\pi} &\equiv \kappa_e = \frac{3\Gamma(J/\psi \rightarrow e^+e^-)}{m_{J/\psi}}, \\ \frac{g_\Lambda^2}{4\pi} &\equiv \kappa_\Lambda = \frac{3\Gamma(J/\psi \rightarrow \Lambda\bar{\Lambda})}{m_{J/\psi} \left( \left| G_M^\psi \right|^2 + 2m_\Lambda^2/m_{J/\psi}^2 \left| G_E^\psi \right|^2 \right) \sqrt{1 - 4m_\Lambda^2/m_{J/\psi}^2}}.\end{aligned}\quad (5.7)$$

Теперь можно учесть интерференцию между амплитудами  $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow J/\psi$  и  $e^+e^- \rightarrow Z^* \rightarrow J/\psi$  с помощью замены  $g_e \rightarrow g_e^\xi$  и, соответственно,  $\kappa_e \rightarrow \kappa_e^\xi = (g_e^\xi)^2 / (4\pi)$ ,

где

$$\begin{aligned}
g_e^\xi &\approx g_e \left[ 1 - \xi \frac{-\sin^2 \theta_{\text{eff}} + 3/8}{4 \sin^2 \theta_{\text{eff}} (1 - \sin^2 \theta_{\text{eff}})} \left( \frac{m_{J/\psi}^2}{m_Z^2 - m_Z^2 + im_Z \Gamma_Z} \right) \right], \\
\kappa_e^\xi &\approx \kappa_e \left[ 1 + \xi \frac{-\sin^2 \theta_{\text{eff}} + 3/8}{2 \sin^2 \theta_{\text{eff}} (1 - \sin^2 \theta_{\text{eff}})} \left( \frac{m_{J/\psi}}{m_Z} \right)^2 \right] = \kappa_e (1 + \xi \mathcal{A}_{LR}^0).
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Здесь величина  $\mathcal{A}_{LR}^0$  определена согласно формуле (3),  $\mathcal{A}_{LR}^0 \approx 4.7 \cdot 10^{-4}$ . Члены, содержащие множитель  $\xi$  в выражениях (5.8), возникают из-за того, что  $Z$  бозон по-разному взаимодействует с лептонным током (5.3) в случае правополяризованных и левополяризованных электронов.

Вершина перехода  $\Lambda(p_1, \lambda_1) \rightarrow p(l_1, \lambda'_1) \pi^-(q_1)$  описывается инвариантной амплитудой

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_\Lambda(\lambda_1, \lambda'_1) &= \bar{u}(l_1) [A + B\gamma^5] u(p_1) = \\
&= \sqrt{2m_\Lambda} e^{i\lambda_1 \phi_1 + i\pi(1-2\lambda'_1)/4} \sin\left(\frac{\theta_1 + \pi(\lambda'_1 + \lambda_1)}{2}\right) \times \\
&\times \left[ A \sqrt{\epsilon_p^{(\Lambda)} + m_p} - 2\lambda'_1 B \sqrt{\epsilon_p^{(\Lambda)} - m_p} \right],
\end{aligned} \tag{5.9}$$

где  $\lambda'_1$  – спиральность протона,  $\epsilon_p^{(\Lambda)}$  – энергия протона в  $\Lambda$  системе,  $m_p = 938.2721$  МэВ – масса протона.

Аналогично, вершина перехода  $\bar{\Lambda}(p_2, \lambda_2) \rightarrow \bar{p}(l_2, \lambda'_2) \pi^+(q_2)$  описывается следующей инвариантной амплитудой

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\bar{\Lambda}}(\lambda_2, \lambda'_2) &= \bar{v}(p_2) [A' + B'\gamma^5] v(l_2) = \\
&= -\sqrt{2m_\Lambda} e^{-i\lambda_2 \phi_2 + i\pi(1-2\lambda'_2)/4} \sin\left(\frac{\theta_2 + \pi(\lambda'_2 - \lambda_2)}{2}\right) \times \\
&\times \left[ A' \sqrt{\epsilon_p^{(\Lambda)} + m_p} - 2\lambda'_2 B' \sqrt{\epsilon_p^{(\Lambda)} - m_p} \right],
\end{aligned} \tag{5.10}$$

где  $\lambda'_2$  – спиральность антипротона.

Следуя работе [63], вместо величин  $A, B$  ( $A', B'$ ) мы используем в дальнейшем

связанные с ними величины  $R_\Lambda$ ,  $S_\Lambda$  ( $\bar{R}_\Lambda$ ,  $\bar{S}_\Lambda$ ):

$$\begin{aligned}
R_\Lambda &\equiv 2(l_1 p_1) (|A|^2 + |B|^2) + 2m_p m_\Lambda (|A|^2 - |B|^2), \\
S_\Lambda &\equiv 4 \operatorname{Re}(A^* B), \\
\bar{R}_\Lambda &\equiv 2(l_2 p_2) (|A'|^2 + |B'|^2) + 2m_p m_\Lambda (|A'|^2 - |B'|^2), \\
\bar{S}_\Lambda &\equiv 4 \operatorname{Re}(A'^* B').
\end{aligned} \tag{5.11}$$

В окончательных выражениях удобно переписать формфакторы через следующие безразмерные величины: параметр  $\eta$  и относительную фазу  $\Delta\Phi$ , которые определены как

$$\eta \equiv \frac{s |G_M^\psi|^2 - 4m_\Lambda^2 |G_E^\psi|^2}{s |G_M^\psi|^2 + 4m_\Lambda^2 |G_E^\psi|^2}, \quad \frac{G_E^\psi}{G_M^\psi} \equiv e^{i\Delta\Phi} \frac{|G_E^\psi|}{|G_M^\psi|}, \tag{5.12}$$

а также ввести безразмерные отношения

$$\beta_1 \equiv -\frac{l_p^{(\Lambda)} m_\Lambda S_\Lambda}{R_\Lambda}, \quad \beta_2 \equiv -\frac{l_p^{(\Lambda)} m_\Lambda \bar{S}_\Lambda}{\bar{R}_\Lambda}. \tag{5.13}$$

Отметим, что  $\eta$  и  $\Delta\Phi$  являются функциями величины  $s$ .

Коллаборация BESIII исследовала реакцию аннигиляции  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$  в случае неполяризованных пучков и получила следующие экспериментальные значения параметров  $\Delta\Phi$ ,  $\eta$ ,  $\beta_1$  и  $\beta_2$  при  $s = m_{J/\psi}^2$  [64]:

$$\begin{aligned}
\Delta\Phi &= (42.4 \pm 0.6 \pm 0.5)^\circ, \\
\eta &= 0.461 \pm 0.006 \pm 0.007, \\
\beta_1 &= 0.750 \pm 0.009 \pm 0.004, \\
\beta_2 &= -0.758 \pm 0.010 \pm 0.007.
\end{aligned} \tag{5.14}$$

В следующем разделе мы используем эти значения для анализа данной реакции в случае поляризованного электронного и неполяризованного позитронного пучков.

## 5.2. Угловые распределения и асимметрии

В этом разделе мы приводим дифференциальное сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$  и обсуждаем различные распределения и асимметрии, которые из него следуют.

Данное дифференциальное сечение можно представить в виде

$$d\sigma \propto \mathcal{W}(\zeta) d(\cos \theta) d\Omega_1 d\Omega_2, \quad (5.15)$$

где  $\zeta \equiv (\theta, \theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2)$  – пятимерный вектор,  $d\Omega_1 = d \cos \theta_1 d\phi_1$ ,  $d\Omega_2 = d \cos \theta_2 d\phi_2$ . Безразмерная функция  $\mathcal{W}(\zeta)$  здесь определена как

$$\mathcal{W}(\zeta) = \frac{1}{R_\Lambda \bar{R}_\Lambda s \left( s \left| G_M^\psi \right|^2 + 4m_\Lambda^2 \left| G_E^\psi \right|^2 \right)} L^{\mu\nu} H_{\nu\mu}, \quad (5.16)$$

где  $L^{\mu\nu}$  – лептонный и  $H_{\nu\mu}$  – адронный тензоры. Формулы для этих тензоров, а также для их свёртки  $L^{\mu\nu} H_{\nu\mu}$  приведены в работе [50]. С другой стороны, величина  $\mathcal{W}(\zeta)$  может быть также получена с помощью спиральных амплитуд (5.6), (5.9) и (5.10),

$$\mathcal{W}(\zeta) = \frac{\frac{1}{2} \sum_{\lambda'_1, \lambda'_2 = \pm 1/2} \left| \sum_{\lambda_1, \lambda_2 = \pm 1/2} j_{e,\mu} \mathcal{J}_\Lambda^\mu(\lambda_1, \lambda_2) \mathcal{M}_\Lambda(\lambda_1, \lambda'_1) \mathcal{M}_{\bar{\Lambda}}(\lambda_2, \lambda'_2) \right|^2}{R_\Lambda \bar{R}_\Lambda s \left( s \left| G_M^\psi \right|^2 + 4m_\Lambda^2 \left| G_E^\psi \right|^2 \right)}. \quad (5.17)$$

В итоге, наши вычисления приводят к следующему результату для функции  $\mathcal{W}(\zeta)$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{W}(\zeta) = & 1 + \eta \mathcal{F}_5 + \beta_1 \beta_2 \left( \mathcal{F}_1 + \sqrt{1 - \eta^2} \cos(\Delta\Phi) \mathcal{F}_2 + \eta \mathcal{F}_6 \right) \\ & + \sqrt{1 - \eta^2} \sin(\Delta\Phi) (\beta_1 \mathcal{F}_3 + \beta_2 \mathcal{F}_4) \\ & + \xi \left[ (1 + \eta)(\beta_1 \mathcal{G}_1 + \beta_2 \mathcal{G}_2) + \sqrt{1 - \eta^2} \cos(\Delta\Phi) (\beta_1 \mathcal{G}_3 + \beta_2 \mathcal{G}_4) \right. \\ & \left. + \sqrt{1 - \eta^2} \beta_1 \beta_2 \sin(\Delta\Phi) \mathcal{G}_5 \right]. \end{aligned} \quad (5.18)$$

Здесь угловая зависимость определяется функциями  $\mathcal{F}_1$ - $\mathcal{F}_6$  и  $\mathcal{G}_1$ - $\mathcal{G}_5$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_1 &= \sin^2 \theta \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \phi_1 \cos \phi_2 + \cos^2 \theta \cos \theta_1 \cos \theta_2, \\ \mathcal{F}_2 &= \sin \theta \cos \theta (\sin \theta_1 \cos \theta_2 \cos \phi_1 + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \phi_2), \\ \mathcal{F}_3 &= \sin \theta \cos \theta \sin \theta_1 \sin \phi_1, \\ \mathcal{F}_4 &= \sin \theta \cos \theta \sin \theta_2 \sin \phi_2, \\ \mathcal{F}_5 &= \cos^2 \theta, \\ \mathcal{F}_6 &= \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin^2 \theta \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \phi_1 \sin \phi_2, \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{G}_1 &= \cos \theta \cos \theta_1, \\
\mathcal{G}_2 &= \cos \theta \cos \theta_2, \\
\mathcal{G}_3 &= \sin \theta \sin \theta_1 \cos \phi_1, \\
\mathcal{G}_4 &= \sin \theta \sin \theta_2 \cos \phi_2, \\
\mathcal{G}_5 &= \sin \theta (\sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin \phi_1 + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \phi_2).
\end{aligned} \tag{5.20}$$

В случае неполяризованных электронов,  $\xi = 0$ , обсуждаемое дифференциальное сечение зависит только от функций  $\mathcal{F}_1$ - $\mathcal{F}_6$  и не зависит от  $\mathcal{G}_1$ - $\mathcal{G}_5$ . Формулы (5.19) были получены ранее в работе [62], выражения (5.20) являются новым результатом.

Если электронный пучок является неполяризованным, то требуется провести анализ полного 5-мерного фазового пространства  $(\theta, \theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2)$ , чтобы экспериментально измерить все необходимые параметры  $\Delta\Phi$ ,  $\eta$ ,  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Однако если электронный пучок поляризован, то для измерения этих параметров достаточно провести анализ углового распределения, например, в реакции  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-]\bar{\Lambda}$ , то есть не нужно регистрировать продукты распада  $\bar{\Lambda}$  бариона.

Интегрирование выражения (5.18) по фазовому пространству  $\bar{\Lambda}$  бариона (то есть по переменным  $\theta_2$  и  $\phi_2$ ) приводит к следующему дифференциальному распределению

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{d\cos\theta d\Omega_1} &\propto 1 + \eta \cos^2 \theta + \beta_1 \sqrt{1 - \eta^2} \sin(\Delta\Phi) \sin \theta \cos \theta \sin \theta_1 \sin \phi_1 + \\
&+ \xi \left[ (1 + \eta) \beta_1 \cos \theta \cos \theta_1 + \beta_1 \sqrt{1 - \eta^2} \cos(\Delta\Phi) \sin \theta \sin \theta_1 \cos \phi_1 \right].
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Отметим, что выражение (5.21) можно получить из соотношения (5.18), просто положив  $\beta_2 = 0$ .

Совершенно аналогично можно рассмотреть реакцию  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow \Lambda[\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$ . Соответствующее дифференциальное распределение получается из формулы (5.21) путём замены  $(\beta_1, \phi_1, \theta_1) \rightarrow (\beta_2, \phi_2, \theta_2)$ .

С помощью интегрирования выражения (5.21) по  $\cos \theta$  и  $\cos \theta_1$  можно получить распределение по азимутальному углу  $\phi_1$ ,

$$\frac{d\sigma}{d\phi_1} \propto 1 + \frac{\eta}{3} + \xi \frac{\pi^2}{16} \beta_1 \sqrt{1 - \eta^2} \cos(\Delta\Phi) \cos \phi_1. \tag{5.22}$$

Распределение (5.22) показано на рисунке 5.3.

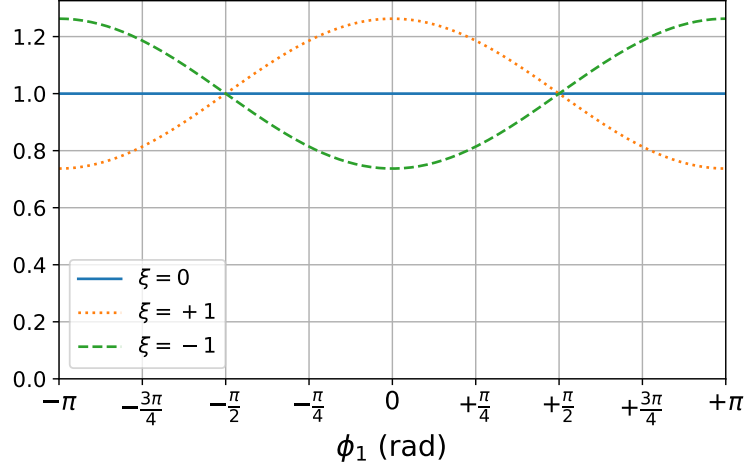


Рис. 5.3. Распределение по азимутальному углу вылета протона в  $\Lambda$  системе для процесса  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-]\bar{\Lambda}$ . Сплошная синяя линия соответствует неполяризованному электронному пучку,  $\xi = 0$ , пунктирная оранжевая линия соответствует полностью правополяризованному электронному пучку,  $\xi = +1$ , штриховая зелёная линия соответствует полностью левополяризованному электронному пучку,  $\xi = -1$

Видно, что это распределение зависит от поляризации электронного пучка. Соответственно, можно определить следующие интегральные наблюдаемые:

$$\begin{aligned}\sigma_L^{(\phi_1)} &\equiv \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\sigma}{d\phi_1} d\phi_1 \propto 1 + \frac{\eta}{3} + \xi \frac{\pi}{8} \beta_1 \sqrt{1 - \eta^2} \cos(\Delta\Phi), \\ \sigma_R^{(\phi_1)} &\equiv \int_{\pi/2}^{3\pi/2} \frac{d\sigma}{d\phi_1} d\phi_1 \propto 1 + \frac{\eta}{3} - \xi \frac{\pi}{8} \beta_1 \sqrt{1 - \eta^2} \cos(\Delta\Phi)\end{aligned}\tag{5.23}$$

и вычислить азимутальную лево-правую асимметрию

$$\mathcal{A}_{LR}^{(\phi_1)} \equiv \frac{\sigma_L^{(\phi_1)} - \sigma_R^{(\phi_1)}}{\sigma_L^{(\phi_1)} + \sigma_R^{(\phi_1)}} = \xi \frac{3\pi}{8} \frac{\sqrt{1 - \eta^2}}{\eta + 3} \beta_1 \cos(\Delta\Phi) \approx 0.17 \xi.\tag{5.24}$$

Численный коэффициент 0.17 в выражении (5.24) получен с использованием экспериментальных данных коллаборации BESIII (5.14).

Интегрирование выражения (5.21) по азимутальному углу  $\phi_1$  позволяет получить двумерное распределение по полярным углам  $\theta$  и  $\theta_1$ ,

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta d\cos\theta_1} \propto 1 + \eta \cos^2\theta + \xi(1 + \eta) \beta_1 \cos\theta \cos\theta_1.\tag{5.25}$$

Видно, что в случае поляризованного электронного пучка данное распределение зависит

от произведения  $\cos \theta \cos \theta_1$ . Используя интегральные наблюдаемые

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{fwd}} &\equiv \int_{\cos \theta \cos \theta_1 > 0} \frac{d\sigma}{d \cos \theta d \cos \theta_1} d \cos \theta d \cos \theta_1, \\ \sigma_{\text{bwd}} &\equiv \int_{\cos \theta \cos \theta_1 < 0} \frac{d\sigma}{d \cos \theta d \cos \theta_1} d \cos \theta d \cos \theta_1,\end{aligned}\tag{5.26}$$

получаем следующее выражение для асимметрии “вперёд-назад”:

$$\mathcal{A}_{\text{FB}} = \frac{\sigma_{\text{fwd}} - \sigma_{\text{bwd}}}{\sigma_{\text{fwd}} + \sigma_{\text{bwd}}} = \xi \frac{3\beta_1}{4} \frac{\eta + 1}{\eta + 3} \approx 0.24 \xi.\tag{5.27}$$

Отметим, что распределение (5.21) выражено через наблюдаемые, которые относятся к различным системам отсчёта, в частности угол  $\theta$  определён в СЦИ, а углы  $\theta_1$  и  $\phi_1$  – в  $\Lambda$  системе. Соответствующее угловое распределение, записанное только через наблюдаемые, относящиеся к СЦИ, выглядит довольно громоздко. Детальный вывод этого распределения и точные формулы приведены в работе [50].

С практической точки зрения особенно интересным является распределение по полярному углу вылета протона в СЦИ  $\theta_1^{(0)}$ . В общем случае выражение для этого распределения можно получить только с помощью численного интегрирования. Однако, если суммарная энергия в СЦИ  $s$  достаточно велика, то в задаче возникает малый параметр  $\delta(s)$ , по которому можно произвести разложение, и выражение для обсуждаемого углового распределения существенно упрощается. Этот параметр равен

$$\delta(s) = \frac{l_p^{(\Lambda)}}{m_p \beta_\Lambda \gamma_\Lambda} = \frac{2m_\Lambda}{\sqrt{s - 4m_\Lambda^2}} \frac{l_p^{(\Lambda)}}{m_p},\tag{5.28}$$

где  $\beta_\Lambda = \sqrt{1 - 4m_\Lambda^2/s}$  и  $\gamma_\Lambda = \sqrt{s}/(2m_\Lambda)$  – параметры лоренцовского буста из  $\Lambda$  системы в СЦИ,  $l_p^{(\Lambda)}$  – абсолютное значение импульса протона в  $\Lambda$  системе

$$l_p^{(\Lambda)} = \frac{1}{2m_\Lambda} \sqrt{(m_\Lambda - m_p - m_\pi)(m_\Lambda + m_p - m_\pi)(m_\Lambda - m_p + m_\pi)(m_\Lambda + m_p + m_\pi)}.\tag{5.29}$$

В результате, для распределения по полярному углу вылета протона в СЦИ получаем следующее приближённое выражение:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d \cos \theta_1^{(0)}} &\propto 1 + \eta \cos^2 \theta_1^{(0)} \\ &+ \xi \beta_1 \cos \theta_1^{(0)} \left[ 0.203 (1 + \eta) + 0.054 \sqrt{1 - \eta^2} \cos(\Delta\Phi) \right] + \mathcal{O}(\delta^2(s)).\end{aligned}\tag{5.30}$$

При  $s = m_{J/\psi}^2$  значение параметра  $\delta(s)$  достаточно мало,  $\delta(m_{J/\psi}^2) \approx 0.1$ . Таким образом, неопределённость выражения (5.30) составляет около 1%. Распределение (5.30) показано на рисунке 5.4.

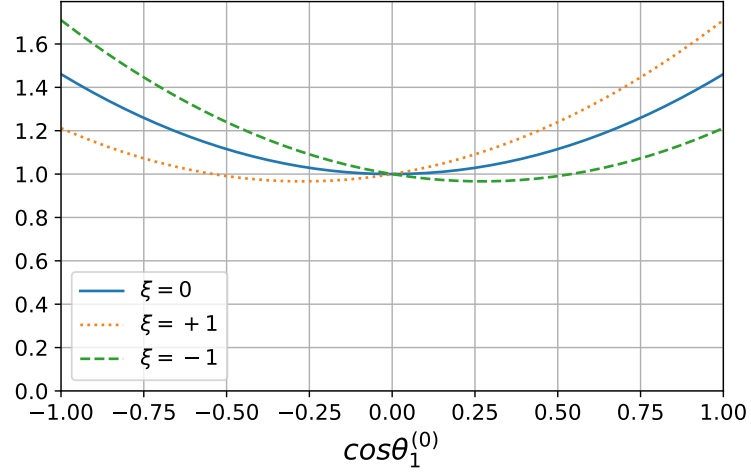


Рис. 5.4. Распределение по полярному углу вылета протона в СЦИ для процесса  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-]\bar{\Lambda}$ . Сплошная синяя линия соответствует неполяризованному электронному пучку,  $\xi = 0$ , пунктирная оранжевая линия соответствует полностью правополяризованному электронному пучку,  $\xi = +1$ , штриховая зелёная линия соответствует полностью левополяризованному электронному пучку,  $\xi = -1$

Из формулы (5.30) следует, что наличие поляризации электронного пучка приводит к асимметрии “вперёд-назад” в распределении протонов в СЦИ:

$$\mathcal{A}_{\text{FB}}^{(0)} \equiv \frac{\int_0^1 \frac{d\sigma}{d\cos\theta_1^{(0)}} d\cos\theta_1^{(0)} - \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\cos\theta_1^{(0)}} d\cos\theta_1^{(0)}}{\int_0^1 \frac{d\sigma}{d\cos\theta_1^{(0)}} d\cos\theta_1^{(0)} + \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\cos\theta_1^{(0)}} d\cos\theta_1^{(0)}} \approx 0.11 \xi. \quad (5.31)$$

Здесь мы использовали результаты коллаборации BESIII (5.14), чтобы получить численный коэффициент 0.11.



## Заключение

Основные результаты, полученные в диссертации:

- В рамках Стандартной модели впервые вычислена  $T$ -нечётная асимметрия  $A_\xi$  в радиационных полуплептонных распадах нейтральных  $K$  мезонов,  $K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e \gamma$  и  $K^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu \gamma$ . Данная асимметрия связана с  $T$ -нечётными тройными импульсными корреляциями  $\xi = \mathbf{q} \cdot [\mathbf{p}_l \times \mathbf{p}_\pi] / M_K^3$ , возникающими в этих распадах из-за электромагнитного взаимодействия в конечном состоянии. Согласно нашим вычислениям значения данной асимметрии в Стандартной модели довольно малы и составляют  $A_\xi \approx -1 \times 10^{-4}$  и  $A_\xi \approx -4.5 \times 10^{-4}$  в распадах  $K^0 \rightarrow \pi^- \mu^+ \nu_\mu \gamma$  и  $K^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e \gamma$ , соответственно. Таким образом, обнаружение в эксперименте большей величины  $A_\xi$  могло бы быть указанием на существование эффектов за пределами Стандартной модели.
- Предложена параметризация электромагнитных формфакторов  $f_1(1285)$  мезона, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными о распаде  $f_1(1285) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$  и о процессе прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+ e^-$  столкновениях,  $e^+ e^- \rightarrow f_1(1285)$ . С использованием этой параметризации получены теоретические предсказания для электронной ширины распада  $f_1(1285)$  мезона и, соответственно, полного сечения прямого рождения  $f_1(1285)$  мезона в  $e^+ e^-$  аннигиляции,  $\sigma(e^+ e^- \rightarrow f_1(1285)) \approx 50$  пб. Это значение хорошо согласуется с недавно полученным экспериментальным результатом,  $\sigma(e^+ e^- \rightarrow f_1(1285)) = 45_{-24}^{+33}$  пб [23].
- С использованием предложенной параметризации формфакторов  $f_1(1285)$  мезона вычислена зарядовая асимметрия в процессе  $e^+ e^- \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$ , возникающая из-за интерференции между  $C$ -чётной двухфотонной амплитудой  $e^+ e^- \rightarrow f_1(1285) \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$  и  $C$ -нечётной однофотонной амплитудой  $e^+ e^- \rightarrow \rho \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$ . Согласно нашим вычислениям величина этой асимметрии может быть довольно большой, порядка 10%.
- Поскольку предложенная параметризация формфакторов  $f_1(1285)$  мезона недостаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными о процессе  $e^+ e^- \rightarrow$

$e^+e^- f_1(1285)$ , найдена другая параметризация формфакторов  $f_1(1285)$  мезона, которая находится в согласии со всеми имеющимися экспериментальными результатами, в том числе и для процесса  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$ .

- Получено угловое распределение в реакции  $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$  для случая продольно поляризованного электронного пучка. В проекте Супер  $c$ - $\tau$  фабрики данное угловое распределение предполагается использовать для измерения средней поляризации электронного пучка  $\mathcal{P}_e$  и, в конечном итоге, измерения величины  $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$ , где  $\theta_{\text{eff}}$  – эффективный угол электрослабого смешивания (угол Вайнберга).

В заключение я хотел бы выразить благодарность А.И. Мильштейну, А.Е. Бондарю, В.С. Воробьёву, А.В. Грабовскому и А.В. Резниченко за совместную работу. Я также признателен А.И. Мильштейну за поддержку, обсуждения и советы во время написания диссертации. Также я благодарен В.П. Дружинину, Л.В. Кардапольцеву, М.Г. Козлову, Д.В. Матвиенко, А.Л. Фельдману, и И.Б. Хриповичу за многочисленные полезные обсуждения и предложения. Я выражаю отдельную признательность Л.В. Кардапольцеву за его советы, касающиеся численных вычислений.

## Список литературы

- [1] Noether E. Invariant Variation Problems // [Gott. Nachr.](#) 1918. Vol. 1918. P. 235–257. [Transp. Theory Statist. Phys. 1, 186 (1971)].
- [2] Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K_2^0$  Meson / J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch, R. Turlay // [Phys. Rev. Lett.](#) 1964. Vol. 13. P. 138–140.
- [3] Alavi-Harati A. et al. Observation of direct  $CP$  violation in  $K_{S,L} \rightarrow \pi\pi$  decays // [Phys. Rev. Lett.](#) 1999. Vol. 83. P. 22–27.
- [4] Fanti V. et al. A new measurement of direct  $CP$  violation in two pion decays of the neutral kaon // [Phys. Lett.](#) 1999. Vol. B465. P. 335–348.
- [5] Sakurai J. J.  $K_{\mu 3}$  Decay: Tests for Time Reversal and the Two-Component Theory // [Phys. Rev.](#) 1958. Vol. 109. P. 980–983.
- [6] Okun L. B., Khriplovich I. B.  $T$ -odd correlation in the  $K_{\mu 3}^0$  decay and the pion electromagnetic form-factor // [Sov. J. Nucl. Phys.](#) 1968. Vol. 6. P. 598–602. [[Yad. Fiz.](#) 6, 821 (1967)].
- [7] Gervais J.-L., Iliopoulos J., Kaplan J. M. On a test of electromagnetic  $T$ -violation in charged  $K$  decays // [Phys. Lett.](#) 1966. Vol. 20. P. 432.
- [8] Braguta V. V., Likhoded A. A., Chalov A. E.  $T$ -odd correlation in the  $K_{l3\gamma}$  decay // [Phys. Rev.](#) 2002. Vol. D65. P. 054038. [[Phys. Atom. Nucl.](#) 65, 1868 (2002); [Yad. Fiz.](#) 65, 1920 (2002)].
- [9] Khriplovich I. B., Rudenko A. S.  $K_{l3\gamma}^+$  decays revisited: branching ratios and  $T$ -odd momenta correlations // [Phys. Atom. Nucl.](#) 2011. Vol. 74. P. 1214–1222.
- [10] Müller E. H., Kubis B., Meißner U.-G.  $T$ -odd correlations in radiative  $K_{l3}^+$  decays and chiral perturbation theory // [Eur. Phys. J.](#) 2006. Vol. C48. P. 427–440.

- 
- [11] Tchikilev O. G. et al. Observation of the radiative kaon decay  $K^- \rightarrow \mu^- \pi^0 \gamma \nu$  // [Phys. Atom. Nucl.](#) 2007. Vol. 70. P. 29–34.
- [12] Akimenko S. A. Study of  $K^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e \gamma$  decay with ISTRA+ setup // [Phys. Atom. Nucl.](#) 2007. Vol. 70. P. 702.
- [13] Obraztsov V. Results on kaon physics from OKA setup at U-70 // [J. Phys. Conf. Ser.](#) 2017. Vol. 800, no. 1. P. 012016.
- [14] Polyarush A. Yu. Study of  $K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e \gamma$  decay with OKA setup // [EPJ Web Conf.](#) 2018. Vol. 191. P. 02014.
- [15] Rudenko A. S.  $K_{l3\gamma}^0$  decays: Branching ratios and T-odd momenta correlations // [Phys. Rev.](#) 2011. Vol. D84. P. 016001. [Erratum: [Phys. Rev.](#) D86, 119903 (2012)].
- [16] Tanabashi M. et al. Review of Particle Physics // [Phys. Rev.](#) 2018. Vol. D98, no. 3. P. 030001.
- [17] Theoretical calculations for electron-positron colliding-beam reactions / G. Altarelli, S. De Gennaro, E. Celeghini et al. // [Nuovo Cim.](#) 1967. Vol. A47. P. 113.
- [18] Vainshtein A. I., Khriplovich I. B. On the possibility of studying resonances with positive charge parity in colliding electron-positron beams (in Russian) // [Yad. Fiz.](#) 1971. Vol. 13. P. 620–623.
- [19] Achasov M. N. et al. Search for the  $\eta' \rightarrow e^+ e^-$  decay with the SND detector // [Phys. Rev.](#) 2015. Vol. D91. P. 092010.
- [20] Akhmetshin R. R. et al. Search for the process  $e^+ e^- \rightarrow \eta'(958)$  with the CMD-3 detector // [Phys. Lett.](#) 2015. Vol. B740. P. 273–277.
- [21] Achasov M. N. et al. Search for direct production of  $a_2(1320)$  and  $f_2(1270)$  mesons in  $e^+ e^-$  annihilation // [Phys. Lett.](#) 2000. Vol. B492. P. 8–12.
- [22] Ablikim M. et al. An improved limit for  $\Gamma_{ee}$  of  $X(3872)$  and  $\Gamma_{ee}$  measurement of  $\psi(3686)$  // [Phys. Lett.](#) 2015. Vol. B749. P. 414–420.
- [23] Achasov M. N. et al. Search for direct production of the  $f_1(1285)$  resonance in  $e^+ e^-$  collisions // [Phys. Lett.](#) 2020. Vol. B800. P. 135074.

- 
- [24] Kaplan J., Kuhn J. H. Direct production of  $1^{++}$  states in  $e^+e^-$  annihilation // [Phys. Lett.](#) 1978. Vol. 78B. P. 252–258.
- [25] Kühn J. H., Kaplan J., Safiani E. G. O. Electromagnetic annihilation of  $e^+e^-$  into quarkonium states with even charge conjugation // [Nucl. Phys.](#) 1979. Vol. B157. P. 125–144.
- [26] Direct  $X(3872)$  production in  $e^+e^-$  collisions / Achim Denig, Feng-Kun Guo, Christoph Hanhart, Alexey V. Nefediev // [Phys. Lett.](#) 2014. Vol. B736. P. 221–225.
- [27] Czyz H., Kühn J. H., Tracz S.  $\chi_{c1}$  and  $\chi_{c2}$  production at  $e^+e^-$  colliders // [Phys. Rev.](#) 2016. Vol. D94, no. 3. P. 034033.
- [28] Czyz H., Kiswa P. Testing  $\chi_c$  properties at BELLE II // [Phys. Lett.](#) 2017. Vol. B771. P. 487–491.
- [29] Kivel N., Vanderhaeghen M.  $\chi_{cJ} \rightarrow e^+e^-$  decays revisited // [JHEP.](#) 2016. Vol. 02. P. 032.
- [30] Köpp G., Walsh T. F., Zerwas P. M. Hadron production in virtual photon-photon annihilation // [Nucl. Phys.](#) 1974. Vol. B70. P. 461–485.
- [31] Renard F. M.  $1^{\pm+}$  resonances in  $\gamma\gamma$  collisions // [Nuovo Cim.](#) 1984. Vol. A80. P. 1.
- [32] Cahn R. N. Production of spin 1 resonances in  $\gamma\gamma$  collisions // [Phys. Rev.](#) 1987. Vol. D35. P. 3342.
- [33] Cahn R. N. Cross-sections for single tagged two photon production of resonances // [Phys. Rev.](#) 1988. Vol. D37. P. 833.
- [34] Schuler G. A., Berends F. A., van Gulik R. Meson photon transition form-factors and resonance cross-sections in  $e^+e^-$  collisions // [Nucl. Phys.](#) 1998. Vol. B523. P. 423–438.
- [35] Gidal G. et al. Observation of spin-1  $f_1(1285)$  in the reaction  $\gamma\gamma^* \rightarrow \eta^0\pi^+\pi^-$  // [Phys. Rev. Lett.](#) 1987. Vol. 59. P. 2012.
- [36] Aihara H. et al.  $f_1(1285)$  formation in photon photon fusion reactions // [Phys. Lett.](#) 1988. Vol. B209. P. 107–111.
- [37] Aihara H. et al. Formation of spin one mesons by photon-photon fusion // [Phys. Rev.](#) 1988. Vol. D38. P. 1.
- [38] Achard P. et al.  $f_1(1285)$  formation in two photon collisions at LEP // [Phys. Lett.](#) 2002. Vol. B526. P. 269–277.

- 
- [39] Landau L. On the angular momentum of a system of two photons // Dokl. Akad. Nauk USSR Ser. Fiz. 1948. Vol. 60. P. 207.
- [40] Yang C.-N. Selection Rules for the Dematerialization of a Particle Into Two Photons // [Phys. Rev.](#) 1950. Vol. 77. P. 242–245.
- [41] Rudenko A. S.  $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$  decay and direct  $f_1$  production in  $e^+e^-$  collisions // [Phys. Rev.](#) 2017. Vol. D96, no. 7. P. 076004.
- [42] Aulchenko V. M. et al. Measurement of the  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  cross section in the center-of-mass energy range 1.22-2.00 GeV with the SND detector at the VEPP-2000 collider // [Phys. Rev.](#) 2015. Vol. D91, no. 5. P. 052013.
- [43] Milstein A. I., Rudenko A. S. Consistent analysis of  $f_1(1285)$  meson form factors // [Phys. Lett.](#) 2020. Vol. B800. P. 135117.
- [44] Bondar A. E. et al. Project of a Super Charm-Tau factory at the Budker Institute of Nuclear Physics in Novosibirsk // [Phys. Atom. Nucl.](#) 2013. Vol. 76. P. 1072–1085. [Yad. Fiz. 76, no. 9, 1132 (2013)].
- [45] Luo Q., Xu D. [Progress on Preliminary Conceptual Study of HIEPA, a Super Tau-Charm Factory in China](#) // Proceedings, 9th International Particle Accelerator Conference (IPAC 2018): Vancouver, BC Canada. 2018. P. MOPML013.
- [46] Skovpen Yu. I., Khriplovich I. B. Weak Neutral Currents of New Quarks in  $e^+e^-$  Annihilation // [Sov. J. Nucl. Phys.](#) 1979. Vol. 30. P. 303. [Yad. Fiz. 30, 589 (1979)].
- [47] Schael S. et al. Precision electroweak measurements on the  $Z$  resonance // [Phys. Rept.](#) 2006. Vol. 427. P. 257–454.
- [48] Low Energy Measurements of the Weak Mixing Angle / K. S. Kumar, Sonny Mantry, W. J. Marciano, P. A. Souder // [Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.](#) 2013. Vol. 63. P. 237–267.
- [49] Erler J., Schott M. Electroweak Precision Tests of the Standard Model after the Discovery of the Higgs Boson // [Prog. Part. Nucl. Phys.](#) 2019. Vol. 106. P. 68–119.
- [50] Measurement of the weak mixing angle at a Super Charm-Tau factory with data-driven monitoring of the average electron beam polarization / A. Bondar, A. Grabovsky, A. Reznichenko et al. // [JHEP.](#) 2020. Vol. 03. P. 076. [JHEP20, 076 (2020)].

- 
- [51] Fearing H. W., Fischbach E., Smith J. Soft-photon theorems and radiative  $K_{l3}$  decays // [Phys. Rev. Lett.](#) 1970. Vol. 24. P. 189–193.
- [52] Bijnens J., Ecker G., Gasser J. Radiative semileptonic kaon decays // [Nucl. Phys.](#) 1993. Vol. B396. P. 81–118.
- [53] Radiative  $K_{e3}$  decays revisited / J. Gasser, B. Kubis, N. Paver, M. Verbeni // [Eur. Phys. J.](#) 2005. Vol. C40. P. 205–227.
- [54] Окунь Л. Б. Лептоны и кварки. М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 346 с.
- [55] Eidelman S. et al. Review of particle physics. Particle Data Group // [Phys. Lett.](#) 2004. Vol. B592, no. 1-4. P. 1–5.
- [56] Low F. E. Bremsstrahlung of very low-energy quanta in elementary particle collisions // [Phys. Rev.](#) 1958. Vol. 110. P. 974–977.
- [57] Patrignani C. et al. Review of particle physics // [Chin. Phys.](#) 2016. Vol. C40, no. 10. P. 100001.
- [58] Barberis D. et al. A spin analysis of the  $4\pi$  channels produced in central  $pp$  interactions at 450 GeV/c // [Phys. Lett.](#) 2000. Vol. B471. P. 440–448.
- [59] Amelin D. V. et al. Study of the decay  $f_1(1285) \rightarrow \rho^0(770)\gamma$  // [Z. Phys.](#) 1995. Vol. C66. P. 71–76.
- [60] Dickson R. et al. Photoproduction of the  $f_1(1285)$  meson // [Phys. Rev.](#) 2016. Vol. C93, no. 6. P. 065202.
- [61] Achasov N. N., Karnakov V. A. On the research of the  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$  reaction // [JETP Lett.](#) 1984. Vol. 39. P. 342.
- [62] Fäldt G., Kupsc A. Hadronic structure functions in the  $e^+e^- \rightarrow \bar{\Lambda}\Lambda$  reaction // [Phys. Lett.](#) 2017. Vol. B772. P. 16–20.
- [63] Fäldt G. Entanglement in joint  $\Lambda\bar{\Lambda}$  decay // [Eur. Phys. J.](#) 2015. Vol. A51, no. 7. P. 74.
- [64] Ablikim M. et al. Polarization and Entanglement in Baryon-Antibaryon Pair Production in Electron-Positron Annihilation // [Nature Phys.](#) 2019. Vol. 15. P. 631–634.